8.kk. E. 15 4

Non tibi fortuna est hominis, sed vita petenda.

QVARTA PARTE DELLA PRATICA ARITMETICA

Doue si tratta della principalissima, & necessarijssima Regola chiamata comunemente del Tre,

Mostrando il nascimento, & inuentione naturale d'essa, insieme con l'vso, & modi diuersi ingegnosi d'operare.

Di Pietroantonio Cataldi Lettore delle Scienze Mathematiche nello Studio di Bologna.

ALLA ILLVSTRISS. ET ECCELLENTISS.

REPVBLICA DI LVCCA.

IN BOLOGNA M. DC. XVI.

Presso Bartolomeo Cochi. Con licenza de' Superiori.

Digitized by Google

Don Marcellus Baldassinus Cler. reg. S. Pauli, pro Illustriss. & Reuerendiss. Archiepisc. Bonon.

Imprimatur.

Fr. Hieronym. Onuphr. Consultor Sanctiss. Inquisitionis, pro Reuerendiss. P. Inquis. Bonon.

Digitized by Google

ALLI ILLVSTRISSIMI ET ECCELLENTISSIMI SIG.[ri] ANTIANI ET CONFALONIERO Della Illma & Ecc.[ma] Republica di Lucca.

EL'Aritmetica Madre delle Scienze, tale, che non solo gli Eccellenti Filosofi predicano la sua eminenza, ma anco i Professori di conto in qual si vogli Dottrina, & Artificio hanno conosciuto la necessità d'essa; onde il dottissimo, & giudiciosissimo Monsig. Bonifatio Vannozzi nel secondo Volume de' suoi Auuertimenti Politici, al numero 1708. scriue. *Dell'vtilità dell'Aritmetica non può dirsene à sofficienza; ella è vna vertù vtile ad ogni sorte di persona, & vi furono de' Saui che dissero, che colui sapeua ogni cosa, che sapeua ben numerare; il che s'intende per l'ordine, essendo il numero vno infallibile ordine in ciascuna cosa; Perche hauendo fatto Iddio il tutto in numero, in peso, & in misura, il numero nondimeno preuale; perche esso contiene la misura, & il peso, non essendo esso contenuto ne dalla misura, ne dal peso.*

Di questa Scienza hauendo io fatto vn Trattato, diuiso in quattro parti, & dopò la prima, & seconda di esse, stampandosi hora la presente quarta, la dedico à questa Prudentissima Republica, parendomi che ben si conuenga indrizzarli Opera vtilissima d'essa Scienza, poiche Ella ottimamente la esercita, hauendo, con l'osseruare di continuo, come ottimi Aritmetici, ordine mirabile, saputo fra le tante Trasformationi delle Italiche Città conseruarsi sicura, & sincera la sua vera forma, con il molto comendato, & ammirato gouerno; Et perche conuiene, che tanto bene le auuenga per particolar gratia del Sig. nostro Iddio eterno omnipotente, si può credere, che Essa sia talmente habituata nella bontà, & carità intorno alle attioni virtuose, & salutari, che per ciò facilmente perseuerando in esse, sia per operar sempre à gloria di Sua Diuina Maestà, dalla quale desiderandole perpetua felicità, le prego ad aggradire questo poco di segno della molta deuotione, che hò à Città, & Republica tanto celebre, & saggia.

Di VV. SS. Ill.[me] & Ecc.[me]

Humilis. & deuotis. Seruo

Pietroantonio Cataldi.

Digitized by Google

TAVOLA
DELLE COSE PRINCIPALI
Contenute nella presente Opera.

Diffinitione della Regola del Tre. Cap. I. face. 1
Discorso, mediante il quale si perviene alla inuentione d'essa Regola. Cap. II. 1
Modo d'operare in essa Regola. 2
Altro modo. 2
Altro modo d'operare, mediante due partitioni. 4
Causa d'esso modo. 4
Altra causa del medesmo modo. 4
Altro modo d'operare mediante le due partitioni, & causa d'esso. 5
Altro modo d'operare nella Regola del Tre, & causa d'esso. 5
Breue narratione di tutti essi modi d'operare per ordine. 6
Auuertimento nell'ordinare le tre quatità note nella Regola del Tre. 6
Alcuni modi di breuità nell'operare nella Regola del Tre. Cap. III. 7
Breue cõpendio d'essi modi, ridotto in vna Regola diuisa in tre parti. 15
Altri modi d'operare, & Regole loro. 15
Altri modi vniuersali di breuità nell'operare nella Regola del Tre. Cap. IIII. 29
Regola generalissima per le abbreuiationi delle quantità nella Regola del Tre. 32
Della Proua delle operationi fatte nella Regola del Tre. Cap. V. 33
Modi diuersi di proue in essa Regola del Tre. 34
Altre cose pertinenti alla Regola del Tre. Cap. VI. 35

Sit

Sit nomen Domini benedictum.

DIFFINITIONE DELLA REGOLA DEL TRE.

Capitolo I.

LA Regola del Tre è modo di trouare vna quarta quantità, la quale habbi tal conuenienza alla terza di tre proposte, qual conuenienza hà la seconda alla prima, cioè di tre quantità proposte, delle quali la seconda dependa dalla prima, è modo di trouare vna quarta quantità, quale habbi tal risguardo, ò dependa in tal maniera dalla terza, qual risguardo, ò dependenza hà la seconda quàtità alla prima. Et per esempio, dicendosi 3. scudi vagliono 12. lire; domando 5. scudi quante lire valeranno? qui si vuol trouare vna quarta quantità, che habbi tal dependenza dalla terza, cioè dalli sc. 5. qual dependenza hà la seconda dalla prima, cioè le lir. 12. dalli sc. 3. onde perche il numero della seconda è quadruplo al numero della prima, cioè il 12. numero delle lire è quadruplo al 3. numero delli scudi, conuerrà similmente, che il numero delle lire, che si cerca per la quarta quantità sia quadruplo al 5. numero delli scudi, che si propone essere la terza quantità, dalla quale hà da dependere la quarta, ma il numero quadruplo à 5. è 20. *(& si troua moltiplicando 5. per 4.)* però 20. sarà il numero delle lire della quarta quantità, che si cerca; onde diremo, che quando li scudi 3. vagliono lire 12. allhora li scudi 5. verranno à valere lire 20. Et se bene noi con il giuditio conosciamo questo esser vero, nondimeno per venire inuestigando il modo d'operare nella regola, procederemo naturalmente con il seguente discorso.

Discorso, mediante il quale si và inuestigando la Regola, ò modo di operare nella Regola del Tre, cioè come mediante tre quantità proposte se ne ritroui vna quarta, quale dependa dalla terza, nel modo che la seconda depende dalla prima. Cap. II.

SApendo noi il valore d'vna cosa, poniamo d'1. scudo, & che egli sia 4. lire, conosciamo che mediante questo, sapremo ancora il valore di quanti scudi si vogliono, perche se 1. scudo ridutto à lire, douenta 4. & però 4. volte tanto, si vede, che à moltiplicare qual si vogli numero di scudi per questo 4. il prodotto sarà il numero delle lire, che essi scudi valeranno; onde dicendosi sc. 1. vale lir. 4. domando sc. 38. quante lire valeranno, noi conosciamo, che à moltiplicare il 38. per 4. che fà 152. questo 152. sarà il numero delle lire, che contengono, ò sono il valore delli 38. scudi; ma il 4. con il quale moltiplichiamo è il numero delle volte, che il numero della seconda quantità contiene il numero della prima, ò vogliamo dire, che il numero della prima entra nel numero della seconda; perche se 4. secondo contiene 1. primo 4. volte, ne segue, che 1. primo entri in 4. secondo similmente 4. volte; però sempre che il numero della prima quantità è 1. allhora il numero della seconda sarà sempre vn numero, con il quale moltiplicando il numero della terza quantità, se ne produrrà il numero della quarta; perche allhora il numero della seconda quantità sarà anco il numero delle volte, che egli contiene il numero della prima, essendo che ciascun numero contiene la vnità, cioè 1. tante volte, quante vnità, cioè quanto esso numero significa; onde dicendosi soldi 1. vale quattrini 6. domando soldi 54. quanti quattrini valeranno? Noi moltiplicando 54. numero della terza, via 6. numero della seconda, & fà 324. conosceremo che questo 324. è il numero de' quattrini cercati, cioè che è la quarta quantità, quale talmente depende dalla terza, come la seconda dalla prima, & però sapremo, che quando soldi 1. vale quatt. 6. ne seguirà, che soldi 54. vagliono quatt. 324.

Et sapendo il valore di molte cose, poniamo di sc. 10. & sia lir. 45. conosciamo, che mediante questo, sapremo ancora il valore dello scudo, cioè d'1. scudo solo; considerando che se à sc. 10. toccano lir. 45. ò se lir. 45. si hanno da partire in 10. sc. perche 10. in 45. entra volte $4\frac{1}{2}$. ne segue, che à ciascun sc. rocchino lir. $4\frac{1}{2}$. cioè che lo sc. vagli lir. $4\frac{1}{2}$. & però vediamo, che quando la terza quantità delle proposte è 1. allhora il valore d'essa si troua, ò conosce, partendo il numero della seconda per il numero della prima, onde dicendosi, Pauli 32. vagliono bolognini 256. domando quanto vale pauli 1? noi lo trouaremo partendosi 256. bolognini per 32. che ne viene 8. bolognini, & questi 8. bolognini saranno il valore di pauli 1.

Et dicendosi, sc. 10. vagliono lir. 43. domando quanto valeranno sc. 24? noi conosciamo, che se sapessimo il valore dello scudo, cioè d'1. sc. solo, ò vogliamo dire, se sapessimo quante

Digitized by Google

lir. fanno, ò vale 1. ſc. & con eſſo numero moltiplicaſsimo il 24. il prodotto verria ad eſſere il numero delle lir. che vagliono eſsi ſc. 24. ma di già conoſciamo, che per trouare il valore dello ſcudo, mentre che ſappiamo il valore d'altra quantità, ò numero di ſcudi, conuien partire il numero del valore, per il numero d'eſſa quantità di ſcudi, & l'auuenimento è il valore d'1. ſc. perilche ſapendo, che ſc. 10. vagliono lir. 43. noi partiremo lir. 43. per 10. & ne vrene lir. $4\frac{3}{10}$. però lir. $4\frac{3}{10}$. valerà lo ſcudo; & queſto mediãte trouaremo il valore di che num. di ſc. ſi vogli, moltiplicando con eſſo num. le lir. $4\frac{3}{10}$. valore d'1. ſc. onde volendo ſapere quanto valeranno ſc. 24. moltipliceremo lir. $4\frac{3}{10}$. per 24. che ſe ne produce lir $103\frac{2}{10}$. & queſto è il valore delli ſc. 24. perilche concluderemo, ò riſponderemo, che quando ſc. 10. vagliono lir. 43. allhora ſc. 24. valeranno lir. $103\frac{2}{10}$. Da quanto s'è diſcorſo conoſciamo, che per trouare il valore della quarta quantità, veniamo à moltiplicare con il num. della terza, quell'auuenim. che deriua à partire la ſeconda per il nu. della prima, & però potiamo dare la ſeguẽte regola.

Propoſte tre quantità, delle quali la ſeconda dipenda dalla prima, per trouarne vna quarta, che nel medeſmo modo dipenda dalla terza; Noi partiremo la ſeconda per il numero della prima, & l'auuenimento moltipliceremo con il num. della terza, & il prodotto ſarà la quarta quantità cercata; che hauerà tal dipendenza dalla terza, quale hà la ſeconda dalla prima. Però dicendoſi, 8. ſoldati hanno di ſtipendio ſc. 30. domando à 100. ſoldati, quanto ſtipendio ſi darà? Noi partiremo ſc. 30. che è la ſeconda, per 8. numero della prima, & ne vienc ſc. $3\frac{3}{4}$. quale auuenimento moltipliceremo con 100. numero della terza, che fà ſc. 375. & queſta è la quarta quantità corriſpondente alla terza, perilche diremo, che ſoldati 100. douerannno hauere di ſtipendio ſc. 375. Et volendo parlare in aſtratto, cioè con numeri aſtratti, ò liberi dalla materia, ò denominatione, potremo dire, che ſe 8. vale, ò douenta 30. ne ſegue, che 100. valerà, ò douenterà 375. & che il 375. ſi troua, partendo 30. per 8. & l'auuenimento $3\frac{3}{4}$. moltiplicandolo per 100. onde qui ſi fà vna partitione, & vna moltiplicatione, nella partitione il partitore è l'8. cioè ſempre il numero della prima quantità, & nella moltiplicatione il moltiplicante è il 100. cioè ſempre il numero della terza quantità. Et il 30. cioè la ſeconda quantità, ò numero, ſerue alla prima nel partire, & con il ſuo auuenimento, ſerue alla terza nel moltiplicare; Ma hauendo 30. & $3\frac{3}{4}$. da moltiplicare per 100. il prodotto con il 30. ſarà 8. volte tanto, quanto il prodotto con il $3\frac{3}{4}$. perche 30. è 8. volte, quanto $3\frac{3}{4}$. poiche il $3\frac{3}{4}$. naſce da partire 30. per 8. onde ſe il prodotto di 100. via 30. ſi partiſſe per 8. l'auuenimento ſaria quanto il prodotto di $3\frac{3}{4}$. via 100. però tanto naſce à moltiplicare 30. via 100. & partire il prodotto per 8. quanto naſcerà à moltiplicare con 100. l'auuenimento, che deriua, partendo 30. per 8. ò vogliamo dire, tanto naſce à moltiplicare 30. via 100. & partire il prodotto per 8. quanto naſcerà à partire 30. per 8. & l'auuenimento moltiplicare per 100. cioè tanto ſi troua, ò naſce à moltiplicare la ſeconda quantità con il numero della terza, & partire il prodotto per il numero della prima, quanto ſi troueria, ò naſceria à partire la ſeconda quantità per il numero della prima, & moltiplicare l'auuenimento con il numero della terza; perilche ſi potria dare la regola in queſt'altro modo ſottoſcritto, conforme à quello che ſi vſa communemente dalli Pratici.

Propoſte tre quantità, delle quali la ſeconda dipenda dalla prima, per trouarne vna quarta, che nel medeſmo modo dipenda dalla terza, Moltiplichiſi la ſeconda per il numero della terza, & il prodotto ſi parta per il numero della prima, che l'auuenimẽto ſarà la quarta quantità cercata. Onde dicendoſi 8. ſoldati hanno di ſtipendio ſc 30. domãdo à 100. ſoldati, quanto ſtipendio ſi darà? Moltiplicaremo ſc. 30. ſeconda quantità con 100. numero della terza, & fà ſc. 3000. qual prodotto partiremo per 8. num. della prima quantità, & ne viene ſc. 375. & queſto è la quarta quantità dependente dalla terza, cioè lo ſtipendio che ſi deue à 100. ſoldati, quando li 8. ſoldati habbino da hauere ſc. 30. Inteſo qual ſia la Regola del Tre, & il modo di trouare la quarta quantità, che in eſſa ſi cerca, veniamo à conoſcere, che dall'ordine delle tre quantità date depende la ſolutione delle domande; però conuien bene auuertire di diſporle come biſogna, cioè talmente, che la terza ſia quella, alla quale ſi cerca la compagna da lei dependente, & che la prima ſia quella, alla quale è ſimilmente compagna da lei dependente la ſeconda; perilche potiamo dire, che la terza quantità è ſempre quella delle tre propoſte, che è ſola, cioè ſenza compagna; che la prima è quella, che hà ſimilitudine con la terza *(perche così come dalla terza hà da naſcere la quarta, così dalla prima naſce la ſeconda)* & che la ſeconda è quella, che depende dalla prima, & hà da hauere ſimilitudine con la quarta da trouarſi. Cioè delle tre quantità date, due ſono ſempre ſimili fra loro, & vna diſsimile da eſſe, & queſta è ſempre la ſeconda, cioè che hà da tenere il luogo di mezo nella operatione; & delle due ſimili la prima è ſempre quella, della quale ſi sà quanto ne deriua *(che ne derina la ſeconda)* & la

terza

Digitized by Google

terza poi è sempre quella, della quale non si sà quanto ne deriui, ma si vuol trouare. Et quando nell'esporre le tre quantità, che si propongono, elle non fussero ordinate in questo modo, conuien prima ordinarle in margine, & poi venire alla operatione, & perciò fà di bisogno con il giuditio andarle considerando; onde dicendosi. Da 3. nasce 5. domando da che nascerà 40? noi non potiamo in margine scriuere cosa alcuna, sin che nō determiniamo di queste tre quantità, cioè 3. 5. 40. quale deue essere prima, qual seconda, & qual terza, che douiamo hauer risguardo non all'ordine, ò modo, nel quale elle sono esplicate, ma all'ordine ch'elle denono hauere fra loro, come s'è detto: onde nel nostro caso, perche si dice da 3. nasce 5. da che nascerà 40? vediamo che 40. non hà compagna, anzi si vuole trouargliela, però conuiene che 40. sia la terza quantità; & perche la prima deue essere simile à questa terza, bisogna considerare, che dicēdosi, da che nascerà 40? vediamo che quello, che fà nascere il 40. & si cerca, è la quarta quantità; onde la seconda che è simile alla quarta, sarà quella che fà nascere la prima nel medesimo modo, che la quarta fà nascere la terza; ma in questa domanda si sà, ò si dice che da 3. nasce 5. però il 3. fà nascere il 5. cioè il 5. nasce dal 3. perilche il 5. è simile al 40. poiche ciascun d'essi è fatto nascere da qualche quantità, onde il 5. sarà la prima quantità, & il 3. la seconda, essendo 40. la terza; & per accōmodare le parole secondo l'ordine da ponere in margine le tre quantità, si potrà dire 5. nasce da 3. domando 40. da che nascerà? ò vogliamo dire 5. sc. di guadagno nasce da 3. huomini, ò da 3. giorni, domando 40. sc. di guadagno da quanti huomini, ò da quanti giorni nascerà? ò vogliamo dire, per fare 5. pertiche di muro bisogna lauorare 3. giorni, domando per fare 40. pertiche di muro, quanti giorni bisognarà lauorare? ouero lo applicaremo all'vso in qual si vogli altro modo; che quanto al soluere la domanda, cioè per trouare la quarta quantità, hauendole assettate per ordine, cioè di modo che 5. sia la prima, & 3. la seconda da lei dependente, ò à lei compagna, & 40. la terza *(separādole fra loro con punti, ò con righette per commodità, ò in qual'altro modo ci piacerà)* noi moltiplicaremo la seconda con la terza, cioè 40. con 3. che fà 120. qual prodotto partiremo per la prima, che è 5. & ne viene 24. & questo auuenimento è la quarta quantità, dalla quale nasce il 40. però risponderemo, che da 24. nascerà il 40. ò vogliamo dire, che il guadagno di sc. 40. nascerà da 24. huomini, ò 24. giorni, Ouero che à fare 40. pertithe di muro bisognarà lauorare 24. giorni, &c.

5. 3. 40 — 120 — 24
5 | 3 (40 — 24
5 — 3 — 40 — 120 — 24

Et dicendosi Pauli 15. Romani sono lir. 6. Bolognesi, domando lir. 200. Bolognesi quanti pauli saranno? Vediamo le lir. 200. Bolognesi che si vogliono trasmutare in pauli essere la terza quantità, però la prima conuerrà che sia quella, che è à lei simile, cioè le lir. 6. Bolognesi, & così li pauli 15. equiualenti, ò deriuanti dalla prima verranno ad essere la seconda quantità, perilche la domanda ridotta all'ordine delle quantità dirà. Lire 6. bolognesi sono pauli 15. romani, domando lir. 200. bolognesi quanti pauli saranno? & però delli tre numeri 6. 15. 200. moltiplicaremo il secondo, & terzo, cioè 15. & 200. insieme, che producono 3000. quale partiremo per il primo numero, che è 6. & ne viene 500. & questo è il quarto, cioè quello che si cerca, che è simile al secondo, così come il terzo è simile al primo, perilche esso 500. trouato è pauli romani, & risponderemo che le lir. 200. saranno pauli 500.

Et dicendosi lir. 7. Venetiane sono lir. $4\frac{1}{4}$. bolognesi, domando lir. 100. bolognesi quante lir. venetiane saranno? Conosciamo le lir. 100. bolognesi essere la terza quantità *(che ella non hà compagna)* però le lir. $4\frac{1}{4}$. bolognesi à loro simili sarà la prima quantità, & le lir. 7. venetiane à queste equiualenti, ò compagne, ò deriuanti saranno la seconda quātità, però haueremo lir. $4\frac{1}{4}$. bolognesi, lir. 7. venetiane, & lir. 100. bolognesi, che è l'ordine di queste tre quantità, & si potrà dire; lir. $4\frac{1}{4}$. bolognesi sono lir. 7. venetiane, domando lir. 100. bolognesi quante lir. venetiane saranno? onde moltiplicaremo 7 secondo via 100. terzo, che fà 700. quale partiremo per $4\frac{1}{4}$. primo, & ne viene $164\frac{2}{7}$. & questa è la quarta quantità cercata, cioè le lir. venetiane equiualenti alle lir. bolognesi; però se lir. $4\frac{1}{4}$. bolognesi sono, ò douentano lir. 7. venetiane, ne segue, che le lir. 100. bolognesi douentino lir. $164\frac{2}{7}$. venetiane.

17
$4\frac{1}{4}$) 7 (100
700
2880
$164\frac{2}{7}$

Et dicendosi fi è guadagnato sc. 20. con sc. 100. domando con sc. 80. quanto si guadagnarà? si vede li sc. 80. essere la terza quantità, & perche questa è quella che guadagna, ancora la prima, che è sempre à lei simile, sarà quella dell'altre due nominate, che fà il guadagno, & però sc. 100. *(perche con essi si guadagna sc. 20.)* sarà la seconda quantità, & però ponendo la domanda per ordine, ò come si suol dire in regola, diremo. Con sc. 100. si guadagna sc. 20. domando con sc. 80. quanto si guadagnarà? onde moltiplicando 20. & 80. secondo, & terzo numero fra loro, fanno 1600, & questo partito per 100. primo numero, ne viene 16. che è il quarto numero,

Digitized by Google

Con sc.	Si guadagna sc.	Con sc.
100)	20	(80
	1600	

Si guadagnarà sc.16

mero, simile al secondo, & però è il numero delli scudi, che si guadagnaranno con la terza quantità, cioè con li sc. 80. si che concluderemo, che quando sc. 100. guadagnato sc. 20. allhora alla medesima ragione, ò nel medesimo modo li sc. 80. guadagnaranno sc. 16.

Da quanto s'è mostrato fin'hora, conosciamo che la Regola del Tre si esequisce, cioè si troua la quarta quantità cercata, mediante vna moltiplicatione, & vna partitione, ò facendo prima la partitione, & poi la moltiplicatione, ouero *(come è l'vso commune, & vniuersale)* facendo prima la moltiplicatione, & poi la partitione; Et se ben pare, che non si possa operare in altro modo, cioè che moltiplicando, & partendo, nondimeno io voglio mostrare, che senza aiuto del moltiplicare, ma solo con l'Elemento del Partire, & mediante due partitioni si può sempre esequire quello che nella regola occorre, che è il trouare, come s'è detto, la quarta quantità; & ecco il modo. Partasi il primo numero per il secondo, & con l'auuenimento si parta il terzo, che l'auuenimento sarà il quarto che si cerca. Che per esempio dicendosi. 12. dà 3. che darà 20? Per saperlo, partiremo 12. primo per 3. secondo, che ne vien 4. & con questo 4. partiremo 20. terzo, che ne viene 5. & questo 5. è il quarto numero cercato, però diremo, che se 12. dà 3. il 20. darà 5. che applicandolo à quello che può occorrere, diremo, che se in 12. pasti si spende 3. sc. in 20. pasti si spenderà 5. sc. Ouero se 12. braccia di rensa vagliono 3. sc. che 20. braccia di rensa alla medesima ragione valeranno 5. sc. &c. Et dicendosi 12. lauoranti guadagnano 30. sc. domando alla medesima ragione 9. lauoranti quanto guadagneranno? Che pigliando questi numeri in astratto, si potrà dire, 12. dà 30. domando, che darà 9? Noi partiremo 12. primo per 30. secondo, che ne viene $\frac{1}{2}\frac{1}{5}$. cioè $\frac{2}{5}$. & con questo $\frac{2}{5}$. partiremo 9. terzo *(che è 45. quinti)* & ne viene $22\frac{1}{2}$. è il quarto numero cercato, & però nel nostro caso è il guadagno delli 9. lauoranti, & è simile di denominatione al secondo, così come il terzo è simile di denominatione al primo, perilche saranno sc. $22\frac{1}{2}$. cioè diremo, che li 9. lauoranti guadagneranno sc. $22\frac{1}{2}$.

La causa di questa regola, ò modo d'operare, cioè del trouare la quarta quantità, ò numero, partendo il primo per il secondo, & con l'auuenimento partendo il terzo, che ne dà per auuenimento il quarto; nasce di quì. Dicendosi 12. dà 3. cioè 12. fà 3. che darà, ò farà 20? si vede, parlando conuersamente, che à fare 3. bisogna 12. Et hora confideriamo à fare la vnità, cioè 1. quanto bisognarà; Et perche il dire à far 3. bisogna 12. à fare 1. quanto bisognarà? tanto importa, quanto se diceßimo, 3. vale 12. domando 1. quanto valerà? noi per hora per maggior commodità vsaremo quest'vltimo modo di parlare; & perche se 3. vale 12. per sapere quanto valerà 1. conuien partire 12. per 3. che ne vien 4. & questo 4. è il valore della vnità, cioè d'1. *(che se 3. sc. vagliono 12. lir. cioè se in 3. monete, ò scudi s'hanno da partire 12. lir. à ciascuna moneta, ò scudo tocca 4. lir.)* però dicendo à far 3. bisogna 12. conosciamo che à fare 1. bisognerà 4. & questo 4. si troua sempre partendo il 12. per il 3. Ma se à far 3. bisogna 12. parlando conuersamente, 12. fà 3. & così ancora 4. fà 1. però concludiamo, che dicendosi 12. fà 3. ne segue, che 4. facci 1. Hora che sappiamo, che 4. fà 1. ò che 4. dà 1. per sapere quanto darà 20. vediamo che se ciascun 4. dà 1. cioè se ciascun 4. dà vna vnità, ne segue, che vn numero, quale contenga 2. volte, ò 3. ò 4. ò 5. ò $3\frac{1}{2}$. ò $5\frac{1}{2}$. ò $\frac{2}{3}$. &c. il 4. darà ancora medesimamente, ò 2. vnità, ò 3. ò 4. ò 5. ò $3\frac{1}{2}$. ò $5\frac{1}{2}$. ò $\frac{2}{3}$. &c. ma à conoscere quanti 4. si trouano in vn numero, ò quante volte vn numero contiene il 4. ò quante volte il 4. è contenuto in vn numero, si parte il numero per 4. onde à conoscere quante volte 4. entra in 20. ò vogliamo dire quanti 4. si trouano in 20. si deue partire il 20. per 4. che ne viene 5. & questo 5. è il numero delli 4. che si trouano in 20. però se 4. dà vna vnità, cioè 1. il 20. che contiene 5. volte il 4. darà 5. vnità, cioè 5. Et questo 5. si troua sempre à partire il 20. per 4, ma tanto è dire 4. dà 1. quanto è dire 12 dà 3. però se quando 4. dà 1. il 20. dà 5. ancora quando 12. dà 3. il 20. dà 5. & così questo 5. è il quarto numero cercato, quando 12. 3. & 20. siano per ordine li tre propoßi; ma questo 5. quarto si troua partendo 20. terzo per 4. & il 4. è nato à partire 12. primo per 3. secondo, però à partire il primo per il secondo *(che hora ne viene 4.)* & con l'auuenimento partire il terzo *(che hora ne viene 5.)* quest'vltimo auuenimento è sempre il quarto numero, come s'è detto.

In altro modo ancora si può rèder ragione dell'operare nella Regola del Tre, quando adoprimo le due partitioni, & è quello che si caua dal seguente discorso. Dicendosi 12. dà 3. ne segue, che à dar 3. bisogna 12. & dicendosi, se à dar 3. bisogna 12. à dare la vnità, cioè 1. che bisognarà? noi per saperlo, adoprando i primi modi con vn moltiplicare, & vn partire, & poniamo, moltiplicando prima, diremo 1. terzo numero via 12. secondo fa il medesimo 12. qual 12. prodotto partito per 3. primo numero, ne vien 4. & questo 4. è il quarto numero cercato,

cioè

cioè quello che bisogna à dare la vnità; & perche il moltiplicare vn num. via la vnità, produce sempre l'istesso num. conosciamo che quando il terzo num. è la vnità, cioè 1. la moltiplicatione d'essa nel secondo num. è superflua, perche il prodotto è sempre l'istesso secondo num. onde per trouare il quarto, basta à partire detto secõdo num. per il primo, che l'auuen. è sempre il quarto num. cercato. Ouero dicendosi à dar 3. bisogna 12. à dare 1. che bisognarà? se vorremo partire in prima, partiremo 12. secõdo per 3. primo, che ne vien 4. & questo moltiplicaremo con 1. terzo, & produce l'istesso 4. dal che conosciamo il medesmo, cioè che quando il terzo num. è 1. il quarto sempre viene ad essere l'auuenim. che nasce à partire il primo per il secondo. Et perche tãto è dire à dare 1. bisogna 4. quanto è il dire cõuersamente 4. dà 1. & questo è tãto, quanto dire 12. dà 3. Se diremo 12. dà 3. che darà 20? farà come se dicesimo 4. dà 1. che darà 20? & per saperlo si moltiplicarà 20. terzo con la vnità secondo, che produrrà l'istesso 20. quale partiremo per 4. primo, & ne vien 5. che è il quarto num. cercato. Ouero facẽdo prima la partitione, partiremo 20. terzo per 4. primo, che ne vien 5. & questo 5. moltiplicaremo per la vnità, cioè per 1. secõdo, che se ne produce l'istesso 5. & questo è il quarto num. cercato. Et perche la moltiplicatione, che ò in l'vn modo, ò in l'altro si fà con la vnità *(numero secondo)* produce l'istesso num. che si haueua, essa moltiplicatione viene ad esser superflua; perilche conosciamo, che quãdo delli tre num. proposti il secondo è la vnità, cioè 1. il quarto vien sempre ad esser l'auuenim. che nasce à partire il terzo per il primo *(& è ben chiaro, che se 4. dà 1. il 20. darà tante volte 1. quante volte 4. entra in esso 20.)* Se dunque 4. dà 1; 20. darà 5. ma perche tanto è dire 4. dà 1. quanto 12. dà 3. ne segue, che se 12. dà 3. il 20. darà 5. ma questo 5. nasce à partire 20. terzo numero per 4. & questo 4. nasce à partire 12. primo numero per 3. secondo, onde conosciamo che di tre numeri proposti, accommodati per l'ordine della regola, partendosi il primo per il secondo, & con l'auuenim. partendosi il terzo, quell'vltimo auuenim. è sempre il quarto num.

Ma sappiasi, che à trouare il quarto num. mediante le due partitioni, potiamo dare anco la Regola in quest'altro modo. Partasi il primo num. per il terzo, & con l'auuenim. si parta il secondo, che quest'vltimo auuenim. sarà il quarto num. cercato. Onde dicendosi, se 12 dà 3. che darà 20? Partiremo 12. primo per 20. terzo, che ne viene $\frac{3}{5}$. & cõ questo $\frac{3}{5}$. partiremo 3. secondo, che ne viene 5. & questo 5. è il quarto num. cercato, però 20. darà 5. sempre che 12. dia 3. La causa di questo modo nasce di quì. Se 12 dà 3. ciascun num. eguale à 12. darà il medesmo 3. & ciascun num. maggior di 12. darà anco num. maggiore di 3 & ciascun num. minore di 12. darà anco mãco di 3. onde hora, perche 20. è maggiore di 12. esso 20. darà ancora più di 3. Et nel medesmo modo che il primo num. hà conuenienza con il terzo, ancora il secondo haurà conuenienza con il quarto, onde se il primo farà poniamo la metà del terzo, ancora il secondo sarà la metà del quarto, & se il primo fusse doppio al terzo, ancora il secondo saria doppio al quarto; ma se il primo fia la metà del terzo, cõuersamente il terzo conterrà due volte il primo, cioè sarà doppio al primo, & consequentemẽte *(perche allhora il secondo saria doppio al quarto)* il quarto conterrà due volte il secondo, cioè sarà doppio al secondo; & se il primo fusse doppio al terzo, conuersamente il terzo saria contenuto due volte dal primo, & però saria la metà del primo, & consequentemente *(perche allhora il secondo saria doppio al quarto)* il quarto saria la metà del secondo; & così occorre in tutti gl'altri casi, onde conosciamo, che la conuenienza che hà il terzo al primo, la istessa deue hauere il quarto al secondo, però quante volte il terzo entrarà nel primo, tante volte deue entrare il quarto nel secondo, cioè l'auuenimento che nasce à partire il primo per il terzo, deue anco nascere à partire il secondo per il quarto, ma essendo li tre numeri dati ordinatamente, poniamo 12. 3. 20. perche à partire 12. primo per 20. terzo, ne viene $\frac{3}{5}$. anco à partire il 3. secondo per il quarto, ne deue venire il medesmo $\frac{3}{5}$. dunque il quarto numero incognito è tanto, che con esso partito 3. ne viene $\frac{3}{5}$. ma se à partire 3. per l'incognito ne vien $\frac{3}{5}$. ne segue che à partire 3. per $\frac{3}{5}$. ne venga l'incognito, Che *(come nell'Elemento del Partire nelli nostri Trattati de' numeri s'è detto)* se $\frac{3}{5}$. in 3. entra 5. volte, ancora 5. nel 3. entrarà volte $\frac{3}{5}$. onde à partire il secondo 3. per $\frac{3}{5}$. *(auuenimento che nasce à partire il 12. primo per 20. terzo)* che ne viene 5. questo 5. è il quarto num. come s'è detto. Conosciamo dalle cose dette, che hauendosi vn num. A, & dui altri B, & C, tanto nasce à partire l'A, per il B, & con l'auuenimento partire il C, quanto nasceria à partire l'A, per il C, & con l'auuenimento partire il B.

Et notisi che nella Regola del Tre, quando vogliamo vsare vn moltiplicare, & vn partire, si può anco fare la operatione nel modo seguente. Partasi la terza quantità, ò numero per il primo, & l'auuenimento si moltiplichi con il secondo, che il prodotto sarà il quarto numero cercato. Onde dicendosi 12. dà 3. che darà 20? per trouarlo partiremo 20. terzo per 12. primo, che ne viene $1\frac{2}{3}$. & questo moltiplicaremo con 3. secondo, che fà 5. & questo 5. prodotto è il quarto numero cercato, però diremo che 20. darà 5. quando 12. dia 3. La causa di questo

Digitized by Google

operare nasce di qui. Se 12. dà 3. vn numero che contenga il 12. 2. volte, ò 3. ò 4 $\frac{1}{2}$. ò $\frac{1}{6}$. &c. dará similmente 3. 2. volte, ò 3. ò 4 $\frac{1}{2}$. ò $\frac{1}{6}$. &c. ma à sapere quante volte vn numero contiene il 12. connien partire esso numero per il 12. onde perche il 12. in 20. entra volte 1 $\frac{2}{3}$. ne segue, che 20. contenga 12. volte 1 $\frac{2}{3}$. & però 20. darà ancora volte 1 $\frac{2}{3}$. tanto, quanto da 12. cioè darà volte 1 $\frac{2}{3}$. il 3, ma per trouare quanto importa il 3. preso volte 1 $\frac{2}{3}$. conuien moltiplicare esso 3. con detto 1 $\frac{2}{3}$. che fà 5. però 5. è numero che contiene volte 1 $\frac{2}{3}$. il 3. così come il 20. contiene le medesime volte 1 $\frac{2}{3}$. il 12. onde tal dependenza, ò conuenienza hà 5. con il 20. quale hà 3. con il 12. però se 12. dà 3. il 20. darà 5. ma 5. quarto numero deriua a moltiplicare 3. secondo, via 1 $\frac{2}{3}$. che nasce à partire 20. terzo per 12 primo, però conosciamo che di tre numeri proposti per l'ordine della Regola del Tre; per trouare il quarto, si moltiplica il secondo per l'auuenimento che nasce à partire il terzo per il primo, come si volea mostrare.

Considerando noi quanto sin'hora s'è detto intorno alli diuersi modi del trouare la quarta quantità, ò numero nella Regola del Tre, esponendo essi modi l'vno dietro all'altro, potremo esponere quanto occorre con le seguenti regole.

Proposte Tre quantità tali, che la terza sia simile alla prima, dalla qual prima dependa la seconda. Volendo trouare la quarta, che sia simile alla seconda, dependendo dalla terza nel modo che la seconda depende dalla prima, Noi con la prima partiremo vna qual si vogli delle due seguenti, & con l'auuenim. moltiplicaremo l'altra, che il prodotto sarà la quarta quãtità.

Quero noi, Moltiplicaremo fra loro la seconda, & terza, & il prodotto partiremo per la prima, che l'auuenimento sara la quarta.

Querò. Partiremo la prima per vna qual si vogli delle due seguenti, & con l'auuenimento partiremo l'altra, che quello che ne viene sarà la quarta.

Per esempio, Dicendosi, 28. miglia si fanno in 8. hore, domando 40. miglia in quante hore si faranno? Et riducendo la domanda in astratto *(che così conuien fare per poter facilmente considerare, & intendere quanto si mostra)* se 28. dà 8. che darà 40? Volendo noi seruirci della prima delle tre regole, ò modi dati; di questi tre numeri 28. 8. 40. così posti per l'ordine conueniente, con il 28. primo partiremo vno delli altri dui seguenti, poniamo l'8 secondo, che ne viene $\frac{2}{7}$. & con questo $\frac{2}{7}$. moltiplicaremo l'altro numero, cioè il 40. & fà 11 $\frac{1}{7}$. qual prodotto 11 $\frac{1}{7}$. è il quarto numero cercato. Quero con il 28. primo partiremo il 40. terzo, che ne viene 1 $\frac{2}{7}$. con il quale moltiplicaremo l'altro numero, cioè 8. secondo, & fà 11 $\frac{1}{7}$. quale 11 $\frac{1}{7}$. è il quarto numero cercato. Et volendo seruirci della seconda regola, ò modo, moltiplicaremo 8. & 40. secondo, & terzo numero fra loro, che il prodotto è 320. quale partiremo per 28, primo, & ne viene 11 $\frac{1}{7}$. & questo è il quarto numero cercato. Et volendo seruirci della terza regola, ò modo, partiremo 28. primo per vno delli dui seguenti, poniamo per 8. secondo, che ne viene 3 $\frac{1}{7}$. & con questo 3 $\frac{1}{7}$. partiremo l'altro numero, cioè 40. terzo, che ne viene 11 $\frac{1}{7}$. qual 11 $\frac{1}{7}$. è il quarto numero cercato. Quero partiremo 28. primo per 40. terzo, che ne viene $\frac{7}{10}$. & con questo auuenimento $\frac{7}{10}$. partiremo l'altro numero, cioè 8. secondo, che ne viene 11 $\frac{1}{7}$. qual 11 $\frac{1}{7}$. è il quarto numero cercato; però diremo, che se 28. dà 8. ne segue, che 40. darà 11 $\frac{1}{7}$. cioè Se 28. miglia si fanno in 8. hore, le 40. miglia si faranno in hore 11 $\frac{1}{7}$.

Sappisi di più che nell'ordinare le tre quantità nella Regola del Tre, quando noi haueremo trouata, & posta nel primo luogo la prima, non importa poi dell'altre due, qual sia la seconda, ò terza, cioè potiamo ponere nel terzo luogo, ò quella che non hà compagna, & è simile alla prima, ouero potiamo ponere in esso terzo luogo quella che dependa dalla prima, & nel secondo luogo poner l'altra che non hà compagna; Onde dicendosi, In 8. hore si fanno 28. miglia, domando in quante hore si faranno 40. miglia? Noi conosciuto che le 40. miglia nõ hanno compagna, & dell'altre due la à lei simile e le 28. miglia, & però necessariamente è la prima, scriueremo esse 28. miglia nel primo luogo; & perche le 8. hore sono la sua compagna, ò dependente, potremo scriuere 8. nel terzo luogo, & nel secondo poneremo le 40. miglia, & così facendo si potrà dire. Se 28. miglia douentassero 40. miglia, le 8. hore che douentariano? ò vogliamo dire, Se in vece di 28. miglia conueniße fare 40. miglia, in vece delle 8. hore di tempo, che tempo bisognaria? onde operando in qual si vogli delli modi, ò regole sopradette, ò con vna moltiplicatione, & vna partitione, ò con due partitioni, trouaremo che douentaranno hore 11 $\frac{1}{7}$. & però le miglia 40 si fariano in hore 11 $\frac{1}{7}$. Et però per rendere maggiormente commoda la Regola del Tre, potremo dire.

Proposte tre quantità, delle quali la prima sia simile ad vna dell'altre due, & d'esse due l'altra poi dependa dalla prima. Per ritrouare la quarta, che dependa dalla simile alla prima, nel modo che dalla prima depende l'altra, noi con la prima partiremo qual si vogli delle seguenti, & con l'auuen. moltiplicaremo quella che è rimasta, che il prod. sarà la 4. quãt. cercata.

Quero

Ouero con la prima partiremo il prodotto nato dalla moltiplicatione dell'altre due fra loro, che l'auuenimento sarà la quarta quantità.

Ouero partiremo la prima per vna qual si vogli delle due seguenti, & con l'auuenimento partiremo quella che è rimasta, che l'auuenimento sarà la quarta quantità cercata.

Però per esempio. Dicendosi, A fare 28. miglia, si camina 8. hore, domando à fare 40. miglia quante hore si caminarà? Noi conoscendo che 28. è la prima quantità, doppo questa poneremo le altre due, con che ordine ci piace, cioè l'8. nel secondo luogo, ouero nel terzo; hor sia che lo poniamo nel terzo, & così scriueremo 28. 40. 8. & per trouare il quarto numero, volendo adoprare la prima delle tre regole, ò modi dati; Noi con il 28. primo partiremo qual si vogli delli dui seguenti poniamo l'8. che ne viene $\frac{2}{7}$. & con questo $\frac{2}{7}$. moltiplicaremo il 40. rimasto, che fà $11\frac{3}{7}$. & questo prodotto è il quarto numero cercato.

Ouero con il 28. primo partiremo il 40. che ne viene $1\frac{3}{7}$. & con quest' $1\frac{3}{7}$. moltiplicaremo l'8. rimasto, che fà $11\frac{3}{7}$. & questo è il quarto numero.

Et volendo seruirci della seconda regola, ò modo; Con 28. primo partiremo il prodotto delli dui seguenti *(cioè d'8. via 40.)* che è 320. & ne viene $11\frac{3}{7}$. & questo è il quarto numero.

Et volendo seruirci della terza regola, ò modo, partiremo il primo numero 28. per vno delli seguenti, poniamo per 8. che ne viene $3\frac{1}{2}$. & con questo $3\frac{1}{2}$. partiremo l'altro numero rimasto, cioè 40. & ne viene $11\frac{3}{7}$. quale è il quarto numero cercato. Ouero partiremo il 28. primo per 40. che ne viene $\frac{7}{10}$. & con questo $\frac{7}{10}$. partiremo l'8. rimasto, che ne viene $11\frac{3}{7}$. quale $11\frac{3}{7}$. è il quarto numero cercato.

Alcuni modi di breuità nell'operare nella Regola del Tre. Cap. III.

DIpoi che fauorendoci Iddio, con la scorta dell'intelletto, & discorso naturale, ci siamo grandemente alzati soura alla commune intelligenza, in questa Regola del Tre; hauendo con tanta facilità inteso i nascimēti, & regole diuerse d'operare in essa; voglio hora mostrare alcuni mirabili modi, che quando i numeri lo comportano, ci causano molta breuità in essa Regola del Tre, & anco i nascimenti, ò cause loro, procedendo pure, secondo il solito, col discorso naturale, accioche si conosca, che vn viuace intelletto con la scorta naturale può fare l'istesso facilmente, & anco può far più che non faranno quelli che sono simplicemente versati nelle dimostrationi de' libri d'Euclide, & d'altri Eccellentissimi Mathematici; gran parte de' quali durano fatica inutilmente, poiche se veniamo alli Numeri, à pena intendono quello che i simplici Abachisti; Se alle Linee, non eccedono nell'vso pratico, i vulgari Misuratori; E' ben vero, che questo auuiene, non già perche quelli famosi Mathematici non includano ne' suoi libri somma Scienza, & esquisito ordine; ma perche pochissimi hāno maniera di cauarne la midolla, ò sugo, & manifestare la reduttione delle Propositioni loro all'vso pratico, & inuentione delle regole necessarie; Nondimeno se i libri loro fussero persi, noi molto facilmēte sapressimo trouare il fonte delle Scienze, & andarle deriuando, & ampliando in infinito.

Et per dar principio alle breuità nella Regola del Tre, dico che, Proposti tre numeri nella Regola del Tre, & ordinati secondo l'vso, & per hora supponiamo che l'ordine loro sia tale, che il secondo sia quello che dependa dal primo, & il terzo sia il simile al primo. Et di più sia il primo minore di ciascuno de gl'altri dui, che così ricerca la qualità della breuità, che hora si vuol mostrare, per trouare il quarto numero. Cauisi il primo da ciascuno delli altri dui seguenti; & li dui restāti si moltiplichino fra loro, & il prodotto si parta per il primo numero, & l'auuenimento, & anco quel numero che resta à cauare il primo numero dal terzo si giongano al secondo numero, che la somma sarà il quarto numero cercato.

3489. 3504. 3496
15. 7
105
3489
quarto numero 3511 $\frac{35}{1163}$

489. 504. 496
15 7
105
489
quarto numero 511 $\frac{35}{163}$

11089. 11104. 11096
15 7
105
quarto numero 11111 $\frac{105}{11089}$

Per esempio, Dicendosi, 3489. da 3504. che darà 3496? Per trouarlo. Cauisi 3489. primo da 3504. secondo, che resta 15. & anco da 3496. terzo, che resta 7. quali dui restanti si moltiplichino fra loro, & fanno 105. quale si parta per 3489. primo, & ne viene $\frac{105}{3489}$. cioè $\frac{35}{1163}$. questo $\frac{35}{1163}$. & anco il 7. che restò à cauare il primo numero dal terzo si giongano, ò vogliamo dire si sommino con il secondo numero, che è 3504. & fà $3511\frac{35}{1163}$. quale è il quarto numero cercato.

Et se lassato il 3. prima figura sinistra di ciascuno delli tre numeri

numeri propoſti *(che ſignifica 3. miliara in ciaſcuno)* eſsi fuſſero 489. 504. 496. la operatione ſarà quaſi la iſteſſa, perche à cauare il primo dalli altri dui, reſtaranno pure 15. & 7. il predotto de' quali è pure 105. che partito per 489. primo, ne viene $\frac{1}{6}\frac{0}{8}\frac{5}{9}$. cioè *(ſchifato)* $\frac{1}{6}\frac{5}{9}$. & queſto inſieme con 7. che reſtò à cauare il primo dal terzo, ſi gionga al ſecondo, & fà $511\frac{1}{6}\frac{5}{9}$. quale è il quarto numero cercato.

Et ſe da ciaſcuno di queſti tre numeri 489. 504. 496. ſi cauaſſe anco che numero ſi vogli, poniamo 400. che douentariano 89. 104. 96. dicendo, Se 89. dà 104. che darà 106? la operatione ſarà pure quaſi la iſteſſa, perche haueremo li medeſmi reſtanti 15. & 7. che producono il medeſmo 105. quale partito per 89. primo, ne viene $1\frac{1}{8}\frac{6}{9}$. da gionger inſieme con il 7. reſtante del terzo al ſecondo 104. che faranno in

89. 104. 96
15 7
105
16
quarto numero $112\frac{16}{89}$

3489) 3504 (3496	489) 504 (496	89) 104 (96	11089) 11104 (11096
13984	1984	9984	44384
17480	2480	quarto num. $112\frac{1}{8}\frac{6}{9}$	122056
10488	249984		11096
12249984	511		123209984
3511	548		11111
17819	594		13319
3848	105		12309
3594	quarto nu. $511\frac{35}{163}$		12208
105			11194
quarto numero $3511\frac{35}{1163}$			105
			quarto numero $11111\frac{105}{11089}$

ſomma $112\frac{1}{8}\frac{6}{9}$. & queſto è il quarto numero. L'iſteſſo occorreria ſe à ciaſcuno delli tre numeri propoſti ſi giõgeſſe qualche numero à beneplacito; che ſe per eſempio propoſti 489. 504. 496. giongeſsimo à ciaſcuno poniamo 10600. formando 11089. 11104 11096. la differenza del primo al ſecondo, & terzo ſaria pure 15. & 7. & il prodotto loro 105. che partito per il primo ne verria $\frac{1}{6}\frac{0}{8}\frac{5}{9}$. & queſto inſieme con 7. che reſtò à cauare il primo dal terzo, gionto al ſecondo fariano $11111\frac{1}{6}\frac{0}{8}\frac{5}{9}$. che faria il quarto numero cercato.

Et notiſi, che per eſſere facili da fare à mente in queſti numeri tutte le operationi, che biſognano à ritrouare il quarto numero, noi lo potremo ritrouare ſenza ponere in carta figura alcuna; perche eſſendo li tre numeri propoſti per ordine poniamo 489. 504. 496. tenuto à mente il 15. & 7. che reſtano à ſottrare il primo dal ſecondo, & terzo, & moltiplicati fra loro, che fanno 105. da partire per 489. vediamo in mente, che ne verrà 105. 489. eſimi, & ci accorgiamo che egli ſi può ſchifare per 3. *(perche così il 105. come il 489. hà figure, che la ſomma loro ſi può partire per 3.)* onde partiremo il 105. per 3. con venir ponendo l'auuenimento ſopra ad vna riga per numeratore, & è 35. & anco partiremo il 489. per 3. con venir ponendo l'auuenimento ſotto alla riga per denominatore, & haueremo $\frac{1}{6}\frac{4}{9}$. poi gionto in mente al 7. *(che reſtò à cauare il primo numero 489. dal terzo 496.)* al 504. ſecondo numero, con andar ſcriuendo la ſomma *(che ſarà 511.)* à cãto da man ſiniſtra al rotto detto, haueremo in tutto $511\frac{1}{6}\frac{5}{9}$. che è il quarto numero cercato, quale ſi ſarà trouato ſenza ponere figura alcuna in carta, cioè ſenza aiuto d'alcuna operatione che ſi veda, il che parerà coſa marauigliosa; eſſendo opinione commune, che ſenza moltiplicare 504. ſecondo, via 496. terzo, & partire il prodotto per 489. primo, non ſi poſſa trouare il quarto; quali moltiplicatione, & partitione vogliono alquanto di tempo, & ſcrittura per eſequirle, dal che ſi vede, che ſe bene queſte operationi ordinarie, cioè il moltiplicare 504. con 496. & partire il prodotto per 489. ſono ſolamente due, & che quelle, che ſi adoprano nel modo, ò breuità moſtrata ſiano cinque *(cioè due ſottrattioni, vna moltiplicatione, vna partitione, & vna ſommatione)* nõdimeno perche queſte cinque ſono facili da eſequire a mente, elle vengono ad eſſere molto più breui delle due, che con il modo commune ſi fariano, & la cauſa di tal breuità è, perche il 15. & 7. che reſtano à cauare il primo numero dal ſecondo, & terzo, ſono piccoli, & facili da moltiplicare fra loro à memoria; onde conoſciamo che quãdo, Propoſti li tre numeri per ordine nella Regola del Tre, il primo è minore del ſecondo, & terzo, in dui numeri che facilmente, cioè à mente, ò con poca ſcrittura ſi poſsino moltiplicare fra loro, allhora ſi può ſempre molto facilmente trouare il quarto numero che ſi cerca.

Veniamo

Digitized by Google

Véniamo hora à mostrare la causa, ò deriuatione del modo d'operare sopradetto, & però: Supponiamo che li tre numeri proposti per ordine nella Regola del Tre, per ritrouarne il quarto siano 89. 104. 96. cioè che si dica, 89. dà 104. che darà 96? Noi considereremo, che quando 89. dà 104; 89. darà medesimamente 104. & da 89. terzo numero d'hora sino a 96. terzo numero vero vi è 7. però resta à vedere se 89. dà 104. che darà 7. Ma quando 89. dà 89. il 7. dà 7. Et perche 89. dà 104. egli viene à dare 15. di più dell'89. supposto, perilche vi resta à dire 89. dà 15. che darà 7? & per saperlo si moltiplica 7. via 15. che fà 105. & questo si parte per 89. che ne viene $1\frac{16}{89}$. però habbiamo 104. 7. & $1\frac{16}{89}$. la somma de' quali che è $112\frac{16}{89}$. forma il quarto numero cercato, essendo li tre proposti per ordine 89. 104. 96. Cioè perche noi nelli tre numeri proposti ordinatamẽte 89. 104. 96. diuidiamo il terzo 96. in due parti, che sono 89. eguale al primo, & 7. che è il restante, similmente ancora il quesito proposto si diuide in dui, che sono, 89. dà 104. che dara 89? & 89. dà 104. che darà 7? & d'essi questo secondo, cioè 89. dà 104. che darà 7? si diuide in dui, che sono 89. dà 104. che darà 7? & 89. dà 15. che darà 7? Et lo diuidiamo in dui, perche supponiamo di diuidere il 104. secondo numero de' tre proposti in due parti, che sono 89. eguale al primo numero, & 15. che è il restãte; onde il solo dire 89. dà 104 che darà 96? è tãto quanto il dire 89. dà 104. che darà 89? Et 89. dà 89. che darà 7? & 89. dà 15. che darà 7? Cioè tãto darà il 96. nel quesito proposto, quanto darà 89. il 7. & il 7. nelli tre quesiti, ne' quali lo diuidiamo; ma nel primo delli tre quesiti, che è 89. dà 104. che darà 89? sappiamo che darà il medesimo 104. secondo numero proposto. Et nel secondo delli tre, che è 89. dà 89. che darà 7? sappiamo che darà il 7. quale è il numero che resta à cauare 89. primo da 96. terzo delli tre numeri proposti. Et nel terzo delli tre quesiti, che è 89. dà 15. che darà 7? sappiamo che darà $1\frac{8}{89}$. che nasce à moltiplicare 15. per 7. & partire il prodotto per 89. primo numero; ma il 15. & 7. sono i dui numeri, che restano à cauare l'89. primo da 104. & 96. secondo, & terzo; Et perche il 104. 7. & $1\frac{8}{89}$. tre numeri che si trouano mediante li tre quesiti, gionti insieme, che fanno in somma $112\frac{16}{89}$. formano il quarto numero cercato nel nostro quesito principale; & d'essi tre numeri sommati insieme il 104. è il secondo de' tre proposti; il 7. è quello che resta à cauare 89. primo da 96. terzo, & l'$1\frac{8}{89}$. nasce à moltiplicare 15. & 7. *(restanti del secondo, & terzo cauatone il primo)* fra loro, & partire il prodotto per 89. primo, conosciamo esser chiara la regola, ò modo d'operare breue sopradetto.

Et quando delli tre numeri proposti ordinatamente nella Regola del Tre, per ritrouarne il quarto, auuenga che il primo sia minore non di ciascuno delli altri, come s'è veduto di sopra, ma solo del secondo, come sarìa, Dicendo, 38. dà 45. che darà 32? Noi considereremo, che se il 32. terzo numero fusse quanto 38. primo, egli daria similmente 45. secondo; ma perche 32. è 6. manco di 38. egli darà tanto manco di 45. quanto si trouarà à dire 38. dà 45. che darà 6? & per trouarlo, supponendo il 45. essere diuiso in 38. eguale al primo, & in 7. restante, diremo

	38.	45.	32
Tutta questa operatione	7.	6	
si può fare à mente senza		42	
scriuere figura alcuna in		$1\frac{2}{38}$	
carta, & così si troua il		6	
$37\frac{7}{38}$. senza conoscere		$7\frac{2}{38}$	
il modo.		darà	$37\frac{7}{38}$

38.	45.	38.	45	
38.	45.	6.	dara	$7\frac{2}{38}$. però se 38. dà 45. 32. darà
38.	38.	6.	6	45. manco $7\frac{2}{38}$. cioè darà
38.	7.	6.	$1\frac{2}{38}$	$37\frac{7}{38}$.

38. dà 38. che darà 6? & darà similmente 6. da serbare; poi diremo, 38. dà 7. che darà 6? Che per saperlo, moltiplicaremo 7. via 6. & fà 42. quale partiremo per 38 primo, & ne viene $1\frac{2}{38}$. però darà $1\frac{2}{38}$. quale gionto al 6. serbato fà $7\frac{2}{38}$. & così se 38. dà 45. trouaremo che il 6. darà $7\frac{2}{38}$. però sapremo che se 38. dà 45. il 32. darà $7\frac{2}{38}$. manco di 45. però cauato esso $7\frac{2}{38}$,

da 45.

Digitized by Google

da 45. & resta $37\frac{7}{9}$. questo $37\frac{7}{9}$. sarà quello che dà il 32. Hora da questo discorso deriuarà la Regola breue da ritrouare il $37\frac{7}{9}$. & la trouaremo così. Il $37\frac{7}{9}$. nasce da cauare $7\frac{2}{9}$. da 45. secondo numero, ma il $7\frac{2}{9}$. è composto da 6. & da $1\frac{2}{9}$. de' quali il 6 è il numero, in che il 38. primo supera il 32. terzo, ò vogliamo dire è il numero, che resta à sottrare 32. terzo da 38 primo, & l'$1\frac{2}{9}$. nasce à moltiplicare 6. *(che resta à cauare il terzo dal primo)* via 7. *(che resta à cauare il primo dal secondo)* & il prodotto partirlo per 38. primo, però conosciamo che à sottrare il primo numero dal secondo, & il restante moltiplicarlo per quello che resta à sottrare il terzo dal primo, & il prodotto partirlo per il primo, & all'auuenimento giongerquello che resta à cauare il terzo dal primo, & la somma cauarla dal secondo numero, il restante sarà il quarto numero cercato; Et la regola verrà à deseriuersi in questo modo.

Proposti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali che il primo sia minore del secondo, & maggior del terzo; per trouare il quarto, cioè quello che sia corrispondente al terzo, nel modo che il secondo corrisponde al primo. Cauisi il primo dal secondo, & il terzo dal primo, & li dui restanti si moltiplichino fra loro, & il prodotto si parta per il primo, & all'auuenimento si gionga quello che resta à cauare il terzo dal primo, & la somma si cauidal secondo, che il restante sarà il quarto numero cercato. Che per esempio Dicendosi 127. dà 142. che darà 114? noi cauaremo 127. primo da 142. secondo, che resta 15. & cauaremo 114. terzo da 127. primo, che resta 13. quali 15. & 13. moltiplicati fra loro fanno 10. volte 15. & 3. volte 15. cioè 150. & 45. cioè in tutto 195. qual prodotto 195. partiremo per 127. primo, & ne viene $1-\frac{6}{12}\frac{7}{7}$. che gionto à 13. che restò à cauare 114. terzo dà 127. primo fà $14-\frac{6}{12}\frac{7}{7}$. & questo cauaremo da 142. secondo, & resta $127-\frac{6}{12}\frac{7}{7}$. quale è il quarto numero cercato, però sapremo, che se 127. dà 142. ne segue che 114. darà $127-\frac{6}{12}\frac{7}{7}$.

Et quando delli tre numeri proposti ordinatamente nella Regola del Tre, per ritrouarne il quarto. Auuenga che il primo sia minore del terzo, ma maggiore del secondo, come saria dicendo. 27. dà 23. che darà 34? Noi confideraremo che il 34. terzo si diuida in 27. eguale al primo, & in 7. sopranauzo, perilche il quesito proposto ar cor'egli si diuiderà in dui, che sono 27. dà 23. che darà 27? & dara similmente 23. Et 27. dà 23. che darà 7? Et per saperlo moltiplicaremo 4. via 7. che fà 28. & questo fi partirà per 27. che ne viene $1\frac{1}{27}$. & così vedremo che il 7. dà $1\frac{1}{27}$. manco, onde se 27. dà 23. il 7. darà quello, che resta à cauare $1\frac{1}{27}$. da 7. cioè darà $5\frac{2}{27}$. Sappiamo dunque che se 27. dà 23. 27. darà 23. & 7. darà $5\frac{2}{27}$. però 34. somma di 27. & 7. darà la somma di 23. & $5\frac{2}{27}$. qual somma è $28\frac{2}{27}$. O vogliamo dire, Se 27. dà 23. il 34. supposto diuiso in 27. & 7. darà 23. & 7. manco $1\frac{1}{27}$. cioè darà la somma di 23. & 7. che è 30. manco l'$1\frac{1}{27}$. il che è $28\frac{2}{27}$. Da questo discorso cauaremo hora la regola breue da formare il $28\frac{2}{27}$. quarto numero cercato, & la trouaremo così. Il $28\frac{2}{27}$. è tanto manco del composto di 23. secondo numero, & di 7. in che il terzo supera il primo, qual composto, ò somma è 30. cioè il $28\frac{2}{27}$. è tanto manco di 30. quanto è $1\frac{1}{27}$. numero, che nasce à moltiplicare 4. differenza del secondo al primo, via 7. differenza del primo al terzo, che producono 28. & il prodotto partirlo per 27. primo, che ne viene $1\frac{1}{27}$. onde cauato esso $1\frac{1}{27}$. da 30. resta il $28-\frac{2}{27}$. A giongere dunque insieme 23. & 7. & della somma cauarne $1\frac{1}{27}$. il restante è il $28\frac{2}{27}$. cercato. Ouero, che risulta il medesimo, A cauare l'$1\frac{1}{27}$. dall'vno de' dui numeri 23. & 7. & il restante giongerlo all'altro, ne nascerà il $28\frac{2}{27}$. che $21\frac{2}{27}$. & 7. ouero $5\frac{2}{27}$. & 23. fanno il $28\frac{2}{27}$. Onde potremo deseriuere la regola in questo modo.

Proposti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali che il primo sia maggiore del secondo, ma minore del terzo, per trouare il quarto, che corrisponda al terzo, nel modo che il secondo corrisponde al primo. Cauisi il primo dal terzo, & il secondo dal primo, & li dui restanti si moltiplichino fra loro, & il prodotto si parta per il primo, & l'auuenimento si cauidal numero, che nasce à sommare con il secondo quello che restò à cauare il primo dal terzo; che il restante sarà il quarto numero cercato. Per esempio Dicendosi 328. dà 297. che darà $353\frac{25}{31}$?

328.	297.	353	328.	297.	353
	31	25		31	25
		775			775
		119			119
		328		dará	319 209/328
dará		319 209/328			

Noi cauaremo 328. primo da 353. terzo, che resta 25. & cauaremo 297. secondo da 328. primo, che resta 31. quali 25. & 31. moltiplicaremo fra loro, & producono 775. quale partiremo per 328. primo, che ne viene $2\frac{1}{4}\frac{9}{2}$. & questo si cauidà 322. somma del secondo col restante del terzo, & rimane $319\frac{2}{3}\frac{0}{2}\frac{9}{8}$. che è il quarto numero cercato.

Nella operatione, moltiplicato che si è 31. via 25. che fà 775. nel quale conosciamo che il 328. v'entra 2. volte, potiamo serbare il 2. in mente, & venirlo moltiplicando con il 328. & sottrando il prodotto dal 775. che resta 119. & sono 328. efimi, & così habbiamo 2. & 119.

Digitized by Google

& 119. 328. esimi per auuenimento; questo commodamente sottraremo dal 25. che resta 22 per l'intiero da giongere à mente con 297. secondo numero, che fà 319. da scriuere in margine, & per il rotto da porli à canto da man destra, sottraremo 119. da 328. denominatore *(che è il primo numero)* & resta 209. per numeratore, sotto al quale scriuereмo il 328. denominatore, & cosi haueremo $319\frac{209}{328}$. per il quarto numero cercato.

Et quando delli tre numeri proposti ordinatamente nella Regola del Tre, per ritrouarne il quarto, auuenga che il primo non sia minore di qual si vogli delli altri dui, cioè che il primo sia maggiore di ciascuno delli altri dui, come saria, Dicendo, 27. dà 25. che darà 21? Noi consideraremo, che se 21. terzo fusse quanto 27. primo, egli daria 25. ma perche 21. è 6. manco di 27. egli darà manco di 25. tanto, quanto si trouarà à dire 27. dà 25. che darà 6? & hora vedemo che se 27. desse 27. il 6. daria 6. ma 27. dà solo 25. cioè 2. manco di 27. però il 6. darà manco di 6. tanto, quanto si troua à dire 27. dà 2. che darà 6? & per saperlo, si moltiplicarà 2. via 6. che fa 12. & questo si partirà per 27. primo, che ne viene $\frac{12}{27}$. però se 27. dà 2. 6. darà $\frac{12}{27}$. or de se 27. da 25. il 6. darà $\frac{12}{27}$. manco di 6. cioè darà $5\frac{12}{27}$. onde se 27. dà 25. 21. darà $5\frac{12}{27}$. manco di 25. cioè darà $19\frac{15}{27}$ & questo $19\frac{15}{27}$. è il quarto numero cercato.

27. 25. 21
27. 25. 27. 25
27. 25. 6. manco darà $5\frac{12}{27}$. manco di 25. però darà $19\frac{15}{27}$
27. 27. 6. 6
27. dà 2. manco, che darà 6? darà $\frac{12}{27}$. manco, però darà $5\frac{12}{27}$

Conosciamo hora che esso $19\frac{15}{27}$. quarto numero cercato, nasce da sottrare $5\frac{12}{27}$. da 25. secondo numero, ma il $5\frac{12}{27}$. nasce à cauare $\frac{12}{27}$. dal 6. in che il terzo numero è minore del primo, ma il $\frac{12}{27}$. nasce à moltiplicare 2. differenza del secondo numero al primo, via 6. differenza del terzo numero al primo, & partire il prodotto per il primo, onde si viene à far manifesto, che à sottrare il secondo numero dal primo, & anco il terzo numero dal primo, & li dui restanti moltiplicare fra loro, & il prodotto partire per il primo numero, & l'auuenimento sottrarlo da quello che resta à cauare il terzo numero dal primo, & il restante sottrarlo dal secondo numero, che quello che finalmente rimane è il quarto numero cercato.

Et perche essendo proposti dui numeri A & B, & hauendo da cauare vn'altro poniamo C, dà vno delli proposti poniamo da B, & il restante, che fia D, douendolo cauare dall'altro de' dui propofti, cioè dall'A, il resta te che fia G, è sempre tanto, quanto è la somma di A, & C, manco B; cioè il G, è quanto resulta à sommare C, con quello che resta cauando B, da A; ò vogliamo dire *(& è l'istesso)* il G, è quanto resulta à sottrare B, dalla somma di A, & C; & lo conosciamo cosi. Essendo A, poniamo 25. B 6. & C 4. che D, restante à cauare C 4. da B 6. sarà 2. qual 2. si caua da A 25. & resta 23. che è G, noi conosciamo che se B, si cauasse da A, *(cioè 6. da 25. che restaria 19.)* il restante saria manco di G, *(cioè di 23.)* tanto, quanto importa il C, che si deue cauare dal B, onde ad esso restante 19. gionto il C 4. se ne farà il G, che è 23. O vogliamo dire, douendosi da B, cauar C, & il restante poi cauarlo da A; quando noi cauasimo B, da A, veniresimo à cauarne tanto più del douere, quanto importa il C, onde se al restare giongesimo C, la somma allhora saria il vero restate G, cercato. Questo inteso, si viene à conoscere nell' operatione superiore, che douendosi cauare $\frac{12}{27}$. da 6. & il restante sottrarlo da 25. per hauere il quarto numero cercato, che il medesimo si trouarà se giongeremo $\frac{12}{27}$. à quello che resta à sottrare 6. da 25. ò vogliamo dire *(che risulta l'istesso)* se cauaremo 6. dalla somma di 25. & $\frac{12}{27}$. Di qui si comprende poterfi anco dire, che per trouare il quarto numero, mediante li tre proposti, quando il primo è maggiore di ciascuno delli altri dui. Si sottri il secondo numero, & il terzo dal primo, & li dui restanti si moltiplichino fra loro, & il prodotto si parta per il primo numero, & l'auuenimento si gionga à quello che resta à sottrare dal secodo la differenza del terzo al primo. Ouero, & l'auuenimento si gionga al secondo, & della somma si caui la differenza del terzo al primo, che quel numero che cosi ritrouaremo sarà il quarto numero cercato.

A 25.	B 6.
2. D	4. C
23. G	2. D

A 25	B 6.
D $5\frac{12}{27}$	C $\frac{12}{27}$
G $19\frac{15}{27}$	D $5\frac{12}{27}$

In altro modo ancora potresimo deriuare la Regola di trouare il quarto numero, mediante li tre proposti per ordine nella Regola del Tre, quãdo il primo è maggiore di ciascuno delli altri dui; che ripigliando l'esempio superiore, doue si dice. Se 27. dà 25. che darà 21? noi cõsideraremo, che se 27. desse 27. 21. daria 21. ma 27. dà solo 25. cioè 2. manco di 27. però 21. darà manco di 21. tanto, quanto importa à dire 27. dà 2. che darà 21? & per trouar questo, consideraremo che se 27. dà 2. 27. daria 2. ma 21. è 6. manco di 27. però 21. darà mãco di 2. quanto importa il dire 27. dà 2. che darà 6? & per saperlo partiremo 12. prodotto di 6. via 2. per 27. & ne viene $\frac{12}{27}$. però se 27. dà 2. 6. darà $\frac{12}{27}$. onde se 27. dà 2. 21. *(che è 6. manco di 27.)* darà $\frac{12}{27}$.

manco

27. 25. 21
27. 27. 21. 21
27. 2. 21. 2

27. dà 2. manco, che dard 6 ? dard $\frac{2}{27}$. manco di 2. cioè dard $1\frac{5}{27}$. però 21. dard 21. manco $1\frac{5}{27}$. onde cauato $1\frac{5}{27}$. da 21. resta $19\frac{22}{27}$.

manco di 2. & però dard $1\frac{5}{27}$. *(che resta à sottrare $\frac{5}{27}$. da 2.)* & così habbiamo trouato, che se 27. dà 25. cioè 2. manco di 27. il 21. dard $1\frac{5}{27}$. manco di 21. però cauato $1\frac{5}{27}$. da 21. che resta $19\frac{22}{27}$. questo $19\frac{22}{27}$. sarà quello che dà 21. quando 27. dà 25. Dal che facendo la cõsideratione in questo modo, vediamo che il $\frac{2}{27}$. si caua da 2. differenza del terzo al primo, & il restante $1\frac{5}{27}$. si caua dal 21. terzo, che resta $19\frac{22}{27}$. & questo è il quarto numero cercato. Et perche à cauare $\frac{2}{27}$. da 2. & il restante cauarlo da 21. è quato giongere il $\frac{2}{27}$. à quello che resta à cauare 2. da 21. potiamo dire, che per trouare il quarto numero cercato, quando il primo è maggiore di ciascuno delli altri dui, si moltiplichi la differẽza, che è dal secondo al primo, via la differenza, che è dal terzo al primo, & il prodotto si parta per il primo, & l'auuenimento si caui dalla differenza, che è dal secondo al primo, & il restante si caui dal terzo, che quello che restarà sarà il quarto numero cercato. Ouero l'auuenimento detto si gionga à quello che resta à sottrare dal terzo la differenza che è dal secondo al primo, che la somma sarà il quarto numero cercato. Per esempio, Dicendosi, 68. da 59. che dard 56 ? cauato il secondo, & terzo numero dal primo, che resta 9. & 12. moltiplicaremo questi dui restanti fra loro, & produceno 108. quale partiremo per 68. primo, & ne viene $1\frac{40}{68}$. cioè $1\frac{10}{17}$. questo gionto à 47. che resta à sottrare dal secondo la differenza che è dal terzo al primo, ouero che resta à sottrare dal terzo la differenza che è dal secondo al primo, fà $48\frac{10}{17}$. quale è il quarto num. cercato; & si può trouare à mente, cioè senza scriuere figura alcuna in margine.

8. dà 2. che dard 6 ?

6 ——— 2
12

auuenimento $1\frac{1}{2}$

La differenza, che è dal terzo numero al primo è 2. quale sottratta dal secondo, resta niente, al qual niente giontol'auuenimento $1\frac{1}{2}$. fà $1\frac{1}{2}$. per il quarto numero.

Ouero, l'auuenimẽto $1\frac{1}{2}$. giontoal secondo num. 2. fà $3\frac{1}{2}$. & di questa somma cauato 2. differenza del terzo al primo, resta $1\frac{1}{2}$. per il quarto numero cercato.

8. dà 2. che dard 6 ?

6 ——— 2
12

auuenimento $1\frac{1}{2}$. quale cauato di 6. differẽza, che è dal secondo numero al primo, resta $4\frac{1}{2}$. & questo cauato di 6. terzo numero, resta $1\frac{1}{2}$. che è il quarto numero.

Ouero, la differenza che è dal secondo numero al primo è 6. quale sottratta dal terzo numero 6. resta niẽte, & à questo niente gionto l'auuenimento $1\frac{1}{2}$. fà $1\frac{1}{2}$. per il quarto numero cercato.

8. dà 2. che dard 5 ?

6 ——— 3
18

auuenimento $2\frac{1}{2}$

La differenza, che è dal terzo numero al primo è 3. quale cauata di 2. secondo numero, resta meno 1. cioè manca d'1. al quale manco 1. giontol'auuenimento $2\frac{1}{2}$. fà $2\frac{1}{2}$. manco 1. & però fà $1\frac{1}{2}$. per il quarto numero.

Ouero l'auuenimẽto $2\frac{1}{2}$. giontoal secondo numero 2. fà $4\frac{1}{2}$. & di questa somma cauato 3. differenza del terzo al primo, resta $1\frac{1}{2}$. per il quarto numero.

8. dà 2. che dard 5 ?

6 ——— 3
18

auuenimento $2\frac{1}{2}$. quale cauato di 6. differẽza, che è dal secondo numero al primo, resta $3\frac{1}{2}$. & questo cauato di 5. terzo numero, resta $1\frac{1}{2}$. che è il quarto numero cercato.

Ouero, la differenza che è dal secondo numero al primo è 6. quale sottratta dal terzo numero 5. resta meno 1. cioè manca d'1. & à questo mãco 1. giontol'auuenimento $2\frac{1}{2}$. fà $2\frac{1}{2}$. manco 1. & però fà $1\frac{1}{2}$. per il quarto numero.

Et sappiasi che quãdo delli tre numeri proposti nella Regola del Tre, il primo è maggiore di ciascuno delli altri dui, che all'hora à sottrare dal terzo la differenza che è dal secondo al primo, resta tanto, quãto à sottrare dal secondo la differenza che è dal terzo al primo, perche nel nostro esempio, Confiderãdo che il secõdo numero 59. & lo chiaramo A, insiemecon 6. differenza da esso al primo, che la chiamaremo B, fanno somma eguale al primo, & similmente il terzo numero 56. & lo chiamaremo S, insieme con 12. differenza da esso al primo, che la chiamaremo T, fanno somma eguale al primo, Vediamo, che tanto è la somma di A, & B, quanto la somma di S, & T, *(poiche ciascuna d'esse compone il primo numero 68.)* onde se A 59. fusse eguale ad S 56. ancora B 9. che resta doueria essere eguale à T 12. che resta, & però quãdo A, fusse eguale ad S, & perciò B, à T, tanto restaria à cauare B, da S, quero da A, quanto

68. 59. 56. A 59. S 56
9. 12. B 9. T 12

Digitized by Google

quato restaria à cauare T, da A, onero da S; Ma essendo A, maggior d'S, come è hora in 3. conuiene che il B, poi sia minore del T, nel medesimo 3. accioche quello che mãca all'S, sia ricompensato dal T, onde tanto resta à cauare S, da A, quanto restarà à cauare B, dal T. Et perche 9 B, è minore di 12 T, in 3 C, à cauare 9 B, da 56 S, restarà 3 C, di più, che à cauare 12 T, da 56 S, ma 59 A, è il medesimo 3 C, di più di 56 S, però à cauare 12 T, da 59 A, restarà 3 C, di più, che à cauare 12 T, da 56 S, ma à cauare 9 B, da 56 S, resta similmente 3 C, di più, che à cauare 12 T, da 56 S, però è chiaro, che tanto resta à cauare 9 B, da 56 S, quanto 12 T, da 59 A, cioè tanto resta à cauare B, da S, quanto T, da A. Onde formando la seguente Propositione, si potria dire. Se saranno due quantità eguali, diuise ciascuna d'esse in due parti come si vogliа, la differenza che è dalla prima parte dell'vna alla prima parte dell'altra, sarà eguale alla differenza che è dalla seconda parte dell'altra alla seconda parte dell'vna; Et similmente la differenza che è dalla prima parte dell'vna alla seconda parte dell'altra, sarà eguale alla differenza che è dalla prima parte dell'altra alla seconda parte dell'vna.

		23				6		
39	28	5	39	39	28	34	39	
		6				23		
	11	34			11	5		
		23				6		

Et notifi, che, come di già s'auuertì, tanto riesce à dire 27. da 25. che darà 21? quanto à dire 27. dà 21. che darà 25? cioè facendo che il numero, quale era terzo douenti secondo; perche così in l'vno, come nell'altro modo il prodotto, che nasce à moltiplicare 25. & 21. cioè la seconda, & terza quantità fra loro, quale è 525. si parte per 27. primo, & ne viene 19 $\frac{12}{27}$. che è il quarto numero cercato. Et così ne gl'altri.

27. 25. 21?
27. 21. 25?

Onde dicendosi 27. da 33. che darà 25? tanto importarà quanto dicendosi 27. dà 25. che darà 33? Et così quando la prima quantità è maggiore della terza, & minore della seconda, del che habbiamo la particolar Regola, per trouar la quarta; potiamo variando l'ordine nella seconda, & terza ridurla à fare che la prima sia maggiore della seconda, & minore della terza, & seruirci dell'altra regola à tal modo particolare, per ritrouare il medesmo quarto numero che si cerca. Et per ridurre esse Regole, ò modi di nuouo à memoria, si pongono qui sotto li seguenti esempij.

Regola A. Quando il primo numero è minore di ciascuno delli altri dui.

31. dà 39. che darà 52?
8 —— 21
168
auuenimẽto 5 $\frac{13}{31}$. con 8. & 52.

L'auuenim.si giunge alla somma, ò composto del terzo numero, & auãzo del secondo.

Quero si giunge alla somma del secõdo numero, & auãzo del terzo *(perche tanto sommano 52. & 8. quanto 39. & 21. poiche la differenza che si troua fra 59. & 52. è sempre la medesma, qual si troua fra 8. & 21. essendo che l'8. & 21. nascono, ò derivano da cauare vn medesmo numero (che hora è 31. da ciascun d'essi dui 39. & 52.)* O vogliamo dire. L'auuenimento si giunge con il restante, ò auanzo minore, & numero maggiore. Quero si giunge con il restante, ò auanzo maggiore, & numero minore *(delli secondo, & terzo intendendosi)* che la somma, ò numero che ne resulta è il quarto numero cercato.

Quero con 21. & 39. fà in somma 65 $\frac{5}{7}$. per il quarto nu. cercato.

127. dà 141. che darà 141?
14 —— 14
196
auuenimento 1 $\frac{69}{127}$. con 141. & 14
transfuersale fà 155 $\frac{69}{127}$. p il quarto num.

Regola B. Quando il primo numero è minore del secondo, & maggior del terzo.

127. dà 143. che darà 119?
16 —— 8
178
auuenimento 1 $\frac{1}{127}$. cauato da 135. somma del terzo numero, & restante del secondo, ò vogliamo dire differenza del secondo numero al restante del terzo, resta 133 $\frac{2}{7}$ $\frac{8}{7}$. per il quarto numero cercato.

L'auuenimẽto si caua dalla somma, che nasce à sommare insieme il terzo num. & quello che resta à cauare il primo dal secõdo; & questo che resta è il quarto numero cercato. Quero. Dal secondo num. si sottra quello che resta à cauare il terzo dal primo, & del restante si caua l'auuenimẽto, che il restante sarà il quarto numero cercato. Quero dalla differenza, che si troua à cauare il primo numero dal secondo,

127. dà 141. che darà 113?
14 —— 14
196
auuenimento 1 $\frac{69}{127}$. cauato da 127. somma trãsfuersale di 113. minore. & 14. differẽza del maggiore. Quero cauato da 127. restante transuersale, che nasce à sottrare 14. differenza del minore da 141. maggiore, resta 125 $\frac{6}{7}$ $\frac{6}{7}$. per il quarto numero cercato.

condo,

Digitized by Google

condo, ſi caui l'auuenimento, & il reſtante ſi gionga al terzo num. che la ſomma ſarà il quarto. Ouero l'auuenimento ſi caui dal terzo numero, & il reſtante ſi gionga alla differenza, ò numero, che reſta à cauare il primo numero dal ſecondo, che la ſomma ſarà il quarto numero cercato. Ouero l'auuenimento ſi caui dal ſecondo numero, & dal reſtante ſi caui la differenza, che è dal terzo al primo, che il reſtante ſarà il quarto numero cercato. Ouero l'auuenimento ſi gionga alla differenza, che ſi troua à ſottrare il terzo numero dal primo, & la ſomma ſi caui dal ſecondo numero, che il reſtante ſarà il quarto numero cercato.

Regola C. Quando il primo numero è maggiore del ſecondo, & minore del terzo.

127. dà 119. che darà 143?

8 —— 16

128

1

auuenimento $\frac{1}{127}$. cauato 135. ſomma del ſecõdo numero, & reſtante del terzo, ò vogliamo dire differenza del terzo numero al reſtante ſecõdo, reſta $133\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{0}{7}$. per il quarto numero cercato.

L'auuenimento ſi caua dalla ſomma, che naſce à ſommare inſieme il ſecondo numero, & quello che reſta à cauare il primo dal terzo, & queſto che reſta è il quarto numero cercato. Ouero dal terzo numero ſi ſottra quello che reſta à cauare il ſecõdo dal primo, & dal reſtante ſi caua l'auuenimento, che il reſtante ſarà il quarto numero cercato. Ouero dalla differenza che ſi troua à cauare il primo num. dal terzo, ſi caui l'auuenimento, & il reſtante ſi gionga al ſecondo numero, che la ſomma ſarà il quarto. Ouero l'auuenimento ſi caui dal ſecondo numero, & il reſtante ſi gionga alla differenza, ò numero, che reſta à cauare il primo nomero dal terzo, che la ſomma ſarà il quarto numero cercato. Ouero l'auuenimento ſi caui dal terzo numero, & dal reſtante ſi caui la differenza che è dal ſecondo al primo, che il reſtante ſarà il quarto numero cercato. Ouero l'auuenimẽto ſi gionga alla differenza, che ſi troua à ſottrare il ſecondo numero dal primo, & la ſomma ſi caui dal terzo numero, che il reſtante ſarà il quarto numero cercato.

127. dà 113. che darà 141?

14 —— 14

196

69

auuenimento $\frac{1}{127}$. cauato da 127. ſomma trasfuerſale di 113. minore, & 14. differẽza del maggiore. Ouero cauato da 127. reſtante trasfuerſale, che naſce à ſottrare 14. differenza del minore da 141. maggiore, reſta $125\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{3}{4}$. per il quarto numero cercato.

Ma dall'operare di queſte due Regole B, & C, conoſciamo elle poterſi ridurre in vna Regola ſola, dicendo.

Regola B C. Quando il primo numero è maggiore dell'vno de' ſeguẽti, & minore dell'altro.

973. dà 1028. che darà 897?

55 —— 76

4180

288

auuenimento 4 $\frac{\quad}{947}$

685

973

l'auuenimẽto cauato dà 55. che reſta 150. cõ il rotto $\frac{0}{1}\frac{2}{7}\frac{5}{1}$. & queſto gionto ad 897. fà $947\frac{0}{1}\frac{2}{7}\frac{5}{1}$. per il quarto numero cercato.

1357. dà 1216. che darà 1412?

141 —— 55

7755

970

auuenimẽto 5 $\frac{\quad}{970}$. cauato da 55. & il reſtante gionto à 1216. fà $1265\frac{1}{1}\frac{2}{7}\frac{7}{7}$. per il quarto numero cercato.

L'auuenimento ſi ſottri dalla ſomma, che naſce à ſommare inſieme il minore con il reſtante dell'altro, che il reſiduo ſarà il quarto numero cercato. Ouero l'auuenimento ſi caui dal minore, & quello che reſta ſi ſommi con il reſtante dell'altro, che la ſomma ſarà il quarto numero. Ouero dal numero che reſta à cauare il primo da quello che è maggior di lui, ſi caui l'auuenimento, & il reſtante ſi gionga al numero minore delli tre propoſti, che la ſomma ſarà il quarto numero cercato.

973. dà 1136. che darà 928?

163 —— 45

7335

524

auuenimento $7\frac{\quad}{524}$. cauato da 163. & il reſtante gionto à 928. fà $1083\frac{0}{1}\frac{2}{7}\frac{5}{1}$. per il quarto numero cercato.

1357. dà 1216. che darà 1538? Egli darà $1378\frac{2}{1}\frac{0}{7}\frac{3}{1}$.

141 —— 181

25521

11951

1095

auuenimento 18 $\frac{\quad}{1357}$

$1378\frac{262}{1357}$. quarto numero,

Regola

Regola D, Quando il primo numero è maggiore di ciaſcuno delli altri dui.

Delli dui numeri ſecondo, & terzo, Cauiſi dall'vno la differenza che è dal primo all'altro, & al reſtante ſi gionga l'auuenimento, che la ſomma ſarà il quarto numero cercato. Per partire

423. dà 398. che darà 412 ?
25 —— 11

auuenimento $\frac{275}{423}$

Cauato 25. da 412. ouero 11. da 398. reſta 387. al quale gionto l'auuenimento, fà $387\frac{2}{6}\frac{5}{6}$. per il quarto nu.

319. dà 297. che darà 297 ?
22 —— 22

$\frac{484}{165}$

auuenimento $1\frac{165}{319}$. gionto à 275. che reſta à ſottrare tranſuerſalmente 22. differenza, da 297. numero, fà $276\frac{1}{3}\frac{4}{9}$. p il quarto num.

47. dà 27. che darà 16 ?
20 —— 31

620

$\frac{9}{47}$

auuenimento $13\frac{9}{47}$

Cauato 20. dà 16. ouero 31. da 27. reſta 4. meno, cioè 4. di manco, & à queſto gionto l'auuenimẽto, fà $13\frac{5}{7}$. manco 4. cioè $9\frac{5}{7}$. quale è il quarto num. cercato.

97. dà 37. che darà 37 ?
60 —— 60

3600

$\frac{11}{97}$

$37\frac{11}{97}$

23

$14\frac{11}{97}$

97. dà 37. che darà 37 ?

3600

11

darà $14\frac{11}{97}$

3600. per 97. primo numero, Vediamo, che 3600. contiene 36. centonara, però il 100. in 3600. entrarà 36. volte, ma il 97. che è 3. manco di 100. v'entrarà ancor'egli le iſteſſe 36. volte, & di più auanzarà 3. volte 36. cioè 108 *(perche auanzando 3. per ciaſcuna volta, auãzarà 3. 36. volte)* in queſto 108. il 97. v'entra 1. volta, & auanza 11. però con l'11. formato il rotto, & l'1. gionto à 36. farà $37\frac{1}{3}$. che è l'auuenimento nato à partire 3600. per 97. hora ſi caui 60. da 37. che reſta meno 23. *(trouato à cauare conuerſamente 73. da 60. tranſuerſale)* queſto meno 23. ſi gionga all'auuenimento, che farà $37\frac{1}{3}$. meno 23. cioè fà $14\frac{1}{3}$. *(& ſi troua ſottrando conuerſamente (cioè con l'elemento contrario al ſommare) detto 23. da $37\frac{1}{3}$.)* quale $14\frac{1}{3}$. è il quarto numero cercato. Et queſto ſi può fare à mẽte, perche il 3600. ſcritto, è tenuto à mente; & ſcritto il $37\frac{1}{3}$. da cauarne il 23. potiamo, mẽte che lo andiamo cauando, venir conciando le figure del 37. sì che il 7. douenti 4. che reſta à ſottrare 3. da 7. & il 3. douenti 1. che reſta à ſottrare 2. da 3,

Da quãto s'è moſtrato ſi viene à conoſcere, che li modi detti da vſare nella Regola del Tre, per breuità; quando i numeri propoſti ſono tali, che ſi conoſca le differenze da trouarſi eſſere numeri facili da adoprare, vengono à riſtringerſi in tre, così come in tre modi può variare il primo numero, riſpetto à gl'altri dui; perche ò che eſſo primo numero ſarà minore di ciaſcuno de gl'altri dui, ò minore dell'vno, & maggior dell'altro, ouero ſarà maggiore di ciaſcuno de gl'altri dui; onde per ridurre quanto occorre ad vna Regola ſola diuiſa in tre parti, potremo dire. Propoſti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, di modo che il primo ſia quello, dal quale dependa vno de gl'altri dui *(che non importa ſe il dependente è ſecondo, ò terzo)* per trouare il quarto. Moltiplichinſi fra loro le differenze, che ſono fra il primo numero, & ciaſcuno de gl'altri dui, & il prodotto ſi parta per il primo numero, & l'auuenimento ſi ſerbi, Poi ſe il primo numero ſarà minore di ciaſcuno de gl'altri dui, eſſo auuenimento ſi ſommi con l'vno delli dui numeri, & con la differenza dell'altro al primo, che la ſomma ſarà il quarto numero. Ma ſe il primo numero ſia minore dell'vno, & maggiore dell'altro, allhora ſommiſi il minore d'eſsi dui numeri con il reſtante, ò differenza dell'altro al primo, & della ſomma ſi caui l'auuenimento ſerbato, che il reſtante ſarà il quarto numero. Et quando il primo numero fuſſe maggiore di ciaſcuno de gl'altri dui, Cauiſi l'vna delle due differẽze dall'altro de'dui numeri, & al reſtante ſi gionga l'auuenimento ſerbato, che la ſomma ſarà il quarto num. cercato.

Voglio anco per ſatisfare alli ingegnoſi intellecti, & deſideroſi di varietà, moſtrare alcuni altri modi di trouare il quarto numero nella Regola del Tre, mediante li tre propoſti, quando il ſecondo, ò il terzo è moltiplice al primo, cioè contiene il primo alcun numero di volte preciſe, Ouero quando vn d'eſsi ſecondo, & terzo è moltiplice non preciſe al primo, cioè lo contiene alcune volte, & oltre di ciò vi auanza qualche coſa, ò numero. Et prima Suppogniamo che il ſecondo ſia moltiplice preciſe al primo, come auuiene dicendo, 128. dà 1664. che darà 235 ? nel qual caſo il ſecondo 1664. cõtiene 13. volte preciſe il 128. primo, eſſendo che 128. in 1664. entra 13. volte preciſe, cioè ſenza auanzo, però ſapendo noi che il quarto numero deue hauere tal conuenienza al terzo, quale hà il ſecondo al primo, conoſciamo che ſe il ſecondo contiene 13. volte il primo, conuiene che anco il quarto contenga 13. volte, cioè ſia 13. volte tanto, quanto il terzo, però moltiplicando 235. per 13. che fà 3055. concluderemo che queſto

ſia il

Digitized by Google

fia il quarto numero; onde ſe 128. dà 1664. il 235. darà 3055. Et dicendo 128. dà 235. che darà 1664? quì il terzo numero contiene il primo 13. volte preciſe, però conuiene che il quarto contenga ſimilmente le iſteſſe 13. volte preciſe il ſecondo, cioè che ſe il primo douenta 13. tanti, trafmutandoſi nel terzo, ancora il ſecondo douentarà 13. tanti, trafmutandoſi nel quarto, cioè il quarto douerà eſſere 13. volte quanto il ſecondo; onde moltiplicando 235. ſecondo per 13. che fà 3055. concluderemo che il quarto ſarà 3055. Di quì dunque cauiamo per Regola, che quãdo nella Regola del Tre il primo numero entra alcun numero di volte preciſe in l'vno delli dui ſeguenti, che per trouare il quarto noi moltiplichiamo l'altro di detti dui ſeguenti per il numero delle volte, che il primo entra nell'vno, & il prodotto ſarà il quarto numero cercato. Per eſempio, Dicendoſi 36. dà 29. che darà 252? Perche 36. primo entra in 252. 7. volte preciſe, moltiplicaremo 29. per 7. che fà 203. & queſto 203. è il quarto numero. Et notiſi, che quãdo il primo numero non entraſſe preciſe, cioè per volte intiere, in vno de gl'altri dui, ma vi auanzaſſe tal numero, che con eſſo, & con il primo ſi formaſſe rotto facile da adoprare à mente; noi anco facilmente potreſsimo ritrouare il quarto, moltiplicando ſempre l'altro numero per il numero delle volte compreſoui il rotto, che il primo entra in l'vno, onde dicẽdoſi 48. dà 37. che darà 252? noi vediamo che 48. entra in 252. 5. volte, & auanza 12. che con il 48. formaria $\frac{1}{4}\frac{2}{4}$. che è $\frac{1}{4}$. cioè che 48. in 252. entra volte $5\frac{1}{4}$. & però il 37. nel quarto numero, che cerchiamo, douerà entrare le medeſme volte $5\frac{1}{4}$. cioè il quarto ſarà volte $5\frac{1}{4}$. quanto 37. onde moltiplicaremo 37. via $5\frac{1}{4}$. & ſi può fare à mente, perche $\frac{1}{4}$. via 37. cioè $37.\frac{1}{4}$. di volta, ò vogliamo dire il quarto di 37. è $9\frac{1}{4}$. onde ſcritto $\frac{1}{4}$. & ſerbato 9. à mẽte, moltiplicaremo poi il 37. per 5. giongendoli il 9. ſerbato, dicendo 5. via 7. fà 35. & 9. fà 44. che poſto il 4. deſtro à canto di man ſiniſtra all'$\frac{1}{4}$. già ſcritto auanza 4. poi 5. via 3. fà 15. & 4. auanzato fà 19. che poſto à canto al $4\frac{1}{4}$. fà $194\frac{1}{4}$. & queſto è il quarto numero cercato. Et dicendoſi 39. dà 65. che darà 278? perche il 39. primo in 65. entra volte $1\frac{2}{3}$. cioè volte $1\frac{1}{3}$. noi moltiplicaremo, ò pigliaremo il 278. ſimilmente le medeſme volte $1\frac{1}{3}$. che l'$\frac{1}{3}$. di 278. è $92\frac{1}{3}$. però li $\frac{1}{3}$. ſaranno 2. volte $92\frac{2}{3}$. cioè $185\frac{1}{3}$. poi, perche 1. volta 278. fà l'iſteſſo 278. à queſto 278. andaremo giongendo il $185\frac{1}{3}$. *(& lo poiremo fare ſerbando in mente il 185. ouero accommodando le figure d'eſſo nel modo che douerà ſtare la ſomma)* & fà $463\frac{1}{3}$. quale è il quarto numero cercato. Et quando il primo numero entraſſe in ciaſcuno delli dui ſeguenti per alcun numero di volte preciſe, ò per numero di volte miſto d'intiero, e rotto facile da adoprare à mente, noi anco facilmente potremo trouare il quarto, ſeruendoci ò del numero delle volte, che il primo entra nel ſecondo, ò del numero delle volte che egli entra nel terzo, come più ci vien commodo; che ſeruendoci del numero delle volte che il primo entra nel ſecondo, con eſſo numero di volte moltiplicaremo il terzo. Ma ſeruendoci del numero delle volte che il primo entra nel terzo, con eſſo numero di volte moltiplicaremo il ſecondo, che in ciaſcun modo il prodotto che ne deriuarà ſarà il quarto numero cercato. Per eſempio, Dicendoſi 28. dà 68. che darà 896? Quì il 28.

28. 68. 896
$2\frac{1}{3}$. 128
384
1792
quarto num. 2176

28. 68. 896
$2\frac{1}{3}$. 128
quarto 2176
perche $2\frac{1}{3}$. è $\frac{1}{3}$. tolto l'$\frac{1}{3}$. di 896 che è 128. lo moltiplicaremo per 17. & fà 2176.

28. 68. 896
32
quarto 2176
Quì sẽza ſcriuere il $2\frac{1}{3}$. che è $\frac{1}{3}$. da tenere à mente, ſi piglia l'$\frac{1}{3}$. di 896. che è 128. & queſto moltiplicarlo per 17. ſi và trafmutando nel 2176. che ſolo appariſce in margine.

primo nel 68. entra volte $2\frac{1}{3}$. Et anco entra nell'896. terzo, volte 32. però potremo moltiplicare 896. per $2\frac{1}{3}$. ouero moltiplicare 68. per 32. che in ciaſcun modo ſe ne produce 2176. & queſto è il quarto numero. Si può anco trouare il quarto numero in altro modo, & è moltiplicando il numero delle volte che il primo entra nel ſecondo, per il numero delle volte che il primo entra nel terzo, & il prodotto ſarà il numero delle volte che il primo deue entrare nel quarto, qual prodotto moltiplicandolo per il primo, quello che ne naſcerà ſarà il quarto. Onde dicendoſi 18. dà 63. che darà 144? Il primo nel ſecõdo entra volte $3\frac{1}{2}$. & nel terzo entra volte 8. però moltiplicaremo $3\frac{1}{2}$. via 8. che fà 28. & queſto 28. moltiplicaremo per 18. primo numero, & fà 504. quale è il quarto numero cercato. La cauſa di ciò è euidente, perche ſe il primo entra volte $3\frac{1}{2}$. nel ſecondo, ancora il terzo deue entrare le iſteſſe volte $3\frac{1}{2}$. nel quarto, ò vogliamo dire ſe il ſecondo è volte $3\frac{1}{2}$. quanto il primo, ancora il quarto deue eſſere volte $3\frac{1}{2}$. quanto il terzo; & ſe il terzo è volte 8. quanto il primo, il quarto che contiene il terzo volte

38. 63. 144
$3\frac{1}{2}$ 8
28
504

Digitized by Google

volte $3\frac{1}{2}$. cioè che è volte $3\frac{1}{2}$. quanto il terzo, verrà à contenere il primo volte $3\frac{1}{2}$. 8. volte; ma $3\frac{1}{2}$. 8. volte è 28. però contenirà il primo 28. volte, onde moltiplicato il primo per 28. il prodotto sarà il quarto numero. Il medesimo si dice ne gl'altri casi.

Et di quì si scorge, che per trouare il quarto numero nella Regola del Tre, si possono adoprare due partitioni, & due moltiplicationi, dicendo. Propoſti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, per trouare il quarto. Partasi il secondo per il primo, & anco il terzo per il primo, & li dui auuenimenti si moltiplichino fra loro, & il prodotto si moltiplichi per il primo numero, che il prodotto sarà il quarto cercato. Auuertiscasi nondimeno, che questo modo, cioè facendo due partitioni, & due moltiplicationi, non apporta breuità nell'operare, ma s'è mostrato per farne auisato il Lettore.

Seguiremo hora ad andare inuentando altri modi ingegnosi da trouare il quarto numero, mediante li tre propoſti ordinati nella Regola del Tre; quando l'vno de' dui secondo, & terzo contiene il primo alcune volte con auanzo, & che l'altro è differente dal primo, cioè è maggiore, ò minore in numero facile da adoprare à mente. Perilche Supponiamo che si dica 29. dà 328. che darà 37? nel qual caso 328. secondo contiene il 29. primo 11. volte, & auanza 9. & il 37. terzo è maggiore del primo in 8. noi perciò potremo supponere, che il 328. sia diuiso in 329. che è 11. volte quanto il primo, & in 9. che è l'auanzo, dicendo 29. dà 319. che darà 37? & 29. dà 9. che darà 37? Nella prima parte Se 29. dà 319. cioè 11. volte 29. il 37. darà similmente 11. volte 37. però moltiplicãdo 37. per 11. trouaremo, che darà 407. Nell'altra parte, oue si dice 29. dà 9. che darà 37? supponeremo il 37. diuiso in 29. eguale al primo, & in 8. auanzo, & diremo, 29. dà 9. che darà 29? il che darà similmente 9. & 29. dà 9. che darà 8? il che darà $2\frac{1}{2}\frac{8}{29}$. *(che 8. via 9. fà 72. quale partito per 29. ne viene* $2\frac{1}{2}\frac{8}{29}$.*)* onde sappiamo, che se 29. dà 319. 37. darà 407. & se 29. dà 9. 29. darà 9. & se 29. dà 9. 8. darà $2\frac{1}{2}\frac{8}{29}$. Il che tutto importa quanto à dire 29. dà 328. che darà 37? Ma 407. 9. & $2\frac{1}{2}\frac{8}{29}$. fanno in somma $418\frac{1}{2}\frac{8}{29}$. però 37. darà $418\frac{1}{2}\frac{8}{29}$. quando 29. dà 328. Et così habbiamo trouato il quarto numero cercato essere $418\frac{1}{2}\frac{8}{29}$.

29. dà 238. che darà 37?		11	
11		29. 328	37
29. dà 319. 37. darà 11. volte 37.		9 ——	8
cioè darà 407.			72
29. dà	9. 37	auuenimento	$2\frac{1}{2}\frac{8}{29}$
29. dà	9. 29 darà 9	differẽza del 328. al primo, oltre alle 11. volte che lo contiene.	9
29. dà	9. 8 darà $2\frac{1}{2}\frac{8}{29}$	Prodotto, che nasce à moltiplicare il 37. per 11. numero delle volte, che il primo entra nel 328.	407
quarto	$418\frac{1}{2}\frac{8}{29}$	quarto num.	$418\frac{1}{2}\frac{8}{29}$

Per deriuarne hora la Regola, Considereremo il nascimento delli tre numeri 407. 9. $2\frac{1}{2}\frac{8}{29}$. che gionti insieme formano il quarto numero cercato, Et vedremo che il 407. è sempre il prodotto che si troua à moltiplicare il numero delle volte intiere, che il primo è contenuto dal secondo, via il terzo; Il 9. è sempre quello in che il secondo supera il primo, oltre al contenerlo le volte intiere dette; Il $2\frac{1}{2}\frac{8}{29}$. è sempre l'auuenimento, che nasce à partire per il primo il prodotto trouato à moltiplicare il 9. detto, in che il secondo supera il primo, oltre alle volte intiere che lo contiene, via il numero in che il terzo supera, ò vogliamo dire è maggiore del primo; però potremo scriuere la Regola nel modo seguente. Propoſti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali che il secondo contenga alcune volte intiere il primo, & oltre di ciò lo superi in qualche numero; & che il terzo sia maggiore del primo, Per trouare il quarto numero, Moltiplichisi il numero in che il terzo supera il primo, via il numero in che il secondo supera il primo, oltre al contenerlo le volte intiere che lo contiene, & il prodotto si parta per il primo, & all'auuenimento si gionga il numero in che il secondo supera il primo, oltre alle volte intiere che lo contiene, & anco se li gionga il numero che nasce à moltiplicare il terzo, via il numero delle volte intiere dette, che il secondo contiene il primo, che la somma sarà il quarto numero cercato.

In altro modo ancora si potria fare la cõsideratione per trouare il quarto numero, mediante li tre propoſti 29. 328. 37. & saria, Supponendo diuiso il 37. terzo in 29. eguale al primo, & in 8. soprauanzo, dicendo 29. dà 328. che darà 29? *(& darà similmente 328.)* & 29. dà 328 che darà 8? Et in questo supponendo diuiso il 328. in 319. & 9. dicendo, 29. dà 319. che darà 8? *(& darà 11. volte 8. cioè 88)* & 29. dà 9. che darà 8? il che darà $2\frac{1}{2}\frac{8}{29}$. onde sappiamo che se 29.

Digitized by Google

11
29. dà 328. che darà 37?
9 ——— 8
72
auuenimento $2\frac{14}{29}$

ꝓdotto che nasce à moltiplicare 8. in che il terzo è maggiore del primo, via 11. numero delle volte intiere, che il primo è contenuto dal secondo. 88
secondo numero 328
quarto numero $418\frac{14}{29}$

29. dà 328. 29. darà 328
29. dà 328. 8
11
29. 319. 8. darà 11. volte 8. cioè darà 88
29. 9. 8. darà $2\frac{14}{29}$
quarto numero $418\frac{14}{29}$

dà 328. 29. darà 328. & se 29. dà 319. 8. darà 88. & se 29. da 9. 8. darà $2\frac{14}{29}$. Il che tutto importa quãto à dire, 29. dà 328. che darà 37? Ma 328. 88. & $2\frac{14}{29}$. fanno in somma $418\frac{14}{29}$. però 37. darà $418\frac{14}{29}$. quando 29. da 328. onde $418\frac{14}{29}$. è il quarto numero cercato.

Hora considerando il nascimẽto delli tre numeri 328. 88. $2\frac{14}{29}$. quali gionti insieme formano il $418\frac{14}{29}$. quarto numero cercato; vediamo che il 328. è sempre il secondo numero; l'88. nasce à moltiplicare 8. numero, in che il terzo supera il primo, via 11. numero delle volte intiere, che il primo entra nel secondo, & il $2\frac{14}{29}$. è l'auuenimento, che si troua à partire per il primo il prodotto nato à moltiplicare 9. in che il secondo supera il primo, oltre alle volte intiere che lo contiene, via 8. in che il terzo è maggiore del primo. Però potremo scriuere la Regola nel modo seguente. Moltiplichisi il numero, in che il terzo supera il primo, via il numero, in che il secondo supera il primo, oltre al contenerlo le volte intiere che lo cõtiene, & il prodotto si parta per il primo, & all'auuenimento si gionga il numero che nasce à moltiplicare quello, in che il terzo supera il primo, via il numero delle volte intiere, per le quali il secondo contiene il primo, & anco se li gionga il secondo numero, che la somma sarà il quarto numero cercato.

Supponendo hora che il terzo numero sia minore del primo, come auuerrà dicendo, 29. dà 328. che darà 23? Nel qual caso il primo entra nel secondo 11. volte intiere, & auanza di più 9. & il terzo è minore del primo in 6. Noi potremo considerare il 328. diuiso in 319. che contiene il 29. primo le 11. volte intiere, & in 9. che vi è di più, dicendo, 29. dà 319. che darà 23? & 29. da 9. che darà 23? Nella prima parte se 29. dà 319. cioè 11. volte 29. il 23. darà similmente 11. volte 23. però moltiplicando 23. per 11. trouaremo che darà 253. Nell'altra parte, che è 29. dà 9. che darà 23. Perche il 23. è 6. manco di 29. darà anco manco di 9. & tanto, quanto importa il dire, 29. dà 9. che darà 6? onde moltiplicato 6. via 9. che fà 54. & questo partito per 29. ne viene $1\frac{25}{29}$. però se 29. dà 9. 23. darà 9. manco $1\frac{25}{29}$. cioè darà $7\frac{4}{29}$. Sappiamo dunque, che se 29. dà 319. 23. darà 253. & se 29. dà 9. che 23. darà 9. manco $1\frac{25}{29}$. cioè darà $7\frac{4}{29}$. il che importa quanto à dire 29. dà 328. che darà 23? ma 253. & $7\frac{4}{29}$. fanno in somma $260\frac{4}{29}$. però 23. darà $260\frac{4}{29}$. quando 29 dà 328. & così il quarto numero cercato si conosce essere $260\frac{4}{29}$. Per deriuarne la Regola, Consideraremo il nascimento delli tre numeri 253. 9. & $1\frac{25}{29}$. dalla somma de' dui primi, de' quali cauatone l'altro, resta il quarto numero cercato, & vedremo che il 253. è sempre il prodotto, che si troua à moltiplicare il terzo numero delli tre proposti, via il numero delle volte intiere che il primo entra nel secondo; Il 9. è sempre quello che di più auanza nel secondo, oltre all'entrarui il primo le volte intiere dette; & l'$1\frac{25}{29}$.

11
29. dà 328. che darà 23?
9 ——— 6
54
auuenimento $1\frac{25}{29}$

auanzo del secondo sopra al primo, oltre alle 11. volte intiere, che lo contiene. 9

ꝓdotto che nasce à moltiplicare il terzo, via 11. numero delle volte intiere, che il primo entra nel secondo. 253
somma 262
cauato l'auuenimento $1\frac{25}{29}$
resta $260\frac{4}{29}$
che è il quarto numero.

29. dà 319. 23. darà 11. volte 23. cioè 253
29. dà 9. 23. darà 9. mãco $1\frac{25}{29}$. cioè $7\frac{4}{29}$
29. dà 9. 6. darà $1\frac{25}{29}$
54
$1\frac{25}{29}$
$260\frac{4}{29}$. è il quarto numero.

Digitized by Google

l'1 $\frac{5}{29}$ è sempre l'auuenimẽto che nasce à partire per il primo quel numero che si troua à moltiplicare 9. in che il secondo supera il primo, oltre alle volte intiere che lo contiene, via 6. in che il terzo è minore del primo, perilche potremo scriuere la Regola nel modo seguente.

Proposti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali che il secondo contenga alcune volte intiere il primo, & oltre di ciò lo superi in qualche numero, & che il terzo sia minor del primo. Per trouare il quarto numero. Moltiplichisi il numero in che il terzo è minore del primo, via il numero in che il secondo supera il primo, oltre al contenerlo le volte intiere che lo contiene, & il prodotto si parta per il primo, & l'auuenimento si serbi; Poi si moltiplichi il numero delle volte intiere che il primo entra nel secondo, via il terzo numero delli tre proposti, & al prodotto si gionga il numero in che il secondo supera il primo, oltre al contenerlo le volte intiere dette, & dalla somma di questi dui numeri si caui l'auuenimento serbato; Ouero che risulta l'istesso, Si caui l'auuenimento da vno di questi dui numeri, & al restante si gionga l'altro, che il numero che in qual si vogli di questi modi nascerà sarà il quarto numero cercato.

In altro modo ancora si potria fare la considerazione per trouare il quarto numero, mediante li tre proposti 29. 328. 23. & saria cõsiderando che se il terzo numero fusse 29. quanto il primo, egli daria 328. quanto è il secondo; ma il terzo numero è solamente 23. cioè 6. manco di 29. però darà ancor mãco di 328 tanto quanto importa il dire 29. dà 328. che darà 6? & p trouarlo, supporemo diuiso il 328. in 319. che è 11. volte quanto il primo, & in 9. che è l'auanzo, & diremo, 29. dà 319. che darà 6? & perche 319. è 11. volte 29. questo 6. darà 11. volte 6. cioè darà 66. diremo ancora 29. dà 9. che darà 6? & darà 1 $\frac{5}{29}$. quale con il 66. già trouato fà 67 $\frac{5}{29}$. & questo è quello che dà 6. quando 29. dà 328. aduque il 23. dà 67 $\frac{5}{29}$. manco di 328. però cauato 67 $\frac{5}{29}$. da 328. che resta 260 $\frac{24}{29}$. questo sarà quãto dà 23. quando 29. dà 328. cioè 260 $\frac{24}{29}$. sarà il 4. nu. cercato.

11
29. dà 328. che darà 23?
9 —— 6
54
25
auuenimento 1 $\frac{25}{29}$

prodotto che nasce à moltiplicare il numero, in che il terzo è minor del primo, via il numero delle volte intiere, che il primo entra nel secondo. 66

somma 67 $\frac{25}{29}$

quale si caua dal secondo num. & resta 260 $\frac{24}{29}$. per il quarto cercato.

29. dà 328. 29. daria 328
29. 328. 6
11
29. dà 319. 6. darà 11. volte 6. cioè 66
29. dà 9. 6. darà 1 $\frac{25}{29}$

però se 29. dà 328. 6. darà questa sõma 67 $\frac{25}{29}$

quale cauato da 328. resta 260 $\frac{24}{29}$. per il quarto numero cercato.

Hora considerando il nascimento delli tre numeri 328. 66. 1 $\frac{5}{29}$. dal primo de' quali cauato la somma delli altri dui, resta il quarto numero cercato. Noi vediamo il 328. esser sempre il secondo numero delli tre proposti; Il 66. esser sempre il prodotto che nasce à moltiplicare il numero, in che il terzo è minor del primo, via il numero delle volte intiere che il primo entra nel secondo, & l'1 $\frac{5}{29}$. è sempre l'auuenimento che si troua à partire per il primo num. il prodotto che si troua à moltiplicare il numero, in che il terzo è minor del primo, via quello che auanza nel secondo, oltre alle volte intiere dette che egli cõtiene il primo, però potremo scriuere la Regola nel modo seguente. Moltiplichisi il numero in che il terzo è superato dal primo, via il numero in che il secondo supera il primo, oltre al contenerlo le volte intiere che lo contiene, & il prodotto si parta per il primo, & all'auuenimento si gionga il numero che nasce à moltiplicare quello, in che il terzo è superato dal primo, via il numero delle volte intiere, per le quali il secondo contiene il primo, & la somma si caui dal secondo numero, che il restante sarà il quarto numero cercato. Et perche ci accorgiamo che nel primo modo, ò regola in ciascuno delli dui casi, cioè quando il terzo è maggiore del primo, & ancora quando egli è minor del primo, si moltiplica il terzo, via il numero delle volte intiere che il primo entra nel secondo, & al prodotto si gionge il numero, in che il secondo supera il primo, oltre al contenerlo le volte intiere dette, che il primo entra nel secondo, & poi a questi dui si gionge il numero, quale habbiamo chiamato auuenimento, quando il terzo è maggior del primo. Ma quando il terzo è minor del primo, allhora habbiamo cauato l'auuenimento dalla somma delli detti dui numeri, & così ne è nato il quarto numero cercato. Et anco ci accorgiamo che nel secondo modo, ò regola in ciascuno delli dui casi, si moltiplica il numero, in che il terzo supera, ò è superato dal primo, via il numero delle volte che il primo entra nel secondo, & al

prodotto

Digitized by Google

prodotto si gionge il numero da noi chiamato auuenimento, & la somma si gionge al secondo numero, quando il terzo è maggior del primo, ma quando il terzo è minore del primo, allhora detta somma si sottrà dal secondo, & così ne nasce il quarto numero cercato. Noi perciò dando vna regola sola per ciascuno de' dui modi in ambidui i casi, potremo dire.

Proposti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali che il primo entri nel secondo alcune volte intiere con auanzo, & che il terzo sia maggiore, ò minore del primo, per trouare il quarto numero. Moltiplichisi il numero, in che il terzo è differente dal primo, via il numero, in che il secondo supera il primo, oltre al contenerlo le volte intiere che lo contiene, & il prodotto si parta per il primo, & l'auuenimento si serbi. Poi si moltiplichi il terzo, via il numero delle volte intiere, che il primo entra nel secondo, & al prodotto si gionga il numero che auanza nel secōdo, leuatone quello che importano le volte intiere che v'entra il primo, & alla somma di questi dui si gionga l'auuenimēto serbato, quando il terzo numero è maggior del primo. Ma dalla somma di detti dui si caui l'auuenimento serbato, quando il terzo numero è minor del primo che la somma in l'vn caso, ma il restante nell'altro sarà il quarto numero cercato.

Ouero in altro modo. Moltiplichisi il numero, in che il terzo supera, ò e superato dal primo, via il numero delle volte intiere che il primo entra nel secondo, & al prodotto si gionga il numero, che si troua p auuenimento; & la somma si gionga al secondo numero, se il terzo è maggior del primo. Ma la somma si caui dal secondo numero, se il terzo è minor del primo, che la somma in vn caso, ma il restante nell'altro sarà il 4. num. cercato. Et quādo non il secondo numero, ma il terzo contenga il primo alcune volte intiere cō auanzo, essendo poi il secondo maggiore, ò minore del primo. Noi per trouar'il quarto, potremo operare nelli medesimi modi, & vsare le medesime regole dette, mutando solo i nomi di secondo in terzo, & di terzo in secondo, come nelli infrascritti esempij si vede. Ouero per formare vna Regola generale che abbracci ancora questo particolare, potremo dire.

11
29. dà 37. che darà 328?
8 ——— 9
72
auuenimento $2\frac{14}{29}$

differenza del terzo al primo, oltre alle 11. volte intiere, che lo contiene. 9
prodotto, che nasce à moltiplicare il secōdo, via il numero delle volte, che il primo entra nel terzo. 407
quarto numero $418\frac{14}{29}$

11
29. dà 37. 319. darà 11. volte 37. cioè 407
29. dà 37. 9
29. dà 29. 9. darà 9
29. dà 8. 9. darà $2\frac{14}{29}$
quarto numero $418\frac{14}{29}$

11
29. dà 23. che darà 328?
6 ——— 9
54
auuenimento $1\frac{25}{29}$

differenza del terzo al primo, oltre alle 11. volte intiere, che lo contiene. 9
prodotto, che nasce à moltiplicare il secōdo, via il numero delle volte, che il primo entra nel terzo. 253
somma 262
cauato l'auuenimento $1\frac{25}{29}$
resta $260\frac{4}{29}$
che è il quarto numero.

11
29. dà 23. 319. darà 11. volte 23. cioè 253
29. dà 23. 9. darà 9
manco quello che si troua a dire.
29. dà 6. che darà 9? darà $1\frac{25}{29}$. Cauato di 262. somma di 253. & 9. resta $260\frac{4}{29}$. per il quarto numero.

Proposti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali che il primo entri in vno de' seguenti, & sia chiamato A, alcune volte intiere con auanzo, sia poi l'altro de' seguenti come si vogli, & chiamiamolo B; per trouare il quarto numero. Moltiplichisi il numero, in che il primo è differēte dal B, via il numero in che l'A, supera il primo, oltre il contenerlo le volte intiere che lo contiene, & il prodotto si parta per il primo, & l'auue-

Digitized by Google

Secondo modo.

11
29. dà 37. che darà 328?
8 ——— 9
72
14
auuenimento $2\frac{14}{29}$

prodotto, che nasce à moltiplicare 8. in che il secondo supera il primo, via 11. numero delle volte intiere, che il primo entra nel terzo. 88
terzo numero 328
quarto numero $418\frac{1}{2}\frac{4}{9}$

29. dà 23. che darà 328?
6 ——— 9
54
25
auuenimento $1\frac{25}{49}$

prodotto, che nasce à moltiplicare 6. in che il secōdo è minore del primo, via 11. numero delle volte intiere, che il primo entra nel terzo. 66
somma $67\frac{2}{2}\frac{5}{9}$

quale si caui dal terzo numero, & resta $260\frac{4}{2}\frac{4}{9}$. per il quarto.

29. dà 29. 328. darà 328
29. dà 8. 328
11
29. dà 8. 319. darà 11. volte 8. cioè 88
29. dà 8. 9. darà $2\frac{1}{2}\frac{4}{9}$
quarto numero $418\frac{1}{2}\frac{4}{9}$

11
29. dà 23. che darà 328
6 ——— 9
54
25
auuenimento $1\frac{25}{29}$

prod. che nasce à moltiplic. 6. in che il sec. è minor del primo, via 11. nu. delle volte itiere, ch'il primo entra nel terzo 66
somma $67\frac{2}{2}\frac{5}{9}$. quale si caui dal ter. nu. & resta $260\frac{4}{2}\frac{4}{9}$ p il quar.

29. dà 23. 328. darà 328. manco quello che si troua à dire
29. dà 6. che darà 328?
11
29. dà 6. 319. darà 11. volte 6. cioè 66
29. dà 6. 9. darà $1\frac{2}{2}\frac{5}{9}$
cioè 328. darà $67\frac{2}{2}\frac{5}{9}$
cauato da 328. resta $260\frac{4}{2}\frac{4}{9}$

B 20
47. dà 351. che darà 948? A
304 ——— 8
2432
82
auuenimento $51\frac{35}{47}$
7020
8
quarto numero $7079\frac{35}{47}$

Ouero

20
47. 351. B. 948. A
304 ——— 8
2432
82
auuenimento $51\frac{35}{47}$
6080
948
quarto numero $7079\frac{35}{47}$

7 B
47. dà 351. A. che darà 948?
22 ——— 901
19822
102
82
$421\frac{35}{47}$
6636
22
quarto numero $7079\frac{35}{47}$

Ouero

7
47. 351. A. 948. B
22 ——— 901
19822
102
82
$421\frac{35}{47}$
6307
351
quarto numero $7079\frac{3}{4}\frac{5}{7}$

l'auuenim. si serbi; poi si moltiplichi il B, via il numero delle volte intiere, che il primo entra nell' A, & al prodotto si gionga il num. che auanza nell' A, leuatone quello che importano le volte intiere, che v'entra il primo, & alla sōma di questi dui si gionga l'auuenim. serbato, quando il B, è maggiore del primo. Ma dalla somma di detti dui si caui l'auuenim. serbato, quando il B, è minor del primo, che la somma nell'vn caso, ma il restante nell'altro caso sarà il quarto numero cercato. Ouero in altro modo. Moltiplichisi il numero, in che il B, supera, ò è superato dal primo, via il numero delle volte intiere, che il primo entra nell'A, & al ꝓdotto si gionga il numero, che si è trouato per auuenimēto, & la somma si gionga al numero A, quando il B, è maggior del primo. Ma la somma si caui dall'A, quando il B, è minore del primo, che la somma nel primo caso, ma il restante nell'altro caso sarà il quarto numero cercato.

Et quando delli tre num. proposti per ordine nella Regola del Tre, il primo entrasse in ciascuno delli dui seguenti alcune volte con auanzo, noi potremo trouare il quarto numero, seruendoci delle volte intiere, & auāzo dell' vno delli dui numeri secondo, ò terzo, quale ci piacerà, & cō qual si vogli de' modi dati, che à noi non importa tener conto dell'altro numero, cioè basta solo à sapere quante volte intiere, & con che auanzo il primo entra in vno delli dui seguenti, Che ꝑ esempio

Digitized by Google

Dicendoſi 47. dà 351. che darà 948? ſe bene il primo entra alcune volte con auanzo in ciaſcuno delli dui ſeguenti numeri, à noi baſta tener conto di ciò ſolo in vno d'eſsi dui, poniamo nel 948. & lo chiamaremo A, nel quale il primo numero entra 20. volte, & auanza 8. & hora il 351. ſi chiamarà B, quale è maggiore del primo, & lo ſupera in 304. onde per trouare il quarto numero, noi moltiplicaremo 8. via 304. & il prodotto 2432. partiremo per 47. primo, che ne viene $51\frac{35}{47}$. Ancora moltiplicaremo 20. *(numero delle volte intiere, che il primo entra in A,)* via il B, 351. & fà 7020. da venir ſcriuendo per ordine ſotto all'auuenimento *(che ſi ſommaranno poi inſieme, eſſendo il B, maggiore del primo numero delli tre propoſti)* & anco ſotto à queſti dui poneremo 8. in che l'A, ſupera il primo, oltre l'hauerlo contenuto le 20. volte intiere dette, poi ſommaremo inſieme li tre num. poſti l'vno ſotto all'altro per ordine, che la ſomma ſarà $7079\frac{35}{47}$. & queſto è il quarto numero cercato. Quero Trouato l'auuenimento $51\frac{35}{47}$. ſotto ad eſſo ſcriueremo 6080. prodotto di 20. *(numero delle volte intiere, che il primo numero entra in A,)* moltiplicato via 304. *(in che il B, ſupera il primo numero)* & anco vi ſcriueremo l'A, 948. & li ſommaremo inſieme, che fanno medeſmamente $7079\frac{35}{47}$. per il quarto numero. Et ſe ci piaceſſe ſeruirci del 351. per l'A, nel quale il 47. primo entra 7. volte, & auanza 22. allhora il 948. faria il B, & ſuperaria il 47. primo in 901. onde operando nel modo ſopradetto, ſi trouaria il quarto numero eſſere medeſmamente $7079\frac{35}{47}$.

Et ſappiaſi, che quando il primo numero delli tre propoſti nella Regola del Tre, entra alcune volte con auanzo in ciaſcuno delli altri dui, noi potiamo ancora ſeruirci delle volte, & auanzo, che il primo entra in ciaſcuno d'eſsi; facendo la conſideratione che ſegue, & poniamo per hora nell'eſſempio ſuperiore, doue ſi dice 47. dà 351. che darà 948? Perche il 47. in 351.

Se 47. dà 351. che darà 948?

	7	20
47	351	948
	22	8
		176
	auuenimento	$3\frac{35}{47}$

7. volte 20. via 47. primo, fà 6580
22. via 20. tranſuerſalmente 440
7. via 8. tranſuerſalmente 56

il quarto numero è $7079\frac{35}{47}$

47 351 948

	7	20

46. dà 329. che darà 940? darà 7. volte 20. volte 47. cioè 6580

47. dà 22. che darà 940? darà 20. volte 22. 440

47. dà 351. che darà 8?

7

47. dà 329. che darà 8. darà 7. volte 8. cioè 56

47. dà 22. che darà 8? darà $3\frac{35}{47}$

quarto numero $7079\frac{35}{47}$

entra 7. volte, & auanza 22. & nel 948. entra 20. volte, & auanza 8. ſupponeremo il 351. diuiſo in 329. & 22. & il 948. diuiſo in 940. & 8. Et dicendo, Se 47. dà 329. che darà 940? conoſceremo, che eſſendo 940. 20. volte quanto 47. primo, eſſo 940. darà anco 20. volte quanto dà 47. ma eſſo 47. dà 329. cioè 7. volte quanto ſe medeſimo, però 940. darà 20. volte eſſe 7. volte 47. ma 20. volte 7. volte fà 140. volte, però darà 140. volte 47. cioè 6580. Et ſeguitando perche nel 351. habbiamo tenuto conto ſolo del 329. hora quanto al 22. che vi reſta, diremo 47. dà 22. che darà 940? & perche 940. è 20. volte 47. egli darà 20. volte 22. cioè 440. & coſi ſappiamo, che ſe 47. dà 351. 940. darà 6580. & 440. Et perche nel terzo numero, che è 948. habbiamo tenuto conto ſolo di 940. & però vi auanza 8. cõuiene anco dire, Se 47. dà 351. che darà 8? & queſto *(per riſpetto del 351. che ſi diuide in 329. & 22.)* diuideremo in due, dicendo, Se 47. dà 329. che darà 8? & ſe 47. dà 22. che darà 8? Per il primo, perche 329. è 7. volte 47. ſe 47. dà 329. 8. darà 7. volte 8. cioè 56. & per l'altro, Se 47. dà 22. che darà 8? moltiplicaremo al ſolito 8. via 22. che fà 176. & queſto partiremo per 47. che ne viene $3\frac{35}{47}$. onde ſe 47. dà 22. 8. darà $3\frac{35}{47}$. dal che conoſciamo, che ſe 47. dà 351. 948. darà 6580; 440. 56. & $3\frac{35}{47}$. che in ſomma fanno $7079\frac{35}{47}$. Ma il $3\frac{35}{47}$. naſce à moltiplicare 22. & 8. *(numeri, in che il ſecondo, & terzo delli tre propoſti ſopraauanzano il primo, oltre al contenerlo le volte intiere, che lo contengono)* fra loro, & partire il prodotto per il primo numero de' tre propoſti. Il 56. naſce à moltiplicare il numero delle volte intiere, che l'vno de' dui ſecondo, & terzo contiene il primo, via quello che ſopranauanza nell'altro, oltre al contenere il primo le volte intiere, che lo contiene: Il 440. naſce à moltiplicare il numero delle volte intiere, che l'altro de' dui ſecondo, & terzo contiene il primo, via quello che auanza nell'vno, oltre al contenere il primo le volte intiere che lo contiene, & il 6580. naſce à moltiplicare il primo, via il prodotto, che deriua à moltiplicare il numero

delle

delle volte, che l'vno contiene il primo, via il numero delle volte, che lo contiene l'altro; però noi in questi casi potiamo dare la seguente Regola.

Proposti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali che il primo entri in ciascuno de' dui seguenti alcun numero di volte intiere con auanzo, per trouare il quarto numero. Moltiplichisi il numero delle volte, che il secondo contiene il primo, via il numero delle volte, che il terzo contiene il primo, & il prodotto si moltiplichi per il primo, notando in margine quello, che ne nasce, & sotto ad esso per ordine si pona il prodotto, che nasce à moltiplicare il numero delle volte, che il primo entra nel secondo, via quello che auanza nel terzo, & anco il prodotto, che nasce à moltiplicare il numero delle volte, che il primo entra nel terzo, via quello, che auanza nel secondo, & anco l'auuenimento, che si troua à partire per il primo quello, che nasce à moltiplicare il numero, che auanza nel secondo, via il numero, che auanza nel terzo, & questi quattro numeri così trouati si sommino insieme, che la sōma sarà il quarto num. cercato.

Ma in altro modo più breuemẽte potremo dare Regola particolare in questi casi, ritrouandola con la seguẽte confideratione, & seruendoci del sopraposto esempio, che è, Se 47. dà 351. che darà 948? Perche ciascuno delli dui numeri 351. & 948. contiene il primo alcune volte

47. 351. 948
7
47. B 329. A 948. darà 7. volte 948. cioè 6636
47. 22. 948
20
47. 22. 940. darà 20. volte 22. cioè 440
47. 22. —— 8. darà 3 5/7
176 quarto numero 7079 5/7

47. 351. 948
20
47. A 351. B 940. darà 20. volte 37. cioè 7020
47. 351. 8
7
47. 329. 8. darà 7. volte 8. cioè 56
47. 22. —— 8. darà 3 5/7
176 quarto numero 7079 5/7

intiere con auanzo, seruendoci dell'vno, poniamo del 351. che contiene il primo 7. volte, & vi auanza 22. lo supponeremo diuiso in 329. & 22. dicendo 47. dà 329. che darà 948? & 47. dà 22. che darà 948? Nel primo, perche 47. entra 7. volte in 329. cioè, perche 47. dà 7. volte 47. ancora 948. darà 7. volte 948. onde moltiplicando 948. via 7. che fà 6636. trouaremo, che darà 6636. Nel secondo, che dice 47. dà 22. che darà 948? supponeremo il 948. diuiso in 940. che contiene il 47. volte 20. & in 8. che è l'auãzo, dicẽdu 47. dà 22. che darà 940? & 47. dà 22. che darà 8? Nel primo, perche 940. è 20. volte 47. egli darà 20. volte 22. cioè 440. & nel secondo moltiplicato 22. via 8. & partito il prodotto 176. per 47. che ne viene 3 5/7. vedremo, che dà 3 5/7. & così haueremo 6636. 440. & 3 5/7. numeri, che gionti insieme, hanno da formare il quarto num. cercato, ma la somma d'essi è 7079 5/7. però il quarto numero sarà 7079 5/7.

Et se ci fussimo voluti prima seruire del 948. supponendolo diuiso in 940. *(che contiene 20. volte il 47. primo)* & in 8. *(che è l'auanzo)* la nostra domanda si diuiderìa in queste due parti, cioè, 47. dà 351. che darà 940? & 47. dà 351. che darà 8? Nella prima, se 47. dà 351. il 940. perche è 20. volte 47. darà 20. volte 351. cioè darà 7020. Nella seconda, se 47. dà 351. che darà 8? supponendo diuiso il 351. in due parti, che siano 329. *(contenente il 47. 7. volte)* & 22. *(restante)* diremo, se 47. dà 329. che darà 8? & se 47. dà 22. che darà 8? Nella prima, se 47. dà 329. che darà 8? perche 329. è 7. volte 47. l'8. darà 7. volte 8. cioè darà 56. Nella seconda, se 47. dà 22. 8. darà 3 5/7. Et così questi tre numeri 7020. 56. 3 5/7. sommati insieme, formaranno il quarto numero, però egli sarà 7079 5/7. Noi hora da questo modo d'operare potremo deriuare la seguente regola.

Proposti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali, che il primo entri in ciascuno delli dui seguenti alcun numero di volte intiere con auanzo, per trouare il quarto numero cercato. Moltiplichisi il numero, che sopraunanza nell'vno de' dui secondo, & terzo, via il numero, che sopraunanza nell'altro *(oltre il contenere ciascun d'essi il primo le volte intiere, che lo contengono)* & il prodotto si parta per il primo, notando l'auuenimento, sotto al quale per ordine si noti il prodotto, che nasce à moltiplicare l'vno de' dui numeri secondo, & terzo, poniamo l'A, per il numero delle volte intiere, che l'altro, & sia B, contiene il primo, & anco vi si noti il prodotto, che nasce à moltiplicare il numero delle volte intiere, che l'A, contiene il primo, via il numero, che sopraunanza nel B, doppo l'esserui entrato il primo le volte intiere, che vi entra; dipoi si sommino insieme li tre numeri così trouati, cioè l'auuenimento, & li dui prodotti detti, che la somma sarà il quarto numero cercato.

Et perche nelli modi mostrati, & che si mostreranno, si attende alla breuità, quando si possa, Auuertasi, che delli tre num. proposti nella Regola del Tre, essendo il secondo, numero piccolo tale,

487. dà 28. che darà 1581?

3

487. B 28. A 1581 — 120

3360

quarto num. $90\frac{438}{487}$

487. dà 1581. che darà 28?

3

487. A 1581. B 28 — 120

3360

quarto num. $90\frac{438}{487}$

lo tale, ch'egli fia più facile ad adoprare, che non faria la differenza d'esso al primo, allhora non occorrerà à cercare la differenza, ma attendere al terzo numero, che se egli farà moltiplice al primo, auanzandoui poco, come auuerrà dicendo; 487. dà 28. che darà 1581? Perche il 1581. contiene il 487. primo 3. volte, & vi auanza 120. noi supponeremo, che il 1581. fia diuiso in vn numero triplo al 487. & in 120. & diremo. 487. dà 28. che darà vn numero, che fia 3. volte 487? & perche egli darà 3. volte 28. moltiplicaremo 3. via 28. che fà 84. & però darà 84. Ancora diremo, 487. dà 28. che darà 120? onde moltiplicando 120. per 28. che fà 3360. & partendo questo per 487. ne viene $6\frac{4}{8}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$. però il 120. darà $6\frac{4}{8}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$. & questo gionto all'84. che dà l'altra parte del 1581. fà $90\frac{4}{8}\frac{8}{7}$. che è quello, che dà il totale 1581. & è il quarto numero cercato. Il medesimo auuerria se il 1581. fusse il secondo numero, & il 28. il terzo, che pure il quarto nel modo istesso si trouaria essere $90\frac{4}{8}\frac{8}{7}$. Da questo operare si vede deriuarne la seguente Regola.

Propoſti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali, che il primo entri alcune volte intiere con auanzo in alcuno de' dui seguenti, & sia nell'A, & che poi l'altro d'essi seguenti, & chiamiamolo B, sia numero piccolo, ò facile da adoprare à memeria; per trouare il quarto. Moltiplichisi il B, per quello, che auanza nell'A, doppo che il primo vi sia entrato le volte intiere, che egli v'entra, & il prodotto si parta per il primo, & all'auenimento si gionga il numero, che nasce à moltiplicare il B, per il numero delle volte intiere, che il primo entra nell'A, che la somma sarà il quarto numero cercato.

Et quando delli tre numeri propoſti nella Regola del Tre, il secondo, ò terzo fusse numero piccolo, ò facile da adoprare; & che nell'altro a contenere alcune volte intiere il primo mancasse poco, ò vogliamo dire mácasse vn numero facile da adoprare, come auuerrà dicendo, 487. dà 28. che darà 1341? doue nel 1341. manca 120. à contenere 3. volte intiere il 47. primo. Noi per trouare il quarto numero, consideraremo, che se il 1341. cõteneſſe il primo 3. volte intiere, egli daria 3. volte 28. cioè daria 84. ma perche vi manca 120. egli darà tanto manco d'84. quanto importa il dire, 487. dà 28. che darà 120? onde moltiplicando 28. con 120. che fà 3360. & questo partendo p 487. ne viene $6\frac{4}{8}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$. che è quello, che darà 120. però cauato da 84. resta $77\frac{4}{8}\frac{8}{7}$. che è il quarto numero cercato. Il medesimo auuerria se dicesimo, 487. dà 1341. che darà 28? cioè egli daria 84. manco $6\frac{4}{8}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$. che è $77\frac{4}{8}\frac{8}{7}$. quarto numero cercato. Conosciamo dunque deriuarne la seguente regola.

487. dà 28 A, che darà 1341 B?

3

120. manca

3360

$6\frac{438}{487}$. cauato da 84. resta $77\frac{4}{8}\frac{8}{7}$. che è il quar. nu.

487. dà 1341 B, che darà 28 A?

3

manca 120

3360

$6\frac{438}{487}$. cauato da 84. resta $77\frac{4}{8}\frac{8}{7}$. che è il quar. nu.

Propoſti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali, che il primo entri in alcuno delli dui seguenti, & sia nel B, alcune volte intiere, mancandoui però al compimento d'esse volte intiere vn numero piccolo, ò facile da adoprare à mente, & che l'altro di detti dui seguenti, & chiamiamolo A, sia numero piccolo, ò facile da adoprare; per ritrouare il quarto numero. Moltiplichisi il numero A, per quello, che manca nel B, accioche il primo v'entri le volte intiere, che si suppone, ch'egli v'entri, & il prodotto si parta per il primo, & l'auuenimento si ferbi, poi si moltiplichi l'A, per il numero delle volte intiere, che si è suppoſto il primo entrar nel B, & dal prodotto si sottri l'auuenimento serbato, che il restante sarà il quarto num. cercato.

Et quando delli tre numeri propoſti per ordine nella Regola del Tre, l'vno cõteneſſe il primo alcune volte intiere con soprauanzo facile da adoprare a mente; & l'altro fusse maggiore del primo in vn numero similmente facile, come saria dicendo, 359. dà 7198. che darà 383? Per trouarlo, supponendo il 383. diuiso in 359. eguale al primo, & in 24. soprauanzo, sapremo che il 359. darà 7198. & per trouare quanto darà il 24. soprauanzo, dicendo, 359. dà 7198. che darà 24? perche il 7198. contiene il primo 20. volte, & vi auãza 18. sapremo, che per causa delle 20. volte, il 24. darà 20. volte 24. cioè darà 480. & per il 18. auanzo, dicendo, 359. dà 18. che darà 24? moltiplicaremo 18. via 24. che fà 432. & questo partiremo per il 359. che ne viene

359. dà 7198. che darà 383 ?
359. 7198. 359. darà 7198
359. 7198. 24
20
359. 7180. 24. darà 480
359. 18. 24. darà $1\frac{7}{359}\frac{1}{359}$
quarto num. $7679\frac{7}{359}\frac{1}{359}$

20
359. 7198 A. 383 B.
auanza 18——24. auanza
432
auuenimento $1\frac{7}{359}\frac{1}{359}$
auãzo del B, moltiplicato p le volte intiere dell'A, fà 480
numero A, 7198
la somma è $7679\frac{7}{359}\frac{1}{359}$. che è il quarto numero cercato.

359. dà 7198. che darà 335 ?
359. 7198. 359. daria 7198
359. 7198. 24
20
359. 7198. 24. darà 480
359. 18. 24. darà $1\frac{7}{359}\frac{1}{359}$
$481\frac{7}{359}\frac{1}{359}$
quarto num. $6716\frac{6}{359}\frac{6}{359}$

20
359. 7198 A. 335 B.
auãza 18——24. manca
432
auuenimento $1\frac{7}{359}\frac{1}{359}$
nu. che mãca nel B, moltiplicato p le volte intiere dell'A, fà 480
somma $481\frac{7}{359}\frac{1}{359}$. cauata dall'A, resta $6716\frac{6}{359}\frac{6}{359}$. che è il quarto numero.

viene $1\frac{7}{359}\frac{1}{359}$. & però darà $1\frac{7}{359}\frac{1}{359}$. & cosi sappiamo, che 7198. 480. & $1\frac{7}{359}\frac{1}{359}$. gionti insieme, formano il quarto numero cercato; perilche egli farà $7679\frac{7}{359}\frac{1}{359}$. Il medesimo occorreria, dicendo, 359. dà 383. che darà 7198?

Ma se delli tre numeri propositi per ordine nella Regola del Tre, l'vno contenesse il primo alcune volte intiere con auãza facile, & l'altro fusse minore del primo in numero facile, come auuerria, dicêdo, 359. dà 7198. che darà 335? Noi per trouare il quarto numero cercato, vediamo, che se 335. fusse eguale al primo, egli daria 7198. ma perche è 24. manco del primo, darà tanto manco di 7198. quanto importa il dire, 359. dà 7198. che darà 24? & in questo, perche 7198. contiene il primo 20. volte, & auanza 18. per le 20. volte, il 24. darà 20. volte 24. cioè 480. & per il 18. se 359. dà 18. 24. darà $1\frac{7}{359}\frac{1}{359}$. *(auuenimento, che nasce à partire 432. prodotto di 18. via 24. per 359.)* onde se 359. dà 7198. 24. darà 480. & $1\frac{7}{359}\frac{1}{359}$. cioè in tutto $481\frac{7}{359}\frac{1}{359}$. però se 359. dà 7198. 335. che è 24. manco di 359. darà $481\frac{7}{359}\frac{1}{359}$. manco di 7198. onde cauato $481\frac{7}{359}\frac{1}{359}$. dà 7198. che resta $6716\frac{6}{359}\frac{6}{359}$. questo farà il quarto numero cercato. Il medesimo occorreria, dicendo, 359. dà 335. che darà 7198? Dal che potiamo deriuare la seguente Regola.

Proposti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali, che il primo entri in vno delli dui seguenti, & sia nell'A, alcune volte intiere con auanzo facile, & che l'altro, & lo chiamaremo B, sia maggiore, ò minore del primo in vn numero facile; per trouare il quarto. Moltiplichisi il numero, in che B, è differente dal primo, per il numero, che auanza nell'A, oltre all'entrarui il primo le volte intiere, che v'entra, & il prodotto si parta per il primo, & all'auuenimento si gionga il prodotto, che nasce à moltiplicare il numero, in che B, è differente dal primo, per il numero delle volte intiere dette, che il primo entra nell'A, & la somma si gionga al numero A, se il B, sia maggiore del primo, che la somma, qual nascerà, farà il quarto numero cercato. Ma la somma detta si caui dal numero A, se il B, sia minore del primo, che il restante farà il quarto numero cercato.

Et quando delli tre numeri propositi per ordine nella Regola del Tre, il primo entrasse alcuno de' dui seguenti alcune volte, ma vi mancasse vn numero facile, & che l'altro de' dui seguenti fusse maggiore del primo in num. facile, come auuerria, dicêdo, 587. dà 9186. che darà 618? noi, perche il 618. è maggiore del primo in 31. lo supponeremo

587. dà 9186. che darà 618?
587. 9186. 587. darà 9816
587. 9186. 31
16
587. 9392. 31. darà 496
587. 206. 31. darà $10\frac{5}{587}\frac{1}{587}$
però se 587. dà 9186. 31. darà 496. manco $10\frac{5}{587}\frac{1}{587}$. onde se 587. dà 9186. il 618. darà 9186. & 496. manco $10\frac{5}{587}\frac{1}{587}$. cioè darà 9682. manco $10\frac{5}{587}\frac{1}{587}$. però darà $9671\frac{7}{587}\frac{7}{587}$. Il medesimo auuerria, dicêdo, 587. dà 618. che darà 9186?

16
587. 9186 A. 618 B.
mãca 206——31. auanza
6386
auuenim. $10\frac{516}{587}$
quello che auanza nel B, moltiplicato via le volte intiere, che si suppone il primo entrare nell'A,
fà 496
numero A. 9186
somma 9682
cauatone l'auuen. $10\frac{5}{587}\frac{1}{587}$
resta $9671\frac{7}{587}\frac{7}{587}$
che è il quarto numero cercato.

Digitized by Google

587. dà 9186. che darà 556
587. 9186. 587. daria 9186
587. 9186. 31
16
587. 9392. 31. darà 496
587. 206. 31. dà $10\frac{1}{587}$
6386 $485\frac{7}{587}$
Il quarto numero è 8700 $\frac{1}{587}$

16
587. 9186 A. 556 B.
māca 206 —— 31. manca
6386
516
auuenim. $10\frac{1}{587}$
587
num. A. 9186
9196 $\frac{1}{587}$
16. via 31. fà 496
resta 8700 $\frac{1}{587}$. che è il quarto num. cercato.

neremo diuiso in 587. eguale al primo, & in 31. auanzo, onde per il 587. egli darà 9186. & per il 31. darà quanto importa il dire, 587. dà 9186. che darà 31? Hora se il 9186. conteneſſe 16. volte intieramente 587. primo, il 31. daria 16. volte 31. cioè daria 496. ma perche il 9186. manca di 206. à contenere il primo le dette 16. volte, ne ſegue, che il 31. non darà intieramente 496. ma darà tanto manco, quanto importa il dire, 587. dà 206. che darà 31? & queſto importa, ò dà $10\frac{1}{587}$. *(che ſi troua à moltiplicare 206. via 31. & partire il prodotto 6386. per 587. primo)* però ſe 587. dà 9186. 31. darà 496. māco $10\frac{1}{587}$. cioè darà $485\frac{7}{587}$. & queſto gionto a 9186. fà 9671 $\frac{7}{587}$. Quero *(che reſulta il medeſmo)* da 9682. *(ſomma di 9186. con 496.)* cauato detto $10\frac{1}{587}$. reſta 9671 $\frac{7}{587}$. che è il quarto numero cercato.

Ma ſe delli tre numeri propoſti per ordine nella Regola del Tre, il primo entraſſe in alcuno de' dui ſeguenti alcune volte, ma vi mancaſſe vn numero facile, & che l'altro de' dui ſeguenti fuſſe minore del primo in vn numero facile, come auuerria, dicendo, 587. dà 9186. che darà 556? Noi conoſcere'ſimo, che ſe il 556. fuſſe eguale al 587. primo, egli daria 9186. come dà il primo, ma perche è 31. manco del primo, egli darà tanto manco di 9186. quanto importa il dire, 587. dà 9186. che darà 31? & per trouarlo, conſideraremo, che ſe 9186. conteneſſe 16. volte intieramente il 587. egli daria 16. volte 31. cioè daria 496. ma perche alle 16. volte dette manca 206. ne ſegue, che darà tanto manco di 496. quanto importa il dire, 587. dà 206. che darà 31? & queſto da $10\frac{1}{587}$. che cauatolo da 496. reſta $485\frac{7}{587}$. però ſe 587. da 9186. 31. darà $485\frac{7}{587}$. Et conſequentemente ſe 587. dà 9186. 556. darà $485\frac{7}{587}$. manco di 9186. cioè darà 8700 $\frac{1}{587}$. che è il quarto numero cercato. Il medeſimo occorreria dicendo, 587. dà 556. che darà 9186. Di qui potiamo cauarne la ſeguente Regola.

Propoſti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali, che il primo entri in vno delli dui ſeguenti, & ſia nell' A, alcune volte, ma vi manchi vn numero facile, & che l'altro, & lo chiameremo B, ſia maggiore, ò minore del primo in vn numero facile; per trouare il quarto num. Moltiplichiſi il numero, in che il B, è differente dal primo, per il numero, che manca nell'A, accioche il primo v'entri le volte intiere, che ſupponiamo che v'entri, & il prodotto ſi parta per il primo, & l'auuenimēto ſi ſerbi; poi ſi moltiplichi il numero delle volte detto, che ſi ſuppone il primo entrare nell'A, per il numero, in che il B, è differente dal primo, & dal prodotto ſi ſottri l'auuenimento ſetbato, & il reſtāte ſi giunga, ò cani dall'A, ſecondo che il B. è maggiore, ò minore del primo, cioè ſe il B, è maggior del primo, ſi giunga all'A; ma ſe il B, è minor del primo, ſi cani dall'A, che il numero, quale ne riſultarà ſarà il quarto numero cercato.

Et quando delli tre numeri propoſti per ordine nella Regola del Tre, il primo entraſſe alcune volte in ciaſcuno delli dui ſeguenti, ma nell'vno auanzaſſe numero facile, & nell'altro mācaſſe, come auuerria, dicendo, 47. dà 351. che darà 932? doue il primo entra nel 351. 7. volte, & auanza 22. & nel 932. entra 20. volte, ma vi manca 8; Per trouare il quarto, potremo conſiderare, che ſe 932. conteneſſe 20. volte intieramente il 47. egli daria 20. volte 351. cioè daria 7020. ma perche ad eſſo 932. manca 8. ad arriuare alle 20. volte 47. egli darà tanto manco di 7020. quanto importa il dire, 47. dà 351. che darà 8? & per trouarlo; perche 351. contiene 7. volte il primo, & vi auanza 22. per le 7. volte l'8. darà 7. volte 8. cioè 56. & per il 22. dicendo, ſe 47. da 22. che darà 8? moltiplicando 22. via 8. & partendo il prodotto 176. per 47. ne viene $3\frac{1}{47}$. & però dà $3\frac{1}{47}$. quale con il 56. fà $59\frac{1}{47}$. & queſto è quello, che dà 8. quando 47. dà 351. perilche ſappiamo, che 932. darà 7020. manco $59\frac{1}{47}$. però cauato $59\frac{1}{47}$. da 7020. che reſta 6960 $\frac{1}{47}$. queſto ſarà il quarto numero cercato. Quero dicendo, 47. dà 351. che darà 932? potremo conſiderare il 351. diuiſo nel numero, che contiene 7. volte il 47. & in 22. auanzo; & per le 7. volte, ſe 47 dà 7. volte 47. il 932. darà 7. volte 932. cioè darà 6524 & per il 22. auanzo diremo, ſe 47. dà 22. che darà 932? & per trouarlo, ſappiamo, che ſe 932. conteneſſe 20. volte il 47. egli daria 20. volte 22. cioè daria 440. ma à detto 932. manca 8. per arriuare à contenere 20. volte il 47. però detto 932. darà tanto manco di 440. quanto importa il dire, 47. dà 22. che darà 8? & queſto dà $3\frac{1}{47}$. però il 932. darà $3\frac{1}{47}$. manco di 440. cioè darà $436\frac{1}{47}$.

Digitized by Google

47. dà 351. che darà 932 ?
20
47. 351. 940. daria 7020
47. 351. 8
7
47. 329. 8. dà 56
47. 22. 8. dà $3\frac{4}{7}$
cauſi $59\frac{4}{7}$
quarto num. $6960\frac{3}{7}$

47. 351 A. 932 B.
auanza 22 —— 8. manca
176
auuenimento $3\frac{4}{7}$
7. num. delle volte intiere dell'A, via il tranſuerſale 8. che manca nel B, fà 56
ſomma $59\frac{4}{7}$
cauata da 7020. che naſce à moltiplicare il numero delle volte di B, via l'A, reſta $6960\frac{3}{7}$. che è il quarto num. cercato.

20 7
47. dà 932 B. che darà 351 A?
manca 8 —— 22. auanza
176
auuenimento $3\frac{4}{7}$
7. num. delle volte intiere d'A, via il tranſuerſale 8. che manca nel B, fà 56
ſomma $59\frac{4}{7}$
cauata da 7020. che naſce à moltiplicare 20. numero delle volte intiere, che ſi ſuppone il primo entrare nel B, via 351 A, reſta $6960\frac{3}{7}$. che è il quarto num. cercato.

Ouero
47. 351 A. 932 B.
7
47. 329. 932. daria 6524
47. 22. 932
20
47. 22. 940. daria 440
6964
47. 22. 8. dà $3\frac{4}{7}$
il quarto num. è $6960\frac{3}{7}$

7 20
47. 351 A. 932 B.
auanza 22 —— 8. manca
176
auuenimento $3\frac{4}{7}$
20. numero delle volte, che il primo ſi ſuppone entrar nel B, via 22. auãzo dell'A, fà 440
7. num. delle volte, che il primo entra nell'A, moltiplicato via il B, fà 6524
ſomma 6964
cauatone l'auuenimento $3\frac{4}{7}$
reſta $6960\frac{3}{7}$. che è il quarto numero cercato.

Ouero
47. dà 932 B. che darà 351 A?
manca 8 —— 22. auanza
176
auuenimento $3\frac{4}{7}$
Il num. delle volte, che il primo ſi ſuppone entrare nel B, moltiplicato via l'A, fà 440
Il numero delle volte, che il primo entra in A, moltiplicato via il B, fà 6524
ſomma 6964
cauatone l'auuenimento $3\frac{4}{7}$
reſta $6960\frac{3}{7}$

cauatone l'auuenimento $3\frac{4}{7}$. reſta $6960\frac{3}{7}$. che è il quarto numero cercato.

$436\frac{2}{7}$. perilche giongendo queſto al 6524. già trouato, fà $6960\frac{3}{7}$. & queſto è il quarto numero cercato. Il medeſimo occorreria dicendo, 47. dà 932. che darà 351 ? Noi hora conſiderando il naſcimento di quelli numeri, con i quali ſi troua il $6960\frac{3}{7}$. vedremo, che ne deriua la ſeguente regola.

Propoſti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali, che il primo entri alcune volte intiere in ciaſcuno delli dui ſeguenti, ma nell'vno, & fia l'A, con auãzo facile, & nell'altro, che chiameremo B, vi manchi numero facile; per ritrouare il quarto. Moltiplichiſi il numero, che manca nel B, per quello, che auanza nell'A, & il prodotto ſi parta per il primo, & l'auuenimento ſi noti, poi ſi moltiplichi il numero, che manca nel B, per le volte intiere, che il primo entra nell'A, & al prodotto ſi gionga l'auuenimento notato, & la ſomma ſi caui dal numero, che naſce à moltiplicare il numero A, per il numero delle volte intiere, che ſi ſuppone il primo entrare nel B, che il reſtante ſarà il quarto num. cercato. Ouero in altro modo. Trouato, come di ſopra, l'auuenimento detto, egli ſi ſerbi, poi ſi moltiplichi il numero delle volte, che il primo ſi ſuppone entrare nel B, via l'auanzo dell'A, & al prodotto ſi gionga quello, che naſce a moltiplicare il B, via il numero delle volte, che il primo entra in A, & dalla ſomma ſi ſottri l'auuenimento ſerbato, che il reſtante ſarà il quarto numero cercato.

Et quãdo delli tre numeri propoſti per ordine nella Regola del Tre, il primo entraſſe in ciaſcuno delli dui ſeguenti alcune volte intiere, mancando però a ciaſcuno numero facile, come auuerria dicendo, 47. dà 371. che darà 928? doue il primo entra nel 371. 8. volte, ma vi manca 5. & nel 928. entra 20. volte, ma vi manca 12. Noi per trouare il quarto numero, ſupponendo che, ò il ſecondo, ò il terzo, poniamo il ſecõdo, ſia fermo come è, potremo dire, ſe 47. dà 371. quando 928. conteneſſe 20. volte intieramente il primo, egli daria 20. volte 371. cioè daria 7420. ma à contenere il primo 20. volte, vi manca 12. però egli darà tanto mãco di 7420. quanto importa il dire, 47. dà 371. che darà 12? & per trouarlo, ſe il 371. conteneſſe 8. volte intieramente il 47. allhora 12. daria 8. volte 12. cioè daria 96. ma al 371. manca 5. per contenere

Digitized by Google

47. dà 371. che dará 928?
20
47. dà 371. 940. daria 7424
47. 371. 12
8
47. 376. 12. daria 96
47. 5. 12. dà $1\frac{1}{4}\frac{1}{7}$
$94\frac{4}{4}\frac{6}{7}$

il quarto numero è $7325\frac{1}{4}\frac{1}{7}$

Ma tanto resulta da 96. cauare $1\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. & poi cauare il reſtante da 7420. quanto resulta à giongere $1\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. al 3420. & dalla somma cauarne 96. poiche da 7420. douendo cauare 96. manco $1\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. questo significa da 7420. cauarne 96. ma giongerli $1\frac{1}{4}\frac{1}{7}$.

8 20
47 371 928
manca 5 ——— 12. manca
60
auuenimento $1\frac{1}{4}\frac{1}{7}$

A moltiplicar il 371. vno de' dui numeri doppo il primo, via 20. num. delle volte, che si suppone il primo entrar nell'altro, fà 7420
somma $7421\frac{1}{4}\frac{1}{7}$

A moltiplicare 12. che manca nell'altro per 8. num. delle volte intiere, che si suppone il primo entrare nell'vno, fa 96
resta $7325\frac{1}{4}\frac{1}{7}$

che è il quarto numero cercato.

47. dà 371. che dará 928?
8
47. 376. 928. daria 7424
47. 5. 928
20
47. 5. 940. daria 100
47. 5. 12. dà $1\frac{1}{4}\frac{1}{7}$
$98\frac{4}{4}\frac{6}{7}$

il quarto numero è $7325\frac{1}{4}\frac{1}{7}$

Ma tanto resulta à cauare 100. da 7424. & al reſtante giongere $1\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. ò vogliamo dire tanto resulta à giongere $1\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. à 7424. & dalla somma sottrarre 100. quanto resultarà à cauare $1\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. da 100. & sottrare il reſtante da 7424.

8 20
47 371 928
manca 5 ——— 12. manca
60
auuenimento $1\frac{1}{4}\frac{1}{7}$

A moltiplicare 928. vno de' dui num. seguenti al primo, via 8. num. delle volte intiere, che si suppone il primo entrare nell'altro, fà 7424
somma $7425\frac{1}{4}\frac{1}{7}$

A moltiplicare 5. che manca nell'altro, per 20. numero delle volte intiere, che si suppone il primo entrare nell'vno, fà 100
resta $7325\frac{1}{4}\frac{1}{7}$

che è il quarto numero cercato.

nere il primo 8. volte intieramente, però il 12. non dará 96. ma tanto manco di 96. quanto importa il dire, 47. da 5. che dará 12? & questo da $1\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. (*come si troua parlando per 47. primo il prodotto di 5. via 12.*) quale cauato di 96. resta $94\frac{4}{4}\frac{6}{7}$. & così sappiamo, che se 47. dà 371. 12. dará $94\frac{4}{4}\frac{6}{7}$. hora cauato $94\frac{4}{4}\frac{6}{7}$. dal 7420. resta $7325\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. & questo è il quarto num. cercato, cioè quello, che dà 928. quando 47. dà 371. Et se supponeremo, che il 928. stia fermo come è, potremo dire, se il 371. conteneſſe 8. volte intieramente il primo, cioè, che il primo deſſe 8. volte 47. il 928. daria similmente 8. volte 928. & però daria 7424. ma il 47. dà solo 371. cioè 5. manco di quello, che si suppone, però similmente il 928. dará manco di 7424. & tanto manco, quãto importa il dire, 47. dà 5. che dará 928? & per trouarlo, sappiamo, che se il 928. conteneſſe 20. volte il 47. egli daria 20. volte 5. cioè daria 100. ma perche ad eſſo 928. manca 12. egli dará tanto manco di 100. quanto importa il dire, 47. dà 5. che dará 12? il che dà $1\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. però cauatolo da 100. che resta $98\frac{4}{4}\frac{6}{7}$. vedremo, che se 47. dà 5. 928. dará $98\frac{4}{4}\frac{6}{7}$. dunque cauando questo $98\frac{4}{4}\frac{6}{7}$. dà 7424. che resta $7325\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. sapremo, che se 47. dà 371. è necessario, che 928. dia $7325\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. Da questo operare, considerando il nascimento de' numeri, che s'adoprano à trouare il $7325\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. quarto numero cercato, conosceremo deriuarne la Regola seguente.

Propoſti tre numeri ordinati nella Regola del Tre, tali, che il primo entri in ciaſcuno delli dui seguenti alcune volte intiere, ma vi manchi à ciaſcun d'eſsi vn numero facile; per trouare il quarto numero. Moltiplichiſi quello, che manca in l'vno de' dui numeri, secondo, e terzo, per quello, che manca in l'altro, & il prodotto si parta per il primo, & all'auuenimẽto si giongа il prodotto, che nasce à moltiplicare l'vno de' dui numeri secondo, & terzo, via il numero delle volte intiere, che il primo si suppone entrare nell'altro, & dalla somma si caui il prodotto, che nasce à moltiplicare quello, che manca nell'altro, per il numero delle volte, che si suppone il primo entrare nell'vno, che il reſtante sarà il quarto numero cercato.

Digitized by Google

SEguirò hora à mostrare altri modi vniuersali di facilitare, ò abbreuiare le operationi nella Regola del Tre, abbreuiando la prima, & seconda quantità, ò la prima, & terza, quando si possa, & però notisi, che, Quando sono proposti dui numeri, ò quantità, & che ambedue si moltiplicano per vn'istesso numero, ouero si partono per vn'istesso numero, ò quantità quelli dui numeri, ò quantità, che ne nascono, ritengono la medesma conuenienza fra loro, che hanno le due proposte, cioè il numero delle volte, che la prima contiene, ò è contenuta dalla seconda, mostra anco quante volte la prima delle trouate contiene, ò è contenuta dalla seconda. Che proponendosi 120. & 40. delle quali la prima contiene 3. volte la seconda; se moltiplicaremo ciascuna d'esse, poniamo per 2. che ne nascono 240. & 80. ancora in quelle 240. contenirà 3. volte l'80. come in quelle il 120. contiene 3. volte il 40. & ben si conosce, che le 120. è 3. volte 40. ancora il doppio di 120. sarà 3. volte quanto il doppio di 40. Et se partiremo ciascuna delle due quantità proposte 120. & 40. poniamo per 2. che ne viene 60. & 20. ancora in queste 60. contenirà 3. volte il 20. come in quelle 120. contiene 3. volte 40. Et ben si conosce, che se 120. è 3. volte 40. ancora la mità di 120. sarà 3. volte quanto la mità di 40. Et così di due quantità proposte, se la prima contiene la seconda alcun numero di volte, poniamo 3. volte, 4. volte, 5. $6\frac{1}{2}$. $5\frac{1}{9}$. $2\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{2}{9}$. ò qual'altro numero di volte si vogli, ancora il doppio, il triplo, quadruplo, li dui tanti, & tre quinti, &c. Ouero la mità, il terzo, li $\frac{1}{3}$. li $\frac{2}{3}$. li $\frac{1}{5}$. &c. della prima contenirà le istesse volte il doppio, il triplo, quadruplo, li dui tanti, & tre quinti, &c. ouero la mità, il terzo, li $\frac{1}{3}$. li $\frac{2}{3}$. li $\frac{1}{5}$. &c. della seconda, però proponendosi poniamo $7\frac{1}{2}$. & 5. moltiplicando noi ciascuna d'esse per qual si vogli numero, ò partendole per qual si vogli numero, li prodotti, ò li auuenimenti per ordine riteniranno sempre la medesma conuenienza tra loro, che hanno $7\frac{1}{2}$. & 5. cioè il primo sarà sempre volte $1\frac{1}{2}$. quanto il secondo, poiche $7\frac{1}{2}$. contiene volte $1\frac{1}{2}$. il 5. Et ricordisi il Lettore, che ciascuna moltiplicatione si può anco ridurre à partire, & ciascuna partitione à moltiplicare, come si mostrò nel Trattato delli Elementi de' numari rotti; che moltiplicare le quantità per 2. è quanto partirle per $\frac{1}{2}$. il moltiplicarle per 3. per $3\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{3}$. &c. è quanto partirle per $\frac{1}{2}$. per $\frac{2}{3}$. per $\frac{1}{3}$. cioè per $1\frac{1}{2}$. &c. Et conuersamente il partire le quantità per 2. per 5. per $3\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{3}$. &c. resulta quanto à moltiplicarle per $\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{5}$. per $\frac{2}{7}$. per $\frac{1}{3}$. cioè per $1\frac{1}{2}$. &c. Applicando hora queste considerationi alla Regola del Tre, dico, che quando la prima, & seconda, ouero la prima, & terza delle tre quantità proposte siano tali, che partendole per qualche numero, ò quantità facile, ò moltiplicandole per qualche numero facile, ne risultino quantità più facili da adoprare, che non erano le proposte, allhora noi potremo adoprare le resultanti in vece delle proposte, & così con più facilità, ò breuità ritrouaremo la quarta quantità, che si cerca; Che per esempio dicendosi $13\frac{3}{4}$. dà $9\frac{5}{6}$. che darà 19875? perche conosciamo, che à moltiplicare la prima, & seconda quantità per 24. ò più breuemente per 12. li prodotti saranno numeri intieri, più facili da adoprare d'essi rotti; li moltiplicaremo per detto 12. & se ne producono 165. & 118. quali ritengono la conuenienza istessa delli $13\frac{3}{4}$. & $9\frac{5}{6}$. però tanto è dire 165. dà 118. quanto è dire $13\frac{3}{4}$. dà $9\frac{5}{6}$. & consequentemente in cambio di dire $13\frac{3}{4}$. dà $9\frac{5}{6}$. che darà 19875? potremo dire 165. dà 118. che darà 19875? Di più, perche vediamo, che di queste tre quàtità la prima, & la terza, cioè 165. & 19875. si possono partire per 3. ò per 5. ò per 15. & deriuarne numeri più piccoli, & più facili da adoprare, potremo partire ciascuna d'esse due quantità per 15. che ne viene 11. & 1325. quali ritengono la conuenienza istessa, che hanno 165. & 19875. & però tanto resulta à dire 165. dà 118. che darà 19875? quanto resulterà à dire, 11. dà 118. che darà 1325? il che anco si conoscerà facilmente, cõsiderando, che tanto importa il dire 165. dà 118. che darà 19875? quanto il dire 165. dà 19875. che darà 118? *(hauendo scambiati i luoghi fra loro la seconda, & terza quantità)* ma questo con abbreuiare 165. prima, & 19875. seconda *(partendo ciascuna di loro per 15.)* si riduce à dire 11. dà 1325. che darà 118? & hora ponendo la seconda nel luogo della terza, & la terza nel luogo della seconda, questo si può ridurre à dire 11. dà 118.

$13\frac{3}{4}$) $9\frac{5}{6}$ (19875
165 118 1325
11 10600
14575
11) 156350
quarto num. cercato $14213\frac{7}{11}$

10 10
11) 118 (1325 11) 118 (1325
8 8
10600 10600
$963\frac{7}{11}$ è $14213\frac{7}{11}$
13250 il quarto num.
quarto num. $14213\frac{7}{11}$

Digitized by Google

che darà 1325? le quali domande tutte risultano il medesimo, cioè danno per risolutione una medesima quarta quantità cercata, però si vede, che tanto importa il dire 11. dà 118. che darà 1325? quanto il dire 165. dà 118. che darà 19875? & così la nostra domanda, che era $13\frac{1}{6}$. dà $9\frac{1}{6}$. che darà 19875? habbiamo ridutta à dire 11. dà 118. che darà 1325? il che hora in questi piccoli numeri intieri solueremo facilmente in qual de' modi mostrati ci verrà commodo: che se vorremo moltiplicare 118. secondo, via 1325. terzo, & partire il prodotto 156350. per 11. primo, ne verrà $14213\frac{7}{11}$. per il quarto numero cercato; Ouero, perche 118. secondo contiene l'11. primo 10. volte, & auanza 8. per causa dell'8. moltiplicaremo 1325. terzo, via 8. & partiremo il prodotto 10600. per 11. primo, che ne viene $963\frac{7}{11}$. & per causa delle 10. volte, moltiplicaremo 1325. terzo, via 10. giongendo il prodotto 13250. al $963\frac{7}{11}$. già trouato, che fà $14213\frac{7}{11}$. quale è il quarto numero cercato. Et se vorremo vsare più breuita, nel giongere il 13250. al $963\frac{7}{11}$. mentre che esso 13250. si vien trouando, & giongendo al 963. si possono andar trasmutando le figure del 963. in quelle della somma, che sarà il $14213\frac{7}{11}$. cercato.

Et dicendosi, 800. da 1248. che darà 640? Noi potremo abbreuiare la prima, & terza; ò la prima, & seconda à nostra voglia, che abbreuiando la prima, & seconda, partendo ciascuna per 8. ne viene 100. & 156. quali ancora si potriano abbreuiare per 2. ò per 4. che la prima douentaria 50. ouero 25. ma perche più facil partitore è 100. che non è 50. ò 25. *(poiche à partire per 100. che remosso li dui zeri destri, bà solo la vnità, con essa partendo qual si vogli numero, ne viene l'istesso)* nõ occorrerà ad abbreuiar più la prima quãtità con la seconda, ma diremo 100. dà 156. che darà 640? & perche nella terza è vn zero destro, potremo hora abbreuiare la prima, & la terza, supponendo di partire ciascuna d'esse per 10. che sarà lassando vn zero destro fuori di ciascuna, & pigliãdole come 10. & 64. & così diremo. 10. dà 156. che darà 64? che per non alterare il 10. partitore facilissimo, non lo abbreuiaremo con alcuna dell'altre due, come si potria, ma moltiplicando 156. per 64. che produce 9984. lo partiremo per 10. & ne verrà 998. & 4. decimi, cioè $998\frac{4}{10}$. che è la quarta quantità cercatà. Ouero nel dire 100. dà 1248. che darà 640? noi abbreuiando la prima, & terza, con il leuare vn zero destro da ciascuna, che resteranno 80. & 64. & ancora partendo ciascuna di queste per 8. che douentaranno 10. & 8. & hora non alterando il 10. partitore facilissimo, diremo 10. dà 1248. che darà 8? onde moltiplicando 1248. per 8. fà 9984. quale partito per 10. cioè lassato l'8. prima figura destra da se, per numeratore d'vn rotto, che habbi 10. partitore per denominatore, il seguente finirà 998. farà l'auuenimento intiero, che con esso $\frac{4}{10}$. ouero $\frac{2}{5}$. *(schifandolo)* farà $998\frac{2}{5}$. per il quarto numero cercato. Ouero, quando conosciamo, che l'800. primo, & il 640. terzo si possono abbreuiare per 10. & per 8. cioè per 80. & ne viene 10. per il primo, & 8. per il terzo, noi tenendoli à mente, moltiplicaremo il 1248. secondo, via 8. terzo, & partiremo il prodotto per 10. primo, ma senza ponere in margine altro, che l'auuenimento necessario; perilche moltiplicando il 1248. per 8. diremo 8. via 8. fà 64. del quale il 4. destro sappiamo, per causa del partitor 10. douere essere decimi, cioè 4. esimo di 10. che conosciamo ridursi à $\frac{2}{5}$. però scriueremo in margine $\frac{2}{5}$. & serbando il 6. del 64 che segue al 4. moltiplicaremo 8. via 4. che segue nel 1248. & fà 32. al quale giongeremo il 6. serbato, che fà 38. & ponendo in margine l'8. destro à canto da man destra al $\frac{2}{5}$. già trouato, giongeremo il 3. che rimane del 38. con il prodotto d'8. via il seguente 12. del 1248. che in tutto fà 99. da ponere conseguentemente appresso all'$\frac{2}{5}$. già trouato, & così haueremo moltiplicato, & partito in vn'istesso tempo, haueremo formato $998\frac{2}{5}$. che è il quarto numero cercato. Et dicendosi $4\frac{1}{6}$. vale, douenta, ò dà $7\frac{3}{11}$. che valerà, douentarà, ò darà $9\frac{1}{6}$? Noi se vorremo facilitare la prima, & seconda, cioè moltiplicar le per tal numero, che i prodotti siano numeri intieri, vedremo, che 15. è numero cõmodo *(quale nasce à moltiplicare 3. & 5. denominatori incommunicanti fra loro)* però moltiplicando la prima $4\frac{1}{6}$. per 15. fà $\frac{1}{6}$ di 15. & 60. cioè 63. & moltiplicando la seconda $7\frac{3}{11}$. per 15. fà 10. & 105. cioè 115. & così potremo supponere, che si dica 63. dà 115. che darà $9\frac{1}{6}$. Et hora se vorremo facilitare la terza quantità, riducendola à numero intiero, potremo moltiplicarla per 7. *(denominatore del $\frac{1}{7}$. rotto accompagnato al 9. suo intiero)* & fà 66. & anco contiene moltiplicare la prima, quale è 63. per il medesmo 7. *(poiche quando si moltiplica, ò parte l'vna d'esse prima, ò terza per qualche numero, conuiene anco similmente moltiplicare, ò partire l'altra d'esse per il medesmo numero. acciò si mantenga fermo la proportione, che le due quantità hanno fra loro)* & fà 441. si che ad esso habbiamo 441.

800) 1248 (640	800) 1248 (640	
100 156 64	10 9984 8	
10 9984	998 $\frac{4}{10}$	
998 $\frac{4}{10}$	800) 1248 (640	
	quarto num. 998 $\frac{2}{5}$	

$4\frac{1}{6}$) $7\frac{3}{11}$ ($9\frac{1}{6}$		
63 115		
441 66		
147 22		
2530		
3060		
quarta $17\frac{3}{6}\frac{1}{7}$		

115. &

Digitized by Google

115. & 66. per le tre quantità da adoprare à ritrouare la quarta; & se anco vorremo partire la prima, & la terza per 3. ne riusciranno pure numeri intieri facili, cioè 147. & 22. però potremo dire, 147. dà 115. che darà 22? onde moltiplicando 115. via 22. che fà 2530. & questo partendo per 147. che ne viene $17\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. questo sarà la quarta quantità cercata.

Et se nel sopradetto esempio di $4\frac{1}{7}$. da $7\frac{3}{7}$. che darà $9\frac{1}{2}$. ci fusse piaciuto facilitare da principio la prima, & la terza quantità, moltiplicàdole per 35. ò vogliamo dire per 5. & 7. che formano numeri intieri per prodotti, elle sariano douentate 147. & 330. *(che la prima moltiplicata per 5. fà 21. & questo per 7. fà 147. & la terza moltiplicata per 7. fà 66. & questo per 5. fà 330.)* questi 147. & 330. si vede potersi partire per 3. senza conducri in rotti, però partendoli si ridurranno à 49. & 110. Ouero, quando ci accorgessimo, che il 21. & il 66. si poteuano partire per 3. commodamente, noi li poteuamo partire, che ne deriuauano 7. & 22. & questi poi moltiplicare il primo per 7. *(rimastoci da adoprare delli dui moltiplicanti 5. & 7.)* che fa 49. & il terzo per 5. *(rimastoci da adoprare delli dui moltiplicanti detti 5. & 7.)* che fà 110. Et se hora vorremo ridurre la seconda à numero intiero, che si può fare moltiplicandola per 3. denominatore del rotto in essa posto, ella douentarà 23. & la prima moltiplicata per il medesimo 3. douentarà 147. & così diremo 147. dà 23. che darà 110? onde moltiplicato 23. via 110. che fà 2530. & questo partito per 147. ne viene $17\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. che è la quarta quant. cercata.

Ma è bene d'auuertire, che nel sopradetto esempio, ò domanda $4\frac{1}{7}$. dà $7\frac{3}{7}$. che darà $9\frac{1}{2}$? nel quale moltiplicando la prima, & la terza per 35. ò per 5. & 7. elle douentano 147. & 330. Volendo hora ridurre la seconda à numero intiero, che si fà commodamente moltiplicandola per 3. & douenta 23. & però conuiene anco moltiplicare la prima per l'istesso moltiplicante 3. che douentarà 441. & hora potremo partire la prima, & la terza, cioè 441. & 330. per 3. che la prima tornarà ad essere 147. & la terza 110. & così tanto importa il dire 441. dà 23. che darà 330. quanto il dire 147. dà 23. che darà 110? ouero quanto importa il dire 147. dà $7\frac{3}{7}$. che darà 330? E' bene d'auuertir dico, che stando fermo il 147. primo, quando il secondo è $7\frac{3}{7}$. il terzo è 330. Et quando il secondo è 23. il terzo è 110. Però vediamo, che anco stando ferma la prima quantità delle tre, che si hanno nella Regola del Tre; si possono mutare la seconda, & la terza, & per conoscere il modo, considereremo, che dicendosi 147. dà $7\frac{3}{7}$. che darà 330? noi moltiplicando la prima, & la seconda per 3. che fanno 441. & 23. elle ritengono la conuenienza fra loro, che haueuano; ma se partiamo poi la prima 441. per 3. *(che hora si può dire essere il medesimo numero 3. con il quale si è moltiplicata la seconda)* riducèdola di nuouo à 147. conuiene con l'istesso 3. partire anco la terza 330. riducendola à 110. & così veniamo in cognitione, che senza mouere la prima, quando moltiplichiamo la seconda per qualche num. conuiene allhora partire la terza per l'istesso numero, & così le due quantità, che ne risultano per seconda, & terza, accompagnate alla prima non alterata, formano tre quantità, che ci seruono à ritrouare la quarta medesima cercata. Et ben si vede, che dicendo 147. dà $7\frac{3}{7}$. che darà 330? noi douiamo partire il prodotto di $7\frac{3}{7}$. via 330. che è 2530. per il 147. che l'auuenimento sarà la quarta quantità; onde tutte le quantità poste per seconda, & terza, tali, che il loro prodotto fia l'istesso 2530. accompagnate al 147. preso per prima quantità, con la quale si parte il 2530. ci seruiranno à trouare la quarta, che si cerca; Ma moltiplicare non $7\frac{3}{7}$. via 330. ma il triplo di $7\frac{3}{7}$. cioè 23. via 330. il prodotto 7590. dourà ancora egli essere similmente triplo al prodotto di $7\frac{3}{7}$. via 330. cioè à 2530. onde se mediante il prodotto di 23. via 330. vorremo trouare il prodotto di $7\frac{3}{7}$. via 330. à noi con il numero, col quale si moltiplicò il $7\frac{3}{7}$. cioè con il 3. conuerrà partire il 7590. che ne viene esso 2530. Ma à moltiplicare alcun numero proposto per 330. & partir poi il prodotto per 3. ne risulta tanto, quanto à partir prima il 330. per 3. che ne viene 110. & con questo 110. moltiplicar poi il numero proposto; onde à moltiplicare $7\frac{3}{7}$. per 3. & il resultante moltiplicarlo per 330. & il prodotto partirlo per il 3. medesmo, col quale si moltiplicò $7\frac{3}{7}$. ne nasce tanto, quanto à moltiplicare $7\frac{3}{7}$. via 3. & il resultante moltiplicarlo, non per 330. ma per il numero, che deriua à partire 330. per il 3. col quale si moltiplicò il $7\frac{3}{7}$. Conosciamo dunque, che di Tre quantità date per ordine nella Regola del Tre, per ritrouare la quarta, Noi, stando ferma la prima, potremo alterare la seconda, & la terza, & formare due altre quantità per seconda, & terza, che con la detta prima faranno deriuare

la quarta

$4\frac{1}{7})\ 7\frac{3}{7}\ (9\frac{1}{2}$
21 66
147 300
49 110

$4\frac{1}{7})\ 7\frac{3}{7}\ (9\frac{1}{2}$
21 66
7 22
49 110
147 23
2530
1060
31
quarta $17\frac{31}{147}$

$4\frac{1}{7})\ 7\frac{3}{7}\ (9\frac{1}{2}$
147 330
441 23
147 110

$4\frac{1}{7})\ 7\frac{3}{7}\ (9\frac{1}{2}$
147 330
23 110

$4\frac{1}{7})\ 7\frac{3}{7}\ (9\frac{1}{2}$
21 66
147 23 22
110

Digitized by Google

la quarta cercata; & questo si potrà esequire, moltiplicando la seconda per qual numero A, ci piaccia, & partendo la terza per il medesimo numero A, che il prodotto sarà la quantità, da pigliare in luogo di seconda, & l'auuenimento sarà la quantità, da pigliare in luogo di terza. Il medesmo auuerrà se partiremo la seconda, per qual numero A, si vogli, & con l'istesso numero A, moltiplicaremo la terza; perche essendo la seconda poniamo 330. & la terza $7\frac{1}{3}$. tanto resulta à moltiplicare 330. via $7\frac{1}{3}$. quato resultarà à moltiplicare 330. non via $7\frac{1}{3}$. ma per 23. prodotto di $7\frac{1}{3}$. via 3. & partir poi il prodotto per detto 3. Et conseguentemente quanto resulcaria à moltiplicare non $7\frac{1}{3}$. ma 23. prodotto di $7\frac{1}{3}$, via 3. non via 330. ma per 110. che nasce à partire il 330. per il 3. col quale si moltiplicò il $7\frac{1}{3}$. facendolo douentare 23. Cioè tanto resulta à moltiplicare 330. via $7\frac{1}{3}$. quanto à moltiplicare quello, che nasce à partire 330. per 3. cioè 110. per quello, che nasce à moltiplicare $7\frac{1}{3}$. via il medesimo 3. cioè per 23. Il che anco facilmente conosciamo esser vero, considerando, che tanto importa il dire 147. dà $7\frac{1}{3}$. che darà 330? quanto il dire 147. douenta 330. che douentarà $7\frac{1}{3}$? ma quello si può ridurre à dire 147. dà 23. che darà 110? *(partendo la terza per il numero, con che si moltiplicò la seconda)* & però questo si può ridurre à dire 147. douenta 110. che douentarà 23? *(partendo la seconda per il numero, con che si moltiplicò la terza)* onde quando vorremo mouere, ò alterare la seconda, & terza, in modo, che elle con la prima ci seruano à trouare la quarta; conuiene, moltiplicando la seconda per qualche numero, con l'istesso partire la terza; ouero conuiene, partendo la seconda per qualche numero, con l'istesso moltiplicare la terza. Noi hora dalle cose dette potiamo deriuarne la seguente Regola generalissima.

Proposte Tre quantità ordinate nella Regola del Tre; per trouare la quarta. Se non alterando la terza, partiremo, ò moltiplicaremo la prima, & seconda per vn'istesso numero, quelle due prima, & seconda, che nasceranno infieme con la terza non alterata, saranno tre quantità tali, che con esse si potrà trouare la medesima quarta, che con le tre proposte si saria trouata. Ouero. Se di tre quantità proposte ordinate nella Regola del Tre, non alterando la seconda, moltiplicaremo, ò partiremo la prima, & la terza per vn'istesso numero, quelle due prima, & terza, che nasceranno insieme con la seconda non alterata, saranno tre quantità tali, che con esse si potrà trouare la medesima quarta, che con le tre proposte si saria trouata. Ouero. Se di tre quantità proposte, ordinate nella Regola del Tre, non alterando la prima, moltiplicaremo la seconda per qualche numero, con il qual numero si parta la terza, ò se partiremo la seconda per qualche numero, con il qual numero si moltiplichi la terza, quelle due quantità seconda, & terza, che ne nasceranno, insieme con la prima non alterata, saranno tre quantità tali, che con esse si potrà trouare la medesima quarta, che con le tre proposte si saria trouata. Sia per esempio di ciò, che si propona, $15\frac{1}{4}$. dà $19\frac{1}{2}$. che darà $31\frac{1}{4}$. Noi non alterando la terza, se moltiplicaremo la prima, & la seconda per 12. elle douentaranno 189. & 238. & così in vece della domanda proposta, potremo dire, 189. dà 238. che darà $31\frac{1}{4}$? Et se ancora non alterando la terza, partiremo la prima, & la seconda per 7. elle douentaranno 27. & 34. & però potremo dire 27. dà 34. che darà $31\frac{1}{4}$. Et hora se di queste tre quantità non alterando la seconda, moltiplicaremo la terza, & la prima per 5. elle douentaranno 156. & 135. & così potremo dire 135. dà 34. che darà 156? Et se ancora non alterando la seconda, partiremo la prima, & la terza per 3. elle douentaranno 45. & 52. & però potremo dire, 45. dà 34. che darà 52? Et hora se di queste tre quantità non alterando la prima, vorremo moltiplicare la seconda per 4. & perciò col medesmo 4. partire la terza, elle douentaranno 136. & 13. & così potremo dire 45. dà 136. che darà 13? Et se ancora non alterando la prima, vorremo partire la seconda per 8. & perciò con il medesimo 8. moltiplicare la terza, elle douentaranno 17. & 104. & però potremo dire 45. dà, ò douenta 17. che darà, ò douentarà 104? In tutti i quali modi dicendo, ò in qual'altro, che deriui dalle quantità sopradette alterate, come com porta, ò mostra la Regola, noi trouaremo la quarta quantità cercata; Che volendoci seruire poniamo di queste penultime 45. dà 136. che darà 13? perche il 45. prima in 136. seconda entra 3. volte, & auanza 1. moltiplicando 13. terza per 1. auanzo, & partendo il prodotto 13. per 45. prima, che ne viene $\frac{13}{45}$. & à questo gionto il prodotto di 3. *(numero delle volte intiere, che il 45 primo entra in 136. seconda)* via 13. terza, che è 39. fà $39\frac{13}{45}$. quale è la quarta quantità cercata. Ouero nel dire 45. dà 136. che darà 13? Se partendo la seconda per la prima, che ne viene $4\frac{13}{45}$. con questo moltiplicaremo la terza, se ne produrrà $39\frac{13}{45}$. che è la quarta cercata. Et potiamo anco

$15\frac{1}{4}$.	$19\frac{1}{2}$.	$31\frac{1}{4}$		3	
189	238	$31\frac{1}{4}$	45	136	13
27	34	$31\frac{1}{4}$		1	
135	34	156	quarta	$39\frac{13}{45}$	
45	34	52	45	136	13
45	136	13	1	$3\frac{13}{45}$	
45	17	104	quarta	$39\frac{13}{45}$	

Digitized by Google

ánco nel dire 45. dà 136. che darà 13? conſiderare, che la terza non ſi alteri, ma che la prima, & la ſeconda ſi partano per 45. prima *(acciò la prima minore ſi riduca all'vnità)* che douentarano 1. & $3\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. Et hora dire 1. dà $3\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. che darà 13? onde per trouare la quarta, moltiplicaremo la ſeconda $3\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. per la terza 13. che fà $30\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. quale *(perche à partirlo per 1. prima, ne viene il medeſmo* $39\frac{1}{4}\frac{1}{7}$*)* diremo eſſere la quarta quantità cercata.

Della Proua delle operationi fatte con la Regola del Tre. Cap. V.

SIno ad hora ſi è trattato diffuſamente della Regola del Tre, cioè del modo di trouare vna quarta quantità cercata, mediãte tre quantità propoſte, però moſtraremo al preſente come ſi prouino le operationi fatte con la detta Regola del Tre, cioè come ſi proui, che la quarta quantità con eſſe trouata ſia quella, che ſi cercaua. Però ſappiaſi, che li Pratici Aritmetici fanno eſſa proua con vna operatione, ò domanda conuerſa alla propoſta, ſupponẽdo, che la quarta quantità trouata douenti ſeconda, la terza douenti prima, & la prima douenti terza; & con queſte tre così ordinate trouano la quarta, quale eſſendo eguale alla ſeconda delle propoſte nella domanda principale, dicono, che la operatione è ben fatta; ma ſe ella non gli fuſſe eguale, dicono, che vi è errore; & tornando à riuedere le operationi, cercano oue ſia l'errore, ò errori, & gl'accommodano, & così con il detto modo, ò proua concludono poi d'hauere operato bene; Che per eſempio dicendoſi. 6. braccia di Velluto vagliono 15. ſcudi, domando al medeſmo prezzo, 8. braccia di Velluto quanto valeranno? ò vogliamo dire, parlãdo in aſtratto, 6. dà, ò vale 15. che darà 8? Noi operando ſecondo la regola, trouaremo, che la quarta quantità è 20. cioè che le br. 8. valeranno ſc. 20. Hora per farne la proua, formaremo vna domanda conuerſa à queſta, il che farà, ſupponendo di ſapere il valore non delle br. 6. prime, ma delle br. 8. che ſi domandaua, & mediante il valore delle br. 8. hora noto, cercare il valore delle prime br. 6. dicendo, br. 8. vagliono ſc. 20. domando al medeſmo prezzo br. 6. quanto valerãno? O parlando in aſtratto, diremo 8. dà 20. che darà 6? & operando come ſi vogli, poniamo col moltiplicare 20. via 6. & partire il prodotto 120. per 8. che ne vien 15. ſapremo 15. eſſere la quarta quantità hora cercata, cioè che 6. darà 15. ò vogliamo dire, cõcluderemo, che le br. 6. valeranno ſc. 15. quali ſc. 15. hora trouati, perche ſono à punto quello, che ſi ſuppoſe nella prima domanda, valere le br. 6. *(eſſendoſi detto le br. 6. vagliono ſc. 15.)* ſi concluderà, che habbiamo operato bene, cioè eſſer vero, che le br. 8. vagliono li ſc. 20. trouati, ò vogliamo dire eſſer vero, che 8. dia 20. come s'è detto, ò trouato, mediante il primo ſuppoſito, ò domanda. Similmente dicendoſi $15\frac{1}{6}$. dà $19\frac{5}{6}$. che darà $31\frac{1}{7}$. Se noi operando riſponderemo, che darà $39\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. cioè che la quarta quantità cercata, deriuante dalle tre propoſte, è $39\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. Per farne la proua, con vna domanda conuerſa, facendo che la terza, & quarta quantità d'hora, douentino prima, & ſeconda, & che la prima douenti terza, diremo $31\frac{1}{7}$. dà $39\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. che darà $15\frac{1}{6}$? & operãdo al ſolito, trouaremo, che darà $19\frac{5}{6}$. cioè che $15\frac{1}{6}$. darà $19\frac{5}{6}$. & perche queſto è quello à punto, che nella prima domanda principale ſi ſuppoſe, cioè che il $19\frac{5}{6}$. deriuaſſe da $15\frac{1}{6}$. concluderemo eſſer vero, che la quarta quantità da principio domãdata è il $39\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. che ſi trouò; poiche ſe è vero, che quando $15\frac{1}{6}$. dà $19\frac{5}{6}$. il $31\frac{1}{7}$. dia $39\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. ben conuiene anco conuerſamente, che ſia vero, che quando $31\frac{1}{7}$. dà $39\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. allhora $15\frac{1}{6}$. dia $19\frac{5}{6}$. ma con la ſeconda domanda, ò proua ſi conoſce così eſſere, però la operatione, ò riſpoſta data alla noſtra principal domanda è buona, & conueniente.

Notiſi hora, che ſe bene la Proua della Regola del Tre, ſi fà da tutti con vna domanda conuerſa, come s'è detto; cioè per eſempio in queſta domanda, ò Regola di tre, br. 6. ſi hanno per ſc. 15. domando br. 8. al medeſmo prezzo per quanto ſi haueranno? ò vogliamo dire per ſc. 15. ſi hanno br. 6. volendo br. 8. per quanto s'haueranno? ouero 6. vale 15. che valerà 8? nella quale trouiamo, che l'8. valerà 20. La Proua ſi fà, dicendo, Se 8. valeſſe 20. è vero, che 6. vaglia 15? cioè 8. vale 20. che valerà 6? Et perche ſi troua hora con queſta domanda conuerſa, che 6. vale 15. come da principio ſi ſuppoſe valere, ò vogliamo dire, perche hora trouiamo, che ſe 8. vale 20. è vero, che 6. valerà 15. & perciò ſi dice eſſere ancor vero, che 8. vale 20. come ſi trouò da principio; poiche ſe 20. non fuſſe il vero valore d'8. mediante eſſo non ſi trouaria, che 6. valeſſe il vero valore, che ſi ſuppoſe, cioè che valeſſe 15. Notiſi hora dico, che in altri modi ancora ſi può fare la proua delle operationi della Regola del Tre; perche ſe, ripigliando l'eſempio ſuperiore, conſideraremo, che concludiamo il 20. trouato eſſere il vero valore d'8. ò dependere veramente dall'8. perche mediante eſſo conuerſamente ſi troua, che ancora 15. è il vero valore di 6. ò dependere veramente da 6. come ſi ſuppoſe, conoſceremo, che ciaſcun modo, con il quale ci potiamo aſsicurare, che il 20. dependa dall' 8. come dal 6. il 15; ò che l'8. & 20.

siano talmente compagni, come sono il 6. & 15. ciascun modo tale potrà chiamarsi prova della nostra Regola del Tre, ò domanda principale. Però se diremo, per 20. sc. si hanno br. 8. domando se è vero, che per 15. sc. si denano hauere br. 6. come si suppose; ò vogliamo dire, se sc. 20. sono il valore di br. 8. è vero, che sc. 15. denano essere il valore di br. 6? cioè se sc. 20. danno br. 8. sarà vero, che sc. 15. diano br. 6. come si suppose; cioè se diremo 20. dà 8. che darà 15? ò 20. depende da 8. da che dependerà 15? Et perche operando come si vogli, poniamo moltiplicando 15. via 8. che fa 120. & questo partendo per 20. che ne vien 6. questo 6. è la quarta quantità hora cercata, conosciamo, che se 20. dà 8. è necessario, che 15. dia 6. cioè, che se per sc. 20. si hanno br. 8. è vero, che per sc. 15. si haueranno br. 6. come si suppose, & che consequentemente è vero, che le br. 8. vagliono sc. 20. come si concluse, mentre le br. 6. vaglino sc. 15. Però delle tre quantità proposte 6. 15. 8. nella principal domanda, & della quarta trouata 20. formando vn'altra regola del Tre, ò domanda, tale, che 20. quarta trouata sia la prima, 8. sua compagna sua terza sia la seconda, & 15. sua seconda sia terza; se con queste tre trouaremo per quarta il 6. sua prima, potremo concludere d'hauere operato bene, cioè esser vero, che la quarta quantità domandata nel principal quesito, sia 20. come s'è trouato. Ancora considerando, cha se è vero, che le br. 8. vaglino sc. 20. come si troua, ò risponde, mentre che le br. 6. vaglino sc. 15. conuiene, che anco sia vero, che se con sc. 15. si hanno br. 6. ne segua, che con sc. 20. si habbino le br. 8. che si dice di volere; però dicendo sc. 15. è il valore di br. 6. domando sc. 20. se sarà il valore di br. 8. cioè per sc. 15. si hanno br. 6. per sc. 20. quanto si haurà? conosciamo, che se trouaremo, che si debbino hauere, ò vogliamo dire, che s'habbino br. 8. come si suppose, ò disse di volere, potremo esser sicuri, che si sc. 20. siano il vero valore delle br. 8. come si concluse; ma moltiplicando 6. secondo, via 20. terzo, che fa 120. quale partendo per 15. primo, ne viene 8. quell 8. sarà la quarta quantità simile alla seconda, cioè sarà br. 8. dependente dalla terza, cioè dalli sc. 20. però per sc. 20. si haueranno br. 8. come bisogna, & così siamo sicuri esser vero, che si volere br. 8. bisognano sc. 20. cioè, che le br. 8. vaglino sc. 20. come si disse hauer trouato. Dal che si comprende, che delle tre quantità 6. 15. 8. proposte nella principal domanda, & della quarta trouata 20. formando vn'altra Regola del Tre, ò domanda, tale, che la seconda, & prima douentino prima, & seconda, & che la quarta douẽti terza; se con queste tre, trouaremo per quarta l'8. sua terza, potremo concludere d'hauere operato bene, cioè esser vero, che la quarta quantità domãdata nel principal quesito sia 20. come s'è trouato.

Et così conosciamo, che in tre modi, cioè con tre Regole del Tre, ò domande diuerse, potiamo fare la proua d'vna Regola del Tre proposta, ò vogliamo dire, potiamo certificarci, se la quarta quantità trouata sia quella, che si cercaua, cioè che talmente conuenga con la terza, come conuiene la seconda con la prima delle proposte. Il che tutto, acciò si possa facilmente hauere in memoria, si è posto qui sotto differentemente.

Domãda principale. br. 6. vagliono sc. 15. br. 8. quãto valerãno? Si risponde, che valerãno sc. 20;

Proue
- Br. 8. vagliono sc. 20. br. 6. quanto valeranno? Si risponde, ò troua, che valeranno sc. 15. come da principio si suppose.
- Sc. 20. sono il valore di br. 8. sc. 15. di che saranno valore? Si risponde, ò troua, che saranno il valore di br. 6. come da principio si suppose.
- Sc. 15. è il valore di br. 6. sc. 20. di che sarà valore? Si risponde, ò troua, che sarà il valore di br. 8. come veramente hà da essere.

Cioè.

6. 15. 8. la quarta sarà 20.
8. 20. 6. la quarta sarà 15.
20. 8. 15. la quarta sarà 6.
15. 6. 20. la quarta sarà 8.

Quero riducendole ad ordine piaceuole, & grato.

6. 15. 8. darà 20. Questa è la domanda proposta principale.
15. 6. 20. darà 8. Questa è proua della principale, nella quale la seconda, prima, & quarta delle principali douẽtano prima, seconda, & terza, & la quarta, che quì si troua, deue essere eguale alla terza delle principali.
8. 20. 6. darà 15. Altra proua, nella quale la terza, quarta, & prima delle principali douentano prima, seconda, & terza, & la quarta, che quì si troua deue essere eguale alla seconda delle principali.
20. 8. 15. darà 6. Altra proua, nella quale la quarta, terza, & seconda delle principali douentano prima, seconda, & terza, & la quarta, che quì si troua deue essere eguale alla prima delle principali.

Altre

Digitized by Google

HAuendo fin quì moſtrato, & con eſempij di quantità facili dichiarato, come nella Regola del Tre, mediante le tre quantità propoſte ſi ritroui la quarta, & come ancora giudicioſamente ſe ne facci la proua, hora commodamente ſi verranno à dilucidare molte altre coſe ad eſſa Regola del Tre pertinenti, che poſſono occorrere. Et primieramente notiſi, che ſe bene delle tre quantità propoſte ſi dice due eſſere ſempre ſimili fra loro, & l'altra dependere dall'vna di dette ſimili, quale vna di dette ſimili per regola ſtabiliſſima ottiene ſempre il primo luogo, cioè ſi piglia, ò adopra come prima quantità, ponendo poi le ſeguenti con che ordine ſi vogli, notiſi dico, che alle volte i caſi ſaranno propoſti in maniera, che non apparirà così ſubito, quali ſiano le due quantità fra loro ſimili, ma conuerrà col giuditio andarlo conoſcendo, & darli i ſuoi luoghi conuenienti, acciochè per difetto del non rappreſentarle con l'ordine conueniente, non ſi venga à fare errore nella reſolutione, ò riſpoſta da darſi alla domanda; Che per eſempio dicendoſi, con ſc.80. ſpeſi in mercantia, hò guadagnato ſc.3. domando, ſe ſpendeſsi lir. 900. nel medeſmo modo, quanto guadagnarei? Quì li ſc. 80. & ſc. 3. paiono ſimili, & le lir. 900. paiono diſsimili, & dalli ſc. 80. & dalli ſc. 3. nondimeno la quantità di lir.900.non è veramente diſsimile da ciaſcuna delle due ſc.80.& ſc.3. nè è vero, che li ſc.80. & ſc.3. ſiano ſimili fra loro; perche la ſimilitudine delle quantità nella Regola del Tre ſi piglia non riſpetto alla denominatione ſemplicemente, ma riſpetto al cauſare, ò far dependere coſe ſimili, ouero dal dependere da coſe ſimili quanto alla attione; cioè dicendoſi. 6.huomini hanno mangiato 30. pollaſtri, domando 40. huomini alla medeſima ragione quanto mangiarãno? quello che fà ſimilitudine nella regola fra li 6. huomini, & li 40. huomini, non è ſemplicemente la denominatione huomo, che li è commune, ma è quella ſimilitudine, che naſce dalla attione ſimile, cioè dal mangiare alla medeſima ragione, che denono fare i 40. huomini; nel modo cioè, che ſi dice hauer fatto li 6. Et dicendoſi 6.huomini hauno mangiato 30. pollaſtri, domando alla medeſma ragione 40. donne, quanti pollaſtri mangiaranno? qui ſe bene pare, che li 6. huomini, & 40.donne ſiano diſsimili, poiche hanno denominationi diuerſe d'huomini, & donne; eſſe due quantità nondimeno ſono ſimili, perche ſi ſuppone, che habbino à fare vna medeſma attione ad vn medeſmo modo, douendo mangiare ad vna medeſma ragione quanto al numero, così le donne, come gl'huomini, che però in ciaſcuna delle due domande ſi riſponderà, che li 40. huomini, ouero le 40. donne mangiaranno, ò douerannno mangiare 200. pollaſtri. Il medeſmo occorreria, dicendo 6. Galline mangiano 30. ſcudelle di ſemola *(in vn dato tempo poniamo la ſettimana)* domando 40. Oche alla medeſma ragione quanto mangiaranno? che quì ſupponẽdoſi, che le Oche, & le Galline mangino ad vn medeſmo modo, cioè che ciaſcuna Oca *(in vn tempo medeſmo determinato, cioè il dì, o la ſettimana, &c.)* mangi quanto ciaſcuna Gallina; queſta ſorte d'attione fà che 6. & 40. ſono le due quantità ſimili nella propoſta Regola del Tre, & però che la prima fia il 6. dal quale depende il 30. perilche la quarta, che deue eſſer ſimile à queſto 30. dependente dalla prima, ſarà il mangiare delle 40. Oche, quale ſi troũarà eſſere 200. ſcudelle di ſemola. Conſiderato queſto, tornando al noſtro queſito principale, che è con ſc.80. ſi è guadagnato ſc.3. domando con lir.900. quanto ſi guadagnarà? Quì, perche vi ſi ſcorge capitale, guadagno, & capitale; poiche ſc. 80. che fà guadagnare è capitale, ſc.3. che ſi guadagnano è guadagno che ne deriua, & lir.900. che ſi vuol ſapere quãto guadagnarannò, viene ad eſſer capitale, dal quale deriuarà il guadagno, che ſi cerca; conoſciamo che non potendo eſſere ſimili ſe non guadagno, & guadagno, onero capitale, & capitale, che la quãtità ſc.3 guadagno non può eſſer ſimile ne à ſc. 80. che è capitale, ne à lir. 900. che è ſimilmente capitale; ma ben conuiene, che ſc. 80. & lir. 900. ſiano ſimili, poiche così l'vno, come l'altro è capitale; Et perche in queſti dui capitali, dell'vno ſi sà il guadagno, & dell'altro non ſi sà, ma ſi cerca; quel capitale, del quale ſi sà il guadagno, cioè che hà vna dell'altre quantità per compagna, ò dependente, ſarà la prima quantita, cioè li ſc. 80. ſaranno prima quantità, & quel capitale, che è ſolo, cioè del quale ſi cerca il guadagno, ò quantità, che da eſſo dependa, potrà eſſere la terza quantità, cioè le lir. 900. ſi potrà ponere per terza quantità, & li ſc. 3. guadagno dependente dalla prima quantità ſarà le ſeconda, & però diremo, Da ſc. 80. di capitale depende ſc. 3. di guadagno, domando da lir. 900. di capitale, che guadagno dependerà? Hora notiſi, che dicendo noi, con ſc. 80. ſi guadagna ſc. 3. ne ſegue, che con 80. mezi ſcudi ſi guadagnaranno 3. mezi ſcudi; con 80. terzi, ò quarti di ſc. ſi guadagnaranno 3. terzi, ò quarti di ſc. Et ſimilmente con 80. lir. ſi guadagnaranno 3. lir; con 80. ſol. ò quatt. ſi guadagnaranno 3. ſol. ò quatt. &c. però dicendoſi con ſc. 80. ſi guadagnano ſc. 3. con lir. 80. quanto ſi guadagnarà? noi conoſciamo donerſi riſpondere, che ſi guadagnarà lir. 3. poiche tanto importa il dire con ſc. 80. ſi guadigna

dagna ſc. 3. quanto il dire con lir. 80. ſi guadagna lir. 3. onde nella Regola del Tre, ordinando le tre quantità in modo, che la ſeconda dependa dalla prima, & la terza ſia la quãtità, alla quale cerchiamo la compagna, ſi conoſce, che quando la ſeconda è della denominatione della prima, ancora la quarta che ſi cerca ſarà della denominatione della terza, dalla quale eſſa quarta hà da dependere, ne importa, che la terza ſia della denominatione della prima, ma baſta, che ella gli ſia ſimile, quanto all'hauere à deriuare da eſſa la quarta, nel modo medeſmo, che dalla prima deriua la ſeconda; però dicendoſi con ſc. 80. ſi guadagnano ſc. 3. domando con lir. 900. quanto ſi guadagnarà? noi conſiderãdo il queſito, come ſe diceſſe con lir. 80. ſi guadagna lir. 3. domando con lir. 900. quãto ſi guadagnarà? & hora che potremo conſiderare queſte tre quantità come numeri aſtratti, potremo dire 80. dà 3. che darà 900? & per trouarlo, potremo *(abbreuiando la prima, & terza, col partirle per 10. cioè conſiderãdole prima d'vn zero deſtro per ciaſcuna)* moltiplicare 3. via 90. che fà 270. & partirlo per 8. che ne viene 33 $\frac{1}{4}$. & queſto 33 $\frac{1}{4}$. ſarà la quarta quantità cercata, quale è della qualità, ò denominatione della terza, dalla quale ella hà da dependere, così come, ò alla ſimilitudine medeſma, che la ſeconda è della qualità, ò denominatione della prima, dalla quale eſſa depende, però detto 33 $\frac{1}{4}$. ſarà lir. & così riſpondеremo, che ſe con ſc. 80. ſi guadagna ſc. 3. ne ſegue, che con lir. 900. ſi guadagnaranno lir. 33 $\frac{1}{4}$. Et ſe ponẽdo la ſeconda in luogo di terza, & la terza in luogo di ſeconda, ſi veniſſe a voler dire. Se ſc. 80. di capitale ſi traſmutaſſe, ò douentaſſe lir. 900. di capitale; allhora ſc. 3. di guadagno, io che guadagno ſi traſmutaria? ò vogliamo dire, che guadagno douentaria? Qui anco operando al ſolito il 33 $\frac{1}{4}$. numero della quarta quantità trouato con li tre 80. 3. 900. haueria in ogni parte tal ſimilitudine con la ſeconda, dalla quale hà da dependere, come hà la terza con la prima, dalla quale ella hora depende, cioè perche la terza è guadagno della prima, ancora la quarta, cioè il 33 $\frac{1}{4}$. ſarà il guadagno della ſeconda, Et perche la terza hà la denominatione iſteſſa, che hà la prima, ancora la quarta haueria la denominatione iſteſſa, che hà la ſeconda, & però ſaria lir. onde ſimilmente ſi riſponderia, che ſe ſc. 80. douẽtaſſero lir. 900. allhora ſc. 3. douentariano lir. 33 $\frac{1}{4}$. cioè che ſe in cambio di ſc. 80. ſi poneſſero lir. 900. di capitale, allhora il guadagno, in cambio d'eſſere ſc. 3. douería eſſere lir. 33 $\frac{1}{4}$. Ma auuertaſi bene, che quando la quantità, che depende dalla prima, & per hora chiamiamola ſeconda, non haurà la denominatione d'eſſa prima, dalla quale ella depende, che ſimilmente occorrerà, che la quarta da trouarſi non haurà la denominatione della terza, dalla quale ella deue dependere, così come ſupponiamo la ſeconda depẽdere dalla prima. Onde per eſempio dicendoſi, Con ſc. 80. ſi guadagnano 3. ſtara di formento, domando con lir. 900. quanto ſi guadagnarà? Quero, Vn Terreno, che coſta ſc. 80. dà di frutto 3. ſtara di formento, domando Vn Terreno ſimile in tutto di valore, & bonti, che coſti lir 900. quanto darà di frutto? Quì ſe con li tre numeri 80. 3. 900. trouaſſimo il quarto douere eſſere 33 $\frac{1}{4}$. non potreſſimo dire, che eſſo 33 $\frac{1}{4}$. fuſſero ſtara di formento, come ſono le 3. ſtara, poiche il 900. non è ſc. come è l'80. ne queſta domanda ſi poria ſoluere, ſe non ſapeſſimo, che conuenienza hanno le lir. alli ſc. ò le ſtarà di formẽto, cioè il ſuo valore, alli ſc. che ſe ſapeſſimo ogni lir. eſſere la quarta, ò quinta parte, &c. di ſc. & però le lir. 900. eſſere quarti, ò quinti, &c. di ſc. ancora il 33 $\frac{1}{4}$. fariano quarti, ò quinti, &c. di ſtara; onde non ſapendo il valore dello ſc. ridotto a lir. non potremo manco ſapere il valore del 33 $\frac{1}{4}$. ridotto à ſtara, ma poniamo che ſi dica lir. 4 $\frac{1}{4}$. fare vno ſc. cioè che lo ſc. vale lir. 4 $\frac{1}{4}$. allhora così come vnità 4 $\frac{1}{4}$. del numero delle lir. 900. fanno vna vnità del numero delli ſc. 80. ne ſeguirà, che ſimilmente vnità 4 $\frac{1}{4}$. del numero 33 $\frac{1}{4}$. trouato, facci vna vnità delli 3. ſtara di formento, onde così come à ridurre le lir. à denominatione di ſc. conuerria partirle p 4 $\frac{1}{4}$. così anco à ridurre il 33 $\frac{1}{4}$. à denominatione di ſtara di formento, conuerrà partirlo per 4 $\frac{1}{4}$. che ne viene 7 $\frac{1}{4}$. & queſto 7 $\frac{1}{4}$. ſarà ſtara di formento, come è la ſeconda quantità, poiche à partire le lir. 900. per 4 $\frac{1}{4}$. ne verriano ſc. come è ſimilmente la prima. Che ſe partendo le lir. 900. per 4 $\frac{1}{4}$. riduccndole à ſc. che ne verriano ſc. 200. ſi diceſſe, col valore di ſc. 80. ſi hà vtile di ſtara 3. di formento, domando, col valore di ſc. 200. al medeſmo modo, che vtile ſi haurà? allhora la domanda ſaria ſtata chiariſſima, & ſi ſaria in aſtratto ridotta à dire, 80. dà 3. che darà 200? che operando *(partendo 600. prodotto di 3. via 200. per 80. ouero 60. per 8. che ne viene 7 $\frac{1}{4}$. Onero partendo 200. per 80. cioè 10. per 8. che ne viene 2 $\frac{1}{4}$. & con queſto moltiplicare il 3. che fà 7 $\frac{1}{4}$. ò in qual'altro modo ſi vogli)* trouaremo, che darà 7 $\frac{1}{4}$. qual 7 $\frac{1}{4}$. quarta quantità trouata ſarà della natura, & denominatione della ſeconda, così come la terza è della natura, & denominatione della prima. Et ſe non ſapremo, che conuenienza è dalla lir. allo ſc. cioè che ſorte di moneta è la lir. riſpetto allo ſc. ma ſi ſappia, che conuenienza è dalle ſtara di formento alli ſc. dal che eſſo formento deriua, cioè ſi ſappia il valore d'vno, ò più ſtara di formento ridotto à denominatione di ſc. allhora ſapendo, che conuenienza habbi la ſeconda quantità alla prima,

dalla

Digitized by Google

dalla quale ella deriua, verremo ancora à sapere, che conuenienza è dalla quarta quantità, che si cerca alla terza, dalla quale ella hà da deriuare, poiche è vna conuenienza istessa. Onde se le 3. staranno la quinta, sesta, ò altra parte delli sc. 80. ancora la quarta quantità da trouarsi sarà similmente la quinta, sesta, ò altra parte delle lir. 900. Che se lo staro valesse poniamo sc. $1\frac{1}{6}$. le 3. staranno valeriano sc. $3\frac{1}{2}$. & però tanto importaria il dire con sc. 80. di valore si hà di guadagno sc. $3\frac{1}{2}$. quanto il dire con sc. 80. dè valore si hà di guadagno stara 3. di formento, & però allhora dicendosi con sc. 80. si guadagna sc. $3\frac{1}{2}$. domando con lir. 900. di valore quanto si guadagnarà? perche ad esso la seconda quantità è della medesma denominatione, che la prima, dalla quale ella depende, si vede che anco la quarta sarà similmẽte della medesma denominatione, che la terza, dalla quale ella deue dependere, & però riducendola in astratto, col dire 80. dà $3\frac{1}{2}$. che darà 900? & trouaremo, che darà $39\frac{1}{2}$. questo $39\frac{1}{2}$. quarta quantità, che hora deue essere della denominatione della terza, verrà ad essere lir. & però haueremo trouato, che se con sc. 80. si guadagna 3. stara di formento, cioè sc. $3\frac{1}{2}$. con lir. 900, si guadagnarà lir. $39\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire tanto formento, che vaglia lir. $39\frac{1}{2}$. che à voler sapere quante stara di formento saranno, conuerria poter sapere quante lir. vale lo staro del formento, ò quante lir. fanno vno scudo; il che quando non ci possa esser noto, nõ potremo manco venire in cognitione di quanto formento si guadagni con le lir. 900. Da quanto s'è detto veniamo à conoscere, che quando la terza quantità, alla quale si vuol trouare la dependente, sia, ò si sappia ridurre à denominatione della prima, allhora la quarta, che si trouarà sarà, ò si sapra ridurre alla denominatione della seconda, ma quando la terza non sia della denominatione della prima, nemeno si sappia riduruela, allhora la quarta che si trouasse non sarebbe della denominatione della seconda, ne meno vi si saprebbe ridurre. Et quando essendo la terza come si vogli, la seconda fusse della denominatione della prima, ò vi si sapesse ridurre, allhora la quarta vetria similmente ad essere della denominatione della terza, ò vi si saprebbe ridurre; però à volere, che la risposta da darsi alle domãde fatte nella Regola del Tre sia à proposito, ò che concluda secondo l'intento, conuiene che vna delle due quantità seconda, ò terza sia della denominatione istessa, ò si riduca alla denominatione istessa, che hà la prima. Auuertiscasi nondimeno qu'llo che poco di sopra si è detto, cioè che se bene la seconda fusse, ò si riducesse alla denominatione della prima, dalla quale ella depende, allhora la quarta saria bene, ò si potria ben ridurre alla denominatione della terza, dalla quale essa quarta similmente depende. ma non perciò essa quarta si sapria ridurre alla denominatione della seconda, se la terza non si sapesse ridurre alla denominatione della prima. Onde dicendosi Vn Terreno che vale sc. 80. dà d'entrata stara 3. di formento, domando Vn Terreno simile di prezzo, & frutto, che vagli lir. 900. quanto formento darà d'entrata? noi non lo potremo trouare altrimenti, se non sapremo ridurre la terza, & la prima ad vna istessa commune denominatione di moneta, cioè à sc. come è la prima, ò à lir. come è la terza; ò ambedue à sol. ò à quatr. ò ad altra denominatione commune ad ambedue; che allhora il saper ridurre la seconda, ò alle denominatione della prima solamente, cioè à sc. ò alla denominatione della terza solamente, cioè à lir. nõ causaria perciò che si sapesse trouare quante stara di formento fruttassero le lir. 900. però per poter solucre le domande intieramente, & à proposito, come si ricerca, conuien dire per Regola generalissima.

Proposte Tre quantità ordinate nella Regola del Tre, di modo che la seconda dependa dalla prima, & la prima sia simile alla terza; per ritrouare la quarta quantità simile alla seconda, che dependa talmente dalla terza, come depende la seconda dalla prima, & che sia della denominatione della seconda. Riducansi la prima, & la terza ad vna istessa commune denominatione, quãdo elle non vi fussero, poi si moltiplichi la seconda per la terza, & il prodotto si parta per la prima. Ouerò parta si la terza per la prima, & con l'auuenimento si moltiplichi la seconda. Ouero si operi in qual'altro si vogli de' modi già detti per ritrouare il quarto numero, ò quantità, mediante li tre proposti, che trouatolo, esso quarto numero, ò quantità sarà quello che si cerca, cioè sarà la quantità simile di qualità, & denominatione alla seconda, che depende dalla terza, nel modo che detta seconda depende dalla prima.

Hora sappisi, che molte volte accade, che la prima quantità, ò la terza, ò ambedue siano composte di altre partiali quantità, come saria dicendo, Con sol. 18. din. 5. si hà vno staro di formento, domando con lir. 234. sol. 2. simili *(cioè della medesma sorte di moneta, ò Bolognese, ò Ferrarese, ò Modonese, ò altra, che sia la prima quantità)* quanto formento si haurà? che noi per trouarlo in questi casi, ridurremo ciascuna delle due quantità prima, & terza ad vn sol numero d'vna istessa semplice denominatione, cioè à lir. ò sol. ò din. &c. come più ci piaccia, ò venga comodo, che il ridurle alla più piccola, simplice, ò partiale denominatione, che fra esse

Digitized by Google

fol. 18. din. 5.) Stara 1. (lir. 234. fol. 2 di. 221
fol. 4682
din. 56184
254
1198
934
50
Stara $254\frac{50}{221}$

due quantità fia nominata è molto commòdo, qual più piccola denominatione nominata fra le due quantità è hora il din. onde riducèdo la prima, cioè fol. 18. din. 5. à din. ella farà din. 221. & riducendoui la terza, ella farà din. 56184. & la domanda farà, come fe dice-ſimo. Con din. 221. fi hà ſtara 1. con din. 56184. quante ſtara ſi haueranno? che moltiplicando il num. della tèrza con il numero della ſeconda, fà il medeſimo 56-184. quale partendo per 221. numero della prima, ne viene $254\frac{50}{221}$. che è il numero della quarta, cioè il numero delle ſtara di formento cercato; però ſi dirà, che con lir. 234. fol. 2. *(della iſteſſa ſorte di moneta)* ſi haueranno ſtara $254\frac{50}{221}$. di formento, Et ſe il rotto $\frac{50}{221}$. di ſtaro ſi voleſſe ridurre ad altra partiale miſura più piccola vſitata, & poniamo che ſi vſi diuidere, ò compartire lo ſtaro in 16. miſurine chiamate Nappi, per ridurre eſſo rotto $\frac{50}{221}$. di ſtaro à Nappi, lo moltiplicaremo per 16. numero delli Nappi, che conſtituiſcono lo ſtaro, & fà $\frac{800}{221}$. cioè $3\frac{137}{221}$. che ſono Nappi, & così direſſimo, che ſi haueranno ſtara 254. & Nappi $3\frac{137}{221}$. Et perche il rotto $\frac{137}{221}$. di Nappo è manco di $\frac{1}{2}$. ma più d'$\frac{1}{4}$. ſi potria dire, per conformarci con l'vſo pratico, che ſi haueranno ſtara 254. & Nappi $3\frac{1}{4}$. in circa di formento. Et notiſi, che ancora ſenza mouere la prima, & la terza quantità dalla forma, in che elle ci ſono propoſte, potreſſimo ritrouare la quarta, moltiplicando lir. 234. fol. 2. terza con 1. numero della ſecòda, che produrrà l'iſteſſe lir. 234. fol. 2. & queſto partirlo per la prima, cioè per fol. 18. din. 5. che è il vedere quante volte fol. 18. din. 5. entra in lir. 234. fol. 2. *(& ſi può fare ſenza ridurre ciaſcuna di eſſe ad vna ſemplice commune denominatione, come ſi moſtrò nel Trattato delli numeri denominati, & come in margine ſi vede)* che ne viene $254\frac{50}{221}$. & queſta è la quarta quantità cercata, della qualità della ſeconda, cioè è il numero delle ſtara di formento, che ſi haueranno per lir. 234 fol. 2. Ancora ſenza mouere la prima, & la terza quantità delle tre propoſte dalla forma, in che elle ſono propoſte, partendo la terza per la prima, cioè lir. 234. fol. 2. per fol. 18. din. 5. ne verria $254\frac{50}{221}$. & con queſto moltpicando la ſeconda, che è ſtara 1. di formento, farà per prodotto ſtara $254\frac{50}{221}$. che è la quarta quantità cercata. Et dicendoſi lib. 8. onz. 9. d'alcuna ſorte di coſa,

fol. 18. din. 5.) Stara 1. (lir. 234. fol. 2
fol. 4682
Stara $254\frac{50}{221}$
fol. 9.d. 2
10
91. 8
8
fol. 99.d. 8
92. 1
fol. 7.d. 7
10
fol. 75.d.10
2
fol. 77.d.10
73 8
fol. 4.d. 2
sotto fol. 18.d. 5
50
221

fc.	lib. onz.	fc. lir. fol.	fc.	lib. onz.	fc. lir. fol.	fc.	lib. onz.	fc. lir. fol.
1)	8—9	17-3—4	1	8—9	17-3—4	1)	8—9	17-3—4
lir: 4		71. lir.	lir. 4		71. lir.		lib. 35	
fol. 80		1424. fol.	fol. 80	1—9	1424. fol.		lib. 7	
5		89	5		89		148. onz. 9	
	onz. 801			onz. 801			lib. 155. onz. 9	
lib.	66. onz. 9		lib.	66. onz. 9				
	712			89				
lib.	778. onz. 9		lib.	155. onz. 9				
lib.	115. onz. 9							

poniamo di poluere da Schioppo, vagliono vno ſcudo di moneta, cioè da lir. 4. domando per ſc. 17. lir. 3. ſol. 4. ſimili, quanta poluere hauerò? Noi riducendo la prima quantità, cioè ſc. 1. & la terza, cioè ſc. 17. lir. 3. ſol. 4. ad vna iſteſſa ſimplice denominatione, & ſia per commodità à ſol. haueremo ſol. 80. per la prima, & ſol. 1424. per la terza, & hora ſe vorremo abbreuiare queſti numeri 80. & 1424. li potremo ridurre à 5. per la prima quantità, & à 89. per la terza, & potremo fingere che ſi dica 5. dà lib. 8. onz. 9. che darà 89? onde per trouarlo moltipli-

caremo

caremo la ſeconda quantità con 89. numero della terza, & fà lib. 778. onz. 9. il che partiremo per 5. numero della prima, & ne viene lib. 155. onz. 9. quale è la quarta quantità ſimile alla ſeconda, però riſponderemo, che con ſc. 17. lir. 3. ſol. 4. ſi haueranno lib. 155. onz. 9. di poluere. Ouero nel dire 5. dà lib. 8. onz. 9. che darà 89? noi, perche ci accorgiamo, che à partire la ſeconda quantità per la prima ne viene quantità facile da adoprare, cioè ne viene lib. 1. onz. 9. potremo fare eſſa partitione, & poi moltiplicare queſto auuenimento lib. 1. onz. 9. per il numero della terza quantità 89. che produce lib. 155. onz. 9. per la quarta quantità.

Et dicendoſi lib. 16. onz. 10 $\frac{3}{4}$. d'alcuna coſa vagliono lir. 7. ſol. 10. din. 6 $\frac{5}{8}$. che valeranno lib. 20. onz. 7 $\frac{1}{2}$? Noi riducendo la prima, & la terza à onz. haueremo per la prima onz. 202 $\frac{3}{4}$. & per la terza onz. 247 $\frac{1}{2}$. & hora moltiplicando ciaſcuno d'eſsi dui numeri per 3. & per 5. denominatori de' rotti accompagnati ad eſsi, ò vogliamo dire moltiplicando ciaſcun d'eſsi per 15. prodotto de i loro denominatori, qual 15. li riduce à forma di numeri intieri, douentaranno 3040. & 3708. quali abbreuiandoli per 4. che intieramente entra in ciaſcun d'eſsi, douentano 760. & 927. & così potremo dire 760. vale lir. 7. ſol. 10. din. 6 $\frac{5}{8}$. che varrà 927? Et ſe hora vorremo abbreuiare la prima quantità, & la ſeconda, ouero partire la ſeconda per la prima *(che è quanto l'abbreuiare la prima, & la ſeconda talmente, che la prima douenti ſolo 1.)* noi lo potremo fare cõmodamente, partendo ciaſcuna d'eſſe per 10. che la prima douenta 76. & la ſeconda ſol. 15. din. $\frac{1}{2}$. Et hora potremo partire ciaſcuna di queſte per 19. cioè per il numero della prima, acciò la prima douenti 1. & così la prima ſarà 1. & la ſeconda din. 2 $\frac{1}{19}$ $\frac{1}{4}$. & il queſito ſarà ridutto à dire 1. dà din. 2 $\frac{1}{19}$ $\frac{1}{4}$. che darà 927? perilche il prodotto della ſeconda nella terza ſarà la quarta quãtità, che ſi cerca *(poiche eſſendo la prima 1. non occorre far partitione con eſſa, che partendo, ò moltiplicando per 1. le quantità partite, ò moltiplicate non ſi mutano, anzi reſtano le medeſime, che elle erano)* ma moltiplicando din. 2 $\frac{1}{19}$ $\frac{1}{4}$. per 927. fà din. 2203 $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$. che ridotti à ſol. ſono ſol. 183. din. 7 $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$. & queſti ridotti à lir. ſono lir. 9. ſol. 3. din. 7 $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$. Ouero ridotti li din. 2203 $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$. da principio à lir. col vedere quante volte il 240. numero delli din. che conſtituiſcono la lir. v'entra, cioè quãte volte 24. entra in 220. conoſceremo, che v'entra 9. volte, che ſono lir. & auanza 4. che accompagnatoli il 3. rimaſtoci à man deſtra del 2203. fà 43. che ſono din. che auanzano, cioè ſol. 3. din. 7. & queſti con il $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$. rotto di din. accompagnati alle lir. 9. trouate, fanno lir. 9. ſol. 3. din. 7 $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$. che è la quarta quantità cercata, cioè il valore di lib. 20. onz. 7 $\frac{1}{2}$. domandato.

Et dicendoſi lir. 18. ſol. 16. di moneta Venetiana, vagliono lir. 12. ſol. 8. di moneta Bolognese, domando lir. 25. ſol. 12. di moneta Venetiana, quanto di moneta Bolognese valeranno? Se noi auanti che la prima, & la terza ſi riducano ad vna iſteſſa ſimplice denominatione, le vorremo abbreuiare, partendo ciaſcuna d'eſſe per 8. la prima douerà lir. 2. ſol. 7. & la terza lir. 3. ſol. 4. che hora riducendo ciaſcuna d'eſſe à ſol. ſaranno ſol. 47. & ſol. 64. & però potremo

tremo dire, 47. dà lir. 12. fol. 8. Bolognesi, che darà 64. onde se moltiplicaremo la seconda lir. 12. fol. 8. per 64. numero della terza, che fà lir. 793. fol. 12. & questo partiremo per 47. numero della prima, l'auuenimento lir. 16. fol. 17. din. $8\frac{3}{4}\frac{9}{7}$. di moneta bolognese sarà la quarta quantità cercata. Quero se nel sopradetto quesito prima abbreuiaremo la prima, & la seconda, partendo ciascuna di loro per 8. la prima douentarà lir. 2. fol. 7. & la seconda lir. 1. fol. 11. & potremo dire lir. 2. fol. 7. Venetiane sono lir. 1. fol. 11. Bolognesi, demãdo lir. 25. fol. 12. Venetiane, quante lir. &c. saranno di moneta Bolognese? che hora riducendo la prima, & la terza à simplice commune denominatione di fol. la prima sarà fol. 47. & la terza fol. 512. & se anco per moltiplicare la seconda, via il numero della terza, vorremo ridurre la seconda ad vna simplice denominatione, cioè à fol. ella sarà fol. 31. & così hora haueremo da moltiplicare fol. 31. per 512. & partire il predetto, che è fol. 15872. per 47. che ne viene fol. $337\frac{1}{7}$. cioè lir. 16. fol. 17. d. $8\frac{3}{7}\frac{9}{7}$. di moneta Bolognese, che è la quarta quantità cercata.

Et dicendosi con lir. 18. fol. 16. si hanno lib. 12. onz. 8. di bauella, ò altra cosa, domãdo con lir. 25. fol. 12. quãta bauella si haurà? Noi abbreuiando la prima, & la terza, col partirle per 8. elle douentarãno lir. 2. fol. 7. & lir. 3. fol. 4. & ridutte à fol. sarãno fol. 47. & fol. 64. hora moltiplicãdo la secõda per 64. che farà lib. 810. onz. 8. & questo partẽdo per 47. che ne viene lib. 17. onz. $2\frac{4}{7}\frac{6}{7}$. questo sarà la quarta quantità cercata; Quero se abbreuiaremo la prima, & la seconda, partendo ciascuna per 8. elle douentaranno lir. 2. fol. 7. & lib. 1. onz. 7. & hora riducendo la prima, & la terza ad vna istessa simplice denominatione, elle saranno fol. 47. & fol. 512. onde moltiplicando lib. 1. onz. 7. quero onz. 19. p̃ fol. 512. & partẽdo il prodotto per 47. l'auuenim. che è lib. 7. onz. $2\frac{4}{7}\frac{6}{7}$. sarà la quarta quantità cercata.

Et di-

12	8	18	4		4	20	12		12	8	18	4
lib.	onz.	ottaui.	car.	g.	sc.	lir.	sol.	din.	lir.	onz.	ottaui.	car.	g.
2	3	5	13	$3\frac{1}{2}$	280	2	17	$3\frac{3}{4}$	1	11	0	17	$1\frac{1}{4}$

27
221
3991
$15967\frac{1}{2}$
63870

1122
22457
din. $269487\frac{3}{4}$
53269
159807
$39951\frac{3}{4}$
2425383
1616922
538974
808461
1347435
din. $14355342954\frac{3}{4}$
din. 224758
15813
30394
48462
37539
56045
49494
sol. 18729. din. 10 $\frac{197979}{255480}$
lir. 936. sol. 9
sc. 234. sol. 9. d. 10 $\frac{197979}{255480}$

23
184
3329
$13317\frac{1}{4}$
53269

Ouero
63870) din. $269487\frac{3}{4}$ (53269
4
14007
din. 4 56031
255480
53269
159807
319614
266345
2984715339
11682
42991
174435
211473
70893
11682 $\frac{197979}{255480}$
213076
din. 224758
sol. 18729. din. 10
lir. 936. sol. 9
sc. 234. sol. 9. din. 10 $\frac{197979}{255480}$

Et dicendosi, Vna Verga d'oro, che pesa lib. 2. onz. 3. ottaui 5. carati 13. grani $3\frac{1}{2}$. costa scudi 280. lir. 2. sol. 17. din. $3\frac{3}{4}$. domando Vna verga simile d'oro, che pesa lib. 1. onz. 11. carati 17. grani $1\frac{1}{4}$. al medesmo prezzo quanto costarà? Noi hauendo prima saputo, che la libra è 12. onz. l'oncia è 8. ottaui, l'ottauo è 18. carati, & il carato è 4. grani. Et che lo scudo è lir. 4. la lira è sol. 20. & il soldo è din. 12. per risoluere il quesito, ridurremo la prima quantità, & la terza à grani, vltima, ò più piccola comune denominatione loro, che la prima sarà grani $15967\frac{1}{2}$. & la terza grani $13317\frac{1}{4}$. Et hora per ridurre questi dui numeri à forma d'intieri, potremo moltiplicare ciascuno di loro per 4. che la prima quantità douentarà 63870. & la terza douentarà 53269. perilche si moltiplicarà la seconda quantità per 53269. numero della terza, & il prodotto, che è sc. 14953482. lir. 0. sol. 19. din. $6\frac{3}{4}$. si partirà per 63870. numero della prima, che ne verrà sc. 234. sol. 9. din. 10 $\frac{197979}{255480}$. & questo è la quarta quãtità cercata. Si potria anco nel sopradetto quesito, ridotta la prima, & la terza à semplici numeri intieri, cioè à 63870. per la prima, & à 53269. per la terza, ridurre ancora la seconda quantità alla sua simplice minor denominatione, cioè hora à din. che saria din. $269487\frac{3}{4}$. & moltiplicare essi din. $269487\frac{3}{4}$. seconda quantità per 53269. numero della terza, che fà din. $14355342954\frac{3}{4}$. & questi partire per 63870. num. della prima, che ne viene din. 224758 $\frac{197979}{255480}$. cioè sc. 234. sol. 9. din. 10 $\frac{197979}{255480}$. che è la quarta quantità cercata. Ouero piacendoci di partire la seconda quantità, cioè din. $269487\frac{3}{4}$. per 63870. numero della prima, che ne viene din. $4\frac{56031}{255480}$. & questo moltiplicare con 53269. numero della terza; il prodotto, che è din. 224758 $\frac{197979}{255480}$. cioè sc. 234. sol. 9. din. 10 $\frac{197979}{255480}$. sarà similmente la quarta quantità cercata. Si vanno risoluendo queste domande in molti modi, acciò l'operante si facci pratico in essi; conosca la varietà, ò differenze loro, & si serua di qual più le piaccia, ò paia comodo.

Digitized by Google

lir. sol. lir. sol. lir. sol.
4 13) 7 11 (524 17
lir. $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$ 524 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$ 524 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$
187
sol. $9\frac{7}{2}\frac{7}{0}$
sol. 119
sol. 5764
sol. $5892\frac{7}{2}\frac{7}{0}$
lir. 294. sol. $12\frac{7}{2}\frac{7}{0}$
lir. 3668.
$4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$) lir. 3962. sol. $12\frac{7}{2}\frac{7}{0}$
lir. 852. sol. 3. din. $6\frac{9}{2}\frac{9}{0}$
39
$37\frac{2}{2}\frac{2}{0}$
$1\frac{9}{2}\frac{9}{0}$
10
18
6
24
$23\frac{5}{2}\frac{5}{0}$
$\frac{5}{2}\frac{5}{0}$
10
$7\frac{1}{2}\frac{0}{0}$
$2\frac{1}{2}\frac{0}{0}$
$10\frac{2}{2}\frac{0}{0}$
$9\frac{9}{2}\frac{9}{0}$
lir. $\frac{1}{2}\frac{0}{0}$
20
sol. $16\frac{7}{2}\frac{7}{0}$
$13\frac{9}{2}\frac{9}{0}$
sol. $2\frac{8}{2}\frac{8}{0}$
12
di. $28\frac{16}{2}\frac{16}{0}$
$27\frac{1}{2}\frac{0}{0}$
din. $\frac{1}{2}\frac{0}{0}$. cioè din. $\frac{1}{4}\frac{8}{1}$.
lir. 852. sol. 3. din. $6\frac{9}{2}\frac{9}{0}$.

Et nel partire le lir. 3962. sol. $12\frac{7}{2}\frac{7}{0}$. per $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. cioè per 4. & 13. vint'esimi, potrei simo operare senza andar cõtinuamente formando rotti, ma nel modo sottoscritto.

20 esimi
lir. sol.
4. 13 ⌣ 3962 $12\frac{7}{2}\frac{7}{0}$
lir. 852. sol. 3. din. $6\frac{9}{2}\frac{9}{0}$
39
37. 4
1. 16
10
18
6
24
23. 5
15
10
7. 10
2. $12\frac{7}{2}\frac{7}{0}$
10. $2\frac{7}{2}\frac{7}{0}$
9. 6
sol. 16. 7
13. 19
sol. 2. 8
12
din. 28. 16
27. 18
18
6
31

Et dicendosi lir. 4. sol. 13. di Bologna sono lir. 7. sol. 11. di Venetia, domãdo lir. 524. sol. 17. di Bologna quante lir. &c. saranno di Venetia? Noi per saperlo, se vorremo ridurre la prima, & la terza quantità ad vna istessa simplice comune denominatione, che hora sia non sol. ma lir. *(che è la maggiore, acciò si veda la operatione, che ne deriuarà)* la prima verrà ad essere lir. $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. & la terza lir. $524\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. & si potrà dire lir. $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. Bologneſi sono lir. 7. sol. 11. Venetiane, domãdo lir. $524\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. Bologneſi quãte lir. &c. Venetiane saranno? Et perche la prima, & la terza sono ſimili in tutto, le potremo cõſiderare, ò pigliare come numeri astratti, dicendo $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. dà lir. 7. sol. 11. Venetiane, che darà $524\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. Et senza ridurre la prima, & la terza quantità à forma di numeri intieri *(acciò si veda la operatione, che così facendo ne deriuarà)* potremo moltiplicare la seconda, cioè lir. 7. sol. 11. per $524\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. num. della terza, che moltiplicando la prima per il rotto $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. li sol. 11. via 17. 20. esimi fanno sol. 187. 20. esimi, cioè sol. $9\frac{7}{2}\frac{7}{0}$. & le lir. 7. via 17. 20. esimi fanno lir. 119. 20. esimi; ma perche ciascun 20. esimo di lire è 1. sol. si può dire, che fanno sol. 119. però si ſcriueranno ſotto alli sol. $9\frac{7}{2}\frac{7}{0}$. già trouati *(che fanno gionti insieme)* & hora, che habbiamo moltiplicato le lir. 7. sol. 11. per il $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. lo moltiplicaremo per il 524. che quanto alli sol. 11. via 524. fà 5764. sol. da ſcriuere ſotto alli già trouati, & li ſommaremo in ſieme, che fanno sol. $5892\frac{7}{2}\frac{7}{0}$. quali ridurremo à lir. & ſono lir. 294. sol. $12\frac{7}{2}\frac{7}{0}$. Hora moltiplicaremo le lir. 7. via 524. & fà 3668. lir. da ſcriuere ſotto alle già trouate, & ſommarle inſieme, che fanno lir. 3962. sol. $12\frac{7}{2}\frac{7}{0}$. che è il prodotto della ſeconda quãtità moltiplicata per il numero della terza, qual prodotto ſi ha da partire per il numero della prima, cioè per $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. *(O laſſaremo il partitore così come è, acciò ſi vegga la operatione, che ne deriuarà)* che cominciando dalle lir. il $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. in 39. entra 8. volte, & auanza $1\frac{9}{2}\frac{9}{0}$. che moltiplicato per 10. acciò ſi riduca alla qualità del ſeguente luogo, ò figura deſtra, fà 18. & à queſto gionto il 6. ſeguente figura deſtra, fà 24. nel quale il $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. entra 5. volte, & auanza $\frac{1}{2}\frac{5}{0}$. che moltiplicato per 10. per ridurlo alla qualità del ſeguente luogo, ò figura deſtra, fà $7\frac{1}{2}\frac{0}{0}$. & à queſto gionto il 2. ſeguente figura deſtra, faria $9\frac{1}{2}\frac{0}{0}$. ma perche eſſo 2. figura deſtra è l'vltima, ſe li giongerà ancora quello che ſegue, oltre alle lir. 3962. cioè li ſol. $12\frac{7}{2}\frac{7}{0}$. ridotti à forma di lir. che eſſendo ciaſcun ſoldo 1. vent'eſimo di lir. li ſol. 12. & $\frac{7}{2}\frac{7}{0}$. ſaranno $\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. di lir. & $\frac{7}{2}\frac{7}{0}$. di vent'eſimo, che con le lir. $7\frac{1}{2}\frac{0}{0}$. & lir. 2. fanno in tutto $10\frac{7}{2}\frac{7}{0}$. & $\frac{7}{2}\frac{7}{0}$.

Digitized by Google

& $\frac{7}{20}$. d'vn vent'esimo, nel qual numero il $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. entra 2. volte, & auanza $\frac{1}{2}\frac{6}{0}$, & $\frac{7}{20}$. di 20. esimo; il che tutto saria esimo di $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. partitore, cioè saria vn rotto di lire, il numeratore del quale è $\frac{1}{2}\frac{6}{0}$. & $\frac{7}{20}$. di vent'esimo, & il denominatore saria $4\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. ma perche noi per parlare naturalmente, & secondo che nella domanda si ricerca, vogliamo poi oltre alle lire, sapere i soldi, & c. che vi siano; ridurremo queste lir. che auanzano à sol. moltiplicandole per 20. num. delli sol. nelli quali si diuide la lira; che moltiplicando $\frac{6}{20}$. per 20. fà 16. & moltiplicādo $\frac{7}{20}$. di 20. esimo, cioè $\frac{7}{20}$. esimo di 20. per 20. fà $\frac{7}{20}$. che in tutto il prodotto sarà $16\frac{7}{20}$. & però lir. $\frac{1}{2}\frac{6}{0}$. & $\frac{7}{20}$. di 20. esimo, sono sol. $16\frac{7}{20}$. quali hora si deuono partire per il $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. che ne viene sol. 3. & auanza sol. $2\frac{8}{20}$. quali ridurremo à din. moltiplicandoli per 12. *(num. delli din. in che si diuide il sol.)* & fanno din. $28\frac{1}{2}\frac{0}{0}$. che partiti per il $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. ne viene din. 6. & auanza $\frac{1}{2}\frac{8}{0}$. che è esimo di $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. onde moltiplicando, ò fingendo, che si moltiplichi cosi il numeratore $\frac{1}{2}\frac{8}{0}$. come il denominatore $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. per 20. che li riduce à forma d'intieri, esi saranno 18. & 93. & però significaranno 18. 93. esimi, qual rotto schifato douenta $\frac{8}{1}$. & così in tutto l'auuenim. della nostra partitione sarà lir. 852. sol. 3. din. $6\frac{8}{1}$. il che è la quarta quantità cercata, però diremo, che le lir. 524. sol. 17. di Bologna saranno lir. 852. sol. 3. din. $6\frac{8}{1}$. Venetiane.

Et se nel partire le lir. 3962. sol. $12\frac{7}{20}$. *(prodotto, che nasce à moltiplicare la seconda quantità lir. 7. sol. 11. via la terza* $524\frac{1}{2}\frac{7}{0}$.*)* per $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. numero della prima quantità, ci piacesse, per ridurre la prima à forma d'intiero, moltiplicare per 20. così il $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. partitore, come le lir. 3962. sol. $12\frac{7}{20}$. da partire; il partitore douentaria 93. & la quantità da partire lir. 79252. sol. 7. che partendo le lir. 79252. per 93. ne viene lir. 852. & auanzano lir. 16. che ridotte à sol. & giontoli li sol. 7. fanno sol. 327. & questi partiti per 93. ne viene sol. 3. & auanzano sol. 48. da far din. & poi partirli per 93. cioè il 48. si hà da moltiplicare per 12. & il prodotto và partito per 93. & l'auuenim. sarà din. ma perche nel 93. partitore, & nel 12. moltiplicante entra comunemente il 3. che nel 12. entra 4. volte, & nel 93. entra 31. volte, noi accorgendoci di questo, per breuità potiamo in cābio di 12. & 93. seruirci di 4. & 31. moltiplicando il 48. per 4. che fà 192. & questo partire per 31. che ne viene $6\frac{8}{1}$. & sono din. che con li sol. 3. & lir. 852. fanno lir. 852. sol. 3. din. $6\frac{8}{1}$. quale è l'auuenimento della nostra partitione, & però è la quarta quantità cercata.

$4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$) lir. 3962. sol. $12\frac{7}{20}$
93
20
lir. 79252. sol. 7
lir. 852. sol. 3. din. $6\frac{8}{1}$
485
20
lir. 16
sol. 327
sol. 48
4
31) din. 192

Et se nel risoluere questa domanda della Regola del Tre, si volesse lassare le tre quantità proposte, lir. 4. sol. 13. lir. 7. sol. 11. lir. 524. sol. 17. nella forma che elle si propongono, & adoprarle così, cioè moltiplicando lir. 7. sol. 11. seconda, via lir. 524. sol. 17. terza, &c. Sappiasi che ciò non si può realmente fare, ne potiamo realmente dire, moltiplichisi lir. 7. sol. 11. via lir. 524. sol. 17. Perche essendo il Moltiplicare, modo di pigliare vna quantità quante volte si vuole, conuiene, che il moltiplicante sia numero astratto; E' ben vero, che sapendo noi hora *(supponendo la prima quantità essere lir.* $4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. *& la terza lir.* $524\frac{1}{2}\frac{7}{0}$.*)* che à moltiplicare lir. 7. sol. 11. via lir. 524. sol. 17. vuol dire, moltiplicare lir. 7. sol. 11. per 524. & 17. vent'esimi, perche ciascun sol. è $\frac{1}{20}$. di lir. noi fingendo le lir. 524. essere il numero intiero, & li sol. 17. essere li 20. esimi, cioè il rotto d'intiero accompagnato al 524. potremo nella operatione pigliare la parola, ò denominatione sol. in cambio della parola 20. esimi, & così, perche à moltiplicare le lir. 7. via 524. il prodotto deue essere lir. come si deraremo, che volendo lassare al 524. nome di lir. conuerrà hora fingersi vna regoletta in mēte, che dica, A moltiplicare lir. via lir. fà lir. Et perche à moltiplicare li sol. 11. via il 524. il prodotto deue essere sol. cioè deue hauere la denominatione di sol. come hà la quantità che si moltiplica; noi che vogliamo lassare al 524. la denominatione, ò nome di lir. ci fingeremo vna regoletta che dica; à moltiplicare sol. via lir. fà sol. Et perche à moltiplicare le lir. 7. via 17. 20. esimi, il prodotto deue essere similmente vint'esimi di lir. & ciascun vint'esimo di lir. è vn sol: perilche il prodotto sarà sol. consideraremo, che volendo lassare al 17. nome di sol. conuerrà hora fingersi vna regoletta che dica, à moltiplicare lir. via sol. fà sol. la qual regoletta hauemo anco trouata per altra strada pur'hora; & perche à moltiplicare sol. 11. via 17. 20. esimi, il prodotto deue essere similmente 20. esimi di sol. conuerrà fingersi ancora vna regoletta che dica, à moltiplicare sol. via sol. fà vint'esimi di sol. & però partendo il prodotto d'essi sol. via sol. per 20. ne verrannò sol. causati da essa moltiplicatione. Et così le quattro regolette da sapere, che si riducono in tre, saranno queste.

A mol-

lir. ſol. lir. ſol. lir. ſol.
4 13) 7 11 (524 17
524 17
$9\frac{7}{20}$
119
5764
ſol. $5892\frac{7}{20}$
lir. 294. ſol. $12\frac{7}{20}$
3668
lir. 4. ſol. 13) lir. 3962. ſcl. $12\frac{7}{20}$
lir. 852. ſol. 3. di. $6\frac{9}{11}$
39
37. ſol. 4
1. ſol. 16
10
18
6
24
23. 5
15
10
7. 10
2. $12\frac{7}{20}$
10. $2\frac{7}{20}$
9. 6
$4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$) ſol. $16\frac{7}{20}$
$13\frac{1}{2}\frac{1}{0}$
ſol. $2\frac{9}{20}$
12
di. $28\frac{1}{20}$
$27\frac{1}{2}\frac{1}{0}$
rotto $\frac{1}{2}\frac{N}{0}$
$4\frac{1}{2}\frac{1}{0}$
cioè $\frac{1}{9}\frac{8}{11}$
lir. 851. ſol. 3. din. $6\frac{9}{11}$

A moltiplicare lir. via lir. fà lir.
A moltiplicare lir. via ſol. ò ſol. via lir. fà ſol.
A moltiplicare ſol. via ſol. fà 20. eſimi di ſol.

Queſto inteſo, venendo alla operatione, moltiplicaremo lir. 7. ſol. 11. via lir. 524. ſol. 17. & per farlo; cominciando dalli ſol. diremo ſol. 11. via ſol. 17. fà 187. & perche ſol. via ſol. fà 20. eſimi di ſol. partiremo queſto 187. *(che ſono 20. eſimi di ſol.)* per 20. per ridurli à intieri, & ne viene $9\frac{7}{20}$. che ſono li ſol. del orodotto, cioè à moltiplicare ſol. 11. via ſol. 17. fà ſol. $9\frac{7}{20}$. da ſcriuere in margine; poi ſeguendo, moltiplicaremo lir. 7. via ſol. 17. che fà 119. & ſono ſol. perche à moltiplicare lir. via ſol. produce ſol. perilche li ſcriueremo per ordine ſotto alli ſol. $9\frac{7}{20}$. già trouati, & paſſando alle lir. 524. cõ eſſe moltiplicaremo ſol. 11. dell' altra quantità, & perche il prodotto deue eſſere ſol. perche à moltiplicare ſol. via lir. produce ſol. noi veremo ſcriuendo per ordine eſſo prodotto, che è 5764. ſol. ſotto alli altri ſol. già trouati; & perche non vi hà più da eſſere prodotto alcuno, che habbi da hauere denominatione di ſol. *(poiche il ſeguente vltimo di lir. 7. via lic. 524. hà da eſſere lir. che lir. via lir. fà lir.)* noi ſommaremo inſieme tutti eſsi ſol. trouati, che ſanno ſol. $5892\frac{7}{20}$. & li ridurremo à lir. partẽdoli per 20. *(che ſol. 20. fanno vna lir.)* & douẽtano lir. 294. ſol. $12\frac{7}{20}$. vltimamente moltiplicaremo lir. 7. via lir. 524. che fà lir. 3668. da venir ſcrioendo per ordine ſotto alle lir. trouate, & ſommarle inſieme, che in fine haueremo in tutto lir. 3962. ſol. $12\frac{7}{20}$. che è il prodotto della moltiplicatione di lir. 7. ſol. 11. via lir. 524. ſol. 17. cioè è il prodotto della moltiplicatione della ſeconda quantità, via la terza; queſto prodotto partiremo hora per la prima quantità, cioè per lir. 4. ſol. 13. che principiando al ſolito dalle lir. vedremo lir. 4. ſol. 13. partitore, quãte volte entri in lir. 39. *(numero compreſo dalle prime due figure ſiniſtre del 3962.)* che lir. 4. in lir. 39. entra 9. volte, & auanza lir. 3. che ſono ſol. 60. nelli quali li ſol. 13. non poſſono entrare le iſteſſe 9. volte, però conuerrà ſupponere, che lir. 4. in lir. 39. entrino ſolo 8. volte, & auanzarà lir. 7. che ſono ſol. 140. nelli quali li ſol. 13. poſſono entrare anch'eſsi le 8. volte dette; però ſaremo ſicuri, che il partitore lir. 4. ſol. 13. in lir. 39. entra 8. volte, & cosi ſcriueremo 8. fra le righe dell'auuenimento da trouarſi ſotto al 9. figura della quantità da partire, ſino alla quale ſiamo arriuati con la operatione, & con eſſo 8. moltiplicaremo il partitore lir. 4. ſol. 13. che fà lir. 37. ſol. 4. da ſottrare da lir. 39. che reſta lir. 1. ſol. 16. qual reſtante ridurremo à qualità del proſsimo ſeguente luogo, ò figura deſtra, moltiplicandolo per 10. *(perche ciaſcun luogo ſiniſtro è decine, riſpetto al ſubito à lui ſeguente deſtro, ò vogliamo dire, ciaſcun luogo ſiniſtro ſignifica, ò è dieci volte tanto, quanto il luogo à lui ſubito ſeguente deſtro)* & fà lir. 18. al quale giongeremo il 6. figura deſtra, che ſegue al 39. adoprato, & fà lir. 24. nelle quali conſiderando quante volte entri il partitore lir. 4. ſol. 13. vedremo che v'entra 5. volte, però ſcriueremo 5. fra le righe à canto all'8. trouato, cioè ſotto al 6. figura, che hora s'adopra, ſino alla quale ſiamo pernenuti con la partitione, & con eſſo 5. moltiplicaremo lir. 4. ſol. 13. partitore, che fà lir. 23. ſol. 5. da ſottrare da lir. 24. & reſta ſol. 15. qual reſtante ridurremo à qualità del luogo proſsimo ſeguente deſtro, moltiplicandolo per 10. & fà lir. 7. ſol. 10. al quale ſi giongerà il 2. figura, che ſegue nelle lir. 3962. & perche ella è l'vltima, vi giongeremo ancora li ſol. $12\frac{7}{20}$. che rimangono nella quantità da partire, & in tutto fà lir. 10. ſol. $2\frac{7}{20}$. nel che conſiderareremo quante volte entri il partitore lir. 4. ſol. 13. & v'entra 2. volte, però ſcriueremo 2. fra le righe al ſuo luogo, & con eſſo 2. moltiplicaremo lir. 4. ſol. 13. partitore, che fà lir. 9. ſol. 6. da ſottrare

Digitized by Google

sottrare da lir. 10. fol. $2\frac{7}{20}$. & resta fol. $16\frac{7}{20}$. & così si troua, che lir. 4. fol. 13. in lir. 3962. fol. $12\frac{7}{20}$. entra volte 852. & auanza fol. $16\frac{7}{20}$. cioè quando la nostra intentione fusse realmente stata di partire lir. 3962. fol. $12\frac{7}{20}$. per lir. 4. fol. 13. l'auuenimento 852. saria numero astratto, & l'auanzo fol. $16\frac{7}{20}$. saria numeratore d'vn rotto, che per denominatore haueria lir. 4. fol. 13. partitore, cioè il rotto saria fol. $16\frac{7}{20}$. esimo di lir. 4. fol. 13. che vuol dire fol. $16\frac{7}{20}$. esimo di fol. 93. & hora leuando la comune denominatione di fol. significa in astratto $16\frac{7}{20}$. esimo di 93. che ridotto à rotto ordinario, moltiplicando così il denominatore 93. come il numeratore $16\frac{7}{20}$. per 20. sarà $\frac{1527}{1860}$. & schifato si riduce à $\frac{509}{620}$. onde l'auuenimento totale saria 852 $\frac{509}{620}$. & questo saria la quarta quantità cercata, quale essendo numero astratto, non haueria denominatione alcuna, & non saria à nostro proposito, perche domandiamo quante lir. &c. Venetiane siano le lir. 524. fol. 17. Bolognesi, onde qui bisogna auuertire, che quando nel moltiplicare la seconda quantità lir. 7. fol. 11. per la terza lir. 524. fol. 17. se ben fingessimo di lassare la terza nel suo essere, ci conuenne nondimeno considerarla come numero astratto, & pigliarla per $524\frac{7}{20}$. supponendo la unità principale essere la lir. & il fol. poi esser parte d'essa unità principale, cioè $\frac{1}{20}$. d'essa, così come è ciascun soldo $\frac{1}{20}$. di lir. Et perche conuiene, che la prima quantità si riduca, ò consideri essere della qualità, & della denominatione della terza; hauendo noi considerato la terza essere numero astratto, la unità principale del quale sia la lira, conuien'anco considerare, che la prima sia similmente numero astratto, la unità principale del quale sia la lira, & però pigliarla come se fusse $4\frac{1}{20}$. & perche partendo qual si vogli quantità per alcun numero astratto, l'auuenimento è della qualità, & denominatione, che hà la quantità partita, ne segue, che hora partendosi lir. 3962. fol. $12\frac{7}{20}$. cioè lir. 3962. & $12\frac{7}{20}$. vent'esimi Venetiane, per 4. & 13. vent'esimi, l'auuenimento sarà similmente lir. Venetiane, però l'852 $\frac{509}{620}$. sarà lir. $582\frac{509}{620}$. Venetiane, quarta quantità cercata; & perche il rotto di lir. possa essere intelligibile, & comodo, come si ricerca, lo ridurremo a sol. moltiplicandolo per 20. numero de' soldi, che costituiscono la lira, & si può fare partendo il denominatore 620. per 20. che ne viene 31. & con questo 31. partire il numerat. 509. che ne viene 3. che sono soldi intieri, & auanza 16. che sono 31. esimi di sol. che volendoli ridurre à din. moltiplicaremo il 16. per 12. numero delli din. che constituiscono il sol. & fà 192. & questo partiremo per 31. che ne viene $6\frac{6}{31}$. che sono din. Outro nelli $\frac{6}{31}$. di sol. considerando, che vi è $\frac{1}{2}$. sol. & $\frac{1}{2}$. 31. esimo di sol. *(che $\frac{1}{2}$. sol. è $15\frac{1}{2}$. 31. esimi)* vediamo (senz'altra fatica, che l'$\frac{1}{2}$. sol. è din. 6. & che l'$\frac{1}{2}$. 31. esimo di sol. è 12. volte tanti din. cioè $\frac{12}{31}$. 31. esimi di din. cioè $\frac{6}{31}$. che con l'intiero fa din. $6\frac{6}{31}$. & così concluderemo il $\frac{509}{620}$. rotto di lir. essere sol. 3. din. $6\frac{6}{31}$. Ma senza formare il rotto di lir. quando nella partitione fatta con le lir. 4. sol. 13. ò vogliamo dire realmente con 4. & 13. vint'esimi, che ne venne realmente 852. lir. & auanzo fol. $16\frac{7}{20}$. questi sol. *(& anco le lir. che vi fussero auanzate ridutte à sol. & vnite insieme)* partiremo similmente per $4\frac{1}{20}$. che ne viene 3. & auanzano sol. $2\frac{8}{20}$. quali ridurremo à din. moltiplicandoli per 12. che fanno din. $28\frac{8}{20}$. da partire similmente per $4\frac{1}{20}$. che ne viene din. 6. & auanza din. $4\frac{8}{20}$. che è cisimo di $4\frac{1}{20}$. partitore, cioè di $\frac{8}{20}$. & però leuando la comune denominatione di 20. esimi, sarà 18. esimo di 93. cioè $\frac{18}{93}$. che è $\frac{6}{31}$. quale con li din. 6. intieri fà din. $6\frac{6}{31}$. & questi con li sol. 3. & lir. 852. fanno in tutto lir. 852. sol. 3. din. $6\frac{6}{31}$. che è la quarta quantità cercata.

Se nel partire lir. 3962. fol. $12\frac{7}{20}$. per lir. 4. fol. 13. ci piacesse ridurre l'vna quantità, & l'altra à sol. che fariano fol. $79252\frac{7}{20}$. da partire per fol. 93. quando considerassimo il partitore essere 93. numero astratto, allhora si verria à voler partire e'si sol. $79252\frac{7}{20}$. per 93. che l'auuenimento pareria douer'essere fol. come è la quantità che si parte; & saria necessario così essere, quando si dicesse simplicemente, partasi fol. $79252\frac{147}{20}$. per 93

lir. 4. fol. 13 | lir. 3962. fol. $12\frac{7}{20}$
fol. 93 | fol. $79252\frac{7}{20}$

lir. 852

485

202

$\frac{16\frac{7}{20}}{93}$

che ne verriano fol. 852. & $\frac{16\frac{7}{20}}{93}$. ma perche questa partitione hà risguardo ad vna Regola di Tre, nella quale la terza quantità è stata presa come num. di lire *(nascendo le lir. 3962. fol. $12\frac{7}{20}$. dal moltiplicare lir. 7. fol. 11. seconda quantità per $524\frac{7}{20}$.)* nõ potiamo hora addeprare la prima come numero di sol. poiche la prima, & la terza quantità nella Regola del Tre conuiene, che siano ridutte ad vna istessa simplice denominatione, onde se pur volessimo fingere la prima quantità douentare 93. ciò si faria supponendo che ella, cioè lir. 4. fol. 13. si moltiplicasse per 20. numero astratto, che faria 93. ma fariano lir. 93. & anco conuerria moltiplicare la quantità da partire, cioè lir. 3962. fol. $12\frac{7}{20}$.

Digitized by Google

per l'iſteſſo 20. numero aſtratto *(acciò ſi ſerbi la conuenienza d'eſſe due quantità fra loro intieramente)* & produrria $79252\frac{7}{20}$. ma ſariano lir. che allhora partito lir. $79252\frac{7}{20}$. per lir. 93. ne verria $852\ 16\frac{7}{20}$ & per ſapere che denominatione dcua hauere queſto auuenimento, conuien conſiderare, che hora le lir. 93. prima hauendo la denominatione iſteſſa, che le lir. $524\frac{17}{20}$ terza, & però pigliandoſi realmente, & l'vna, & l'altra come numero aſtratto, cioè il $524\frac{17}{20}$ per moltiplicante di lir. 7. ſol. 11. & il 93. per partitore; hauendo la quantità da partire lir. $79252\frac{7}{20}$. denominatione di lir. conuiene che à partirla per 93. ò altro num. aſtratto, l'auuenimento habbi la iſteſſa denominatione di lir. onde in ogni caſo l'852. auuenimẽto, & il ſuo rotto ſarà ſempre lir. & però ſe vorremo fingere, che il partitore 93. ſia lir. cioè ſia lir. 93. con il quale s'habbi da partire lir. $79252\frac{7}{20}$. conuerrà auuertire, che hora à partire lir. per lir. ne vien lir. Et ſe pure nel partire lir. 3962. ſol. $12\frac{7}{20}$. per lir. 4. ſol. 13. voleſſimo fingere, che ciò ſi riduceſſe à partire ſol. $79252\frac{7}{20}$. per ſol. 93. conuerria auuertire, che hora à partire ſol. per ſol. ne vien lir. sì che à voler ſtare in queſte fintioni, come ſuol piacere ad alcuni, quãto al laſſare le denominationi alli moltiplicanti *(ſe ben l'Arte, & il vero non lo comporta)* & alli partitori, che deuono poi hauer riſguardo ſempre alli moltiplicanti; occorrendo eſſe partitioni per occaſione di Regola di Tre; conuiene auuertir bene à quanto s'è moſtrato.

Et ſe nel ſopradetto queſito, ci piaceſſe ridurre la prima, & la terza quantità à denominatione di ſol. che così la prima ſaria ſol. 93. & la terza ſol. 10497. & vorria dire, ſol. 93. Bologneſi ſono lir. 7. ſol. 11. Venetiane, domando ſol. 10497. Bologneſi quante lir. &c. Venetiane ſaranno? Noi, perche la prima, & la terza hanno vna iſteſſa ſimplice denominatione, le potremo pigliare come numeri aſtratti, & però moltiplicare la ſeconda lir. 7. ſol. 11. Venetiane per 10497. numero della terza, che fà lir. 79252. ſol. 7. Venetiane, & queſto partire per 93. num. della prima, che ne viene lir. 852. ſol. 3. din. $6\frac{5}{7}$. Venetiane; per la quarta quantità cercata. Et volendo abbreuiare la prima, & la terza, cioè 93. & 10497. partendo ciaſcuna d'eſſe per 3. la prima douerà ſar 31. & la terza 3499. con le quali operando, ſi troua à ſimilmente la quarta. Et ſe non hauendo abbreuiate le dette due quantità prima, & terza, haueſſimo moltiplicato la ſeconda lir. 7 ſol. 11. per 10497. numero della terza, che fà lir. 79252. ſol. 7. il che ſi deue partire per 93. numero della prima; noi hora conoſcendo, che il 93. ſi compone, ò produce da 3. & 31. numeri facili da partire con eſſi à mente, potremo *(ſeruendoci del modo di partire, da noi chiamato per i componenti, ò producenti, & volgarmente detto per ripiego)* partire eſſa quantità prima per vn d'eſſi, poniamo per 3. che ne viene lir. 26417. ſol. 9. & queſta partirla per 31. che è l'altro d'eſſi rimaſto, & ne viene lir. 852. ſol. 3. din. $6\frac{5}{7}$. quale è il noſtro vero auuenimento cercato. Ma ſe voleſſimo alla prima, & alla terza laſſare la denominatione di ſol. cioè fingere di non conſiderare i numeri d'eſſe in aſtratto, la onde biſognaria moltiplicare lir. 7. ſol. 11. via ſol. 10497. & perche il prodotto và partito per ſol. 93. hora, che così il moltiplicante, come il partitore, cioè così la prima, come la terza quantità hanno vna ſimplice comune denominatione di ſol. il ſol. viene ad eſſere la vnità principale conſiderata in ciaſcuna d'eſſe prima, & terza; & perche à moltiplicare lir. 7. via 10497. il prodotto deue eſſere lir. come ſono le 7. da moltiplicare, & à moltiplicare ſol. 11. via l'iſteſſo 10497. il prodotto deue eſſere ſol. come ſono li 11. da moltiplicare, ne ſegue, che volendo noi laſſare al 10497. la denominatione di ſol. conuien formarci in mente due regolette, vna che dica. A moltiplicare ſol. via ſol. fà ſol. & l'altra, che dica. A moltiplicare lir. via ſol. fà lir. Et così moltiplicando lir. 7. ſol. 11. per ſol. 10497. troueremo il prodotto

lir.	ſol.		lir.	ſol.		lir.	ſol.
4	13		7	11		524	17
ſol. 93						ſol. 10497	
	ſol. 115467						
lir. 5773. ſol. 7							
73479							
lir. 79252. ſol. 7							
lir. 852. ſol. 3. din. $6\frac{5}{7}$							
485							
202							
lir. 16							
ſol. 327							
ſol. 48							
din. 576							
18							

lir.	ſol.		lir.	ſol.		lir.	ſol.
4	13		7	11		524	17
ſol. 93						ſol. 10497	
31			ſol. 38489			3499.	
lir. 1914. 9							
24493							
lir. 26417. ſol. 9							
lir. 852. ſol. 3. din. $6\frac{5}{7}$							

lir.	ſol.		lir.	ſol.		lir.	ſol.
4	13		7	11		524	17
ſol. 93						10497.	ſol.
	ſol. 115467						
lir. 5773. ſol. 7							
73479							
3) lir. 79252. ſol. 7							
lir. 26417. ſol. 9							
lir. 852. ſol. 3. d. $6\frac{5}{7}$							

dotto eſſere lir. 79252. ſol. 7. Et queſto và partito per 93. num. della prima quantità. Et perche à partire le lir. per qual ſi vogli numero, l'auuenimento è ſimilmente lir. & à partire li ſol. per qual ſi vogli numero, l'auuenimento è ſimilmente ſol.& così auuiene nelli din.& in ogn'altra ſorte di quantità, che partita per qual ſi vogli nuuero, l'auuenimento è ſempre della iſteſſa qualità, & denominatione, che è la quantità partità, ne ſegue, che volendo noi fingere di laſſare al 93. partitore la denominatione ſol. conuiene formarci in mẽte due regolette, vna che dica, A partire lir. per ſol.ne viene lir. & l'altra, A partire ſol.per ſol. ne vien ſol. Et di più occorrendo, biſogna fingerſi queſt'altra, che dica, A partire din.per ſol.ne vien din. Et così partendo lir. 79252. ſol. 7. per ſol. 93. ne verrà lir. 852. ſol. 3. din. $6\frac{6}{11}$. che ſarà la quarta quantità cercata, & però la moneta Venetiana à che ſi riduce la terza.

Et volendo ridurre non ſolo la prima, & la terza quantità alla loro ſimplice comune denominatione di ſol.ma ancora la ſecõda alla ſua ſimplice denominatione minore, che è ſol. il queſto verrà à dire;

lir. ſol.	lir. ſol.	lir. ſol.
4 13	7 11	524 17
ſol.93	ſol.151	10497. ſol.
	10497	
	157455	
3 ſol.	1585047	
31)	528349	
	ſol. 17043. din. $6\frac{6}{11}$	
	lir. 852. ſol.3. din.$6\frac{6}{11}$	

ſol.93. da Bologna ſono ſol. 151. da Venetia, domando ſol. 10497. da Bologna quãti ſaranno à Venetia? Onde noi conſiderando la prima, & la terza quantità come numeri aſtratti, poiche ſono di vna iſteſſa ſimplice qualità, & denominatione, moltipliceremo ſol. 151. ſeconda con 10497. num. della terza, che fà ſol. 1585047. & queſto partiremo per 93. numero della prima, & ne viene ſol. 17043. din. $6\frac{6}{11}$. cioè lir. 852. ſol. 3. din. $6\frac{6}{11}$. ché è la moneta Venetiana, à che ſi riducono le lir. 524. ſol. 17. Bologneſi. Ma ſe voleſſimo fingere di laſſare alla prima, & alla terza la denominatione di ſol. biſognaria ricordarſi delle regolette, in tal caſo dette di ſopra, cioè, A moltiplicare ſol. via ſol. fà ſol. *(che hora baſta nel moltiplicare, non ſi trattando di lir.)* & A partire ſol. per ſol. ne vien ſol. & anco A partire din. per ſol. ne vien din. Et ſe riducendo la ſeconda quantità ſimplicemente à ſol. voleſſimo ridurre la prima, & la terza ſimplicemente à lir. che così ſi diria, lir. $4\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. Bologneſi ſono ſol. 151. Venetiani, domando lir. $524\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. Bologneſi, quante lir. &c. Venetiane ſaranno? Noi conſiderando la prima, & la terza quantità come $4\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. & $524\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. numeri aſtratti *(eſſendo elle ridutte ad vna iſteſſa ſimplice qualità, & denominatione)* moltipliceremo ſol. 151. per $524\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. che fà ſol. 79252. din. $4\frac{1}{2}$. & queſto partiremo per $4\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. che ne viene ſol. 17043. din. $6\frac{6}{11}$. cioè lir. 852. ſol. 3. din. $6\frac{6}{11}$. che è la quarta quantità cercata, & però è la moneta Venetiana equiualente alle lir. 524. ſol. 17. Bologneſi. Et ſe voleſſimo fingere di laſſare alla prima, & alla terza la denominatione di lir. che così ſi haueria da moltiplicare ſol. 151. per lir. $524\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. & partire il prodotto per lir. $4\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. perche ſappiamo, che à moltiplicare li ſol. 151. per $524\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. hora il prodotto deue eſſere ſol. ci conuerria fingere vna regoletta nel moltiplicare, che diceſſe. A moltiplicare ſol. via lir. fà ſol. Et perche ſappiamo, che à partire il prodotto, che ſarà ſol. $79252\frac{7}{0}$. per $4\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. l'auuenimento hà da eſſere ſimilmente ſol. ò vogliamo dire, eſſendo il prodotto ſol. 79252. din. $4\frac{1}{2}$. partendoſi per $4\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. ne hà da venire ſimilmente ſol. & din. ci conuerrà fingere vna, ò due regolette nel partire, che dicano. A partire ſol. per lir. ne vien ſol. & A partire din. per lir. ne vien din. & così trouaremo l'auuenimento eſſere ſol. 17043. din. $6\frac{6}{11}$. cioè lir. 852. ſol. 3. din. $6\frac{6}{11}$. come conuiene.

lir. ſol.	lir. ſol.	lir. ſol.
4 13	7 11	524 17
lir. $4\frac{1}{2}\frac{3}{0}$)	ſol. 151	(lir.$524\frac{1}{2}\frac{7}{0}$
		151
		2567
		128. din.$4\frac{1}{2}$
		79124
	$4\frac{1}{2}\frac{3}{0}$)	ſol. 79252. din.$4\frac{1}{2}$
	93)	1585047
	3. 31)	528349
		ſol. 17043. din.$6\frac{6}{11}$
		lir. 852. ſol. 3. di.$6\frac{6}{11}$

Di gratia mi ſcuſino i Lettori, ſe le paio molto lungo in queſti eſempij, perche il tutto fò, acciò i principianti habbino piena intelligenza d'ogni coſa, che ſe eſsi intẽderanno ottimamẽte i principij della Scienza, ottimamente ancora ſapràno ſempre operare in ciaſcuna occaſione.

Et dicendoſi ſol. 19. Bologneſi ſono lir. 1. ſol. 11. di Fiorenza, domando lir.25. ſol.12.di Bologna quante ſaranno à Fiorenza? Noi riducendo la terza quantità à ſimplice denominatione di ſol. come è la prima, ella ſarà ſol. 512. & hora pigliandole come 19. & 512 numeri aſtratti, moltipliceremo la ſeconda per 512. & partiremo il prodotto per 19 che l'auuenimento ſarà la quarta quantità cercata. Ouero ſe vorremo partire la terza 512. per la prima 19 che ne viene $26\frac{8}{19}$. *ſi che ſi potria dire eſſere quanto l'abbreuiare la prima, & la terza per 19.acciò ſi riduca la prima alla*

fol. 19) lir. 1. fol. 11 (lir. 25. fol. 12
fol. 5632 fol. 512
lir. 281. fol. 12
512
lir. 793 12
lir. 41. fol. 15. din. 4 $\frac{8}{9}$

fol. 19) lir. 1. fol. 11 (lir. 25. fol. 12
1 fol. 512
$26\frac{8}{9}$
lir. 41. fol. 17. ouero 27. màco $\frac{1}{9}$
$1\frac{1}{9}$
lir. 41. fol. 15. din. 4 $\frac{8}{9}$

ma alla vnità, cioè ad 1. con il quale non occorre poi far partitione nel prodotto, che nasce à moltiplicare la seconda per il numero della terza, poiche à partire qual si vogli quantità per 1. ne viene la medesma quantità) & con questo $26\frac{8}{9}$. moltiplicaremo la seconda, & per comodità potremo supponere il $26\frac{8}{9}$. essere 27. con il quale moltiplicando lir. 1. fol. 11. seconda quantità, fà lir. 41. fol. 17. & perche il moltiplicante 27. adoprato è $\frac{1}{9}$. di più, che non è il $26\frac{8}{9}$. moltiplicante reale, conuien dal prodotto trouato cauarne quel che nasce à moltiplicare le dette lir. 1. fol. 11. per quest' $\frac{1}{9}$. & perche moltiplicare vna quantità per $\frac{1}{9}$. vuol dire pigliare essa quantità $\frac{1}{9}$. di volta, cioè pigliarne l'1. 19.esimo, ò il diciannouesimo; & il diciannouesimo d'vna quantità è vna delle 19. parti d'essa, cioè quello che nasce à partirla per 19. conosciamo, che tanto resulta à moltiplicare vna quantità per $\frac{1}{9}$. quanto à partire essa quantità per 19. *(che anco nel Trattato de gl'Elementi de' numeri Geometrici, ò rotti, si mostrò, che tanto importa il moltiplicare vna quantità per $\frac{1}{n}$. quanto il partirla per $\frac{n}{1}$.)* però partiremo dette lir. 1. fol. 11. per 19. che ne viene fol. $1\frac{1}{19}$. il che sottraremo dalle lir. 41. fol. 17. & rimane lir. 41. fol. 15 $\frac{7}{9}$. ò vogliamo dire lir. 41. fol. 15. din. 4 $\frac{8}{9}$. quale è il vero prodotto, che nasceria à moltiplicare lir. 1. fol. 11. per $26\frac{8}{9}$. & consequentemente è la quarta quantità cercata, cioè la moneta Fiorentina, alla quale si riduce lè lir. 25. fol. 12. Bolognesi.

Et se nel dire fol. 19. Bolognesi, douêtano lir. 1. fol. 11. Fiorentine, domando fol. 512. Bolognesi, quante lir. &c. Fiorentine saranno? si fingesse lassare la denominatione fol. cosi al 512. moltiplicante, come al 19. partitore, cioè che la vnità principale fusse il soldo, allhora conuerria nel moltiplicare, & nel partire fingersi le seguenti regole lette.

A moltiplicare lir. ò fol. via fol. fà similmente lir. ò fol.

A partire lir. ò fol. ò din. per fol. nè viene similmente lir. ò fol. ò din.

Et volendo fingere, che così la prima, come la terza quantità hauessero simplice denominatione di lir. cioè la vnità principale essere la lira: dicendo, lir. $\frac{1}{20}$. di Bologna sono lir. 1. fol. 11. di Fiorenza, domando lir. 25 $\frac{1}{4}$. di Bologna, quante saranno à Fiorenza? allhora conuerria nel moltiplicare, & nel partire fingersi le seguenti regolette.

A moltiplicare lir. ò fol. via lir. fà similmente lir. ò fol.

A partire lir. ò fol. ò din. per lir. ne viene similmente lir. ò fol ò din.

lir. 19) lir. 1. fol. 11 (lir. 25. fol. 12
fol. 31 fol. 512
15872
fol. 835 $\frac{7}{9}$
lir. 41. fol. 15. din. 4 $\frac{8}{9}$

fol. 19) lir. 1. fol. 11 (lir. 25. fol. 12
lir. $\frac{1}{20}$ lir. $25\frac{1}{4}$
lir. 4. fol. 13
fol. 18. $7\frac{1}{2}$
38. 15
lir. 39. 13. $7\frac{1}{2}$
2. 1. 9 $\frac{1}{2}$
lir. 41. 15. 4 $\frac{8}{9}$

Hauendo à moltiplic. 11. per 20. & partire il prodotto per 95. potremo abbreuiâdo il 20. moltiplicante, & il 95 partitore, con ridurli à 4. & 19. moltiplicare 11. per 4. che fà 84. & questo partire per 19. che ne viene $4\frac{8}{9}$.

Et dicendosi lir. 4. Bolognesi sono sc. 1. giuli 1. baiocchi 2. quattrini 3. di Roma *(che lo scudo è giuli 10. il giulio è baiocchi 10. & il baiocco è quattrini 4.)* domando sc. d'oro 856. lir. 3. fol. 14. din. 4. di Bologna *(che lo sc. d'oro è lir. 4. fol. 6.)* quanti sc. &c. di Roma saranno? Noi riducendo la terza quantità alla simplice denominatione della prima, cioè à lir. che essendo ciascun sc. d'oro lir. 4. ſ l. 6. li sc. 856. d'oro saranno 856. volte lir. 4. fol. 6. onde moltiplicando lir. 4. fol. 6. per 856. quanto alli fol 6. fà fol. 1136. cioè lir. 256. scl. 16. & quanto alle lir. 4 fà lir. 3424. però in tutto il prodotto è lir. 3680. fol. 16. & però li sc. d'oro 856. sono lir. 3680. fol. 16. alle quali giontо le lir. 3. ſ l. 14. din. 4. che vi sono, e lire alli sc. 856. fanno in somma lir. 3684. fol. 10. d. 4. che ridotti li fol. 10. din. 4. cioè li fol. $10\frac{1}{2}$. à forma di lir. sono lir. $\frac{1}{20}$. però la terza quantità farà lir. $3684\frac{1}{20}$. & hora potremo considerare la prima, & la terza come numeri astratti, & volendole abbreuiare, di modo, che la prima douenti la simplice vnità, ò vogliamo dire douenti 1.

Digitized by Google

lir.	10 sc. giuli.	10 ba.	5 quatt.
4	1	1	2 3
1	q. 2763		
	ba. 690. 3		
	1842		
g. ba. 253. 2. 3			
g.	921		
sc. g. 117. 4. 2. 3			
sc.	921		
	1. 4. $\frac{3}{8}$		
	$1\frac{2}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$		
sc. 1038. 5. 7. 1 $\frac{0}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$			

4. sol. 6	20	12
sc. lir. -	sol.	din.
856.	3.	14. 4
sol. 5136		
lir. 256. 16		
3424		
3. 14. 4		
lir. 3684. 10. 4		
921 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$		

lir.	10 sc.	10 g.	4 ba.	quatt.
4	1	1	2	3
sol. 80	quatt.		451	
240				

4. sol. 6	20	12
sc. lir.	sol.	din.
856.	3.	14. 4
86		
5136		
6848		
74 $\frac{1}{4}\frac{1}{0}$		
sol. 73690 $\frac{1}{4}\frac{1}{0}$		
221071		
221071		
1105355		
884284		
9970302. 1		
quatt. 415429 $\frac{6}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$		
baioc. 103857. 1 $\frac{0}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$		

sc. 1038. giuli 5. bai. 7. quatt. 1 $\frac{0}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$

ucci 1. ouero *(& significa il medesimo)* volendo partire la terza per la prima, ne viene 921 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. col qual numero moltiplicando la seconda, il prodotto sarà la quarta quantità cercata. Et per moltiplicare la seconda, via 921 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. potremo prima fare la moltiplicatione con il 921. intiero, poi quanto al rotto $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. perche egli è composto da $\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. che è $\frac{1}{4}$. & da $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. che è la trent'ésima parte di $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. cioè la trent'ésima parte d'$\frac{1}{2}$. noi per causa dell'$\frac{1}{2}$. moltiplicaremo la seconda per $\frac{1}{8}$. cioè la partiremo per 8. & ne viene giuli 1. baiocchi 4. quatt. $\frac{3}{8}$. & per causa d'$\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. pigliaremo l'$\frac{1}{2}\frac{0}{4}\frac{1}{0}$. di questi giuli 1. baiocchi 4. quatt. $\frac{3}{8}$. che è quatt. 1 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. il che tutto gionto al prodotto trouato con la moltiplicatione del 921. intiero, fà sc. 1038. giuli 5 ba. 7. quatt. 1 $\frac{0}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. & però à moltiplicare la seconda per 921 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. fà sc. 1038. giuli 5. ba. 7. quatt. 1 $\frac{0}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. che è la moneta Romana, alla quale si riduce la Bolognese proposta. Et se ci paresse più comodo il ridurre la prima, & la terza quantità *(delle tre proposte nella sopradetta Regola del Tre)* à denominatione piccola, poniamo à sol. la prima saria sol. 80. & la terza sol. 73690 $\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. che considerà dole hora in astratto, & riducendole à forma d'intiero, moltiplicando ciascuna d'esse per 3. la prima douentaria 240. & la terza 221071. Et se ci paresse comodo, riducendo la seconda alla simplice minor denominatione nominata in essa, ella sarà quatt. 451. quali moltiplicati per 221071. terza, & il prodotto partito per 240. prima, ne viene quatt. 415429 $\frac{6}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. per la quarta, che ridotta alle superiori denominationi, sarà sc. 1038. giuli 5. ba. 7. quatt. 1 $\frac{6}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$.

In questo quesito se fingesse mo di lassare la denominatione di lir. alla prima quãtità, che però la vnità principale verria ad essere la lira, cõuerria nel moltiplicare li sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. seconda, via sc. 856. lir. 3. sol. 14. din. 4. terza, perche lo sc. è lir. 4 $\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. cioè lo sc. contiene vnità principali 4 $\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. & perche il sol. è $\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. di lir. & il din. è $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. di lir. cioè $\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. d'$\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. di lir. conuerria dico fingersi nel moltiplicare le seguenti quattro regolette, cioè.

A moltiplicare sc. ò giuli, ò baioc. ò quatt. per sc. d'oro, fà volte 4 $\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. tãti sc. ò g. ò ba. ò quatt.
A moltiplicare sc. ò giuli, ò baiocchi, ò quatt. per lir. fà similmente sc. ò giuli, ò ba. ò quatt.
A moltiplicare sc. ò giuli, ò baiocchi, ò quatt. per sol. fà tanti vint'esimi di sc. ò giu. ò ba. ò quatt.
A moltiplicare sc. ò giuli, ò baiocchi, ò quatt. per din. fà tanti 240. esimi di sc. ò giu. ò ba. ò quatt.

Et nel partire conuerria fingersi questa.

A partire sc. ò giuli, ò baiocchi, ò quatt. per lir. ne viene similmente sc. ò giuli, ò ba. ò quatt.

Onde se nel moltiplicare sc. 1. giuli 1. baiocchi 2. quatt. 3. per sc. 856. lir. 3. sol. 14. din. 4. Se cominciaremo la moltiplicatione con li din. 4. moltiplicando sc. 1. giuli 1. ba. 2. quatt. 3. per 4. faria sc. 4. giuli 5. ba. 2. Ma perche à moltiplicare sc. g. &c. via din. il prodotto è 240. esimi di sc. g. &c. conuerrà partire detti sc. 4. g. 5. ba. 2. per 240. *(& lo potremo fare comodamente partendo per 12. & per 20. producenti il 240.)* che ne viene ba. 1. quatt. 3 $\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. & questo è il vero prodotto della moltiplicatione di sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. via din. 4. Et seguendo alli sol. che sono 14. con esso 14. moltiplicando sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. faria sc. 15. g. 7. ba. 8. quatt. 2. Ma perche à moltiplicare sc. g. &c. via sol. il prodotto è 20. esimi di sc. g. &c. cõuerrà partire detti sc. 15. g. 7. ba. 8. quatt. 2. per 20. che ne viene g. 7. ba. 8. quatt. 3 $\frac{7}{1}\frac{1}{0}$. & questo è il vero prodotto della moltiplicatione di sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. via sol. 14. Et seguendo alle lir. che sono 3.

lir. 4 | sc. g. ba. qu. 1. 1. 2. 3 | $4\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. 20. 12 sc. lir. fol. din. 856. 3. 14. 4

12) 4. 5. 1

20) 3. 7. $2\frac{1}{2}$

1. $3\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. prod. trouato con li din. 4

20) 15. 7. 8. 2

7. 8. $3\frac{7}{0}$. prod. trouato con li fol. 14

3. 3. 8. 1. prod. trouato con le lir. 3

quatt. 2568

ba. 642

1712

g. 235. 4. baiocchi

856

sc. 109. 1. 4

856

sc. 965. 1. 4

$4\frac{3}{0}$

2895. 4. 2

289. 5. 4. $\frac{4}{6}$) prodotto trouato

3680. 5. 6 con li sc. 856

3. 3. 8. 1 con le lir. 3

7. 8. $3\frac{7}{0}$. con li fol. 14

1. $3\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. con li din. 4

lir. 4) sc. 4154. 2. 9. $1\frac{1}{0}\frac{1}{0}$

sc. 1038. 5. 7. $1\frac{1}{2}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. è la quarta quantità.

no 3. con esso 3. moltiplicando sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. fà sc. 3. g. 3. ba. 8. quatt. 1. & perche à moltiplicare sc. g. &c. via lir. fà similmente sc. g. &c. detti sc. 3. g. 3. ba. 8. quatt. 1. farà il vero prodotto della moltiplicatione di sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. via lir. 3. seguendo finalmente alli scudi, che sono 856. con esso 856. moltiplicãdo sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. faria sc. 965. giuli 1. baiocchi 4. ma perche à moltiplicare sc. g. &c. via scudi, fà volte $4\frac{1}{0}$. tanti sc. g. &c. conuerrà moltiplicare detti sc. 965. g. 1. ba. 4. per $4\frac{1}{0}$. che quanto al $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. moltiplicando sc. 965. g. 1. ba. 4. per 3. numeratore, fà sc. 2895. g. 4. ba. 2. & questo partendolo per 10. denominatore, ne viene sc. 289. g. 5. ba. 4. quatt. $\frac{4}{6}$. che è il prodotto delli $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. & quanto al 4. che rimane, con esso moltiplicando detti sc. 965. g. 1. ba. 4. fà sc. 3860. g. 5. ba. 6. quali gionti con sc. 289. g. 5. ba. 4. quatt. $\frac{4}{6}$. fà sc. 4150. g. 1. ba. 0. quatt. $\frac{4}{6}$. che è il vero prodotto della moltiplicatione di sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. via sc. 856. hora giontò à questo il prodotto trouato con le lir. 3. che è sc. 3. g. 3. ba. 8. quatt. 1 & il prodotto trouato con li fol. 14. che è g. 7. ba. 8. quatt. $3-\frac{7}{0}$. & il prodotto trouato con li din. 4. che è ba. 1. quatt. $3\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. fà in tutto sc. 4154. g. 2. ba. 9. quatt. $1\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. che è il prodotto nato à moltiplicare sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. secõda quantità, via sc. 856. lir. 3. fol. 14. din. 4. terza quantità, quãl prodotto si hà da partire per la prima quantità, che è lir. 4. però con il 4. num. d'esse lir. partendo sc. 4154. giuli 2. baiocchi 9. quatt. $1\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. ne viene sc. 1038. g. 5. ba. 7. quatt. $1\frac{1}{2}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. & perche à partire sc. giuli, &c. per lir. ne viene similmẽte sc. giuli, &c. detti sc. 1038. g. 5. ba. 7. quatt. $1\frac{1}{2}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. farà il vero auuenimento, che nasce à partire il prodotto della moltiplicatione della seconda quantità nella terza, per la prima, & consequentemente farà la quarta quantità cercata.

lir. 4 | sc. g. ba. qu. 1. 1. 2. 3 | $4\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. 20. 12 sc. lir. fol. din. 856. 3. 14. 4

12) 4. 5. 1. 0

3. 7. $2\frac{1}{1}$

20) 15. 7. 8. 2

16. 1. 6. $\frac{1}{1}$

8. 0. $3\frac{7}{0}\frac{1}{0}$

3. 3. 8. 1

sc. 4. 1. 9. $\frac{1}{0}\frac{1}{0}$

qu. 2568

ba. 642

1712

g. 235. 4. baiocchi

856

sc. 109. 1. 4

856

sc. 965. 1. 4

$4\frac{3}{0}$

2895. 4. 2

289. 5. 4. $\frac{4}{6}$

3860. 5. 6

4. 1. 9. $\frac{1}{0}\frac{3}{0}$

lir. 4) sc. 4154. 2. 9. $1\frac{1}{0}\frac{1}{0}$

la quarta quantità è sc. 1038. 5. 7. $1\frac{1}{2}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$

Notifi hora, che la moltiplicatione della seconda quãtità con la terza si può eſequire breuemente nel modo, che segue. Quando haueremo moltiplicato la seconda quantità per 4. numero delli din. denominatione minore, ò prima da man deſtra delle poste nella terza quantità moltiplicante, essendo che il prodotto è il 240. esimo del prodotto vero, onde partendo esso prodotto per 12. l'auuenimento, & lo chiamaremo A, *(che poi andaria partito per 20. perche 20. & 12. sono li producenti il 240. partitor nostro principale)* è poi il 20. esimo del prodotto vero, se non cercando hora il vero, ma lassando esso auuenimento A, così; moltiplicaremo poi la seconda quantità con 14. numero delli sol. seguenti nel moltiplicante, che faria sc. 15. giuli 7. ba. 8. quatt. 2. perche questo è il 20. esimo del prodotto vẽro, egli verrà ad essere precise della qualità, che è l'auuenimento A, *(poiche anco egli è il 20. esimo del vero, che con la moltiplicatione delli din. 4. si cerca)* perilche gli potremo sommare

Digitized by Google

mare insieme, & fà sc. 16. g. 1. ba. 6. quatt. $\frac{1}{4}$. il che tutto è 20. esimi del prodotto vero, che hà da nascere à moltiplicare la seconda quantità per sol. 14. din. 4. però partiremo per 20. detti sc. 16. g. 1. ba. 6. quatt. $\frac{1}{4}$. che ne viene g. 8. ba. 0. quatt. $3\frac{1}{2\ 0}$. & questo è il prodotto vero della moltiplicatione della seconda quantità, via li sol. 14. din. 4. & perche à moltiplicare la seconda quantità con 3. numero delle lir. seguenti nel moltiplicante, che fà sc. 3. giuli 3. ba. 8. quatt. 1. questo è il prodotto vero della seconda quantità, via lir. 3. *(perche à moltiplicare sc. g. &c. per lir. fà similmente sc. g. &c.)* noi potremo venir scriuēdo per ordine questo prodotto, che si troua con le lir. 3. sotto al prodotto vero già trouato, cioè sotto alli g. 8. ba. 0. quatt. $3\frac{1}{2\ 0}$. & sommarli insieme, che fanno sc. 4. g. 1. ba. 9. quatt. $\frac{1}{2\ 0}$. il che è il vero prodotto, che nasce à moltiplicare sc. 1. giuli 1. ba. 2. quatt. 3. seconda quantità, via lir. 3. sol. 14. din. 4. che si troua nella terza; resta hora à moltiplicare la seconda quantita per sc. 856. che rimane nella terza, & al prodotto giongere li detti sc. 4. g. 1. ba. 9. quatt. $\frac{1}{2\ 0}$. che fà sc. 4154, giuli 1. ba. 9. quatt. $1\frac{1}{2\ 0}$. & questo è il vero prodotto, che nasce à moltiplicare la seconda quantità per la terza, quale partiremo per lir. 4. prima, & ne viene sc. 1038. giuli 5. baiocchi 7. quatt. $1\frac{0}{4\ 0}$. per la quarta quantità cercata.

Da questo procedere, conosciamo, che per moltiplicare la seconda quātità per la terza, hora che si suppose la vnità principale essere la lira, si potria dire.

Moltiplichifi la seconda quantità per il numero delli din. trouati nella terza, & il prodotto si parta per 12. *(numero che d'essi din. vanno à constituire il sol. prossima seguēte sinistra denominatione)* & all'auuenimento si gionga il prodotto, che nasce à moltiplicare la seconda quantità per il numero de' sol. prossima seguente sinistra denominatione, che si troua nella terza quantità & la somma si parta per 20. *(numero che d'essi sol. vanno à constituire la lira prossima seguente sinistra denominatione)* & all'auuenimento si gionga il prodotto, che nasce a moltiplicare la seconda quantità per il numero delle lir. prossima seguente sinistra denominatione, che si troua nella terza quātità, & questo è il prodotto vero, che nasce à moltiplicare la seconda quantità, via lir. sol. din. ritrouate nella terza, & chiamiamolo prodotto A. Ancora si moltiplichi la seconda quantità per il numero delli sc. prossima seguēte, & vltima sinistra denominatione, che si troua nella terza quantità, & il resultante si moltiplichi per $4\frac{1}{2\ 0}$. *(numero, che delle lir. (hora nostra vnità principale) vāno à cōstituire lo scudo)* & il prodotto sarà il prodotto vero, che nasce a moltiplicare la seconda quantità per li sc. trouati nella terza, al qual prodotto si gionga il prodotto A, *(che è il nato, ò derivato dal moltiplicare la seconda quantità per le lir. fol. din. trouati nella detta terza quantità)* che la somma sarà il prodotto vero della seconda quantità nella terza, quale partito poi per la prima, mostrarà nell'auuenimento la quarta. Et così si potria quasi dire, che si suppone lo scudo, giulio, baiocco, & quattrino, denominationi della seconda quantità esser diuiso in lir. sol. din. che ciascun scudo, ò giulio, ò baiocco, ò quattrino si possa anco chiamare lir. & che però sc. 1. giuli 1. ba. 2. quatt. 3. si possa nominare con la aggiuntione della denominatione lir. dicendo lir. sc. 1. lir. giuli 1. lir. baiocchi 2. lir. quatt. 3. Et che si come la lir. si diuide in 20. sol. & il sol. in 12. din. così ciascun scudo, giulio, baiocco, quattrino si diuida in 20. sol. di sc. g. ba. quatt. & ciascun sol. di sc. g. &c. si diuida in 12. din. di sc. g. ba. quatt. onde à moltiplicare sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. per 4. numero delli din. della terza quātità, il prodotto sia din. di sc. g. &c.

lir. 4 | sc. g. 1. 1. 2. 3 | sc. lir. sol. din. 856. 3. 14. 4

1 — 2. 8. $\frac{1}{4}$ — 214

12) 1. 1. 2. 3 — 642. quatt.

9. $1\frac{7}{4}$ — ba. 160. 2

3. 9. 4. $2\frac{1}{2}$ — 7000. 8. 2

20) 4. 0. 4. $\frac{1}{2}$ — sc. 241. 2. 8. 2

2. 0. $\frac{1}{4}$ — $4\frac{1}{2\ 0}$

8. 4. $2\frac{1}{4\ 0}$ — 965. 1. 4. 0

1. 0. 4. $3\frac{1}{2\ 4\ 0}$ — 48. 2. 5. $2\frac{1}{4}$

24. 1. 2. $3\frac{1}{4}$

1. 0. 4. $3\frac{1}{2\ 4\ 0}$

sc. 1038. 5. 7. $1\frac{1}{2\ 4\ 0}$

lir. 4 | sc. 1. 1. 2. 3 | sc. lir. sol. din. 856. 3. 14. 4

1) — 214. 0. 18. 7

12) 7. 8. 9. 1 — qu. 642

6. 5. $3\frac{1}{4}$ — ba. 160. 2

20. 2. 9. 2 — 58. 8. 2

20) 20. 9. 5. $1\frac{1}{2}$ — sc. 27. 2. 8. 2

1. 0. 4. $3\frac{1}{2\ 4\ 0}$ — 241. 2. 8. 2

$4\frac{1}{2\ 0}$

24. 1. 2. 3

72. 3. 8. $2\frac{1}{4}$

965. 1. 4

1. 0. 4. $3\frac{1}{2\ 4\ 0}$

la quarta quantità è sc. 1038. 5. 7. $1\frac{0}{2\ 4\ 0}$

Digitized by Google

g. &c. & perciò si habbi à partire per 12. per ridurlo à sol. di sc. g. &c. cioè, acciò l'auuenimento, & chiamiamolo A, sia sol. di sc. g. &c. & che à moltiplicare sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. per 14. numero delli sol. della terza quantità, il prodotto sia sol. di sc. g. &c. & perciò si habbi à giongere con la quantità A, che è della medesima qualità, & poi partire la somma per 20. acciò si riduca à lir. di sc. g. ba. quatt. *(che è quanto à dire similmente à scudi, giuli, baiocchi, quatt. perche hora lir. di sc. significa quanto similmente sc. & così nelli giuli, baiocchi, quatt.)* & che à moleiplicare sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. per 3. numero delle lir. della terza quantità, il prodotto sia lir. di sc. g. &c. cioè sia similmente sc. g. &c. alli quali gionti li trouati di sopra nella reduttione delli sol. di sc. &c. à lir. di sc. &c. la somma sarà il prodotto, che nasce à moltiplicare li sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. per lir. 3. sol. 14. din. 4. Et perche lo sc. d'oro è lir. $4-\frac{1}{6}$. & lo sc. Romano si piglia anco, come che habbi la denominatione di lir. diremo, che si come lo sc. d'oro è lir. $4-\frac{1}{6}$. così anco esso sc. d'oro è volte $4-\frac{1}{6}$. quanto la lir. di sc. Romano, ò sc. Romano; onde moltiplicando sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. per 856. numero delli sc. d'oro della terza quantità, il prodotto sia sc. d'oro di sc. g. ba. quatt. cioè volte $4-\frac{1}{6}$. tanti sc. g. ba. quatt. ò vogliamo dire volte $4-\frac{1}{6}$. tante lir. di sc. g. ba. quatt. & perciò esso predetto si habbi à moltiplicare per $4-\frac{1}{6}$. acciò si riduca à lir. di sc. g. ba. quatt. ò vogliano dire à semplici sc. g. ba. quatt. & il resultante sia il vero prodotto, che nasce à moltiplicare li sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. per sc. d'oro 856. & però à questo gionto il vero prodotto trouato à moltiplicare detti sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. per lir. 3. sol. 14. din. 4. la somma sia il vero prodotto della moltiplicatione della seconda quantità, via la terza, quale partito per 4. num. delle lir. della prima, la denominatione della qual prima, cioè la denominatione lir. hora ottiene il luogo della vnità principale, ne venga la quarta quantità cercata.

Et se vorremo fare, che nella terza quantità delle tre proposte nella sopradetta Regola di Tre; la sua maggiore prima denominatione finisca sia lir. come è nella prima quantità, cioè che essa maggior denominatione finistra ottenga il luogo della vnità principale, noi ridurremo li sc. 856. à lir. moltiplicãdo 856. per $4-\frac{1}{6}$. che quãto al $-\frac{1}{6}$. essendo l'$\frac{1}{6}$. di 856. 85 & 6. decimi; moltiplicando per 3. fà 18. decimi, cioè lir. 1. & 8. decimi, che per esser 8. decimi di lire, sol. 16. scriueremo sol. 16. in margine, & l'1. intiero, cioè l'1. che è lir. giongeremo alla moltiplicatione dell 85. via 3. che in tutto farà lir. 256. sol. 16. & tanto importano li sc. 856. quanto alli $-\frac{1}{6}$. di lir. per ciascuno, & quanto alle lir. 4. moltiplicando 856. per 4. fà 3424.

lir.	sc. g. ba. qu.
4	1. 1. 2. 3
12) din. sc.	4. 5. 1. 0
sol.	g. 3. 7. $2\frac{1}{4}$
	11. 2. 7. 2
20) sol. sc	11. 6. 5. $\frac{1}{6}$
lir. sc.	g. 5. 8. $1\frac{0}{6}$

Quero

lir.	sc. 4153. 7. 1
	5. 6. $1\frac{1}{4}$
	1. $3\frac{0}{6}$
lir. 4) lir. sc.	4154. 2. 9. $1\frac{1}{6}$
	sc. 1038. 5. 7. $1\frac{0}{24}$

$4-\frac{1}{6}$. 20. 12

sc.	lir.	sol.	din.
856.	3.	14.	4
	256.	16	
	3424		
lir.	3684.	10.	4
quatt.	11052		
ba.	2763		
	7368		
	1013.1		
	3684		
	469 7. 1		
	3684		

1. sc.	4153. 7. 1
2. sc.	5. 8. $1\frac{0}{6}$
3. sc.	4154 2. 9. $1\frac{1}{6}$

fà lir. 3424. sol. 16. & con le lir. 256. sol. 16. fariano lir. 3680. sol. 16. che è quello che importano li sc. 856. ma questo con le lir. 3. sol. 14. din. 4. quali oltre di ciò si trouano nella terza quantità, fà lir. 3684. sol. 10. din. 4. che è quello che in tutto importa, ò contiene la terza quantità, con la quale hora moltiplicãdo la seconda, quanto alle lir. 3684. farà 3684 volte sc. 1. g. 1. ba. 2 quatt. 3. cioè sc 4153. g. 7. ba. 1. ò vogliamo dire lir. sc. 4153. g. 7. ba. 1. quanto alli din. 4. farà din. sc. 4. g. 5 ba. 1. cioè sol. g. 3. ba. 7. quatt. $2\frac{1}{4}$. & quanto alli sol. 10. farà sol. sc. 11. g. 2. ba. 7. quatt. 2. che con li sopradetti sol. g. 3. ba. 7. quatt. $2\frac{1}{4}$. sommano in tutto sol. sc. 11. 6. 5. $\frac{1}{6}$. che sono lir g. 5. ba. 8. quatt. $1\frac{0}{6}$. & questo con le lir. sc. 4153. g. 7. ba. 1. già trouati, fà lir. sc. 4154. g. 2. ba 9. quatt. $1\frac{1}{6}$. per il totale prodotto della moltiplicatione della seconda quantità via la terza. Ma ancora per trouare questo totale prodotto, potremo dire. A moltiplicare la seconda per lir. 3684. fà lir. sc. 4153. g. 7. ba. 1. & à moltiplicare essa seconda quantità per sol. 10. perche sol. 10. è la metà d'vna lira, il prodotto di trouarsi con questi sol. 10. saria la metà del prodotto, che si trouaria con la moltiplicatione di lir. 1. ma à moltiplicare sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt 3. per lir. 1. fà il medesimo, intesasi però la denominatione di lir. di più, cioè fà lir. sc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. se dunque pigliaremo la metà di questo, haueremo il prodotto da farsi con la moltiplicatione della seconda quantita, via sol. 10.

Digitized by Google

via ſol. 10. però egli farà lir. giuli 5. ba. 6. quatt. $1\frac{1}{2}$. da venir ſcriuendo per ordine ſotto al prodotto trouato con le lir. 3684. *(perche s'hanno da ſommare inſieme)* & ſeguēdo alli din. 4. perche eſsi ſono il terzo d'1. ſol. & però l'$\frac{1}{4\ 0}$. di ſol. 10. il prodotto da trouarſi con eſs farà l'$\frac{1}{1\ 0}$. di lir. g. 5. ba. 6. quatt. $1\frac{1}{2}$. però partendolo per 30. ne viene lir. ba. 1. quatt. $3\frac{1}{0\ 0}$. che è il prodotto della moltiplicatione della ſeconda quantità, via din. 4. il qual prodotto ſcritto per ordine ſotto à quello delle lir. & ſol. & ſommati inſieme, fanno in tutto lir. ſc. 4154. g. 2. ba. 9. quatt. $1\frac{1}{8}$. per il total prodotto della moltiplicatione della ſeconda quantità nella terza, il che partito per lir. 4. prima, ne viene ſc. 1038. giuli 5. ba. 7. quatt. $1\frac{0\ 1}{4\ 0}$. per la quarta.

Notiſi che nel ſopradetto queſito, quando laſſando le tre quantità nel modo, che elle ci ſono propoſte per adoprarle à punto così; noi vogliamo ſupponere, che la vnità principale ſia la lira, & che però ci fingiamo nel moltiplicare queſte regolette, cioè.

A moltiplicare ſc. g. ba. quatt. per din. fà din. di ſc. giuli, ba. quatt.
A moltiplicare ſc. g. ba. quatt. per ſol. fà ſol. di ſc. giuli, ba. quatt.
A moltiplicare ſc. g. ba. quatt. per lir. fà lir. di ſc. giuli, ba. quatt.
A moltiplicare ſc. g. ba. quatt. per ſc. d'oro, fà ſc. d oro di ſc. g. ba. quatt.

Allhora nel partire ci fingereſsimo queſta.

A partire ſc. d'oro di ſc. g. ba. quatt. per lir. ne viene ſc. d'oro di ſc. g. ba. quatt.

Et però, perche la noſtra vnità principale hora è la lira, conuerria poi ridurre eſſo auuenimento *(cioè li ſc. d'oro di ſc. g. ba. quatt.)* à lir. moltiplicandolo per $4\frac{1}{1\ 0}$. numero delle lir. che conſtituiſcono lo ſc. d'oro, & così queſto prodotto, che faria lir. di ſc. g. ba. quatt. verria anco ad eſſere il vero auuenimento, che moſtra la quarta quantità, poiche per eſſere hora la lir. noſtra vnità principale, egli *(leuando però la denominatione lir.)* verria ad eſſere ſimplicemente ſc. giuli, ba. quatt. Et veramēdo alla operatione per moltiplicare ſc. 1. 1. 2. 3. per ſc. 856. lir. 3. ſol. 14. din. 4. cominciando à moltiplicare la ſeconda quātità per din. 4. farà din. ſc. 4. g. 5. ba. 1. quali riduremo alla ſeguente ſiniſtra denominatione, cioè à ſol. ſc. g. ba. quatt. partendoli per 12. num. delli din. che cōſtituiſcono il ſoldo, & ne viene ſol. ſc. 0. g. 3. ba. 7. quatt. $2\frac{1}{2}$. ſoto alli quali verremo ſcriuendo il prodotto, che naſce à moltiplicare la ſeconda quantità per ſol. 14. che ſeguono nella terza quantità, qual prodotto è ſol. ſc. 15. 7. 8. 2. & lo giongeremo con li ſopraderti ſol. ſc. 0. g. 3. 7. $2\frac{1}{2}$. che fà ſol. ſc. 16. 1. 6. $\frac{1}{4}$. da ridurre alla ſeguente ſiniſtra denominatione, cioè à lir. ſc. g. &c. partendo per 20. numero delli ſol. che conſtituiſcono la lir. & ne viene lir. ſc. 0. g. 8. ba. 0. quatt. $3\frac{1}{0\ 0}$. con il che giongeremo il prodotto, che naſce à moltiplicare la ſeconda quantità per lir. 3. che ſono nella terza, qual prodotto è lir. ſc. 3. 8. 3. 1. & fà lir. ſc. 4. 1. 9. $\frac{1}{0\ 0}$. da ridurre alla ſeguēte denominatione, cioè à ſc. d'oro, ſc. g. &c. partendo per $4\frac{1}{1\ 0}$. numero delle lir. che conſtituiſcono lo ſc. d'oro *(il che ſi fà moltiplicando per 10. denominatore, & partendo il prodotto per 43. numeratore di $\frac{4\ 3}{1\ 0}$. à che in forma di retto*

lir.	ſc. g.
4	1. 1. 2. 3
12) din. ſc. 4. 5. 1. 0	
ſol.	3. 7. $2\frac{1}{2}$
	15. 7. 8. 2
20) ſol. ſc. 16. 1. 6. $\frac{1}{4}$	
lir.	8. 0. $3\frac{1}{0\ 0}$
	3. 3. 8. 1
$4\frac{1}{1\ 0}$ lir. ſc. 4. 1. 9. $\frac{1}{0\ 0}$	
	41. 9. 0. $2\frac{1}{0\ 0}$
	g. 9. 7. 1
	g. 419
	387
	320
	301
	19
	4
	78 $\frac{1}{0}$
	43
	35 $\frac{1}{0}$
	211
	258
ſc. d'oro g. 9. 7. 1	

$4\frac{1}{1\ 0}$. 20. 12	
ſc. d'oro.	lir. ſol. din.
	856. 3. 14. 4
	qu. 2568
	ba. 642
	3712
	2354
	856
	1094. 1. 4
	856
ſc. d'oro.	ſc. 965. 1. 4
ſc. d'oro.	9. 7. 1 $\frac{2\ 1\ 1}{2\ 4\ 8}$
lir. 4) ſc. d'oro.	ſc. 966. 1. 1. 1 $\frac{2\ 1\ 1}{2\ 4\ 8}$
ſc. d'oro.	ſc. 241. 5. 2. 3 $\frac{4\ 0\ 0}{1\ 0\ 0\ 2}$
	$4\frac{1}{1\ 0}$
	48. 3. 0. 2 $\frac{8\ 0\ 1}{1\ 0\ 0\ 2}$
	24. 1. 5. 1 $\frac{1\ 4\ 0\ 1}{1\ 0\ 0\ 2\ 0}$
	966. 1. 1. 1 $\frac{2\ 4\ 1}{2\ 4\ 0}$
lir. ſc. 1038. 5. 7. 1	$\frac{0\ 1}{2\ 4\ 0}$
cioè ſc. 1038. g. 5. ba. 7. quatt. 1	$\frac{0\ 1}{2\ 4\ 0}$

3002
1501
8440
12943
2643

rotto si riduce il $4\frac{3}{10}$.) che ne viene ſc. d'oro, ſc. 0. g. 9. ba. 7. quatt. $1\frac{2}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. al che giongeremo il prodotto, che naſce à moltiplicare la ſeconda quantità per ſc. d'oro 856. che ſono nella terza, qual prodotto è ſc. d'oro, ſc 965. g. 1. ba. 4. & fà in ſomma ſc. d'oro, ſc. 966. g. 1. ba. 1. quatt. $1\frac{2}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. & queſto è il prodotto della ſeconda quantità nella terza, qual prodotto ſi deue hora partire per la prima, cioè per lir. 4. che ne verranno ſimilmente ſc. d'oro di ſc. g. &c. come ci moſtra la Regoletta data nel partire; ma à partire ſc. d'oro ſc. 966. 1. 4. $1\frac{2}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. per 4. numero d'eſſe lir. ne viene ſc. d'oro ſc. 241. 5. 2. $3\frac{5}{10}\frac{6}{12}\frac{9}{20}$. però queſto è l'auuenimento della noſtra partitione, il che cõuien ridurre à denominatione della noſtra vnità principale, che hora è lir. moltiplicandolo per $4\frac{3}{10}$. numero delle lir. che conſtituiſcono lo ſc. d'oro; che quãto alla moltiplicatione del rotto $\frac{3}{10}$. perche egli ſi può ſeparare, ò intender compoſto di $\frac{1}{10}$. che ſono $\frac{1}{10}$. & d'$\frac{1}{10}$. che è la mità d'$\frac{1}{10}$. noi p l'$\frac{1}{10}$. pigliaremo la quinta parte delli ſc. 241. 5. 2. $3-\frac{5}{10}\frac{6}{12}\frac{9}{20}$. che è ſc. 48. 3. 0. 2 $\frac{1}{10}\frac{5}{20}\frac{6}{40}$. & per l'$\frac{1}{10}$. ò mezo quinto, pigliaremo la mità di queſti ſc. 48. 3. 0. 2 $\frac{1}{10}\frac{5}{20}\frac{6}{40}$. che è ſc. 24. 1. 5. 1 $\frac{1}{10}\frac{2}{20}\frac{8}{40}\frac{3}{80}$. & così ſarà eſpedito il rotto $\frac{3}{10}$. & per il 4. intiero, moltiplicaremo li ſc. 241. g. 5. ba. 2. quatt. $3\frac{5}{10}\frac{6}{12}\frac{9}{20}$. per 4. che fà ſc. 966. g. 1. ba. 1. quatt. $1-\frac{2}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. il che giontò alli trouati con il rotto $\frac{3}{10}$. ſommano in tutto ſc. 1038. g. 5. ba. 7. quatt. $1\frac{2}{3}\frac{6}{12}\frac{1}{20}$. & queſto è il prodotto della moltiplicatione per $4\frac{3}{10}$. & è lir. cioè ſi chiamarà lir. ſc. 1038. g. 5. ba. 7. quatt. $1\frac{6}{12}\frac{1}{20}$. perilche eſſendo la noſtra vnità principale la lir. leuando eſſa denominatione di lir. che così haueremo ſc. 1038. giuli 5. ba. 7. quatt. $1\frac{6}{12}\frac{1}{20}$. queſto ſi dirà eſſere la quarta quantità cercata.

Et ſe nel ſopradetto queſito voleſsimo, che la prima quantità haueſſe denominatione di ſol. cioè fuſſe ſol. 80. & che perciò la noſtra vnita principale fuſſe il ſol. & che ancora ſi voleſſe fare

ſol.	ſc. giuli.	ba.	quatt.		ſc.	lir.	ſol.	din.
80)	1	1	2	3	856.	3.	14.	4.

$4\frac{3}{10}$

à partire per ſc. d'oro. ſc. 966. g. 1. ba. 1. quatt. $1\frac{2}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. è il prod. della ſeconda nella terza

ſol. 80. ne viene

ſc. d'oro. ſc. 12. g. 0. ba. 7. quatt. $2\frac{1}{2}\frac{1}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$	70926
86	94568
ſol. ſc. 1038. g. 5. ba. 7. quatt. $1\frac{6}{12}\frac{1}{20}$	1016606
cioè ſc. 1038. g. 5. ba. 7. quatt. $1\frac{6}{12}\frac{1}{20}$. è la quarta quantità.	49
	191006
	5246
	61
	240

la operatione ſenza mouere la ſeconda, & la terza quantità dallo ſtato, ò denominationi in che elle ci ſono propoſte; allhora nel moltiplicare la ſeconda quant. per la terza, cioè ſc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. via ſc. d'oro 856. lir. 3. ſol. 14. din. 4. potreſsimo operare preciſe nel modo ſopradetto, ſeruendoci preciſe delle medeſime regolette nel moltiplicare, cioè fingendo, che à moltiplicare ſcudi, giuli, baiocchi, quattrini, per ſc. d'oro, ò lir. ò ſol. ò din. produca ſimilmẽte ſc. d'oro, ſc. g. ba. quatt. ò lir. ſc. g. ba. quatt. ò ſol. ſc. g. ba. quatt. ò din. ſc. g. ba. quatt. & così il prodotto della ſeconda nella terza faria preciſe il trouato di ſopra, cioè ſc. d'oro, ſc. 966 g. 1. ba. 1. quatt. $1\frac{2}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. quale ſi doueria partire per la prima quantità, cioè per ſol. 80. ma hora nel partire conuerria fingerſi queſta regoletta.

A partire ſc. d'oro, ſc. giuli, ba. quatt. per ſol. l'auuenim. è ſimilmente ſc. d'oro, ſc. g. ba. quatt.

Onde, perche la noſtra vnità principale è il ſol. cioè perche la denominatione, che hà la prima quãtità è il ſol. conuerria ridurre eſſo auuenimento à ſol. moltiplicandolo per 80. numero delli ſol. che conſtituiſcono lo ſc. d'oro, & quello che ne deriuaſſe faria ſol. ſc. g. ba. quatt. perilche allhora leuata la denominatione ſol. *(perche ella è la denominatione della noſtra vnità principale)* eſsi ſc. g. ba. quatt. fariano il vero auuenimento, ò quarta quantità cercata; onde eſſendo il prodotto della ſeconda quantità nella terza ſc. d'oro, ſc. 966. g. 1. ba. 1. quatt. $1\frac{2}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. partendolo per 80. num. de' ſol. della prima, ne verrà ſc. d'oro, ſc. 12. g. 0. ba. 7. quatt. $2\frac{1}{2}\frac{1}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$. il che ridotto à ſol. ſc. g. ba. quatt. moltiplicandolo per 86. fà ſol. ſc. 1038. g. 5. ba. 7. quatt. $1-\frac{6}{12}\frac{1}{20}$. & hora leuata la denominatione ſol. haueremo ſc. 1038. g. 5. ba. 7. quatt. $1\frac{6}{12}\frac{1}{20}$. che è la quarta quantità cercata. Et quando nel moltiplicare la ſeconda quantità nella terza, il prodotto ſi fuſſe ridotto à lir. di ſc. g. ba. quatt. dicendo egli eſſere lir. ſc. 4154. g. 2. ba. 9. quatt. $1\frac{1}{6}\frac{1}{0}$.

Digitized by Google

sol.	sc. g. ba. qu.
80	1. 1. 2. 3

$4\frac{1}{80}$
sc. lir. sol. din.
856. 3. 14. 4
256. 16
3424
lir. 3684. 10. 4

il prodotto della seconda nella terza fu trouato essere sol. 80) lir. sc. 4154. g. 2. ba. 9. quatt. $1\frac{1}{80}$.

lir. sc.	51.	9.	2.	$3\frac{2}{4}\frac{2}{8}\frac{2}{0}\frac{1}{0}$
sc. 1038.	5.	7.		$1\frac{0}{2}\frac{1}{4}\frac{}{0}$

$1\frac{1}{80}$. conuerria, che per partire esso prodotto per 80. num. della prima quantita, che haueſſe denominatione di sol. & che perciò il sol. fuſſe la noſtra vnità principale, noi nel partire fingeſsimo queſta regoletta.

A partire lir. di sc. g. ba. quatt. per sol. l'auuenimento è ſimilmente lir. sc. g. ba. quatt.

Onde, perche la noſtra vnità principale è il sol. cioè, perche la denominatione, che hà la prima quantità è il sol. conuerria ridurre eſſo auuenimento à sol. moltiplicandolo per 20. numero de' sol. che conſtituiſcono la lir. & quello che ne deriuaſſe faria sol. sc. g. ba. quatt. perilche allhora leuata la denominatione sol. *(perche ella è la denominatione della noſtra vnità principale)* eſsi sc. g. ba. quatt. faria no il vero auuenimento, ò quarta quantità cercata. Però dicendoſi il prodotto della seconda quantità nella terza eſſere lir. sc. 4154. g. 2. ba. 9. quatt. $1\frac{1}{80}$. partendolo per 80. num. delli sol. della prima ne verrà lir. sc. 51. g. 9. ba. 2. quatt. $3\frac{2}{4}\frac{2}{8}\frac{2}{0}\frac{1}{0}$. il che ridotto à sol. sc. g. ba. quatt. moltiplicandolo per 20. fà sol. sc. 1038. g. 5. ba. 7. quatt. $1\frac{0}{2}\frac{1}{4}\frac{}{0}$. & hora leuato la denominatione sol. haueremo sc. 1038. g. 5. ba. 7. quatt. $1\frac{0}{2}\frac{1}{4}\frac{}{0}$. che è la quarta quantità cercata.

Onero potiamo dire, ſupponendo noi la prima quàtità eſſere sol. 80. cioè la vnità principale eſſere il ſoldo, & laſſando la ſeconda nel ſuo eſſere, & la terza ancora, cioè con le denominationi di sc. d'oro, lir. sol. din. per fare la moltiplicatione della ſeconda nella terza, & partire il prod. per la prima, conuerria conſiderare, che per eſſere il sol. la vnità principale, ne ſegue, che

A moltiplicare sc. g. ba. quatt. per sol. il prodotto faria sol. di sc. g. ba. quatt. cioè ſimplicemente sc. g. ba. quatt. & perche il din. è $\frac{1}{20}$. di sol. & la lir. è 20. volte quanto vn ſoldo, & sc. d'oro è volte $4\frac{1}{80}$. quanto vna lira; ò vogliamo dire lo sc. d'oro è 86. volte quanto il sol. è di biſogno nel moltiplicare la ſeconda quantità per la terza fingerſi queſte regolette.

sol.	sc. g. ba. quatt.
80	1. 1. 2. 3
din. sc.	4. 5. 1. 0
sol.	3. 7. $2\frac{1}{4}$
	15. 7. 8. 2
sol.	sc. 16. 1. 6. $\frac{1}{2}$
sol.	sc. 67. 6. 5
sol. sc.	83002. 0. 4
sol. 80) sol. sc.	83085. 8. 5. $\frac{1}{4}$
sc.	1038. g. 5. ba. 7. qu. $1\frac{0}{2}\frac{1}{4}\frac{}{0}$

$4\frac{1}{80}$
sc. lir. sol. din.
856. 3. 14. 4
lir. sc. 3. 3. 8. 1
20
sol. sc. 67. 6. 5. 0
quatt. 2568
ba. 642
1712
235.4
856
1091.4
856
sc. d'oro. sc. 965.1.4
86
34.4
86
12.0.4
5790
7720
sol. sc. 83002.0.4

A moltiplicare sc. g. ba. quatt. per din. fà din. di sc. g. ba. quatt. cioè dodiciesimi di sc. giu. ba. quatt. onde per ridurli à forma d'vnità principale, cioè a sol. sc. g. ba. quatt. cõuien partirli p 12.

A moltiplicare sc. g. ba. quatt. via sol. fà sol. di sc. g. ba. quatt. cioè fà ſimilmente sc. g. ba. quatt.

A moltiplicare sc. g. ba. quatt. via lir. fà lir. di sc. g. ba. quatt. che ciaſcuna lir. di sc. g. ba. quatt. ſignifica 20. volte tanti sol. di sc. g. ba. quatt. ò vogliamo dire, che ciaſcuna lir. di sc. g. ba. quatt. ſignifica 20. volte tanti sc. g. ba. quatt. onde per ridurre eſſe lir. di sc. g. ba. quatt. à denominatione della noſtra vnità principale, cioè à sol. di sc. g. ba. quatt. conuiene moltiplicarle per 20.

A moltiplicare sc. g. ba. quatt. per sc. d'oro, fà sc. d'oro di sc. g. ba. quatt. che ciaſcun sc. d'oro di sc. g. ba. quatt. è 86. volte tanti sol. di sc. g. ba. quatt. ò vogliamo dire, che hora ciaſcun sc. d'oro di sc. g. ba. quatt. ſignifica 86. volte tanti sc. g. ba. quatt. onde per ridurre eſsi sc. d'oro, di sc. g. ba. quatt. alla denominatione della noſtra vnità principale, cioè à sol. sc. g. ba. quatt. conuien moltiplicarli per 86.

Et nel partire il prodotto della ſeconda nella terza per il numero della prima, che hà denomina-

Digitized by Google

minatione di ſol. conuerria fingerſi queſta regoletta. A partire ſol. di ſc. g. ba. quatt. per ſol. ne viene ſol. di ſc. g. ba. quatt. cioè hora ſimplicemente ſc. g. ba. quatt. Perilche nel noſtro eſempio, ò domanda, moltiplicando la ſeconda quantità, che è ſc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 3. via la terza, che è ſc. d'oro 856. lir. 3. ſol. 14. din. 4. quanto alli din. 4. il prodotto faria din. ſc. 4. g. 5. ba. 1. quale conuien ridurre à ſol. ſc. g. &c. partendolo per 12. & ſi riduce à ſol. ſc. o. g. 3. ba. 7. quatt. 2 $\frac{1}{2}$. Quanto alli ſol. 14. il prodotto faria ſol. ſc. 15. g. 7. ba. 8. quatt. 2. Quanto alle lir. 3. il prodotto ſaria lir. ſc. 3. g. 3. ba. 8. quatt. 1. quale conuien ridurre a ſol. ſc. g. ba. quatt. moltiplicandolo per 20. & ſi riduce à ſol. ſc. 67. g. 6. ba. 5. Et quanto alli ſc. d'oro 856. il prodotto ſaria ſc. d'oro (c. 965. g. 1. ba. 4. quale conuien ridurre à ſol. ſc. g. &c. moltiplicandolo per 86. & ſi riduce à ſol. ſc. 83002. g. o. ba. 4. Queſti partiali prodotti ſommati hora inſieme fanno ſol. ſc. 83085. g. 8. ba. 5. quatt. $\frac{1}{2}$. che è il totale prodotto della ſeconda quantità nella terza, quale partiremo per 80. numero della prima quantità, che hà denominatione di ſol. come hà eſſo prodotto, & però detta comune denominatione di ſol. s'annulla, ò toglie via dall' auuenim. che ne viene ſc. 1038. g. 5. ba. 7. quatt. 1 $\frac{5}{8}$ $\frac{1}{2}$. che è la quarta quantità cercata.

Et per venire ad vna Regola, ò modo generaliſſimo da adoprare nella Regola del Tre, quãdo ſi vuol fingere, che le tre quantità propoſte reſtino in quante, & quali ſorti di denominationi ſi voglino nel moltiplicare la ſeconda per la terza, & partire il prodotto per la prima, poteremo dire. Moltiplichiſi la ſeconda quantità, via il numero della prima denominatione deſtra della terza, & il prodotto che ſi dirà eſſere della qualità, ò denominatione d'eſſa prima deſtra, con il num. della quale ſi è fatta la moltiplicatione nella ſeconda quantità, ſi riduca alla qualità della denominatione proſsima ſeguente verſo man ſiniſtra della terza, partendo il prodotto per il numero, che delle quantità d'eſſa prima denominatione vanno à conſtituire vna vnità della ſorte, ò denominatione detta, che li ſegue man ſiniſtra *(che è hora la ſeconda, principiando da man deſtra)* alla quale eſſo prodotto ſi vuol ridurre. & a queſto auuenimento, che ſarà della qualità della ſeconda denominatione detta ſi gionga il prodotto, che naſce à moltiplicare la ſeconda quantità, via il numero della detta ſeguente ſeconda denominatione poſta nella terza quantità, qual prodotto ſi dirà eſſere anch'egli della qualità, ò denominatione iſteſſa, il numero della quale ſi ſarà adoprato nel moltiplicare la ſeconda quantità, & la ſomma che ſi dirà eſſere della qualità, ò denominatione d'eſſa ſeconda, con il num. della quale ſi è fatta la moltiplicatione nella ſeconda quantità, ſi riduca alla qualità della proſsima ſeguente denominatione verſo man ſiniſtra, che è hora la terza denominatione, partendo il prodotto per il numero, che delle quantità d'eſſa ſeconda denominatione deſtra vanno à cõſtituire vna vnità della ſorte, ò denominatione terza detta, che li ſegue verſo man ſiniſtra, & all'auuenimento, che ſarà della qualità della terza denominatione, alla quale ſi è fatta la reduttione, ſi giunga il prodotto, che naſce à moltiplicare la ſeconda quantità per il numero della ſeguente quarta denominatione poſta nella terza quantità; qual prodotto ſi dirà eſſere anch'egli della qualità, ò denominatione terza iſteſſa, il numero della quale ſi ſarà adoprato nel moltiplicare la ſeconda quantità, & la ſomma, che ſarà della qualità, ò denominatione terza medeſma detta, con il numero della quale ſi è fatta la moltiplicatione nella ſeconda, ſi riduca alla ſeguente quarta denominatione nel modo detto, & all'auuenimento, che ſarà della quarta denominatione ſi gionga il prodotto, che naſce à moltiplicare la ſeconda quantità con il numero della quarta denominatione poſta nella terza quantità, qual prodotto ſarà anch'egli della qualità d'eſſa quarta denominatione, & la ſomma, che pure ſarà ſimilmente della medeſma quarta denominatione, ſi riduca alla quinta denominatione, & poi ſi ſegua alla moltiplicatione con il num. della quinta denomination poſto nella terza quãtità, poi alla ſolita ſommatione, & reduttione della ſomma all'altra ſeſta ſeguente denominatione, ſe tante ve ne ſaranno nella terza quantità, & ſe più ve ne fuſſero, doppo alla reduttione, ſi facci la moltiplicatione, poi la ſommatione, poi l'altra reduttione, &c. ſin che finalmente ſi ſaranno adoprati à moltiplicare nella ſeconda quantità tutti i numeri di ciaſcuna delle denominationi per ordine poſte nella terza quantità, che così la quantità, che in fine haueremo *(& ſarà della qualità, ò denominatione dell'vltima, cominciando à man deſtra, ò vogliamo dire della prima da man ſiniſtra delle poſte nella terza quantità)* verrà ad eſſere il prodotto della ſeconda quantità nella terza. Poi conſiderata nella prima quantità, che denominatione principale ſi vogli, & ſtabilito il numero, che ad eſſa ſola denominatione ſi conuiene, con eſſo numero ſi parta il prodotto trouato della ſeconda nella terza, che l'auuenimento hauerà la denominatione iſteſſa, ò denominationi, che hà il detto prodotto partito: & queſto auuenimento ſi riduca alla ſorte di denominatione, che hà il partitore, cioè à quella principal ſimplice denominatione, che ſi è conſiderata hauere la prima quantità, & allhora dalla quantità, che ne riſultarà, leuata, ò remoſſa la denominatione detta, conſiderata nella prima, reſtan-

Digitized by Google

reſtãdoli ſolo la denominatione, ò denominationi della ſeconda quantità, ſarà la quarta quantità cercata. Per eſempio dicendoſi, giuli 12. baiocchi 3. di Roma vagliono ducati 1. lir. 2. ſol. 3. din. $5\frac{1}{6}$. di Venetia, domando ſc. 57. giuli 5. ba. 9. quatt. $3\frac{1}{2}$. di Roma, quanti ducati, &c. di Venetia valeranno? Noi ſapura la qualità delle denominationi di queſte monete, cioè che lo ſc. Romano è giuli 10. il giulio è baiocchi 10. & il baiocco è quatt. 4. Et che il ducato Venetiano vale lir. 6. ſol. 4. la lir. vale ſol. 20. & che il ſol. è din. 12. Moltiplicaremo la ſeconda quantità, via la terza, che principiando la moltiplicatione dalli quatt. $3\frac{1}{2}$. prima denominatione deſtra della terza quantità; quãto all' $\frac{1}{2}$. la metà della ſeconda quantità, cioè di lir. 8. ſol 7 din. $5\frac{1}{4}$. è lir. 4. ſol 3. din. $8\frac{5}{8}$. & quãto al 3. moltiplicãdo eſſa ſeconda quantità per 3. fà ducati 3. lir. 6. ſol. 10. din. $3\frac{3}{4}$. *(ne importa, che le lir. 6 ſol. 10. ſiano più d'vn ducato, & che perciò ſi poteſſe dire il prodotto eſſere ducati 4. lir. 0. ſol. 6. din. $3\frac{3}{4}$. poiche in ciò baſta ad attendere à quel modo d'operare, che ci vien comodo)* il che con le lir. 4. ſol. 3. din. $8\frac{5}{8}$. già trouati, ſà in ſomma duc. 4. lir. 4. ſol. 10. din. $\frac{3}{4}$. & queſto tutto hà la denominatione di quatt. come hà il $3\frac{1}{2}$. cõ il quale ſi è fatta la moltiplicatione, perile he lo ridurremo à baiocchi ſeguente ſeconda denominatione della terza quantità, partendo eſſo prodotto per 4. numero delli quatt. che conſtituiſcono il baiocco, & ne viene ba. duc. 1. lir. 1. ſol. 2. din. $6\frac{1}{2}$. poi moltiplicaremo la ſeconda quantità per 9. numero de' ba. ſeguente ſeconda denominatione, che ſi troua nella terza quantità, & il prodotto, che ſarà ba. duc. 9 lir. 19. ſol. 10. din. $11\frac{1}{2}$. ſi andarà ſcriuendo per ordine ſotto alli ba. duc. 1. lir. 1. ſol. 2. din. $6\frac{1}{2}$. già trouati, & ſi ſommaranno inſieme, che faranno in tutto ba. duc. 10. lir. 20. ſol. 13. din. $5\frac{1}{2}$. da ridurre à giuli, ſeguẽte terza denominatione della terza quantità, partendo per 10. numero de' baiocchi, che conſtituiſcono il giulio, & ne deriuano giuli duc. 1. lir. 2. ſol. 1. din. $4\frac{1}{2}$. poi moltiplicaremo la ſeconda quantità per 5. numero de' giuli, ſeguente terza denominatione, che ſi troua nella terza quantità, & il prodotto, che ſarà giuli duc. 5. lir. 10. ſol. 17. din. 2. andaremo ſcriuendo per ordine ſotto alli giuli duc. 1. lir. 2. ſol. 1. din. $4\frac{1}{2}$. già trouati, & ſi ſommaranno inſieme, che faranno in tutto giuli duc. 6. lir. 12. ſol. 18. din. $6\frac{1}{2}$. da ridurre à ſcudi, ſeguẽte quarta denominatione della terza quantità, partendo per 10. numero de' giuli, che conſtituiſcono lo ſcudo, & ne deriuano ſc. duc. 0. lir. 5. ſol. 0. din. $3\frac{1}{2}$. poi moltiplicaremo la ſeconda quantità p 57.

Operatione fatta al modo ordinario.

giul. ba.	duc. lir. sol. din.	sc. g. ba. quatt.
	6 5 . 20 . 12	10 . 10 . 4
12. 3	1. 2. 3. $5\frac{1}{4}$	57. 5. 9. $3\frac{1}{2}$
sc. $1\frac{21}{100}$	sol. $167\frac{7}{6}$	sc. $57\frac{479}{800}$

2679 — 46079
16 — 800
24111
18753
16074
10716
800) 123445641
16) $154307\frac{41}{800}$
124) sol. $96\frac{441}{1200}$ — 29292
3692
77
904
sol. 96

Ducati 77 lir. 4. sol. 16. din. $2\frac{973}{1200}$. è il prodotto della seconda quantità nella terza, quando ci piacesse saperlo distintamente.

Ouero operando come segue.

sc. $1\frac{21}{100}$ | sol. $167\frac{7}{6}$ | sc. $57\frac{479}{800}$
984 | sol. $\frac{2679}{6}$ | 46079
24111
18753
16074
10716
15744) 123445641
sol. 7840. d. 9
132376
64244
1312) 12681
124) sol. 7840. din. $9\frac{873}{1312}$
63
400
28

Duc. 63. lir. 1. sol. 8. din. $9\frac{873}{1312}$

$1\frac{21}{100}$) sol. $9644\frac{2440}{12800}$
1101
123) $964419\frac{9}{128}$
7840
1034
501
99
1152
1152
9
12681
15744
4227
124) sol. 784.0 — 5248
63 — 50724
400 — 3492
sol. 28

Ducati 63. lir. 1. sol. 8. din. $9\frac{873}{1312}$. è la quarta quantità cercata.

numero delli scudi, seguente quarta, & vltima denominatione, che si troua nella terza quantità, & al prodotto, che sarà sc. duc. 57 lir. 123. sol. 15. din. $11\frac{1}{4}$. giongeremo li sc. duc. 0. lir. 5. sol. 0. din. $3\frac{21}{1200}$. gia trouati, & faranno in tutto sc. duc. 77. lir. 4. sol. 16. din. $2\frac{973}{1200}$. & questo è il prod. della seconda quantità nella terza, quale s'hà da partire per la prima, cioè per g. 12. ba. 3. Onde in esso partitore considerando il giulio per principal denominatione, egli sarà 12. & 3. decimi; & volendo lassare al 3. la denominatione baiocchi, fingeremo, che in cambio di 3 decimi si dica 3. baiocchi, cioè che ciascun decimo si chiami, ò habbi nome di baiocco, & venẽdo alla partitione delli sc. duc. 77. da' quali piglia principio la quãtità da partire, diremo 12. & 3. decimi in 77. entra 6. volte, però scriueremo 6. che sono sc. duc. 6. per auuenimento fra le righe, & moltiplicatolo con 12. & 3. baiocchi, ò 3. decimi, fà 73. & 8. baiocchi, che cauato da 77. resta 3. & 2. baiocchi, cioè resta sc. duc. 3. & 2. decimi, quali ridurremo alla seguente denominatione, cioè à sc. lir. moltiplicandosi per $6\frac{1}{5}$. num. delle lir. che cõstituiscono 1. ducato, che fà lir. 19. & baiocchi, ò decimi $8\frac{2}{5}$. alle quali giongeremo le lir. 4. trouate nella quantità da partire, & saranno in tutto lir. 23. & baiocchi, ò decimi $8\frac{2}{5}$. da partire hora per 12. & baiocchi, ò decimi 3. che il 12. & 3. decimi in 23. & $8\frac{2}{5}$. decimi, entra 1. volta, & è sc. lir. 1. da ponere fra le righe al suo luogo, & auanza sc. lir. 11. & baiocchi, ò decimi $5\frac{2}{5}$. da ridurre alla seguente denominatione, cioè à sc. sol. moltiplicando per 20. numero de' sol. che constituiscono la lir. & fà sol. 230 & 8. decimi, alli quali giongeremo li sol. 16. trouati nella quantità da partire, & fanno in tutto sol. 246. & 8. decimi, ò baiocchi da partire per il nostro partitore 12. & 3. decimi, ò baiocchi, che quanto al 24. del 246. il 12. & 3. decimi v'entra 1. volta *(però scriueremo 1. fra le righe rincontro, ò nel luogo delle decine di sol.)* & auanza 11 & 7 decimi, il che ridurremo à qualità del seguente luogo destro, moltiplicandolo per 10. numero, in che ciascun luogo contiene il prossimo à lui seguente destro, & fà 117. al quale giongeremo il 6. del 246. che si troua in esso luogo prossimo destro, al quale habbiamo ridotto l'11. & 7. decimi detto, & fà 123. & perche oltre al 6. posto nell'vltimo luogo del 246. vi è ancora 8. decimi, in compimento delli sol. 246 & 8. decimi, ò baiocchi; noi giongeremo ancora essi 8. decimi al 123. detto, & fà 133. & 8. decimi, nel quale il 12. & 3. decimi partitore

entra

Digitized by Google

Proua.

Di Roma sc. giuli. ba. quatt.	sono di Venetia duc. lir. sol. din.	che saranno di Roma giuli. baiocchi
57. 5. 9. 3 1/2	63. 1. 8. 9 8 7 1 / 1 1 2	12. 3
10) ba. duc. 189.	4. 6. 4 2 6 9 / 1 1 0 7 / 1 1 2	10476
giuli. duc. 18.	6. 0. 2 1 1 8 0 1 / 1 1 2 0	1292 7
	756. 17. 5. 7 1 2 1 / 1 2 8	200
giuli. duc. 777.	4. 13. 10 1 1 6 0 1 / 1 1 2 0	è il prodotto della seconda nella terza da partire per la prima.
ne viene giuli. duc. 13.	3. 2. 4 1/2	

	77				il rotto 1 1 6 0 1 / 1 1 2 0 . di giuli din. che si piglia in vece di rotto di sc. si riduca à giuli, baiocchi, quattrini.
	57.	5.	9.	3 1/2	
	19.	4.	0,	0 1/2	
			10		
	194.	0.	1.	1	sc. 11603
	7				13120
	201.	0.	1.	1	giuli 8. 1107.0
	172.	7.	9.	2 1/2	baio. 8. 574
giuli duc.	28.	2.	1.	2 1/2	quat. 1. 2296
				6 1/2	984
	5.	6.	4.	1 1 1/2 0	123
	169.	2.	9.	3	164
giuli lir.	174.	9.	4.	0 1 1/2 0	3
giuli lir.	4				4
giuli lir.	178.	9.	4.	0 5/10	
	172.	7.	9.	2 1/2	
giuli lir.	6.	1.	4.	1 5/6	
			30		
giuli sol.	122.	8.	9.	0	
giuli sol.	13				
giuli sol.	135.	8.	9.	0	
	115.	1.	9.	3	
giuli sol.	20.	6.	9.	1	
			12		
giuli din.	248.	3.	1.	0	
giuli din.	10.	8.	8.	1 5/6	
giuli din.	259.	11.	9.	1 1/6	
	230.	3.	9.	3	
	28.	7.	9.	3 1/2	
rotto				1 1 6 0 1 / 1 1 2 0 che è 1/2.	
	57.	5.	9.	3 1/2	

10) giuli ducati 13. lir. 3. sol. 2. din. 4 1/2. da ridurre à sc. ducati.

sc. ducati 1. lir. 2. sol. 3. din. 5 1/2. & remossa la denom. sc. haueremo ducati 1. lir. 2. sol. 3. din. 5 1/2. per la quarta quantità, quale come bisogna è precise eguale alla seconda quantità nella principal Regola del Tre, di che questa è la Proua.

entra 10. volte, da ponere fra le righe consequentemente nel luogo, che segue alle decine di sol. ma pche in esso 10. si contiene vna decina, scriueremo l'1. nel luogo delle decine, cioè sotto all'1. decina già scritta, & il 0. consequentemẽte da man destra doppo all'1. che esso 10. con l'1. decina già scritta significarà in tutto 20. che sono li sol. dell'auuenimento, poi moltiplicato 12. & 3. baiocchi, ò decimi partitore per il 10. detto, fà 123. da sottrare dal 1-23. & 8. decimi, ò baiocchi, & resta sol. 8. decimi, quali li ridurremo à di. seguente, & vltima denominatione posta nella quãtità da partire, moltiplicando esso 8. decimi p 12. numero de' din. che cõstituiscono il sol. & fà din. 9. & 6. decimi, ò baiocchi, alli quali giõgeremo li din. 2 9 3 / 1 1 2 0 0 . che si trouano nella quãtità da partire, che quanto al rotto 9 3 1 / 1 1 2 0 0 . ridotto à decimi, moltiplicandolo p 10. *(il che farà esequito fingendo di leuare vn zero destro al 3-200. denominatore)* egli farà decimi 9 3 1 / 1 2 0 . onde à giongere din. 2. & 9 3 1 / 1 2 0 . decimi con din. 9. & 6. decimi, farà din. 11. & 8 3 8 1 / 1 2 0 . decimi, ò baiocchi; In questo il 12. & 3. decimi, ò baiocchi partitore non entra alcuna volta intiera, però non haueremo nell'auuenimento din. alcuno intiero, ma solo vn rotto, il numeratore del quale è 11. & 8 3 8 1 / 1 2 0 . decimi, & il suo denominatore è 12. & 3. decimi, cioè il numera-

Digitized by Google

Operatione della Proua fatta al modo ordinario.

sc. g. ba. quatt.	duc. lir. sol. din.	giuli baiocchi
57. 5. 9. $3\frac{1}{2}$	63. 1. 8. $9\frac{8}{1}\frac{7}{1}\frac{1}{2}$	12. 3
ba. $5759\frac{7}{2}$	$81\frac{7}{2}$	ba. 123
46079	1107	

per moltiplicare $\frac{8}{1}\frac{7}{1}\frac{1}{2}$. via 123. il 123. in 1312. entra volte $10\frac{7}{1}$. col qual $10\frac{7}{1}$. partédo l'873. il $10\frac{7}{1}$. in 87. entra 8. volte, & auanza $\frac{5}{1}$. che ridotti al luogo seguente destro dell'873. fà $\frac{5}{0}$. al che gionto il 3. destro, fà $\frac{5}{0}$. nel quale il $10\frac{5}{1}$. cioè $\frac{105}{1}$. cioè 32. in 59. entra volte $1\frac{27}{1}$. però à moltiplicare $\frac{8}{1}\frac{7}{1}\frac{1}{2}$. via 123. fà $81\frac{7}{1}$.

12) din. $1188\frac{27}{1}$
sol. 99. din. $\frac{27}{1}$
sol. 984

20) sol. 1083. din. $\frac{27}{1}$
lir. 54. sol. 3. din. $\frac{27}{1}$

duc. 7749. lir. 177. sol. 3. din. $\frac{27}{1}$
duc. 61992. lir. 1417. sol. 4. din. $6\frac{1}{2}$

Nel moltiplicare 123. per 63. à crocetta, ò vogliamo dire à memoria, potiamo fingere, che il 12. del 123. fia vna figura sola, & così si ridurrà à moltiplicare 63. numero di due figure 6. & 3. via 123. numero di due figure 12. & 3.

farano di Venetia duc. 1. lir.	2. sol. 3. din. $5\frac{1}{2}$	
ducati 15913	sol. 158396	
$6\frac{1}{2}$	138237	
lir. 3182. sol. 12	sol. 20159	
lir. 95478	12	
lir. 98660	din. $241914\frac{3}{2}$	
lir. 1417	230395	
lir. 100077. sol. 12	$11519\frac{3}{2}$	
92158	rotto 46079	
7919. sol. 12		

meratore sarà $118\frac{8}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. & il denominatore 123. che ridotto à forma di rotto ordinario, sarà $\frac{3}{1}\frac{0}{1}\frac{0}{9}\frac{1}{2}$. & schifato si riduce à $\frac{1}{1}\frac{3}{1}\frac{0}{0}\frac{8}{1}\frac{1}{0}$. onde l'auuenimento totale conosceremo essere sc. ducati 6. lir. 2. sol. 0. din. $0\frac{1}{1}\frac{8}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. Hora conuien considerare, che hauendo noi supposto, che il 12. & 3. douessimo dire il 12. & 3. baiocchi, ritenga la denominatione di giuli, conuiene ancora à questa sorte di denominatione, cioè à giuli, ridurre l'auuenimento trouato, cioè li sc. ducati 6. lir. 2. sol. 0. din. $0\frac{1}{1}\frac{8}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. moltiplicandolo per 10. numero de' giuli, che constituiscono lo scudo, & ne deriuano giuli ducati 60. lir. 20. sol. 0. din. $9\frac{8}{1}\frac{7}{1}\frac{1}{2}$. Da questa quantità hora leuata, ò remossa la denominatione giuli, à lei, & al partitore *(cioè à lei, & alla prima delle tre quantità proposte nella nostra Regola del Tre)* comune, haueremo finalmente ducati 63. lir. 1. sol. 8. din. $9\frac{8}{1}\frac{7}{1}\frac{1}{2}$. che è la quarta quantità cercata; però diremo, che li sc. 57. giuli 5. ba. 9. quatt. $3\frac{1}{2}$. di moneta Romana ridotti à moneta di Venetia, douerranno essere ducati 63. lir. 1. sol. 8. din. $9\frac{8}{1}\frac{7}{1}\frac{1}{2}$.

Proua in altro modo.

di Venetia	sono di Roma	che saranno di Venetia
$6\frac{1}{2}$ 20 12		à Roma
duc. lir. sol. din.	giuli baiocchi	duc. lir. sol. din.
1. 2. 3. $5\frac{1}{2}$	12. 3	63. 1. 8. $9\frac{8}{1}\frac{7}{1}\frac{1}{2}$
	261.9	sol. giuli 9. $9\frac{1}{2}\frac{8}{1}\frac{9}{0}$
	10476	sol. giuli 98. 4
	10737. 9	20) sol. giuli 108. $3\frac{1}{2}\frac{8}{1}\frac{9}{0}$
	$8\frac{9}{1}$	lir. giuli 5. $4\frac{1}{2}\frac{8}{1}\frac{9}{0}$
	241.9	lir. giuli 12. 3
		$6\frac{1}{2}$) sc. giuli 17. $7\frac{1}{0}\frac{8}{0}\frac{9}{0}\frac{9}{0}$
din. giuli 8. $1\frac{1107}{1312}$		88. $5\frac{1}{2}\frac{8}{0}\frac{9}{9}\frac{9}{2}$
din. giuli 110. 7		265
12) din. giuli 118. $8\frac{1}{1}\frac{0}{1}\frac{7}{2}$		duc. giuli 2. $8\frac{1}{0}\frac{7}{9}\frac{2}{9}\frac{7}{2}$
sol. giuli 9. $9\frac{1}{2}\frac{8}{0}\frac{9}{0}$		duc. giuli 774. 9

ducati

duc. giuli 777. $7\frac{1}{6}\frac{7}{5}\frac{2}{0}\frac{9}{2}\frac{7}{5}\frac{7}{2}$. prodotto della seconda nella terza, da partire per la prima, & così il giulio pigliandosi come ducato, si diuiderà in lir. sol. din. & al medesmo occorre ne' baiocchi, & quattrini.

ne viene duc. giuli 575. ba.9. quatt. $3\frac{7}{7}$

7
5.lir.10.sol.17 d.$2\frac{1}{4}$
lir. 1.sol. 2.d.$9\frac{1}{4}$
10
7.lir.15.sol. 8.d.$1\frac{1}{2}$
7.lir.15.sol. 4.d.$0\frac{1}{4}$
sol. 4.d.$0\frac{1}{4}$
10
7.lir. 2.sol. 0.d.$7\frac{1}{2}$
5.lir.10.sol.17.d.$2\frac{1}{4}$
g.lir. 3.sol.11.d.$5\frac{1}{4}$
10
duc.ba. 5.lir. 4.sol.14.d.$4\frac{1}{4}$
7.lir. 3.sol.11.d.$0\frac{4}{9}\frac{1}{0}\frac{7}{2}$
2 0 3 3 6
duc.ba.12.lir. 8.sol. 5.d.$5\frac{1}{4}\frac{9}{0}\frac{8}{7}\frac{5}{2}$
9.lir.19.sol.10.d.$11\frac{1}{2}$
1 0 1 6 8
duc. ba. lir. 6.sol.14.d.$6\frac{1}{4}\frac{8}{0}\frac{1}{6}\frac{1}{2}$
12
4
duc.quatt.lir.29.sol. 6.d.$0\frac{1}{0}\frac{8}{1}\frac{1}{0}\frac{1}{8}$
duc. 3. lir. 6.sol.10.d.$3\frac{1}{4}$

duc. $\frac{372977}{650752}$ $\frac{372977}{1118931}$
$\frac{}{162688}$ $\frac{}{11562287}$
sol. 71
174127
sol. 11439
di. 137268
lir. 3. sol. 11. din. 0 $\frac{34317}{40672}$

duc. 3. lir. 6 sol.10.d.$3\frac{1}{4}$
2 5 4 2
lir. 4 sol. 3.d.$8\frac{6}{1}\frac{3}{0}\frac{5}{0}\frac{5}{0}$
rotto duc. 1. lir. 2.sol. 3.d.$5\frac{1}{4}$
cioè sol.83.d.$8\frac{2}{4}\frac{0}{2}\frac{5}{8}$
sol.167.d.$5\frac{1}{4}$
cioè din. $1004\frac{5}{8}$. cioè $\frac{1}{2}$.
din. $2009\frac{1}{4}$.

l'auuenimento è duc. giuli 575. ba.9. quatt $3\frac{1}{4}$. che remossa la denom. duc. haueremo giuli 575. ba.9. quatt. $3\frac{1}{4}$. & ridutti à sc. saranno sc.57. g.5. ba.9. quatt. $3\frac{1}{4}$. per la quarta quantità, quale come bisogna è precise eguale alla terza quant. nella principal Reg. di Tre, di che ésta è la proua.

Proua in altro modo.

di Venetia				sono di Roma				si domanda questi di Venetia quãti saranno à Roma.			
			$6\frac{1}{4}$								
duc.	lir.	sol.	din.	sc.	g.	ba.	quatt.	duc.	lir.	sol.	din.
63.	1.	8.	$9\frac{1}{4}$	57.	5.	9.	$3\frac{1}{4}$	1.	2.	3.	$5\frac{1}{4}$
				14.	3.	9.	$3\frac{2}{4}$				
				287.	9.	9.	$1\frac{1}{2}$				
			12)	din. sc.	302.	3.	$9\frac{1}{4}$				
				sol. sc.	25.	g.1.	b.9. q.$3\frac{5}{4}$				
					172.	7.	9.	$2\frac{1}{4}$			
			30)	sol. sc.	197.	9.	9.	$2\frac{2}{4}$			
				lir. sc.	9.	8.	9.	$3\frac{5}{6}\frac{5}{0}\frac{5}{0}$			
					115.	1.	9.	3			
			$6\frac{1}{2}$)	lir. sc.	125.	0.	9.	$2\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{7}{8}$			
								585			
					625.	2.	8.	$2\frac{7}{1}\frac{4}{4}\frac{4}{8}$			
					283.	86					
				duc. sc.	20.	1.	7.	$2\frac{1}{1}\frac{1}{9}\frac{4}{0}\frac{5}{8}$			
					57.	5.	9.	$3\frac{1}{2}$			
								1984			
				duc. sc.	77.	7.	7.	$2\frac{1}{1}\frac{6}{0}\frac{1}{6}\frac{1}{8}$			

ne viene duc. sc. 1. g.2. b.2. q 3
1

duc. sc. 13.li.4.s.15. d $2\frac{1}{1}\frac{4}{0}\frac{1}{4}\frac{9}{8}$
10
4 3 9 0
duc. giuli 130.l.47.s.11.d.11 $1\frac{4}{1}\frac{5}{4}\frac{4}{2}$
duc. giuli 7
duc. giuli 141.l.16.s.11.d 11 $\frac{2}{0}\frac{1}{6}\frac{7}{0}$
126. 2. 17. $7\frac{2}{0}\frac{1}{6}\frac{7}{0}$
duc. giuli 16. 13. 14. $4\frac{5}{1}\frac{5}{4}\frac{5}{8}$
137 10
duc. ba. 180. 13. 3. $4\frac{2}{1}\frac{5}{0}\frac{5}{4}$
7
duc. ba. 189. 0. 15. $4\frac{2}{1}\frac{5}{0}\frac{5}{4}$ 100
126. 2. 17. $7\frac{2}{0}\frac{1}{6}\frac{7}{0}$ 439

duc. sc. 77. 7. 7. $2\frac{1}{1}\frac{6}{0}\frac{1}{6}\frac{1}{8}$. prodotto della seconda nella terza, da partire per la prima.

Digitized by Google

duc. br. 62. 4 1. $8\frac{5}{10}\frac{3}{4}\frac{9}{10}$

4

duc. quatt. 248. 16. 6. $11\frac{9}{10}\frac{7}{4}$ $61\frac{1}{2}$

duc. quatt. 2. 1. 16. $3\frac{1}{8}$ $108\frac{1}{2}$

duc. quatt. 258. 18. 3. $2\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{7}{8}$ 868

189. 4. 6. $4\frac{1}{8}\frac{0}{2}\frac{7}{2}$ 5

resta duc. qu. 61. 13. 16. $9\frac{7}{10}\frac{4}{4}\frac{1}{8}$

cioè duc. quatt. 63. li. 1. fo. 8. di. $9\frac{8}{10}\frac{7}{4}\frac{1}{8}$. che è precise eguale al partitore, però egli v'entra vna volta di più, cioè ne viene quatt. 1. di più, onde l'auuenim. farà duc. fc. 1. g. 1. ba. 2. quatt. 4. cioè duc. fc 1. giuli 2. ba. 3. che remossa la denominatione ducato, principal denominatione del partitore, & comune à detti partitore, & auuenimento, egli farà fc. 1. g. 2. ba. 3. che è la quarta quantità hora cercata, & deue essere eguale alla prima nella principal Regola di Tre, di che questa è la proua, & è à punto così, perche ella fù g. 12. ba. 3. che è bene eguale à fc. 1. g. 2. ba. 3.

Altra operatione della Proua al modo ordinario.

Di Venetia				sono di Roma				si domanda questi di Venetia quanti saranno à Roma.
duc.	lir.	fol.	din.	fc.	g.	ba.	quatt.	
63.	1.	8.	$9\frac{8}{10}\frac{7}{4}\frac{1}{8}$	57.	5.	9.	$3\frac{1}{2}$	
				1.	2.	3.	$5\frac{1}{4}$	
				fol.	167			
				din.	$2009\frac{1}{2}$			
124				quatt.	$230391\frac{1}{2}$			
7812					$5759\frac{7}{8}$			
28					$1004\frac{1}{2}$			
					207351			
fol. 7840					46078			
din. 94089			873		$46192115\frac{1}{8}$			
	1312				1312			
	1129068				3936			
	1223157				492			
	123446641				555505380			
					601797495			
					607352553 72			

ne viene quatt. 492. cioè baiocchi 123. che sono giuli 12. baiocchi 3. di Roma, come bisogna.

493782564

2135699897

1011010769

246891282

Et dicendosi, Vn pezzo di Raso à Bologna, che è braccia $5\frac{1}{4}$. à misura bolognese, vale lir. 8. fol. 7. din. 4. domando Vn pezzo di Raso simile à Bologna, che è canne 9. palmi $5\frac{1}{4}$. à misura di Sicilia, quanto douerà valere al medesmo prezzo? Noi saputo la qualità delle denominationi di queste quantità, cioè che palmi 6. fanno vna canna, & che la lira è fol. 20. & il fol. è 12. din. al solito; conuiene anco, che sappiamo, che conuenienza hà la misura di Sicilia con quella di Bologna, & fà che si dica br. $11\frac{1}{2}$. di Bologna essere quanto canne 3. di Sicilia; Hora volendo soluere questa domanda, senza mouere alcuna delle tre quantità dal modo in che elle ci sono proposte; per moltiplicare la seconda quantità, via la terza, cominciando dalli palmi $5\frac{1}{4}$. quanto all'$\frac{1}{4}$. moltiplicando la seconda per $\frac{1}{4}$. cioè partendola per 3. ne deriua lir. 2. fol. 15. din. $9\frac{1}{2}$. & sono palmi *(cioè palmi lir. palmi fol. palmi din.)* & quanto al 5. moltiplicando essa seconda quantità per 5. fà lir. 41. fol. 16. din. 8. che con le lir. 2. fol. 15. din. $9\frac{1}{2}$. fà in somma palmi lir. 44. fol. 12. din. $5\frac{1}{2}$. & questo conuiene ridurre alla seguẽte finistra denominatione della terza quantità moltiplicante, cioè à canne, partendo per 6. numero delli palmi, che constituiscono la canna, & ne deriua canne lir. 7. fol. 8. din. $8\frac{5}{6}$. Poi moltiplicarmo la seconda quantità per canne 9. seguenti nella terza quantità. & fà canne lir. 75. fol. 6. da sommare con le già ernate canne lir. 7. fol. 8. din. $8\frac{5}{6}$. & fà in tutto canne lir. 82. fol. 14. din. $8\frac{5}{6}$. che è il prodotto della seconda quantità nella terza, quale si hà da partire per la prima, cioè per bra. $5\frac{1}{4}$. onde, perche $5\frac{1}{4}$. sono $\frac{21}{4}$. moltiplicaremo per 2. & partiremo per 11. ouero partiremo per 11. & moltiplicaremo per 2. come più ci accomoda, & haueremo per auuenimento canne lir. 15. fol. 0. din. $10\frac{5}{6}$. Hora conuien considerare, che hauendo noi lassato al $5\frac{1}{4}$. partitore adoprato la denominatione bra. conuiene ancora à questa istessa sorte di denominatione, cioè à

bra.

Altra operatione al modo ordinario della Proua.

Di Venetia 6 $\frac{1}{2}$ fono di Roma 6 $\frac{1}{2}$. 20. 12

duc. lir. fol. din. | giuli. baiocchi | duc. lir. fol. din.
1. 2. 3. 5 $\frac{1}{2}$ | 12. 3 | 63. 1. 8. 9 $\frac{8}{1}\frac{7}{8}\frac{1}{1}\frac{1}{2}$
fol. 167 | baiocchi 123 | 124
din. 2009 $\frac{1}{2}$ | | 7812
28
fol. 7840
din. 94089 $\frac{8}{1}\frac{7}{8}\frac{1}{2}$
123 10 $\frac{1}{2}$
81 $\frac{1}{2}\frac{7}{8}$
282267
1029068
8037 | baiocchi 11573028 $\frac{1}{1}\frac{7}{8}$
4 | 46292115 $\frac{1}{8}$
baiocchi 5759. quatt. 3 $\frac{1}{2}$
61071
48121
79365
baiocchi 7032 $\frac{4}{8}$
quatt. 28129 $\frac{1}{2}$
4018 $\frac{1}{2}$
rotto 8037 .che è $\frac{1}{2}$

bra. ridurre il detto auuenimẽto trouato, che hà denominatione di canne, & per farlo, bisogna moltiplicarlo per il num. delle bra. che conſtituiſcono la canna, ouero *(che riſulta l'iſteſſo)* partirlo per il num. delle canne, che conſtituiſcono il braccio *(Perche à ridurre il numero d'vna denominatione, poniamo della A, din. à numero d'vn'altra denominatione, poniamo della B, ſol. conuien moltiplicare il num. della A, cioè delli din. per il numero, che della B, cioè delli ſol. vanno à conſtituire vna vnità della A, cioè vn din. ma ſol. — . vanno à conſtituire vna vnità di din. cioè ſol. — $\frac{1}{2}$. ſono 1. din. però conuiene moltiplicare il numero delli din. per — $\frac{1}{2}$. & il prodotto ſarãno i ſol. alli quali eſſi din. ſi riducono. Ouero, Perche à ridurre il numero d'vna denominatione, poniamo della A, din. à num. d'vn' altra denominatione, poniamo della B, ſol. conuien partire il num. della A, cioè delli din. per il numero, che d'eſſa A, cioè delli din vanno à conſtituire vna vnità della B, cioè 1. ſol. Ma din. 12. vanno à conſtituire vna vnità di ſol. cioè din. 12. fanno 1. ſol. però conuien partire il numero delli din. per 12. & l'auuenimento ſaranno i ſol. alli quali eſſi din. ſi riducono; Et quanto all'operare, ben ſappiamo, che tanto reſulta à moltiplicare vna quantità per — $\frac{1}{2}$. quanto à partirla per 12.)* Hora nel noſtro caſo ſapendo noi, che bra. 11 $\frac{5}{6}$. ſono quanto 3 canne, poniamo à conoſcere, che la canna è bra. $\frac{11\frac{5}{6}}{3}$. cioè bra. 11 $\frac{5}{6}$. eſimo di 3. & ſchiſato ſarà bra. 3 $\frac{1}{1}\frac{7}{8}$. eſimo d'1. cioè ſarà bra. 3 $\frac{1}{1}\frac{7}{8}$. onde, perche bra. 3 $\frac{1}{1}\frac{7}{8}$. conſtituiſcono vna canna, per

ſaranno à Roma ſc. 57. g. 5. ba. 9. quatt. 3 $\frac{1}{2}$. come biſogna.

Di Bologna bra. 5 $\frac{1}{2}$ | vagliono lir. 8. ſo. 7. di. 4
2. 15. 9 $\frac{1}{1}$
41. 16. 8
6) palmi lir. 44. 12. 5 $\frac{1}{1}$
canne lir. 7. 8. 8 $\frac{8}{9}$
75. 6
bra. 5 $\frac{1}{2}$) canne lir. 82. 14. 8 $\frac{7}{9}$
7. 10. 5 $\frac{1}{9}\frac{7}{9}$
canne lir. 15. 0. 10 $\frac{1}{9}\frac{4}{9}$
bra. 3 $\frac{1}{1}\frac{7}{9}$. fanno vna canna.
60. 3. 4 $\frac{1}{1}\frac{4}{9}\frac{6}{9}$ 2448
16. 8 $\frac{1}{2}\frac{0}{7}\frac{1}{9}\frac{4}{5}$ 1424
bra. lir. 59. 6. 8 $\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{1}{4}$
valeranno lir. 59. ſo. 6. di. 8 $\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{1}{1}$

di Sicilia 6 canne palmi 9. 5 $\frac{1}{2}$ che valerãno? brac. 11 $\frac{5}{6}$. di Bologna fanno canne 3. di Sicilia.

Operatione fatta al modo ordinario.

6 braccia 5 $\frac{1}{2}$ | canne $\frac{5\frac{1}{2}}{3\frac{7}{8}}$ | cioè cãne $\frac{9}{7}\frac{9}{1}$

lir. fol. din. | 6 cãne palmi
8. 7. 4 | 9. 5 $\frac{1}{1}$
83. 13. 4 | canne 9 $\frac{5}{9}$
18. 7 $\frac{1}{2}$ | cioè canne
82. 14. 8 $\frac{5}{9}$ | 18. mãco $\frac{1}{9}$
71
568
63 $\frac{1}{9}$
568
12) din. 631 $\frac{5}{9}$
ſol. 52. din. 7 $\frac{1}{9}$
99 $\frac{1}{2}$
ſol. 1046. 7 $\frac{1}{9}$
lir. 52. ſo. 6. d. 7 $\frac{1}{9}$
5822
9) lir. 5874. 6. 7 $\frac{1}{9}$
11) 652. 14. $\frac{6}{9}$ $\frac{4}{5}$
valeranno lir. 59. 6. 8 $\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{1}{4}$
ridurre

Digitized by Google

ridurre le canne à bra. bisogna moltiplicare il numero delle canne per $3\frac{1}{7}\frac{7}{9}$. Onde se in essa reduttione di canne à bra. ci volessimo seruire del partire, conuerria vedere quante canne constituiscono vn bra. che sapendo canne 3. essere bra. $11\frac{5}{9}$. si conosce, che canne $\frac{1}{11\frac{5}{9}}$. constituiscono vn bra. & schisato per 3. si riduce ad $\frac{1}{3\frac{1}{11\frac{5}{9}}}$. cioè ad 1. esimo di $3\frac{1}{7}\frac{7}{9}$, però canne 1. esimo di $3\frac{1}{7}\frac{7}{9}$. che ridotto à forma di rotto ordinario, sarà canne $\frac{1}{\frac{2}{7}\frac{8}{9}}$. constituisce il bra. & perciò à ridurre le canne à bra. bisognaria partire il numero delle canne per $\frac{1}{\frac{2}{7}\frac{8}{9}}$. Hora sia, che questa reduttione d'esse canne lir. 15. sol. 0. din. $10\frac{1}{7}$. à bra. si facci, moltiplicando esse canne per $3\frac{1}{7}\frac{7}{9}$. numero delle bra. che constituiscono la canna, & potremo fare questa moltiplicatione facilmente così. Perche al $3\frac{1}{7}\frac{7}{9}$. moltiplicante ad essere intieramente 4. manca $\frac{1}{7}\frac{2}{9}$. noi fingendo il moltiplicate esser 4. potremo moltiplicare lir. 15. sol. 0. din. $10\frac{1}{7}$. per 4. che fà lir. 60. sol. 3. din. $5\frac{1}{7}$. & così questo prodotto sarà tanto maggiore del prodotto vero, che si cerca, quanto importa la moltiplicatione delle dette lir. 15. sol. 0. din. $10\frac{1}{7}$. via $\frac{1}{7}\frac{2}{9}$. in che il 4. moltiplicante finto supera $3\frac{1}{7}\frac{7}{9}$. moltiplicante vero, onde trouaremo questo prodotto partendo esse lir. 15. sol. 0. din. $10\frac{1}{7}$. per 18. *(che tanto resulta à moltiplicare vna quantità per* $\frac{1}{7}\frac{2}{9}$. *cioè à pigliarne l'*$\frac{1}{7}\frac{2}{9}$. *quanto resulta à partire essa quantità per* 18.) & ne viene sol. 16. din. $8\frac{5}{7}\frac{2}{9}$. il che sottraremo da lir. 60. sol. 3. din. $4\frac{1}{7}\frac{7}{9}$. & resta lir. 59. sol. 6. din. $8\frac{7}{7}\frac{2}{9}$. & questo è il vero prodotto della moltiplicatione di canne lir. 15. sol. 0. din. $10\frac{1}{7}$. via $3\frac{1}{7}\frac{7}{9}$. però sapremo canne lir. 15. sol. 0. din. $10\frac{1}{7}$. essere bra. lir. 59. sol. 6. din. $8\frac{7}{7}\frac{2}{9}$. Et perche hora questa quantità hà la denominatione istessa di bra. che hà la prima delle tre quantità proposte nella nostra Regola del Tre, remoueremo da lei essa comune denominatione di bra. & haueremo lir. 59. sol. 6. din. $8\frac{7}{7}\frac{2}{9}$. il che è la quarta quantità cercata, onde si dirà, che le canne 9. bra. $5\frac{1}{7}$. vaglino lir. 59. sol. 6. din. $8\frac{7}{7}\frac{2}{9}$.

Et se nel sopradetto esempio volessimo, che la seconda quantità pigliasse il luogo della terza, & la terza il luogo della seconda, dicendo, Se bra. $5\frac{1}{7}$. di misura Bolognese douentassero canne 9. palme $5\frac{1}{7}$. à misura Siciliana; lir. 8. sol. 7. din. 4. che douentariano? Et così volendo, che la terza quantità, cioè le lir. 8. sol. 7. din. 4. fia il moltiplicante, moltiplicando con essa la seconda, che è canne 9. palmi $5\frac{1}{7}$. che cominciando la moltiplicatione con li din. 4. via la seconda quantità, se ne produce din. canne 39. palmi $3\frac{1}{7}$. da ridurre à sol. partendo per 12. & douentano sol. canne 3. palmi $1\frac{5}{7}$. alli quali giongendo il prodotto, che nasce à moltiplicare la seconda quantità, via li sol. 7. della terza, qual prodotto è sol. canne 69. palmi $1\frac{1}{7}$. fà in tutto sol. canne 72. palmi $3\frac{1}{7}$. da ridurre à lir. partendo per 20. & douentano lir. canne 3. palmi $3\frac{1}{4}\frac{1}{7}$. alli quali giongendo il prodotto, che nasce à moltiplicare la seconda quantità, via le lir. 8. della terza, qual prodotto è lir. canne 79 palmi $\frac{3}{7}$. fà in tutto lir. canne 82. palmi $4\frac{1}{4}\frac{9}{7}$. & questo è il prodotto della seconda quantità nella terza, qual prodotto si hà da partire per la prima, cioè per bra. $5\frac{1}{7}$. onde partendo lir. canne 82. palmi $4\frac{1}{4}\frac{9}{7}$. per $5\frac{1}{7}$. numero della prima, ne viene lir. canne 15. palmi $\frac{1}{\frac{1}{4}\frac{9}{7}}$. il che si hà da ridurre alla denominatione della prima, cioè à bra. moltiplicandolo per $3\frac{1}{7}\frac{7}{9}$. numero delle bra. che constituiscono la canna, cioè per 4. manco $\frac{1}{7}\frac{2}{9}$. & douetano lir. bra. 59. palmi $2\frac{1}{7}\frac{7}{9}\frac{5}{7}\frac{9}{9}$. & hora remossa la denominatione bra. comune à lei, & alla prima quantità, haueremo lir. 59. palmi $2\frac{1}{7}\frac{5}{9}\frac{9}{7}$. Et perche palmi 6. fanno vna canna, cioè il palmo è la sesta parte d'vna canna, egli ancora adoprato con le lir. si suppone essere la sesta parte d'vna lir. cioè la lir. diuiderfi in 6. palmi; onde noi, se vorremo ridurre esse lir. palmi $2\frac{1}{7}\frac{5}{9}\frac{9}{7}$. à rotto di lir. le partiremo per 6. & così haueremo $2\frac{1}{7}\frac{5}{9}\frac{9}{7}$. esimo di 6. & questo sarà il rotto di lir. che ridotto à rotto ordinario è $\frac{2.7.9.+5.9.+9.}{6.7.9.}$. quale se vorremo ridurre à sol. & din. douentarà sol. 6. d. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{7}$. che con le lir. 59. intiere, fa lir. 59. sol. 6. din. $8\frac{7}{7}\frac{2}{9}$. che è la quarta quantità cercata.

Et se ci piacesse soluere la domanda, partendo prima la seconda quãtità per la prima, & poi moltiplicare l'auenimento per la terza, noi partiremo la seconda, cioè canne 9 palmi $5\frac{1}{7}$. per $5\frac{1}{7}$. numero delle bra. della prima quantità, che ne viene canne 1. palmi $4\frac{1}{7}\frac{5}{9}$. & hora potremo fingere, che il caso dica. Se bra. 1. douentasse canne 1. palmi $4\frac{1}{7}\frac{5}{9}$. che douentaria lir. 8. sol. 7. din. 4? & adesso potremo ridurre la seconda quantità alla denominatione della prima, cioè à bra. moltiplicando per $3\frac{1}{7}\frac{7}{9}$. numero delle bra. che constituiscono la canna, & fà canne 7. palmi $\frac{1}{\frac{1}{4}\frac{5}{9}\frac{9}{7}}$. quali hora trasmutano la denominatione di canne in bra. & però il palmo è la (sesta parte d'vn bra. così come era la festa parte d'vna canna, perilche la seconda quantità sarà douentare bra. 7. palmi $\frac{1}{\frac{1}{4}\frac{5}{9}\frac{9}{7}}$. cioè bra. 7. & sesti $\frac{1}{\frac{1}{4}\frac{5}{9}\frac{9}{7}}$. essendo la prima bra. 1. & hora moltiplicaremo la terza, cioè lir. 8. sol. 7. din. 4. via bra. 7. palmi $\frac{1}{\frac{1}{4}\frac{5}{9}\frac{9}{7}}$. & fà bra. lir. 59. sol. 6. din. $8\frac{7}{7}\frac{2}{9}$. che remossa la denominatione bra. quale è la denominatione, che è comune alla

prima,

Canne $\frac{5}{3}$ sono equiualenti à bra. $11\frac{5}{6}$

Se douẽcassero 6 che douẽtariano

bra.	canne	palmi	lir.	sol.	din.
$5\frac{1}{2}$)	9.	$5\frac{1}{3}$	8.	7.	4?

12) din. C. 39. p. $3\frac{1}{3}$

sol. C. 3. p. $1\frac{7}{9}$

sol. C. 69. p. $1\frac{1}{3}$

20) sol. C. 72. p. $3\frac{1}{9}$

lir. C. 2. p. $3\frac{5}{4}\frac{4}{5}$

lir. C. 79. p. $\frac{4}{5}$

$5\frac{1}{2}$) lir. C. 82 p. $4\frac{9}{4}\frac{5}{5}$. prod. della secõda nella terza.

lir. C. 7. p. $3\frac{6}{4}\frac{4}{9}\frac{5}{5}$

ne viene lir. C. 15. p. $\frac{1}{4}\frac{2}{9}\frac{8}{5}$. da ridurre à lir. bra.

$3\frac{1}{1}\frac{7}{2}$. delle bra. che fanno vna Cãna.

60. p. $\frac{5}{4}\frac{1}{9}\frac{2}{5}$ 4608

p. $5\frac{6}{4}\frac{4}{5}$ 4544

lir. bra. 59. p. $2\frac{8}{4}\frac{9}{5}$

lir. 59. p. $2\frac{8}{4}\frac{9}{5}$ che palmi 6. fanno vna lir.

cioè lir. 59. & $\frac{2\frac{8}{4}\frac{9}{5}}{6}$. che è $\frac{8999}{26730}$. da ridurre à sol. & din.

179980

sol. 6. din. 8

1960

23520

2136

2673

lir. 59. sol. 6. din. $8\frac{712}{891}$

douentano che douentarà

6

bra.	Cãne	palmi	lir.	sol.	din.
$5\frac{1}{2}$)	9.	$5\frac{1}{3}$	8.	7.	4?

19 pal. $4\frac{2}{3}$

Canne 1. pal. $4\frac{2}{3}\frac{6}{3}$. da ridurre à bra.

$3\frac{1}{1}\frac{7}{2}$

7. pal. $1\frac{5}{3}\frac{5}{3}$ 90

$\frac{3}{5}\frac{5}{9}\frac{0}{4}$ 238

bra 7. palmi $\frac{6}{2}\frac{4}{9}\frac{7}{7}$ 328

lir. 8. sol. 7. din. 4

12) palmi din. 656

palmi sol. 54 din. 8

pal. sol. 1148

20) pal. sol. 1202 din. 8

pal. lir. 60. sol. 2. din. 8

pal. lir. 1312

297) pal. lir. 1372. sol. 2. din. 8

pal. lir. 4. sol. 12. din. 4

lir. 184

sol. 3682

712

sol. 118

din. 1424

6) pal. lir. 4. sol. 12. din. $4\frac{236}{297}$

bra. lir. sol. 15. din. $4\frac{4}{7}\frac{3}{8}\frac{4}{2}$

bra. lir. 58. sol. 11. din. 4

bra. lir. 59. sol. 6. din. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$

douentaranno lir 59. sol. 6. din. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$

prima, & alla seconda haueremo lir. 59. sol. 6. din. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$. che è la quarta quantità cercata.

Et se nel moltiplicare insieme lir. 8. sol. 7. din. 4. & bra. 7. palmi $\frac{6}{2}\frac{4}{9}\frac{7}{7}$. vorremo supponere, che il moltiplicante sia la terza quantità, cioè le lir. 8. sol. 7. din. 4. Noi principiãdo la moltiplicatione con li din. 4. & riducendo il prodotto partiale à sol. & seguendo à fare la moltiplicatione con li sol. & poi con le lir. al solito, haueremo per prodotto lir. bra. 59 palmi $2\frac{8}{4}\frac{9}{5}$. dal quale remossa la denominatione bra. che è la denominatione comune alla prima quantità, & à quella à che si ridusse la seconda, haueremo lir. 59. palmi $2\frac{8}{4}\frac{9}{5}$. Et se li pal. $2\frac{8}{4}\frac{9}{5}$. *(che sono sesti di lire)* si vorrãno ridurre à sol. & din. moltiplicaremo per 20. & partiremo per 6. & l'auanzo moltiplicaremo per 12. & partiremo per 6. *(perche 6. è il numero de palmi, che constituiscono fintamente la lira)* & trouaremo, che si riducono a sol. 6. din. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$. che con le lir. 59. fanno lir. 59. sol. 6. din. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$. per la quarta quantità.

Et notisi, che quando anco nel nostro quesito non si sapesse quanti sol. constituiscono la lira, & quanti din. constituiscono il sol. cioè che la seconda quantità, ò vogliamo dire la quantità simile, alla quale deue essere la quarta da trouarsi, fusse composta di denominationi partiali, la conuenienza delle quali fra loro non ci fusse nota, noi nondimeno potiamo soluere il quesito? Che nel nostro caso dicendo, bra. $5\frac{1}{2}$. vagliono lir. 8. sol. 7. din. 4. domando canne 9. palmi $5\frac{1}{3}$. quanto valeranno? noi saputo, che canne 3. sono quanto bra. $11\frac{5}{6}$. ò che canne 3. vagliono quanto bra. $11\frac{5}{6}$. *(& saria l'istesso, se bene quanto alla lunghezza, ò alla quantità della materia le canne 3. non fussero eguali à bra. $11\frac{5}{6}$. perche nel quesito presente quello che veramente importa per trouare il valore delle canne 9. palmi $5\frac{1}{3}$. sapendo il valore di bra. $5\frac{1}{2}$. è l'hauer cognitione della conuenienza, che hanno le canne alle bra. quanto al valore di che si ragiona, ò in che consiste la domanda)* potremo ridurre

Digitized by Google

bra.	Canne	palmi	douentano lir.	fol.	din.
$5\frac{1}{2}$	9.	$5\frac{1}{2}$	8.	7.	4
	19.	p. $4\frac{3}{11}$			

Canne 1. p. $4\frac{3}{11}$. da ridurre à bra. $3\frac{7}{11}$

7. p. $1\frac{5}{7}$ 90
$\frac{2}{11}$ 5. 6. 238
$\frac{6}{7}$ 9. 4. 328
bra. 7. p. $\frac{6}{7}$ 9. 7.
lir. 8. fol. 7. din. 4

32) din. bra. 28. p. $2\frac{6}{7}$
fol. bra. 2. p. $2\frac{6}{7}$ 5. 6. 13776
fol. bra. 49. p. $0\frac{1}{7}$ 6. 7. 14432
20) fol. bra. 52. p. $0\frac{4}{7}$ 176
lir. bra. 2. p. $3\frac{0}{7}$ 7. 6. 78720
lir. bra. 56. p. $2\frac{1}{7}$ 89456
lir. bra. 59. p. $2\frac{1}{7}$ 356
20. 8 9 1

6) fol. 40 5. 9.
fol. 6
fol. 46 5. 6.
12. 2 9 7
1 4 2 4
6) din. 52 7. 9.
din. $8\frac{1}{7}$ 2. 4.

lir. 59. fol. 6. din. $8\frac{1}{7}$

Canne 3. sono equiualenti à bra. $3\frac{7}{11}$. vedremo la terza essere canne $9\frac{6}{7}$. haueressimo con questo $9\frac{6}{7}$. moltiplicato le bra. $3\frac{7}{11}$. che fà bra. 39. per la terza, & hora potremo partirla per bra. $5\frac{1}{2}$. prima *(cioè ridurre la prima alla vnità)* & ne viene $7\frac{5}{7}$. numero delle volte, che la terza contiene la prima, & che però la quarta deue contenere la seconda, onde con esso $7\frac{5}{7}$. moltiplicato la seconda, come s'è detto, il prodotto, che è le sopradette lir. 56. $\frac{6}{7}$ 5. 6. fol. 49 $\frac{5}{7}$ 7. 6. din. $28\frac{1}{7}$ 2. 8. farà la quarta quantità cercata.

Et se ci fusse piaciuto di ridurre la prima, & la terza quantità à canne, ma à bra. perche canne 3. sono equiualenti à bra. $3\frac{7}{11}$. vedremo la terza essere canne $9\frac{6}{7}$. haueressimo con questo $9\frac{6}{7}$. moltiplicato le bra. $3\frac{7}{11}$. che fà bra. 39. per la terza, & hora potremo partirla per bra. $5\frac{1}{2}$. prima *(cioè ridurre la prima alla vnità)* & ne viene $7\frac{5}{7}$. numero delle volte, che la terza contiene la prima, & che però la quarta deue contenere la seconda, onde con esso $7\frac{5}{7}$. moltiplicato la seconda, come s'è detto, il prodotto, che è le sopradette lir. 56. $\frac{6}{7}$ 5. 6. fol. 49 $\frac{5}{7}$ 7. 6. din. $28\frac{1}{7}$ 2. 8. farà la quarta quantità cercata.

Canne 3. sono equiualenti à bra. $11\frac{1}{2}$

bra.	lir.	fol.	din.
$5\frac{1}{2}$	8.	7.	4

Canne 6
Canne palmi
9. $5\frac{1}{2}$
Canne $9\frac{6}{7}$
6319
$7\frac{5}{7}$

Canne $3\frac{1}{11}$ lir. 56 $\frac{6}{7}$ 5. 6.
Canne $9\frac{6}{7}$ fol. 49 $\frac{5}{7}$ 7. 6.
din. $28\frac{1}{7}$ 2. 8.
891

Valerano lir. 56 $\frac{6}{7}$ 5. 6. f. 49 $\frac{5}{7}$ 7. 6. d. $28\frac{1}{7}$ 2. 8.

bra.	lir.	fol.	din.
$5\frac{1}{2}$	8.	7.	4

Canne palmi
9. $5\frac{1}{2}$
Canne $9\frac{6}{7}$
$3\frac{7}{11}$
$27\frac{6}{7}$ $\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{2}$ 27
$8\frac{1}{2}$ 163

$5\frac{1}{2}$ bra. 39
$7\frac{5}{7}$

Prcua.

Proua.

6 Cāne palmi 9. $5\frac{1}{2}$ | Vagliono lir. sol. din. 59. 6. $8\frac{72}{891}$ | Che valerāno bra. $5\frac{1}{2}$

29.13. $4\frac{356}{891}$

296.13. $4\frac{3560}{891}$ 3916

bra. lir. 326. 7. $0\frac{352}{891}$. din. $\frac{352}{891}$. cioè $\frac{352}{891}$. cōsiderato come canne, da ridurre à palmi, moltiplicādolo p 6.

bra. lir. 32. s. 20. di. $\frac{4}{9}$

32

29. p. 4

2. p. 2

10

23. p. 2

6

29. p. 2

19. p. $4\frac{2}{3}$

lir. 9. p. $3\frac{1}{3}$

20

sol. 191. p. $\frac{2}{3}$

7

sol. 198. p. $\frac{2}{3}$

sol. 1

10

19

9. p. $5\frac{1}{3}$

9. p. $\frac{2}{3}$

10

91. p. $\frac{2}{3}$

8. p. $\frac{2}{3}$

99. p. $1\frac{1}{3}$

98. p. $5\frac{1}{3}$

sol. 0. p. 2

12

din. 4

p. $2\frac{10}{27}$

din. 4. p. $2\frac{10}{27}$

rotto 9. p. $5\frac{1}{3}$

cioè $\frac{26\frac{10}{27}}{59\frac{1}{3}}$

712 356

1602 801

$\frac{4}{9}$

$3\frac{1}{3}\frac{7}{8}$) bra. lir. 33. s. 0. d. $\frac{4}{9}$. da ridurre à canne, partendo per $3\frac{1}{3}\frac{7}{8}$. num. delle bra. che cōstituiscono la can.

18

71) lir. 594. s. 0. d. 8

lir. 8. s. 7. d. 4

lir. 26

sol. 520

sol. 23

din. 284

Ouero ponēdo la seconda nel luogo della terza, & la terza nel luogo della seconda.

Se douentassero che douentariano

6

Cāne palmi 9. $5\frac{1}{2}$) bra. $5\frac{1}{2}$ lir. sol. din. (59. 6. $8\frac{72}{891}$

356

3560

3916

352

4 891

44

12) din. bra. $48\frac{32}{891}$

sol. bra. $4\frac{32}{891}$

sol. bra. 33

20) sol. bra. $37\frac{8}{291}$

lir. bra. $1\frac{4}{4860}$

$29\frac{1}{2}$

295

2 4 3 0

C. 9. p. $5\frac{1}{2}$) lir. br. $326\frac{9709}{4860}$. questo rotto $\frac{1}{4}$. $\frac{709}{860}$. si riduca à palmi, moltiplicandolo per 6.

lir. br. $33\frac{89}{4860}$

32

29. p. 4

2. p. 2

10

23. p. 2

6. p. $2\frac{89}{810}$

29. p. $4\frac{89}{810}$

29. p. 4

p. $\frac{89}{810}$ 47790

rotto p. $59\frac{1}{3}$ 270

cioè $\frac{89}{4860}$

1709

4860

810

sarà pal. $2\frac{89}{810}$

$3\frac{1}{3}\frac{7}{8}$) l. b. $33\frac{89}{4860}$. da ridurre à cāne, partendo per $3\frac{1}{3}\frac{7}{8}$.

71) 594 $\frac{89}{2670}$

lir. canne 8

lir. canne 8 $\frac{89}{2670}$. sarāno. Che per ridurre il rotto à sol. & din. si moltiplicarà p 20. &c.

71) 520 $\frac{89}{133\frac{1}{2}}$

sol. 7. din. 4

sol. $23\frac{49}{2670}$ 792

120. 89

din. 284

lir. 8. sol. 7. din. 4. douentaranno.

Opera-

Operat. della proua fatta al modo ordinario.

Canne palmi 9. $5\frac{1}{3}$ | vagliono lir. sol. din. 59. 6. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$ | che valeranno bra. $5\frac{1}{2}$

Canne $9\frac{8}{9}$ | $3\frac{1}{1}\frac{7}{8}$

89 | 891

6319) | 712 | Cāne $\frac{9}{7}\frac{9}{1}$

7128 | (891

din. 7840

sol. 653. 4

5346

sol. 5999. 4

lir. 299. 19. 4

8019

4455

52868. 19. 4

Valeranno lir. 8. sol. 7. din. 4

50552

lir. 2316

so. 46339

44233

sol. 2106

din. 25276

Et se vorremo ponere la secōda in vece di terza, & la terza in vece di seconda, diremo.

Se douentassero che douentariano?

Cāne palmi 9. $5\frac{1}{3}$ | bra. $5\frac{1}{2}$ (lir. 59. s. 6. d. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$

Cāne $9\frac{8}{9}$ | $3\frac{1}{1}\frac{7}{8}$

89 | Cāne $\frac{9}{7}\frac{9}{1}$

6319 | 891

Et così haueremo per la prima 6319. & per la secōda 891. onde come nell'altra moltiplicando la terza per la seconda, cioè lir. 59. sol. 6. din. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$. per 891. & partendo il prodotto lir. 52868. sol. 19. din. 4. per la prima 6319. ne verrà pure lir. 8. sol. 7. din. 4. che è la quarta quantità hora cercata, cioè la moneta, che vagliono le bra. $5\frac{1}{2}$. come nella principal domāda, di che questa è la proua si suppose.

Proua in altro modo.

Per lir. 59 sol. 6 din. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$ | si hāno Canne 9. p. $5\frac{1}{3}$ (che si hauerà p lir. 8. sol. 7. din. 4?

din. Canne 39. p. $3\frac{1}{3}$

sol. Canne 3. p. $1\frac{7}{9}$

sol. Canne 69. p. $1\frac{1}{3}$

sol. Canne 72. p. $3\frac{1}{9}$

lir. Canne 3. p. $3\frac{6}{4}\frac{4}{9}\frac{5}{6}$

lir. Canne 79. p. $\frac{2}{3}$

prodotto lir. Canne 82. p. $4\frac{1}{4}\frac{9}{5}$. questo rotto $\frac{1}{4}\frac{9}{5}$. come rotto di lir. palmi si ridurrà à sol. & din.

lir. Canne 1. p. 2

82

59. s. 6. d. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$

lir. Canne 22. s. 13. d. $3\frac{4}{8}\frac{7}{9}\frac{9}{1}$

6

lir. palmi 135. s. 19. d. $6\frac{3}{8}\frac{5}{9}\frac{8}{1}$

lir. palmi 4. s. 8. d. $5\frac{1}{3}$

lir. palmi 140. s. 8. d. $\frac{4}{2}\frac{0}{9}\frac{0}{7}$

118. 13. $4\frac{1}{4}\frac{4}{8}\frac{2}{9}\frac{4}{1}$

rotto lir. ò palmi 21. s. 14. d. $6\frac{8}{8}\frac{3}{9}\frac{8}{1}$

lir. 59. s. 6. d. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$

lir. $\frac{1}{4}\frac{9}{5}$) 380

sarà sol. 8. din. $5\frac{1}{2}$

20

240

15

$\frac{1}{4}$

99

457

480

1782

2262

sol. 434

din. 5214

891

5214

46926

41712

838

4646512

sol. 1186

din. 14240

891

1424

12816

11392

712

12688552

Ne viene lir. canne 1. pal. $2\frac{5}{1}\frac{8}{5}\frac{0}{8}\frac{8}{6}\frac{0}{0}\frac{1}{6}\frac{4}{9}$. che remossa la denominatione lir. principale vnità, & comune denomin. alla prima quātità partit. & alla quantità con essa partita, haueremo canne 1. pal. $6\frac{1}{1}\frac{5}{5}\frac{8}{8}\frac{0}{6}\frac{8}{0}\frac{1}{6}\frac{4}{9}$. che è la quātità cercata, ma p che la quant. cercata hà nome di brac. ridurremo questa a denominatione di brac. moltiplicādo per $3\frac{1}{1}\frac{7}{8}$. ò vogliamo dire p 4. manco $\frac{1}{1}\frac{7}{8}$. numero delle braccia, che constituiscono la canna, & se ne produce 5. & palmi 3. cioè 5. & sesti 3. cioè $5\frac{1}{2}$. però esse canne 1. &c. saranno brac. $5\frac{1}{2}$. come conuiene.

1. pal-

Digitized by Google

1. palmi 2 5868 14 / 1586069 / 3 7/8 13269366

Il diciottesimo d'1. & palmi 2 5/8 0 0 0 0 0 0 0 cioè di 13269366. 1586069. esimi è 7371187. 1586069. esimi, che sottratto da 5/8 0 0 0 0 0 0 0, resta 1586069. esimo di 1586069. che è precise vn'intiero, cioè resta 1. intiero, che con il 2. palmi superiore, fà palmi 3. & con il 5. fà 5. & palmi 3. che è il restante, & però il prodotto vero cercato.

5. palmi 2 2323256 / 1586069 / 737187 / 1586069

5. palmi 3. cioè 5 1/2. che sono braccia.

Quero ponendo la seconda nel luogo della terza, & la terza nel luogo della seconda.

Se lir. 59. fol. 6. d.8 7/8 0 1/2 | douēttaffero l.8.f.7.d.4 | che douē tariano canne 9. p.5 1/2

2. 15. 9 1/2 / 41. 16. 8

6) palmi lir. 44. 12. 5 1/2

Canne lir. 7. 8. 8 8/9 / 73. 6

Canne lir. 82. 14. 8 8/9

Canne lir. 1. pal. 2

59. 6. 8 7/8 1/2 2

Canne lir. 23. 8. 0 1/8 0 1 / 6

palmi lir. 140. 8. 0 1/8 0 0 / 480 / 1782 / 2262

118. 13. 4 1/8 0 0 / lir. 21. 14. 6 1/8 1 / rotto

lir. 59. 6. 8 7/8 1/2 2 .che come nella precedēte operatione si vede, si riduce à 1/8 0 0 0 0 0 0 0. & si potria schifare per 22339. riducendosi à 2/9. però l'auuenimēto sarà Canne lir. 1. palmi 2 2/9. che remossa la denominatione lire, principale, & comune alla prima quantità, cioè al partitore, & alla quantità partita, haueremo Canne 1. palmi 2 2/9. che è la quantità cercata, & questa ridotta à denominatione di braccia, moltiplicandola per 3 7/8. perche 1. palmi 2 2/9 / 3 7/8 / 594 / 5. palmi 3 7/8 / 33.71. esimi

bra. 5. palmi 3 cioè bra. 5 1/2. cioè bra. 5 1/2. douentaranno.

Operat. della proua fatta al modo ordinario.

Per lir. 59. f. 6. d. 8 7/8 0 1/2) Canne 9. p. 5 1/2 (l. 8. f. 7. d. 4 fol. 1186 din. 14240 / 891 / 1424 / 12816 / 11392 / 712 / 12688552

si hanno che si haurà? per Canne 9 2/9 fol. 167 din. 2008 / 20080 / 223 1/2 / 19856 8/9. si finge essere 19857. cioè 1/9. di più, perilche poi dal prodotto finto si caua l'1/9. via 891. cioè si caua 99. / 19857 / 178713 / 158856 / 17692587 / 99 / 17692488

si haueranno Cān. 1 5003936 / 12688552. da ridurre à bra. moltiplicādo per 3 7/8. che è 4. mā co 1/8. / 3 17 / 18 / 20015744 / 982916 / 19032828

6344276. b. 5 1/2. si haueranno

A moltiplicare 5 1/2 0 0 0 0 0 0 0. per 4. fà 20015744. esimi di 12688552. & à moltiplicare l'1. intiero per 4. farà poi 4. Di quello couien cauare l'1/9. d'1 1/9 0 0 0 0 0 0 0. cioè di 17692488. 12688552. esimi (il che si vede di sopra) che il 18. in 17692488. entra volte 982916. però cauato 982916. da 20015744. (che sono tutti 12688552 esimi) resta 19032828. 12688552. esimi, cioè 1. intiero, & 6344276. 12688552 esimi, qual rotto è à punto 1/2. però resta 1/2. che con il 4. prod. da 4. via 1. fà 5 1/2. p il prod. vero.

Et se vorremo ponere la sec. quāt. nel luogo della terza, & la terza nel luogo della sec. diremo.

Se li. 59. f. 6. d. 8 7/8 0 1/2) douēttaffero l.8.f.7.d.4 (Cāne 9. palmi 5 1/2 fol. 1186 din. 14240 / 891 / 1424 / 12816

douēttariano Canne 9 2/9 fol. 167 din. 2008 / 891 / 1789128. da moltipl. p 9 2/9. cioè (10. māco 1/9. / 198792. l'1/9

11392 / 712 / 12688552

17891280. il 10. tanti / 17692488. prod. vero da part. p 12688552. primo. / 5003936 / 12688552. douēt. cān. 1 quali si ridurrāno à bra. & si trouarà come di sop. elle essere bra. 5 1/2. come bisogna.

Digitized by Google

Proua in altro modo.

Per lir.8. f.7. d.4 (bra.5 1/7 (lir.59.fol.6.din.8 7/8 1/9 1/1

356
3560
3916
4 352
891
44

12) din.bra.48 1/8 1/9 1/1
fol.bra. 4 1/7 1/1
fol.bra.33
20) fol.bra.37 1/8 1/9
lir.bra. 1 1/8 1/8 1/9
29 1/2
295
2430
lir. bra. 326 7/8 9/9. questo rotto di lir. si riduca à fol.& din.

lir.bra.326.fol.7.din. 1/9 1/1
lir.bra. 39

32
25. 2
6. 18
10
69
6. 7. 1/8 1/1
75. 7. 1/8 1/1
75. 6
fol. 1. din. 1/8 1/1
rotto lir.8.f.7.din.4
din. 12 1/1
din. 2008
1004. che è 1/1 0 1
162648

243) 1709
fol.7.d. 1/8 1/7
bra.
3 1/7 1/0) 39 1/1 0
71) 702 1/7
Cāne 9.p.5 1/7
63 1/9
6
378 1/1
rotto 23 1/1/73. che è 1/1

bra. 39 1/1 0 1/1. da ridurre à Canne, partendo per 3 1/7 1/0. numero delle braccia, che constituiscono la Canna, & saranno Canne 9. palmi 5 1/7. come bisogna.

Quero ponēdo la seconda nel luogo della terza, & la terza nel luogo della seconda.

Se douentassero che douētariano li.8.f.7.d.4.) lir.59.fol.6.din.8 7/8 1/9 1/1 (bra.5 1/7 ?

29. 13. 4 1/8 1/9 1/1
296. 13. 4 7/8 1/9 1/1 3916
bra. lir. 326. 7. 0 7/8 1/9 1/1
bra. lir. 39

32
25. 2
6. 18
10
69
6. 7. 0 1/8 1/1
75. 7. 1/8 1/1
75. 6
lir. 0. 1. 0 1/8 1/1
rotto lir. 8. 7. 4
cioè 12 1/8 1/1
2008
cioè 1004. cioè 1/1
81.via 2008 81
cioè 1/1 1/0 1/1

bra. lir. 39 1/1 0 1/1. da ridurre à Canne, partendo per 3 1/7 1/0. numero delle braccia, che vanno à fare vna canna, che ne verrà Cāne 9. palmi 5 1/7. & però la quantità hora cercata sarà Canne 9. palmi 5 1/7. come conuiene.

Dicendosi ancora, Vn Terreno, che à misura di Bologna è di superficie tornadure 23. tauole 98. piedi 55. oncie 107 1/7. vale scudi 193. lir. 5. fol. 8. din. 6 1/1. domando quanto valerà vn'altro terreno simile, che à misura Lombarda è di superficie cauezzi 97. oncie 13. palmi 17 1/7 ? Noi informandoci della qualità delle denominationi di queste quantità, & conuenienza loro, fia che si dica, quanto alla misura di Bologna, la tornadura essere tauole 144. la tauola piedi 100. & il piede essere oncie 144. Et che quanto alla moneta, ò prezzo detto, lo scudo è lir. 7 1/7. la lira al solito sol. 20. & il sol-

do è din. 12. Et circa alla misura di Lombardia, il cauezzo essere bra. 16. & il braccio pal. 18. Quanto poi alla conuenienza della misura Bolognese, & Lombarda fra loro, saperssi, che cauezzi 3. brac. 14 1/1. Lombardi, sono equiualenti à tornadure 2. tauole 7. piedi 5. Bolognesi. Hora volendo, senza mutare alcuna delle quantità proposte dal modo in che stanno, esequire la operatione, non per moltiplicare la seconda quantità, via la terza, cominciando à fare la moltiplicatione con li palmi 17 1/7. quanto al 1/7. pigliaremo l'1/7. della seconda quantità 2. volte, & quanto al 17. moltiplicando essa seconda quantità per 17. & giongendo il prodotto con quello delli 1/7. haueremo per prodotto totale sc. 3369. lir. 13. fol. 8. din. 11 1/7 1/0. & sono palmi, cioè hanno denominatione di palmi, come hà il 17 1/7. moltiplicante, però li ridurremo alla prossima seguente sinistra denominatione posta nella terza quantità, cioè à braccia, partēdoli per 18. numero delli palmi, che constituiscono il braccio, & si ridurranno à braccia sc. 187. lir. 1. fol. 19. din. 11 7/8 1/9. alli quali giongeremo li similmente bra. sc. 2509. lir. 10. fol. 11. din. 3 1/1.

che

Digitized by Google

Operat. della Proua fatta al modo ordinario.

Per lir. & ſ.7. d.4) Se ſi hanno bra. $5\frac{1}{2}$ che ſi haueranno per (lir. 59. ſ. 6. d. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$

7

fol. 15. din. $4\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$

din. $184\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$

din. 2008

164656

1789128

20582

223641

la prima entra nella terza volte $7\frac{223641}{20582}$

col quale s'hà da moltiplicare la ſeconda, che è brac. $5\frac{1}{2}$.

$5\frac{1}{2}$

20582

2) $77\frac{20331}{251}$

ſi haueranno bra. $39\frac{251}{40662}$

quali ridotti à canne, operando come ſi vede nelli eſſempij paſſati, ſaranno canne 9. palmi 57. come biſogna.

Quero ponẽdo la ſeconda nel luogo della terza, & la terza nel luogo della ſeconda.

Se douentano che douẽtaráno

lir. 8. ſ. 7. d. 4) lir. 59. ſ. 6. d. $8\frac{7}{8}\frac{1}{9}\frac{2}{1}$ (bra. $5\frac{1}{2}$?

fol. 167 29. ſ. 13. d. $4\frac{1}{8}\frac{5}{9}\frac{6}{1}$

din. 2008 lir. 326. ſ. 7. d. 0 $\frac{2}{9}\frac{2}{1}$

fol. 6527

din. 78324 $\frac{1}{9}\frac{2}{1}$

bra. 39

18084

$12\frac{2}{8}\frac{2}{1}$

1004. 81. eſimi, che partiti per 2088. ne viene $\frac{1}{2}$. 81. eſimo, cioè $\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{1}{2}$.

Douẽtaráno bra. $39\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{1}{2}$. da ridurre à Canne, partendo per $3\frac{1}{1}\frac{7}{8}$. perche brac. $3\frac{1}{1}\frac{7}{8}$. fanno vna Canna.

$\frac{7}{1}\frac{7}{8}$ $39\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{1}{2}$

$702\frac{1}{9}$

Canne $9\frac{8}{9}$. faranno, cioè Canne 9. palmi $5\frac{1}{2}$

$\frac{63\frac{1}{0}\frac{6}{1}\frac{8}{9}}{71}$. cioè $\frac{5}{0}\frac{6}{1}\frac{8}{9}$. che è $\frac{8}{9}$.

| 144 | 100 | 144 | | |

lir. 76. tauole 2772. p. 0. onz. 4000
69. tauole 295. p. 65. onz. 322
lir. 7. tauole 2431. p. 35. onz. 3678
20
sol. 140. tau. 48627. p. 0. onz. 73560
16
sol. 156. tau. 48627. p. 0. onz. 73560
138. tau. 591. p. 30. onz. 644
sol. 18. tau. 48035. p. 70. onz. 72916
12
din. 216. tau. 576428. p. 40. onz. 874992
3. tauole 27. p. 67. onz. 72
din. 219. tau. 576428. p. 7. onz. 875064
72922
piedi 6076. onz. 120
piedi 7
tauole 60. p. 83. onz. 120
576456
tauole 576516
48043
din. 4003. ta. 84. p. 83. onz. 120
din. 219
din. 4222. ta. 84. p. 83. onz. 120
ne viene din. 178

27
100
270.0
piedi $67\frac{1}{2}$
sarà tau. 27. p. 67. onz. 72
sono che sarà
16 144.100
Cauezzi bra. tor. tau. p. | cauezzi
3. $14\frac{1}{4}$) 2. 7. 5. | 1
tor. 0. ta. 75. p. 23
tau. 295
29
27. bra. $7\frac{1}{4}$
1. bra. $8\frac{1}{4}$
10
15. bra. $7\frac{1}{2}$
5
20. bra. $7\frac{1}{2}$
19. bra. $9\frac{1}{4}$
tauole 0. br. $13\frac{3}{4}$
100
1375
piedi 85. bra. 15
piedi 5
piedi 90. bra. 15

6. 109. 61. $22\frac{2}{3}$
144
tauole 973
piedi 97361
1168332
onz. 14020006$\frac{2}{3}$
42060020
numerat. 21030010
23. 98. 55. $107\frac{1}{3}$
144
tauole 3410
piedi 341055
4092660
49112027$\frac{1}{3}$
147336082
denom. 73668041

42
23. ta. 98. p. 55. onz. $107\frac{1}{3}$
18. 45. 44. $36\frac{2}{3}$
10
180. 454. 40. $366\frac{2}{3}$
2
182. 454. 40. $366\frac{2}{3}$
288 432
161. 689. 85. $751\frac{1}{3}$
19. 52. 52. $47\frac{1}{3}$
10
190. 525. 20. $473\frac{1}{3}$
2. 84. 83. 120
192. 609. 103. $593\frac{1}{3}$
288 388
184. 788. 40. $858\frac{2}{3}$
6. 109. 61. $22\frac{2}{3}$
rotto
23. 98. 55. $107\frac{1}{3}$

9
7. bra. $13\frac{1}{2}$
1. bra. $2\frac{1}{2}$
10
11. bra. 9
0. bra. 15
12. bra. 8
11. bra. $12\frac{1}{4}$
0. bra. $11\frac{3}{4}$
rotto
3. bra. $14\frac{3}{4}$
cioè bra. $11\frac{3}{4}$
bra. $62\frac{1}{4}$
Tauole 75. piedi
$23\frac{47}{1351}$. è vn
Cauezzo.

din. 178 $\frac{21030010}{73668041}$. cioè sol. 14.
din. 10. & il rotto.

Cauezzi sc. 800. lir. 4. sol. 0. din. $10\frac{2}{7}\frac{1}{3}\frac{0}{6}\frac{3}{6}\frac{0}{8}\frac{0}{0}\frac{1}{4}\frac{0}{1}$. è l'auuenimento, & però la quarta quantità, da ridurre alla denominatione principale della prima, cioè à tornadure.

Molti-

Digitized by Google

Moltiplichinſi Cauezzi ſc. 800. &c.

Cauezzi ſc. 800. lir. 4. ſol. 0. din. 10 $\frac{210300 10}{73668041}$

via tornadure 0. tau. 75. p. 23 $\frac{47}{251}$

147210070
84120040
351) ſc.37600. lir.188. ſol.0.din.470 $\frac{9884 10470}{73668041}$

ſc. 149. lir. 6. ſ.15.din.3 $\frac{2240767167}{18490678291}$

1250		1841701025	
2460			
ſc. 201	ſc.18400.li.92.ſol.0.din.230		$\frac{483690230}{73668041}$. che è din. 6.
$7\frac{1}{2}$	ſc. 149.lir. 6. ſ.15.din.3 & rotto di din. ſuperiore		& 41681984. di moltiplicare p 251.
100 $\frac{1}{2}$		1041049600	
1407			10462179784
188			2240767167
lir. 1695 $\frac{1}{2}$			12702945151
lir. 189 $\frac{1}{2}$	p.ſc.18549.l.98.ſ.15.d.239		18490678291 .da ridurre à
ſol. 3790	tauole, partẽdo per 100.nu.de'pie. che fanno 1.tau.		
ſol. 25			
din. 770	tau. ſc.185.l.4. ſ.13. d.5		$\frac{7338393985}{18490678291}$
din. 17			
12523566697	ſc.49		166416104619
988310470	$7\frac{1}{2}$		55472034873
2240767167. numeratore.	$24\frac{1}{2}$		12702945151
	343		73818398500
	98	rotto	18490678291
	lir. 465 $\frac{1}{2}$		
	lir. 65 $\frac{1}{2}$		
	ſol. 1325		
	ſol. 25		
	din. 539		
	din. 39		

Per moltiplicare queſto rotto di din. $\frac{2}{4}\frac{1}{6}\frac{0}{0}\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{1}{0}\frac{0}{0}$. che è con li din. 10. via tauole 75. ſi moltiplica il numeratore del rotto per 75. & per farlo, perche 75. è li $\frac{1}{4}$. di 100. cioè la $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{4}$. ouero $\frac{1}{2}$. & la metà d'$\frac{1}{2}$. noi moltiplichiamo, ò fingiamo di moltiplicare per 100. accompagnando con la mẽte dui zeri, cioè 00. da man deſtra à detto numeratore, & del compoſto pigliaremo la metà, & poi la metà di queſta metà, & la ſomma ſarà il prodotto di detto numerat. via 75.

che naſcono à moltiplicare la ſeconda quantità per bra. 13. poſte nella terza quãtità moltiplicante, & haueremo per ſomma bra. ſc.2696. lir. 72. ſol. 11. din. $3\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. da ridurre alla ſeguente ſiniſtra denominat. della terza quãtità, cioè à cauezzi, partendo per 16. numero delle braccia, che cõſtituiſcono vn cauezzo, & così douerarãno cauezzi ſc. 168 lir. 8 ſol.5. din. $8\frac{1}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. alli quali giongeremo quelli ſimilmente cauezzi 21 ſc. &c. che ſi produconno à moltiplicare la ſeconda quãtità, via cauezzi 897. poſti nella terza quantità moltiplicante, qual prodotto è cauezzi ſc. 18791. lir. 1. ſol. 10. din. $6\frac{1}{2}$. & ſanno in ſomma cauezzi ſc. 18959. lir. 9. ſol. 16. din. $3\frac{1}{2}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. il che è il prodotto nato à moltiplicare la ſecõda quãtità, via la terza, qual prodotto douiamo partire per la prima quantità, onde cominciando à fare la partitione nelli cauezzi ſc. 18959. pigliaremo il numero cõtenuto dalle tre prime figure ſiniſtre d'eſſi, che è 189. perche in 189. entra la prima quantità, che è il partitore, nel qual partitore la tornadura ſi piglia per la principale vnità, & però il 23. &c. nel 189. *(inteſo anch'egli hauere la vnità diuiſibile in tauole, piedi, & onze, come hà la tornadura)* entra 7. volte, & quaſi 8. volte, cioè vi manca, manco d'$\frac{1}{4}$. al 189. acciò il 23. &c. v'entri 8. volte, perilche noi per comodità vedendo, che il 5. del 18959. qual 5. ſeguita ſubito al 189. è $\frac{1}{2}$. riſpetto al 189. fingeremo il 189. eſſere 189 $\frac{1}{2}$. & che nel luogo del 5. vi fia vn zero; & perche in queſto 189 $\frac{1}{2}$. il partitore entra 8. volte, ſcriueremo 8. fra le righe al ſuo luogo, cioè rincontro al 9. del 189. fino al quale ſiamo peruenuti con la operatione, & con eſſo 8. moltiplicaremo il partitore, & ſe ne produce tornadure 184. tauole 784. piedi 440. onz. 858 $\frac{1}{2}$. il che douiamo ſottrare da cauezzi ſc. 189 $\frac{1}{2}$. cioè da tornadure 189 $\frac{1}{2}$. *(poiche hora il numero de' cauezzi ſc. ſi conſidera come numero di tornadure)* & quanto alle onz. 858 $\frac{1}{2}$. perche non ſi poſſono ſottrare da niente, noi fingeremo, che ſi preſtino alle tornadure 189 $\frac{1}{2}$. ſuperiori, tanti piedi ridotti à onze,

105150050 0
525750250
1577250750
din. 21
147336082
103889930
73668041
30221889
tauole ſc. 60040. lir. 0. ſol. 0. din. 771 73668041
7338393985
tauole ſc. 185. lir. 4. ſol. 13. din. 5 18490678291
30221889
755547225
7338393985
14924088124
144) tauole ſc. 60125. lir. 4. ſol. 13. din. 776 18490678291
1191718409
tornadure ſc. 418. lir. 1. ſol. 15. din. 5 18490678291

262
1185
ſc. 33
7 1/2
16 1/2
231
4
lir. 25 1/2
lir. 107 1/2
ſol. 2163
723
ſol. 3
din. 36
din. 776
din. 812
auanza din. 92. & rotto.

36981356582
1664161046 19
14924088124
144) 171606649089 6
12. 12) 1430054 0008
numerat. 1191718409

Però la quarta quantità cercata, cioè il valore di cauezzi 97. bra. 13. palmi 17 3/4. farà ſc. 418. lir. 1. ſ. 15. d. 5 1/144 9/12 1/288 9/96 9/1152 9/4608 9/18432 9/73728 9/294912 9/1179648 9/4718592 9/18874368 9/75497472 9/301989888 9/1207959552 9/4831838208 9/19327352832 9/77309411328 9/309237645312 9/1236950581248 9/4947802324992 9/19791209299968 9/79164837199872 9/316659348799488 9/1266637395197952 9/5066549580791808 9/20266198323167232 9/81064793292668928 9/324259173170675712 9/1297036692682702848 9/5188146770730811392 9/20752587082923245568 9/83010348331692982272 9/332041393326771929088 9/1328165573307087716352 9/5312662293228350865408 9/21250649172913403461632 9/85002596691653613846528 9/340010386766614455386112 9/1360041547066457821544448 9/5440166188265831286177792 9/21760664753063325144711168 9/87042659012253300578844672 9/348170636049013202315378688 9/1392682544196052809261514752 9/5570730176784211237046059008 9/22282920707136844948184236032 9/89131682828547379792736944128 9/356526731314189519170947776512 9/1426106925256758076683791106048 9/5704427701027032306735164424192 9/22817710804108129226940657696768 9/91270843216432516907762630787072 9/365083372865730067631050523148288 9/1460333491462920270524202092593152 9/5841333965851681082096808370372608 9/23365335863406724328387233481490432 9/93461343453626897313548933925961728 9/373845373814507589254195735703846912 9/1495381495258030357016782942815387648 9/5981525981032121428067131771261550592 9/23926103924128485712268527085046202368 9/95704415696513942849074108340184809472 9/382817662786055771396296433360739237888 9/1531270651144223085585185733442956951552 9/6125082604576892342340742933771827806208 9/24500330418307569369362971735087311224832 9/98001321673230277477451886940349244899328 9/392005286692921109909807547761396979597312 9/1568021146771684439639230191045587918389248 9/6272084587086737758556920764182351673556992 9/25088338348346951034227683056729406694227968 9/100353353393387804136910732226917626776911872 9/401413413573551216547642928907670507107647488 9/1605653654294204866190571715630682028430589952 9/6422614617176819464762286862522728113722359808 9/25690458468707277859049147450090912454889439232 9/102761833874829111436196589800363649819557756928 9/411047335499316445744786359201454599278231027712 9/1644189341997265782979145436805818397112924110848 9/6576757367989063131916581747223273588451696443392 9/26307029471956252527666326988893094353806785773568 9/105228117887825010110665307955572377415227143094272 9/420912471551300040442661231822289509660908572377088 9/1683649886205200161770644927289158038643634289508352 9/6734599544820800647082579709156632154574537158033408 9/26938398179283202588330318836626528618298148632133632 9/107753592717132810353321275346506114473192594528534528 9/431014370868531241413285101386024457892770378114138112 9/1724057483474124965653140405544097831571081512456552448 9/6896229933896499862612561622176391326284326049826209792 9/27584919735585999450450246488705565305137304199304839168 9/110339678942343997801800985954822261220549216797219356672 9/441358715769375991207203943819289044882196867188877426688 9/1765434863077503964828815775277156179528787468755509706752 9/7061739452310015859315263101108624718115149875022038827008 9/28246957809240063437260952404434498872460599500088155308032 9/112987831236960253749043809617737995489842398000352621232128 9/451951324947841014996175238470951981959369592001410484928512 9/1807805299791364059984700953883807927837478368005641939714048 9/7231221199165456239938803815535231711349913472022567758856192 9/28924884796661824959755215262140926845399653888090271035424768 9/115699539186647299839020861048563707381598615552361084141699072 9/462798156746589199356083444194254829526394462209444336566796288 9/1851192626986356797424333776777019318105577848837777346267185152 9/7404770507945427189697335107108077272422311395351109385068740608 9/29619082031781708758789340428432309089689245581404437540274962432 9/118476328127126835035157361713729236358756982325617750161099849728 9/473905312508507340140629446854916945435027929302471000644399398912 9/1895621250034029360562517787419667781740111717209884002577597595648 9/7582485000136117442250071149678671126960446868839536010310390382592 9/30329940000544469769000284598714684507841787475358144041241561530368 9/121319760002177879076001138394858738031367149901432576164966246121472 9/485279040008711516304004553579434952125468599605730304659864984485888 9/1941116160034846065216018214317739808501874398422921218639459937943552 9/7764464640139384260864072857270959234007497593691684874557839751774208 9/31057858560557537043456291429083836936029990374766739498231359007096832 9/124231434242230148173825165716335347744119961499066957992925436028387328 9/496925736968920592695300662865341390976479845996267831971701744113549312 9/1987702947875682370781202651461365563905919383985071327886806976454197248 9/7950811791502729483124810605845462255623677535940285311547227905816788992 9/31803247166010917932499242423381849022494710143761141246188911623267155968 9/127212988664043671729996969693527396089978840575044564984755646493068623872 9/508851954656174686919987878774109584359915362300178259939022585972274495488 9/2035407818624698747679951515096438337439661449200713039756090343889097981952 9/8141631274498794990719806060385753349758645796802852159024361375556391927808 9/32566525097995179962879224241543013399034583187211408636097445502225567711232 9/130266100391980719851516896966172053596138332748845634544389782008902270844928 9/521064401567922879406067587864688214384553330995382538177559128035609083379712 9/2084257606271691517624270351458752857538213323981530152710236512142436333518848 9/8337030425086766070497081405835011430152853295926120610840946048569745334075392 9/33348121700347064281988325623340045720611413183704482443363784194278981336301568 9/133392486801388257127953302493360182882445652734817929773455136777115925345206272 9/533569947205553028511813209973440731529782610939271719093820547108463701380825088 9/2134279788822212114047252839893762926119130443757086876375282188433854805523300352 9/8537119155288848456189011359575051704476521775028347505501128753735419222093201408 9/34148476621155393824756045438300206817906087100113390022004515014941676888372805632 9/136593906484621575299024181753200827271624348400453560088018060059766707553491222528 9/546375625938486301196096727012803309086497393601814240352072240239066830213964890112 9/2185502503753945204784386908051213236345989574407256961408288960956267320855859560448 9/8742010015015780819137547632204852945383958297629027845633155843825069283423438241792 9/34968040060063123276550190528819411781535833190516111382532623375300277133693752967168 9/139872160240252493106200762115277647126143332762064445530130493501201108534775011868672 9/559488640961009972424803048461110588504573331048257782120521974004804434139100047474688 9/2237954563844039889699212193844442354018293324193031128482087896019217736556400189898752 9/8951818255376159558796848775377769416073173296772124513928351584076870946225600759595008 9/35807273021504638235187395101511077664292693187088498055713406336307483784902403038380032 9/143229092086018552940749580406044310657170772748353992222853625345229935139609612153520128 9/572916368344074211762998321624177242628683090993415968891414501380919740558438448614080512 9/2291665473376296847051993286496708970514732363973663875565658005523678962233753794456322048 9/9166661893505187388207973145986835882058929455894655502262632022094715848935015177825288192 9/36666647574020749552831892583947343528235717823578622009050528088378863395740060711301152768 9/146666590296083000211327570335789374112942871294314488036202112353515453582960242845204611072 9/586666361184332000845310281343157496451771485177257952144808449414061814331840971380818444288 9/2346665444737328003381241125372629985807085940709031808579233797656247257327363885523273777152 9/9386661778949312013524964501490519943228343762836127234316935190625989029309455542093095108608 9/37546647115797248054099858005962079772913375051344508937267740762503956117237822168372380434432 9/150186588463188992216399432023848319091653500205378035749070963050015824468951288673489521737728 9/600746353852755968865597728095393276366614000821512143996283852200063297875805154693958086950912 9/2402985415411023875462390912381573105466456003286048575985135408800253191503220618775832347803648 9/9611941661644095501849563649526292421865824013144194303940541635200012766012882475103329391214592 9/38447766646576382007398254598105169687463296052576777215762166540800051064051529900413317564858368 9/153791066586305528029593018392420678749853184210307108863048666163200204256206119601653270259433472 9/615164266345222112118372073569682714999412736841228435452194664652800817024824478406613081037733888 9/2460657065380888448473488294278730859997650947364913741808778658611203268099297913626452324150955552 9/9842628261523553793893953177114923439990603789459654967235114634444813072397191654505809296603822208 9/39370513046094215175575812708459693759962415157838619868940458537779252289588766618023237186415288832 9/157482052184376860702303250833838775039849660631354479475761834151117009158355066472092948745661155328 9/629928208737507442809213003335355100159398642525417917903047336604468036633420265888371794982644621312 9/2519712834950029771236852013341420400637594570101671671612189346417872146533681063553487931930578485248 9/10078851339800119084947408053365681602550378280406686686448757385671488586134724254213951727722313940992 9/40315405359200476339789632213462726410201513121626746745795029542685954344538897016855806910889255763968 9/161261621436801905359158528853850905640806052486506986983180118170743817378155588067423227643557023055872 9/645046485747207621436634115415403622563224209946027947932720472682975269512622352269692910574228092223488 9/2580185942988830485746536461661614490252896839784111791730881890731901078050489409078771642296912368893952 9/10320743771955321942986145846646457961011587359136447166923527562927604312201957636315086569187649475575808 9/41282975087821287771944583386585831844046349436545788667694110251710417248807830545260346276750597902303232 9/165131900351285151087778333546343327376185397746183154670776441006841668995231322181041385107002391609212928 9/660527601405140604351113334185373309504741590984732618683105764027366675980925288724165540428009566436851712 9/2642110405620562417404453336741493238018966363938930474732423056109466703923701154896662161712038265747406848 9/10568441622482249669617813346965972952075865455755721898929692224437866815694804619586648646848153062989627392 9/42273766489928998678471253387863891808303461823022887595718768897751467262779218478346594587392612251958509568 9/169095065959715994713885013551455567233213847292091550382875075591005869051116873913386378349570449007834038272 9/676380263838863978855540054205822268932855389168366201531500302364023476204467495653545513398281796031336153088 9/2705521055355455915422160216823289075731421556673464806126001209456093904817869982614182053593127184125344612352 9/10822084221421823661688640867293156302925686226693859224504004837824375619271479930456728214372508736501378449408 9/43288336885687294646754563469172625211702744906775436898016019351297502477085919721826912857490034946005513797632 9/173153347542749178587018253876690500846810979627101747592064077405190009908343678887307651429960139784022055190528 9/692613390170996714348073015506762003387243918508406990368256309620760039633374715549230605719840559136088220762112 9/2770453560683986857392292062027048013548975674033627961473025238483040158533498862196922422879362236544352883048448 9/11081814242735947429569168248108192054195902696134511845892100953932160634133995448787689691517448946177411532193792 9/44327256970943789718276672992432768216783610784538047383568403815728642536535981795150758766069795784709646128775168 9/177309027883775158873106691969731072867134443138152189534273615262914570146143927180603035064279183138838584515100672 9/709236111535100635492426767878924291468537772552608758137094461051658280584575708722412140257116732555354338060402688 9/2836944446140402541969707071515697165874151090210435032548377844206633122338302834889648561028466930221417352241610752 9/11347777784561610167878828286062788663496604360841740130193511376826532489353211339558594244113867720885669408966443008 9/45391111138246440671515313144251154653986417443366960520774045507306129957412845358234376976455470883542677635865772032 9/181564444552985762686061252577004618615945669773467842083096182029224519829651381432937507905821883534170542543463088128 9/726257778211943050744245010308018474463782679093871368332384728116898079318605525731750031623287534136682170173852352512 9/2905031112847772202976980041232073897855130716375485473329538912467592317274422102927000126493150136546728680695409410048 9/11620124451391088811907920164928295591420522865501941893318155649870369269097688411708000505972600546186914722781637640192 9/46480497805564355247631680659713182365682091462007767573272622599481477076390753646832002023890402184747658891126550560768 9/185921991222257420990526722638852729462728365848031070293090490397925908305563014587328008095561608738990635564202242048 9/743687964889029683962106890555410917850913463392124281172361961591703633222252058349312032382246434955962542256808968192 9/2974751859556118735848427562221643671403653853568497124689447846366814532889008233397248129528985739823850169027235872768 9/11899007438224474943393710248886574685614615414273988498757791385467258131556032933588992518115942959295400676108943491072 9/47596029752897899773574840995546298742458461657095953995031165541869032526224131734355970072463771837181602704435773964288 9/190384119011591599094299363982185194969833846628383815980124662167476130104896526937423880289855087348726410817743095857152 9/761536476046366396377197455928740779879335386513535263920498648669904520419586107749695521159420349394905643270972383428608 9/3046145904185465585508789823714963119173541546054141055681994594679618081678344309878782084637681397579622573083889533714432 9/12184583616741862342035159294859852476694166184216564222727978378718472326713377239515128338550725590318490292335558134857728 9/48738334466967449368140637179439409906776664736866256890911913514873889306853508958060513354202902361273961169342232539430912 9/194953337867869797472562548717757639627106658947465027563647654059495557227414035832242053416811609445095844677368930157723648 9/779813351471479189890250194871030558508426635789860110254590616237982228909656143328968213667246437780383378709475720630894592 9/3119253405885916759561000779484122234033706543159440441018362464951928915638624573315872854668985751121533514837902882523578368 9/12477013623543667038244003117936488936135226172637761764073449859807715662554498293263491418675943004486134059351611530094313472 9/49908054494174668152976012471745955744540904690551047056293799439230862650217993173053965674703772017944536237406446120377253888 9/199632217976698672611904049886983822978163618762204188225175197756923450600871972692215862698815088071778144949625784481509015552 9/798528871906794690447616199547935291912654475048816752900700791027693802403487890768863450795260352287112579798503137926036062208 9/3194115487627178761790464798191741167650617900195267011602803164110775209613951563075453803181041409148450319194012551704144248832 9/12776461950508715047161859192766964670602471600781068046411212656443100838455806252301815212724165636593801276776050206816576995328 9/51105847802034860188647436771067858682409886403124272185644850625772403353823225009207260850896662546375205107104200827266307981312 9/204423391208139440754589747084271434729639545612497088742579402503089613415292900036829043403586650185500820428416803309065231925248 9/817693564832557763018358988337085738918558182449988354970317610012358453661171600147316173614346600742003281713667213236260927700992 9/3270774259330231052073435953348342955674232729799533419881270440049433814644686400589264694457386402968013126854668852945043710803968 9/13083097037320924208293743813393371822696930919198133679525081760197735258578745602357058777829545611872052507418675411780174843215872 9/52332388149283696833174975253573487290787723676792534718100327040790941034314982409428235111318182447488210029674701647120699372863488 9/209329552597134787332699901014293949163150894707170138872401308163163764137259929637712940445272729789952840118698806588482797451453952 9/837318210388539149330799604057175796652603578828680555489605232652655056549039718550851761781090919159811360474795226353931189805815808 9/3349272841554156597323198416228703186610414315314722221958420930610620226196158874203407047124363676639245441899180905415724759223263232 9/13397091366216626389292793664914812746441657261258888887833683722442480904784635496813628188497454706556981767596723621662899036893052928 9/53588365464866505557171174659659250985766629045035555551334734889769923619138541987254512753989818826227927070386894486651596147572211712 9/214353461859466022228684698638637003943066516180142222205338939559079694476554167949018051015959275304911708281557577946606384590288846848 9/857413847437864088914738794554548015772266064720568888821355758236318777906216671796072204063837101219646833126230311786425538361155387392 9/3429655389751456355658955178218192063089064258882275528853423032945275111624866687184288816255348404878587332504921247145702153444621549568 9/13718621559005825422635820712872768252356257035529102115413692131781100446499466748737155265021393619514349330019684988582808613778486198272 9/54874486236023301690543282851491073009425028142116408461654768527124401785997866994948621060085574478057397320078739954331234455113944793088 9/219497944944093206762173131405964292037700112568465633846619074108497607143991467979794484240342297912229589280314959817324937820455779172352 9/877991779776372827048692525623857168150800450273862535386476296433990428575965871919177936961369191648918357121259839269299751281823116689408 9/3511967119105491308194770102495428672603201801095450141545905185735961714303863487676711747845476766595673428485039357077199005127292466757632 9/14047868476421965232779080409981714690412807204381800566183620742943846857215453950706846991381907066382693713940157428308796020509169867030528 9/56191473905687860931116321639926858761651228817527202264734482971775387428861815802827387965527628265530774855760629713235184082036679468122112 9/224765895622751443724465286559707435046604915270108809058937931887101549715447263211309551862110513062123099423042518852940736328146717872488448 9/899063582491005774897861146238829740186419661080435236235751727548406198861789052845238207448442052248492397692074075411762945312586871489953792 9/3596254329964023099591444584955318960745678644321740944943006910193624795447156211380952829793768208993969590768296301647051781250347485959815168 9/14385017319856092398365778339821275843782714577286963779772027640774499181788624845523811319175072835975878363073185206588207125001389943839260672 9/57540069279424369593463113359285103375130858309147855119088110563097996727154499382095245276700291343903513452292740826352828500005559775357042688 9/230160277117697478373852453437140413500523433236591420476352442252391986908617997528380981106801165375614053809170963305313400022239101428170754752 9/920641108470789913495409813748561654002093732946365681905409769009567947634471990113523924427204661502456215236683853221253600088956405712683019008 9/3682564433883159653981639254994246616008374931785462727621639076038271790537887960454095697708818646009824860946735412885014400355825622850732076032 9/14730257735532638615926557019976986464033499727141850910486556304153087162151551841816382790835274584039299443786941651540057601423302491402928304128 9/58921030942130554463706228079907945856133998908567403641946225216612348648606207367265531163341098336157197775147766606160230405693209965611713216512 9/235684123768522217854824912319631783424535995634269614567784900866449394594424829469062124653364393344628791100591066464920921627276839862446852866048 9/942736495074088871419299649278527133698143982537078458271139603465797578377699317876248498613457573378515164402364265859683686509107359449787411464192 9/3770945980296355485677198597114108534792575930148313833084558413863190313510797271504993994453830293514060657609457063438734746036429437799149645856768 9/15083783921185421942708794388456434139170303720593255332338233655452761254043189086019975977815321174056242630437828253754938984145717751196598583427072 9/60335135684741687770835177553825736556681214882373021329352934621811045016172756344079903911261284696224970521751312015019755936582871004786394333708288 9/241340542738966751083340710215302946226724859529492085317411738487244180064691025376319615645045138784899882087005248060079023746331484019145577334833152 9/965362170955867004333362840861211784906899438117968341269646953948976720258764101505278462580180555139599528348020992240316094985325936076582309339332608 9/3861448683823468017333451363444847139627597752471873365078587815795906881035056406021113850320722220558398113392083968961264379941303744306329357337330432 9/15445794735293872069333805453779388558510391009887493460314351263183627524140225624084455401282888882233592453568335875845057519765215017225317429349321728 9/61783178941175488277335221815117554234041564039549973841257405052734510096560902496337821605131555528934369814273343503380230079060860068901269717397286912 9/247132715764701953109340887260470216936166256158199895365029620210938040386243609985351286420526222115737479257093374013520920316243440275605078869589147648 9/988530863058807812437363549041880867744665024632799581460118480843752161544974439941405145682104888462949917028373496054083681264973761102420315478356590592 9/3954123452235231249749454196167523470978660098531198325840473923375008646179897759765620582728419553851799668113493984216334725059895044409681261913426362368 9/15816493808940924999097816784670093883914640394124793303361895693500034584719591039062482330913678215407198672453975936865338900239580177638725047653705449472 9/63265975235763699996391267138680375535658561576499173213447582774000138338878364156249929323654712861628794689815903747461355600958320710554900190614821797888 9/253063900943054799985565068554721502142634246305996692853790331096000553355513456624999717294619447446515178759615894989445422403833282218199600762459287191552 9/1012255603772219199942260274218886008570536985223986771415161324384002213422053826499998869178477789786060715038463579957781689615333128872798403049837148766208 9/4049022415088876799769041096875544034282147940895947085660645297536008853688215305999995476713911159144242860153854319831126758461332515491193612199348595064832 9/16196089660355507199076164387502176137128591763583788342642581190144035414752861223999981906855644636576971440615417279324507033845330061964774448797394380259328 9/64784358641422028796304657550008704548514367054335153370570324760576141659011444895999927627422578546307885762461669117298028135381320247859097795189577521037312 9/259137434565688115185218630200034818194057468217340613482281299042304566636045779583999710509690314185231543049846676469192112541525280991436391180758310084149248 9/1036549738262752460740874520800139272776229872869362453929125196169218266544183118335998842038761256741246172199386705876768450166101123965745564723241336596596992 9/4146198953051009842963498083200557091104919491477449815716500784676873066176732473343995368155045026964984688797546823507073800664404495862982258892965346386387968 9/16584795812204039371853992332802228364419677965909799262866003138707492264706929893375981472620180107859938755190187294028295202657617983451929035571861385545551872 9/66339183248816157487415969331208913457678711863639197051464012554829969058827719573503925890480720431439755020760749176113180810630471933807716142287445542182207488 9/265356732995264629949663877324835653830714847454556788205856050219319876235310878294015703561922881725759020083042996704452723242521887735230864569149782168728829952 9/1061426931981058519798655509299342615322859389818227152823424200877279504941243513176062814247691526903036080332171986817810892970087551470923458276599128672915319808 9/4245707727924234079194622037197370461291437559272908611293696803509118019764974052704251256990766107612144321328687947271243571880350205883693833106396514691661279232 9/16982830911696936316778488148789481845165750237091634445174787214036472079059896210816005027963064430448577285314751789084974287521400823534775332425586058766645116928 9/67931323646787745267113952595157927380663000948366537780699148856145888316239584843264020111852257721794309141259007156339897150085603294139133301702344235066580467712 9/271725294587150981068455810380631709522652003793466151122796595424583553264958339373056080447409030887177236565036028625359588600342413176556533206809376940266321870848 9/1086901178348603924273823241522526838090608015173864604491186381698334213059833357492224321789636123548708946260144114501438354401369652706226132827237507761065287483392 9/4347604713394415697095292966090107352362432060695458417964745526793336852239333429968897287158544494194835785040576458005753417605478610824904531308950031044261149933568 9/17390418853577662788381171864360429409449728242781833671858982107173347408957333719875589148634177976779343140162305832023013670421914443299618125235800124177044599734272 9/69561675414310651153524687457441717637798912971127334687435928428693389635829334879502356594536711907117372560649223328092054681687657773198472500943200496708178398937088 9/278246701657242604614098749829766870551195651884509338749743713714773558543317339518009426378146847628469490242596893312368218726750631092793890003772801986832713595748352 9/1112986806628970418456394999319067482204782607538037354998974854859094234173269358072037705512587390513877960970387573249472874907002524371175560015091207947330854382993408 9/4451947226515881673825579997276269928819130430152149419995899419436376936693077432288151022050349562055511843881550292997891499628010097484702240060364831789323417531973632 9/17807788906063526695302319989105079715276521720608597679983597677745507746772309729152604088201398248222047375526201171991565998512040389938808960241459327157293670127894528 9/71231155624254106781209279956420318861106086882434390719934390711018030987089238916610416352805592992888189502104804687966263994048161559755235840965837308629174680511578112 9/284924622497016427124837119825681275444424347529737562879737562844072123948356955666441665411222371955552758008419218751865055976192646239020943363863349234516698722046312448 9/1139698489988065708499348479302725101777697390118950251518950251376288495793427822665766661644889487822211032033676875007460223904770584956083773455453396938066794888185249792 9/4558793959952262833997393917210900407110789560475801006075801005505153983173711290663066646579557951288844128134707500029840895619082339824335093821813587752267179552741000192 9/18235175839809051335989575668843601628443158241903204024303204022020615932694845162652266586318231805155376512538830000119363582476329359297340375287254351009068718211764000768 9/72940703359236205343958302675374406513772632967612816097212816088082463730779380650609066345272927220621506050155320000477454329905317437189361501149017404036274872847056003072 9/291762813436944821375833210701497626055090531870451264388851264352329854923117522602436265381091708882486024200621280001909817319621269748757446004596069616145099491388224012288 9/1167051253747779285503332842805990504220362127481805057555405057409319419692470090409745061524366835529944096802485120007639269278485078995029784018384278464580397965552896049152 9/4668205014991117142013331371223962016881448509927220230221620229637277678769880361638980246097467342119776387209940480030557077113940315980119136073537113858321591862211584196608 9/18672820059964468568053325484895848067525794039708880920886480918549110715079521446555920984389869368479105548839761920122228308455761263920476544294148455433286367448846336786432 9/74691280239857874272213301939583392270103176158835523683545923674196442860318085786223683937559477473916422195359047680488913233823045055681906177176593821733145469795385347145728 9/298765120959431497088853207758333569080412704635342094734183694696785771441272343144894735750237909895665688781436190721955652935292180222727624708706375286932581879181541388582912 9/1195060483837725988355412831033334276321650818541368378936734778787143085765089372579578943000951639582662755125744762887822611741168720890910498834825501147730327516726165554331648 9/4780241935350903953421651324133337105286603274165473515746939115148572343060357490318315772003806558330651020502979051551290446964674883563641995339302004590921310066904662217326592 9/19120967741403615813686605296533348421146413096661894062987756460594289372241429961273263088015226233322604082011916206205161787858699534254567981357208018363685240267618648869306368 9/76483870965614463254746421186133393684585652386647576251951025842377157488965719845093052352060904933290416328047664824820647151434798137018271925428832073454740961070474595477225472 9/305935483862457853018985684744533574738342609546590305007804103369508629955862879380372209408243619733161665312190659299282588605739192548073087701715328293818963844281898381908901888 9/1223741935449831412075942738978134298953370438186361220031216413478034519823451517521488837632974478932646661248762637197130354422956770192292350862861313175255855377127593527635607552 9/4894967741799325648303770955912537195813481752745444880124865653912138079293806070085955350531897915730586644995050548788521417691827080769169403451445252700743421508510374110542430208 9/19579870967197302593215083823650148783253927010981779520499462615648552317175224280343821402127591662922346579980202195154085670767308323076677613805781010802973686034041496442169720832 9/78319483868789210372860335294600595133015708043927118081997850462594209268700897121375285608510366651689386319920808780616342683069233292306710455223124043211894744136165985768678883328 9/313277935475156841491441341178402380532062832175708472327991401850376837074803588485501142434041466606757545279683235122465370732276933169226842220892496172757896544664663074714755533312 9/1253111741900627365965765364713609522128251328702833889311965607401507348299214353942004569736165866427030181118732940489861482929107732676907368883569984691031586178658652298859022133248 9/5012446967602509463863061458854438088513005314811335557247862429606029393196857415768018278944663465708120724474931761959445931716430930707629475534279938764126344714634609195436088532992 9/20049787870410037855452245835417752354052021259245342228991449718424117572787429663072073115778653862832482897899727047837783726865723722830517902137119755056505378858538436781744354131968 9/80199151481640151421808983341671009416208085036981368915965798873696470291149718652288292463114615451329931591598908191351134907462894891322071608548479020226021515434153747126977416527872 9/320796605926560605687235933366684037664832340147925475663863195494785881164598874609153169852458461805319726366395632765404539629851579565288642434193916080904086061736614988507909666111488 9/1283186423706242422748943733466736150659329360591701902655452781979143524658395498436612679409833847221278905465582531061618158519406318261154569736775664323616344246946459954031638664445952 9/5132745694824969691795774933866944602637317442366807610621811127916574098633581993746450717639335388885115621862330124246472634077625273044618278947102657294465376987785839816126554657783808 9/20530982779299878767183099735467778410549269769467230442487244511666296394534327974985802870557341555540462487449320496985890536310501092178473115788410629177861507951143359264506218631135232 9/82123931117199515068732398941871113642197079077868921769948978046665185578137311899943211482229366222161849949797281987943562145242004368713892463153642516711446031804573437058024874524540928 9/328495724468798060274929595767484454568788316311475687079795912186660742312549247599772845928917464888647399799189127951774248580968017474855569852614570066845784127218293748232099498098163712 9/1313982897875192241099718383069937818275153265245902748319183648746642969250196990399091383715669859554589599196756511807096992323872069899422279410458280267383136508873174992928397992392654848 9/5255931591500768964398873532279751273100613060983610993276734594986571877000787961596365534862679438218358396787026047228387969295488279597689641833121069073532546035492699971713591969570619392 9/21023726366003075857595494129119005092402452243934443973106938379946287508003151846385462139450717752873433587148104188913551877181953118390758567332484276294130184141970799886854367878282477568 9/84094905464012303430381976516476020369609808975737775892427753519785150032012607385541848557802871011493734348592416755654207508727812473563034269329937105176520736567883199547417471513129910272 9/336379621856049213721527906065904081478439235902951103569711014079140600128050429542167394231211484045974937394369667022616830034911249894252137077319748420706082946271532798189669886052519641088 9/1345518487424196854886111624263616325913756943611804414278844056316562400512201718168669576924845936183899749577478668090467320139644999577008548309278993682824331785086131192758679544210078564352 9/5382073949696787419544446497054465303655027774447217657115376225266249602048806872674678307699383744735599798309914672361869280558579998308034193237115974731297327140344524771034718176840314257408 9/21528295798787149678177785988217861214620111097788870628461504901064998408195227490698713230797534978942399193239658689447477122234319993232136772948463898925189308561378099084138872707361257029632 9/86113183195148598712711143952871444858480444391155482513846019604259993632780909962794852923190139915769596772958634757789908488937279972928547091793855595700757234245512396336555490829445028118528 9/344452732780594394850844575811485779433921777564621930055384078417039974531123639851411691692760559663038387091834539031159633955749119891714188367175422382803028936982049585346221963317780112474112 9/1377810931122377579403378303245943117735687110258487720221536313668159898124494559405646766771042238652153548367338124604638255822996479566856733468701689531212115747928198341384887853271120449896448 9/5511243724489510317613513212983772470942748441033950880886145254672639592497978237622587067084168954608614193469352498418553023291985918267426933874806758124848462991712793365539551413084481799585792 9/22044974897958041270454052851935089883770993764135803523544581018690558369991912950490348268336675818434456773877409993674212093167943673069707735499227032499393851966851173462158205652337927198343168 9/88179899591832165081816211407740359535083975056543214094178324074762233479967651801961393073346703273737827095509639974696848372671774692278830941996908129997575407867404693848632822609351708793372672 9/352719598367328660327264845630961438140335900226172856376713296299048933919870607207845572293386813094951308382038559898787393490687098769115323767987632519990301631469618775394531290437406835173490688 9/1410878393469314641309059382523845752561343600904691425506853185196195735679482428831382289173547252379805233528154239595149573962748395076461295071950530079961206525878475101578125161749627340693962752 9/5643513573877258565236237530095383010245374403618765702027412740784782942717929715325529156694189009519220934112616958380598295850993580305845180287802120319844826103513900406312500646998509362775851008 9/22574054295509034260944950120381532040981497614475062808109650963139131770871718861302116626776756038076883736450467833522393183403974321223380721151208481279379304414055601625250002587994037451103404032 9/90296217182036137043779800481526128163925990457900251232438603852556527083486875445208466507107024152307534945801871334089572733615897284893522884604833925117517217656222406501000010351976149804413616128 9/361184868728144548175119201926104512655703961831601004929754415410226108333947501780833866028428096609230139783207485336358290934463589139394091538419335700470068870624889626004000041407904599217646464512 9/1444739474912578192700476807704418050622815847326404019719017661640904433335790007123335464113712386436920559132829941345433163737854356557576366153677342801880275482499558504016000165631618396870585858048 9/5778957899650312770801907230817672202491263389305616078876070646563617733343160028493341856454849545747682236531319765381732654951417426230305464614709371207521101929998234016064000662526473587482343432192 9/23115831598601251083207628923270688809965053557222464315504282586254470933372640113973367425819398182990728946125279061526930619805669704921221858458837484830084407719992936064256002650105894349929373728768 9/92463326394405004332830515693082755239860214228889857262017130345017883733490560455893469703277592731962915784501116246107722479222678819684887433835349939320337630879971744257024010600423577399717494915072 9/369853305577620017331322062772331020959440856915559429048068521380071534933962241823573878813110370927851663138004464984430889916890715278739549735341399757281350523519886977028096042401694309598869979660288 9/1479413222310480069325288251089324083837763427662237716192274085520286139735848967294295515252441483711406652552017859937723559667562861114958198941365599029125402094079547908112384169606777238395479918641152 9/5917652889241920277301153004357296335351053710648950864769096342081144558943395869177182060609765934845626610208071439750894238670251444459832795765462396116501608376318191632449536678427108953581919674564608 9/23670611556967681109204612017429185341404214842595803459076385368324578235773583476708728242439063739382506440832285759003576954681005777839331183061849584466006433505272766529798146713708435814327678698258432 9/94682446227870724436818448069716741365616859370383213836305541473298312943094333906834912969756254957530025763329143036014307818724023111357324732247398337864025734021091066119192586854833743257310714793033728 9/378729784911482897747273792278866965462467437481532855345222165893193251772377335627339651879025019830120103331572144056057231274896092445429298928989593451456102936084364264476770347419334973029242859172134912 9/1514919139645931590989095169115467861849869749926131421380888663572773007089509342509358607516100079320480413326288576224228925099584369781717195715958373805824411744337457057907081389677339892116971436688539648 9/6059676558583726363956380676461871447399478999704525685523554654291092028358037370037434430064400317281921653305154304896915700398337479126868782863833495223297646977349828231628325558709359568467885746754592 9/24238706234334905455825522705847485789597915998818102742094218617164368113432149480149737720257601269127686613220617219587662800793349916507475131452333980892190587909399312926513302234837438273871542987018368 9/96954824937339621823302090823389943158391663995272410968376874468657472453728597920598950881030405076510746452882468878350651203173399666029900525809335923568762351637597251706053208939349753095486171948073472 9/387819299749358487293208363293559772633566655981089643873507497874629889814914391682395803524121620306042985811529875513402604812693598664119602103237343574275049406550389006824212835757399012381944687792293888 9/1551277198997433949172833453174239090534266623924358575494029991498519559259657566729583214096486481224171943246119502053610419250774394656478408412949374297100197626201556027296851343029596049527778751169175552 9/6205108795989735796691333812696956362137066495697434301976119965994078237038630266918332856385945924896687772984478008214441677003097578625913633651797497188400790504806224109187405372118384198111115004676702208 9/24812435183958943186765335250787825448548265982789737207904479863976312948154521067673331425543783699586751091937912032857766708012390314503654534607189988753603162019224896436749621488473536792444460018706808832 9/99249740735835772747061341003151301794193063931158948831617919455905251792618084270693325702175134798347004367751648131431066832049561258014618138428759955014412648076899585747498485953894147169777840074827235328 9/396998962943343090988245364012605207176772255724635795326471677823621007170472337082773302808700539193388017471006592525724267328198245032058472553715039820057650304307598342989939815579576588679111360299308941312 9/1587995851773372363952981456050420828707089022898543181305886711294484028681889348331093211234802156773552069884026370102897069312792980128233890214860159280230601217230393371959759262318306354716445441197235764992 9/6351983407093489455811925824201683314828356091594172725223546845177936114727557393324372844939208627094208279536105480411588277251171920512935560859440637120922404869221573487839037049273225418865781764788943059968 9/25407933628373957823247703296806733259313424366376690900894187380711744458910229573297491379756834508376833118144421921646353109004687682051742243437762548483689619476886293951356148196973290075463127059155772239872 9/101631734513495831292990813187226933037253697465506763603576749522846977835640918293189965519027338033507332472577687686585412436018750728206968973751050193934758477907545175805424592787893160301852508236623088959488 9/406526938053983325171963252748907732149014789862027054414306998091387911342563673172759862076109352134029329890310750746341649744075002912827875895004200775739033911630180703221698371151572641207410032946492355837952 9/1626107752215933300687853010995630928596059159448108217657227992365551645370254692691039448304437408536117319561243002985366598976300011651503583580016803102956135646520722812886793484606290564829640131785969423351808 9/6504431008863733202751412043982523714384236637792432870628911969462206581481018770764157793217749634144469278244972011941466395905200046606014334320067212411824542586082891251547173938425162259318560527143877693407232 9/26017724035454932811005648175930094857536946551169731482515647877848826325924075083056631172870998536577877112979888047765865583620800186424057337280268849647298170344331565006188695753700649037274242108575510773628928 9/104070896141819731244022592703720379430147786204678925930062591511395305303696300332226524691483994146311508519955188063463462334483200745696229349120275398589192681377326260024754783014802596149096968434302043094515712 9/416283584567278924976090370814881517720591144818715703720250366045581221214785201328906098765935976585246034079820752253853849337932802982784917396481101594356770725509305040099019132059210384596387873737208172378062848 9/1665134338269115699904361483259526070882364579274862814880101464182324884859140805315624395063743906340984136319283009015415397351731211931139669585924406377427082902037220160396076528236841538385551494948832689512251392 9/6660537353076462799617445933038104283529458317099451259520405856729299539436563221262497580254975625363936545277132036061661589406924847724558678343697625509708331608148880641584306112947366153542205979795330758049005568 9/26642149412305851198469783732152417134117833268397805038081623426917198157746252885049990321019902501455746181108528144246646357627699390898234673374790502038833326432595522566337224451789464614168823919181323032196022272 9/106568597649223404793879134928609668536471333073591220152326493707668792630985011540199961284079610005822984724434112576986585430510797563592938693499162008155333305730382090265348897807157858456675295676725292128088089088 9/426274390596893619175516539714438674145885332294364880609305974830675170523940046160799845136318440023291938897736450307946341722043190254371754773996648032621333222921528361061395591228631433826701182704901168352356356352 9/1705097562387574476702066158857754696583541329177459522437223899322700682095760184643199380545273760093167755

Operatione fatta al modo ordinario.

				Vagliono				che valeranno			
	144	100	144	$7\frac{1}{2}$					16	18	
tornadure	tauole	piedi	onze	sc.	lir.	sol.	din.	Cauezzi	brac.	palmi	
23.	98.	55.	$107\frac{1}{3}$	193.	5.	8.	$6\frac{3}{4}$	97.	13.	$17\frac{2}{5}$	

tauole 3410
piedi 341055
144
1364220
4774770
$107\frac{1}{3}$
$49112027\frac{1}{3}$
753
147336081
3683402025
251
36981356582
18490678291)

cioè sc. 193. sol. $108\frac{9}{16}$
per sol. $\frac{1}{2}$ 1469383397
per sol. $\frac{1}{16}$ $183672924\frac{5}{8}$
23510134352
2938766794
150) sol. $319039870073\frac{5}{8}$
2126932467. sol. $23\frac{5}{8}$
8816300382
26448901146
2938766794
sc. 569308923709. sol. $23\frac{5}{8}$
sc. 30. s. 118. d. 4
55472034873
sc. 14588574979
150
sol. $2188286246873\frac{5}{8}$
33921841777
154311634863
sol. $6386208535\frac{5}{8}$
din. $76634502427\frac{1}{2}$
$2671789263\frac{1}{2}$
sc. 30. lir. 5. sol. 18. din. 4 5343578527
36981356582
sc. 386. lir. 10. sol. 17. din. $1\frac{1}{2}$
18490678291
23834256818
Valerãno sc. 418. lir. 1. sol. 18. din. 5 11917128409
18490678291

che sono
144. 100. 144
torn: tau. pie. onz.
51. 19. 16. $40\frac{40}{251}$
tauole 7363
piedi 736316
8835792
onz. $106029544\frac{40}{251}$
753
318088632
7952215800
120
79840246752
39920123376. In questa la prima quantità entra 2. volte, & auãza 2938766794.

nominatione seguente nella quantità, che si parte, cioè à lire, moltiplicando per $7\frac{1}{2}$. numero delle lire, che constituiscono lo scudo, & douentaranno lire tornadure 67. tauole 2727. p. 0. onz. 4000. alle quali si doueranno giongere le lir. 9. che si trouano nella quantita, che partiamo, & fanno in tutto lire, ò vogliamo dire tornadure 76. tauole 2727. p. 0. onz. 4000. in questo il partitore entra 3. volte, che sono lir. 3. da scriuere fra le righe al suo luogo, cioè rincontro alla denominatione lire, & con esso 3. moltiplicare il partitore, che fà tornadure 69. tauole 295. piedi 65. onz. 322. da sottrare dalla quantità partita, che resta lir. 7. tauole 2431. p. 35. onz. 3678. il che ridurremo à soldi, cioè alla denominatione seguente, moltiplicando per 20. & fà sol. 140. tauole 48627. p. 0. onz. 73560. alli quali giongeremo li sol. 16. che si trouano nella quantità, che partiamo, & fanno in tutto soldi, ò vogliamo dire tornadure 156. tauole 48627. p. 0. onz. 73560. In questo il partitore entra 6. volte, che sono sol. 6. da scriuere fra le righe al suo luogo, cioè rincontro alla denominatione soldi, & con esso 6. moltiplicare il partitore, che fà soldi, ò tornadure 138. tauole 591. p. 30. onz. 644. da sottrare dalla quantità partita, & resta sol. 18. tauole 48035. p. 70. onz. 72916. il che ridurremo à din. denominatione seguente, moltiplicando per 12. & saranno din. 216. tauole 576428. p. 40. onz. 874992. alli quali giongeremo li din. ò tornadure $3\frac{123}{640}$. che si trouano nella quantità, che partiamo, riducendo però il rotto $\frac{123}{640}$. à tauole, piedi, onze, che sarà tauole 27. piedi 67. onz. 72. & haueremo poi in tutto per somma din. 219. tauole 576456. piedi 7. onz. 875064. da douer partire per la

prima

Digitized by Google

tornadure tauole piedi onze
23. 98. 55. 107 $\frac{1}{3}$
che sono
16 18
cauezzi brac. palmi
45. 5. 6 $\frac{248851}{1416240}$
bra. 725 8497440
pal. 13056 708120
1841112

Questi 18490678291. sono 1416240. esimi, qual denominatore, perche è doppio precise à 708120. denominatore di 1469383397. trouato nella terza quãtità, questo numero 1469383397. si doueria doppiare, acciò il ꝓdotto 2938766794. fusse della qualità del 18490628291. che si adopra per prima quãtità; onde noi senza mutare detto 1469383397. potiamo adoprarlo in vece di terza quantità, ma conuien poi doppiare quello, che per quarta quantità da esso resultarà, che quel doppio poi sarà la vera quarta quantità, che cõ li cauezzi 7. bra. 3. &c. si cerca.

Vagliono
7 $\frac{1}{2}$
sc. lir. sol. din.
193. 5. 8. 6 $\frac{3}{4}$
1351
96. 10
5
lir. 1452. sol. 18
sol. 29058
di. 348702 $\frac{3}{4}$

che valeranno
16 18
Cauezzi brac. palmi
97. 13. 17 $\frac{2}{5}$
90. 10. 12 $\frac{248851}{708120}$. doppio della 1. quant.
141624
283248
resta 24297
Cau. 7. bra. 3. pal. 5 $\frac{}{708120}$
bra. 115
palmi 2075
3540600
495684
141624
1469383397
din. 348702 $\frac{3}{4}$
734691698 $\frac{1}{2}$
367345849 $\frac{1}{4}$
2938766794
10285683779
11755067176
5877533588
4408150191
5123780313382 41 $\frac{3}{4}$
27710
36981356582
142564465518
129434748037
131297174812
129434748037
18624267754
18490678291
1335894631
150) sol. 2309. din. 2 $\frac{5343578527}{73962713164}$
sc. 15. lir. 2. sol. 19. din. 2 $\frac{5343578527}{73962713164}$
Il doppio è sc. 30. lir. 5. sol. 18. din. 4 $\frac{5343578572}{36981356582}$
Della seconda quantità il doppio è sc. 386. lir. 10. sol. 17. din. 1 $\frac{1}{2}$
18490678291
23834256818
Valeranno sc. 418. lir. 1. sol. 15. din. 5 $\frac{11917128409}{18490678291}$

prima quantità, ò partitor nostro; & perche quì sono molte onze, & tauole, che importano gran numero di tornadure, ò dinari, andaremo hora riducendo questa quantità alla forma ordinaria, cioè le onze à piedi, li piedi à tauole, & le tauole à dinari, ò tornadure, che ella douentarà dinari, ò tornadure 4222. tauole 84. piedi 83. onz. 120. quale partiremo per il nostro partitore al solito, & ne verrà din. 178 $\frac{2}{7}\frac{1}{3}\frac{0}{6}\frac{3}{6}\frac{0}{8}\frac{0}{0}\frac{1}{4}\frac{0}{1}$. che sono sol. 14. din. 10. &c. da ponere fra le righe al suo luogo, cioè li sol. 14. sotto alli sol. 6. già posti *(che con essi faranno sol. 20.)*

& li

Digitized by Google

Cauezzi 3. bra. $14\frac{3}{4}$. sono equiualenti à tornadure 2. tauole 7. piedi 5. onde questo mediãte ridurremo la prima, & la terza quantità ad vna istessa denominatione, cioè, ò la prima à cauezzi, &c. ouero la terza à tornadure, &c. hor sia, che si riduca la terza quantità à tornadure, che per farlo, diremo con vna Regola del Tre.

16	sono quanto	che saranno
Se cauezzi bra.	144.100	16. 18
3. $14\frac{3}{4}$	torn. tau. sol.	cau. bra. pal.
bra. $62\frac{3}{4}$	2. 7. 5	97. 13. $17\frac{2}{5}$
palmi $1129\frac{1}{2}$	tauole 295	br. 1567
11295	piedi 29505	p. $28187\frac{2}{5}$
3765	5901	281874
753		93958
		93958
		845622
		469790
		554446158
		736316
		2734
		4756
		2381
		1225
		4728
		210
		piedi $736316\frac{70}{251}$

144) tauole 7363. p. $16\frac{70}{251}$

51

163

tauole 19

10080

bra. 40

40

251

saranno tornadure 51. tauole 19. piedi 16. onz. $40\frac{40}{251}$

Et se si volesse ridurre la prima quantità alla denominatione della terza, cioè à cauezzi, &c. per farlo con vna Regola del Tre.

diressimo. Se	sono quãto	che saranno
144. 100	16	144.100.144
torn. tau. piedi	Cauez. bra.	tor. ta. pie. on.
2. 7. 5	3. $14\frac{3}{4}$	23. 98. 55. $107\frac{1}{3}$
tauole 295	bra. $62\frac{3}{4}$	tauole 3410
piedi 29505		piedi 341055
354060		144
di. 4248720		4092660
		onz. $49112027\frac{1}{3}$
		$62\frac{3}{4}$
		$12278006\frac{5}{6}$
		$36834020\frac{1}{2}$
		$98224054\frac{2}{3}$
		294672164
		$3081779715\frac{1}{6}$
		bra. 725. p. 6
		1076757
		2270131
		bra. $1457715\frac{1}{6}$
		18
		palmi 26238873
		746553
		248851
		1416240

saranno cauezzi 45. bra. 5. palmi $6\frac{248851}{1416240}$

& li din. 10. consequentemente sotto, ò rincontro alla denominationẽ dinari, & così haueremo in tutto per auuenimento della nostra totale partitione cauezzi sc. 800. lir. 4. sol. 0. din. $10\frac{2}{7}\frac{1}{3}\frac{0}{6}\frac{3}{8}\frac{0}{0}\frac{0}{4}\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. Questo auuenimento conuiene hora ridurlo alla denominatione dell'vnità principale della prima quantità, ò vogliamo dire del partitore adoprato, cioè à tornadure, sc. lir. sol. din. & per farlo, potremo moltiplicare esso auuenimento, che hà denominatione di cauezzi, per il numero delle tornadure, che constituiscono vn cauezzo; ma perche nõ sappiamo quante tornadure faccino vn cauezzo, noi lo trouaremo, mediãte il sapere, che cauezzi 3. bra. $14\frac{3}{4}$. sono equiualenti à tornadure 2. tauole 7. piedi 5. dicendo con vna Regola del Tre, ò domanda à questo effetto. Se cauezzi 3. bra. $14\frac{3}{4}$. importano, ò sono quanto tornadure 2. tauole 7. piedi 5; che sarà cauezzi 1? onde moltiplicando la seconda quantità per la terza, cioè tornadure 2. tau. 7. p. 5. per cauezzi 1. produrrà la medesma seconda quantità, ma con la denominatione di cauezzi di più; cioè produrrà cauezzi tornadure 2. tau. 7. p. 5. però fingẽdo, che la seconda quantità per causa di questa moltiplicatione d'essa via la terza, douẽti cauezzi tornadure 2. tau. 7. p. 5. la partiremo per la prima, cioè per cauezzi 3. bra. $14\frac{3}{4}$. che operando al solito, ne verrà cauezzi tornadure 0. tauole 75. piedi $23\frac{4}{2}\frac{7}{5}\frac{1}{1}$. dal che remossa la denominatione cauezzi, comune al partitore, & alla quantità partita, haueremo tornadure 0. tauole 75.

Digitized by Google

piedi $23\frac{*}{1}\frac{7}{4}$. & questo è quanto douenta vn Cauezzo ridotto à tornadure, cioè questo mostra, che il cauezzo è quanto tornadure o. tauole 75. piedi $23\frac{*}{1}\frac{7}{4}$. perilche doueremo moltiplicare li cauezzi, che habbiamo da ridurre à tornadure, cioè li cauezzi sc.800. lir.4. &c. via tornadure o. tauole 75. piedi $23\frac{*}{1}\frac{7}{4}$. procedendo al solito, come in margine si vede, & si ridurranno à tornadure sc. 418. lir. 1. sol. 15. din. $5\frac{1}{1}\frac{1}{*}\frac{9}{9}\frac{7}{0}\frac{1}{6}\frac{2}{7}\frac{5}{8}\frac{2}{2}\frac{0}{6}\frac{9}{0}$. dal che remosso la denominatione tornadure, comune à questa quantità, & alla prima delle tre principali proposte, haueremo finalmente sc. 418. lir. 1. sol. 15. din. $5\frac{1}{1}\frac{1}{*}\frac{9}{9}\frac{7}{0}\frac{1}{6}\frac{2}{7}\frac{5}{8}\frac{2}{2}\frac{0}{6}\frac{9}{0}$. che è la quarta quantità cercata, cioè il valore delli cauezzi 97. bra. 13. palmi $17\frac{2}{6}$.

Habbiamo in questi casi, ò domande superiori esemplificato il Moltiplicare, & Partire nelle quantità denominate, fingendo di lassarle continuamente con le loro denominationi, & questo per satisfare à bastanza alli curiosi di simili cose; ma perche elle sono più tosto laboriosi, che di profitto, non occorrerà porle in vso per seruirsene.

Hora per far cosa grata alli ingegnosi, à quali piacciono le diuerse sottigliezze nell'operare, seguiremo à proporre altri casi, ò domande, da risoluersi in varij, & dilettenoli modi.

Sia dunque che si dica. Libre 1. di seta vale lir. 8. sol. 18. din. 8. domando, che valerâno lib. 358. onz. 7? Noi per trouarlo, potremo supponere, che la libra vagli lir. 9. *(che passa di poco il vero valore)* & però le lib. 358. onz. 7. che sono lib. 358. & 7. 12. esimi, valeriano 9. lire, volte 358. & 7. 12. esimi, onde moltiplicando 9. lire, via 358. & 7. 12. esimi, faranno prima 63. onze di lire, cioè 63. 12. esimi, che sono 5. lire intiere da serbare, & 3. 12. esimi, cioè $\frac{1}{4}$. di lire, che è 5. soldi, & poi lir. 9. via 358. con giongere al prodotto le lir. 5. serbate, che in tutto il prodotto sarà lir. 3227. sol. 5. Hora considerisi, che valendo la libra della seta solo lir. 8. sol. 18. din. 8. ella viene à valere sol. 1. din. 4. cioè din. 16. manco di lir. 9. m din. 16. sono $1^{a}-\frac{1}{12}$. d vna lira *(perche din. 240. fanno vna lira)* però conuien vedere quanto vagliono lib. 358. onz. 7. à lir. $-\frac{1}{12}$. la libra, & cauare questo valore dalle lir. 3227. sol. 5. trouate, che il restante sarà il vero valore delle lib. 358. onz. 7. di seta à lir. 8. sol. 18. din. 8. la libra; ma le lib. 358. onz. 7. cioè lib. $358\frac{7}{12}$. à lir. 1. la libra, valerebbono lir. $358\frac{7}{12}$. onde à lir. $-\frac{1}{12}$. la libra valeranno $-\frac{1}{12}$. di lir. $358\frac{7}{12}$. però pigliaremo l'$-\frac{1}{12}$. cioè partiremo per 15. le lir. 358. onz. 7. ò vogliamo dire le lir. 358. & 7. 12. esimi; che quanto alle lir. 358. à partirle per 15. ne viene lir. 23. & auanzano lir. 13. che sono sol. 260. quali portiti per 15. ne viene sol. 17. din. 4. & in tutto sono lir. 23. sol. 17. din. 4. da andar scriuendo per ordine sotto alle lir. 3227. sol. 5. & quanto alle onz. 7. di lire, ò vogliamo dire alli 7. 12. esimi di libre, à partirli per 15. perche la lira è din. 240. ciascun 12. esimo di lire sarà din. 20. però li 7. 12. esimi sarâno din. 140. quali partiti per 15. ne viene din. $9\frac{1}{2}$. che con le lir. 23. sol. 17. din. 4. fanno lir. 23. sol. 18. din. $1\frac{1}{2}$. però potremo accomodare li sol 17. din. 4. talmente, che siano sol. 18. din. $1\frac{1}{2}$. Et queste lir. 23. sol. 18. din. $1\frac{1}{2}$. sottraremo da lir. 3227. sol. 5. che restarà lir. 3203. sol. 6. din. $10\frac{1}{2}$. & questo è il domãdato valore delle lib 358. onz. 7. al prezzo detto.

Valeranno lir. 3203. sol. 6. din. $10\frac{1}{2}$

lib.	lir.	sol.	din.	lib.	onz.
1)	8.	18.	8	358.	7
					9

lir. 3227 sol. 5
lir. 23. sol. 18. din. $1\frac{1}{2}$

Et dicendosi lib. vna di seta vale lir. 11. sol. 19. din. 4. che valerâno lib. 7593. onz. 11. quarti 1? Noi per trouarlo potiamo supponere, che le lib. 7593. onz. 11. quarti 1. siano intieramente lib. 7594. *(che è poco più della quantità proposta)* & che la libra vaglia intieramente lir. 12. *(che è poco più del vero valore proposto)* & trouare quanto valeriano lib. 7594. à lir. 12. la libra; moltiplicando lir. 12. con 7594. che farà lir. 91128. ma perche la libra non vale intieramente lir. 12. anzi din. 8. di manco, vedremo quanto manco di lir. 91128. vengono à valere lib 7594. & lo potremo fare, moltiplicando din. 8. con 7594. che fà din. 60752. che ridotti à lire, partêdo per 240. numero delli dinari, che constituiscono la lira *(cioè partendo 6075. per 24. che ne viene 253. & sono lire, & auanza 3. che con il 2. fà 32. & sono din. cioè sol. 2. din. 8.)* si riducono à lir. 253. sol. 2. din. 8. che è il valore di lib. 7594. à din. 8. la libra; Quero per trouare questo valore à din. 8. la libra, consideraremo, che din. 8. sono l'$\frac{1}{3}$. d'vna lira, però le lib. 7594. valeranno 7594. trent'esimi di lire; onde partendo lir. 7594. per 30. ne viene lir. 253. sol. 2. din. 8. che si trouano più del douere nelle lir. 91128. però si douerà cauarle da esse lir. 91128. & resta lir. 90874. sol. 17. din. 4. che è il vero valore di lib. 7594. à lir. 11. sol. 19. din. 4. vero valore proposto la libra; cioè se le libre

lib.	lir.	sol.	din.	lib.	12. onz.	4 quarti
1)	11.	19.	4	7593.	11.	1

lir. 91128
lir. 253. sol. 2. din. 8
lir. 90874. sol. 17. din. 4
sol. 15
lir. 90874. sol. 2. din. $4\frac{1}{2}$. valeranno.

Digitized by Google

libre di ſeta propoſte fuſſero intieramente 7594. elle valeriano veramente lir. 90874. ſol. 17. din. 4. ma elle ſono 3. quarti d'oncia di manco, però cauandone il valore di quelli 3. quarti d'oncia, il reſtante ſara il vero valore cercato; & per trouare il valore di queſti 3. quarti d'oncia, che ſono $\frac{3}{6}$. di libra, pigliaremo il ſedicieſimo del valore della libra, cioè partiremo lir. 11. ſol. 19. din. 4. per 16. che ne viene ſol. 14. din. $11\frac{1}{2}$. quali cauati dalle lir. 90874. ſol. 17. din. 4. reſta lir. 90874. ſol. 2. din. $4\frac{1}{2}$. & queſto è il vero valore cercato delle libre 7593. onz. 11. quarti 1. propoſte a lir. 11. ſol. 19. din. 4. la libra. Quero per trouare il valore delli 3. quarti d'onza, cioè d'$\frac{3}{6}$. di libra, potreſimo, fingendo pure, che la libra vagli lir. 12. pigliare il ſedicieſimo di lir. 12. cioè di ſol. 240. che è ſol. 15. & cauarli da lir. 90874. ſol. 17. din. 4. che reſta lir. 90874. ſol. 2. din. 4. ma perche la libra non vale intieramente lir. 12. conoſciamo, che li ſol. 15. cauati ſono più del douere, & però douerà reſtare tanto più, quanto è quello, che più del douere, s'è cauato, cioè quanto è quello, che li quarti 3. vagliono manco di ſol. 15. & per trouarlo, conſiderando, che la libra vale din. 8. manco di lir. 12. conoſceremo, che li quarti 3. che ſono l'$\frac{3}{6}$. di libra, valeranno anco l'$\frac{3}{6}$. di din. 8. manco delli ſol. 15. ma il ſedicieſimo di din. 8. è din. 8. ſedicieſimi, cioè din. $\frac{1}{2}$. *(che à partire 8. dinari per 16. ne viene din. $\frac{8}{16}$. che è din. $\frac{1}{2}$.)* però eſsi 3. quarti valeranno din. $\frac{3}{6}$. manco di ſol. 15. cioè dalle lir. 90874. ſol. 17. din. 4. à cauarne ſol. 15. le n'è cauato din. $\frac{1}{2}$. più del douere, & però il reſtante è din. $\frac{1}{2}$. manco del douere; perilche à detto reſtante, che è ſtato lir. 90874. ſol. 2. din. 4. giongeremo din. $\frac{1}{2}$. che la ſomma ſarà lir. 90874. ſol. 2. din. $4\frac{1}{2}$. & queſto è il vero valore cercato delle lib. 7593. din. 11. quarti 1. à lir. 11. ſol. 18. din. 4. la libra,

Et ſappiaſi, che queſta, & altre ſimili domande, ò Regole di Tre, ſi poſſono riſoluere con vn modo naturale, & giudiciolo, vſato da molti, & maſsime da Mercanti, che è il ſeguente.

Non dire lib. 1. di ſeta vale lir. 11. ſol. 19. din. 4. domando quanto valeranno lib. 7593. onz. 11. quarti 1? Prima veggaſi quanto valeranno le lib. 7593. intiere à dette lir. 11. ſol. 19. din. 4. la libra; & per trouarlo, veggaſi prima quanto elle valeranno à lir. 11. moltiplicando 7593. via 11. che produrranno lir 83523. poi ſi ſegua alli ſol. 19. quali ſol. 19. ſi diuidano, ò ſeparino in parti ſimplici di lire, cioè in rotti di lire, che habbino per numeratore la vnità, che hora ſi potranno ſeparare in ſol. 10. che è lir. $\frac{1}{2}$. *(cioè la mità d'vna lira)* in ſol. 5. che è $\frac{1}{4}$. di lira, & in ſol. 4. che è $\frac{1}{5}$. di lira, & ſi valutino le lib. 7593. à ciaſcuno di queſti prezzi, ſcriuendo le valute d'eſſe per ordine l'vna ſotto all'altra, acciò ſi poſsino poi facilmente ſommare inſieme; che quãto alli ſol. 10. mità d'vna lira, eſſe lib. 7593. che à lir. 1. la libra, valeriano lir. 7593. valeranno tante lire, quãto è la mità di 7593. perilche per trouar'il valore d'eſſe à ſol. 10. cioè à lir. $\frac{1}{2}$. la libra, pigliaremo la mità di 7593. conſiderandolo, ò pigliandolo come lira, & eſſa mità ſarà lir. 3796. ſol. 10. quale è il valore delle lib. 7593. à ſol. 10. la libra; & per il valore d'eſſe à ſol. 5. che è il quarto d'vna lira, elle valeranno il quarto di lir. 7593. ò vogliamo dire, perche ſol. 5. ſono la mità di ſol. 10. elle valeranno la mità di lir. 3796. ſol. 10. ouero la quarta parte di lir. 7593. & per auuenimento haueremo lir. 1898. ſol. 5. da andar ponendo al ſuo luogo, che è il valore delle lib. 7593. à ſol. 5. la libra; poi per il valore delle medeſme à ſol. 4. la libra, perche ſol. 4. è la quinta parte di ſol. 20. cioè d'vna lira, pigliaremo il quinto di lir. 7593. che è lir. 1518. ſol. 12. & cosi haueremo eſpediti li ſol. 19; reſtano li din. 4; che per trouare il valore delle lib. 7593. a din. 4. la libra, conſideraremo, che queſti din. 4. ſono la terza parte d'vn ſoldo, & però l'$\frac{1}{3}$. di ſol. 4. riſpetto alli quali ſol. 4. già ſappiamo il valore d'eſſe lib. 7593. eſſere lir. 1518. ſol. 12. però il valore loro, riſpetto alli din. 4. duodecima parte di ſol. 4. ſarà il dodicieſimo di lir. 1518. ſol. 12. perilche partiremo lir. 1518. ſol. 12. per 12. che ne viene lir. 126. ſol. 11. & queſto è il valore di libre 7593. à din. 4. la libra, ſi che eſſe lib. 7593. à lir. 11. ſol. 19. din. 4. la libra, valeranno la ſomma di tutte le quantità, ò valori partiali trouati à lir. 11. à ſol. 10. à ſol. 5. à ſol. 4. & à din. 4. qual ſomma ſaria lir. 90862. ſol. 18. però quando ſi domandaſſe quanto vagliono lir. 7593. di ſeta à lir. 11. ſol. 19. din. 4. la libra, riſponderesimo che valeriano lir. 90862. ſol. 18. ma hora, perche

lib.	lir.	ſol.	din.
1)	11.	19.	4

lib.	onz.	quarti
7593.	11.	1

le lib. 7593. à lir. 11. la libra lir. 83523.
à ſol. 10 lir. 3796. ſol. 10
à ſol. 5 lir. 1898. 5
à ſol. 4 lir. 1518. 12
à din. 4. lir. 126. 11
le onz. 6. lir. 5. ſol. 19. di. 8
le onz. 3. lir. 2. 19. 10
le onz. 2. lir. 1. 19. $10\frac{2}{6}$
li quarti 1. lir. 4. $11\frac{5}{6}$

Valeranno lir. 90874. ſol. 2. di. $4\frac{1}{2}$

oltre

Digitized by Google

oltre alle lib. 7593. vi ſono onz. 11. quarti 1. conuien trouare il valore di queſte onz. 11. quarti 1. à ragione di dette lir. 11. ſol. 19. din. 4. la libra, che per farlo, procedēdo nel medeſmo modo giudiciale, diuideremo queſte onz. 11. in parti ſimplici di libra à noſtro beneplacito, per poterne, partendo il valore della libra, trouar facilmente il valore di queſte parti, & elle potranno eſſere onz. 6. che è lib. $\frac{1}{2}$. onz. 3. che è lib. $\frac{1}{4}$. ouero la metà di lib. $\frac{1}{2}$. cioè d'onz. 6. ſopradette, & onz. 2. che è la ſeſta parte d'vna libra, ouero la terza parte d'onz. 6. ſopradette, metà della libra; & perciò riſpetto alle onz. 6. cioè per trouare il valore d'eſſe, partiremo lir. 11. ſol. 19. din. 4. valore della libra per 2. che ne viene lir. 5. ſol. 19. din. 8. & queſto è il valore delle onz. 6. poi per le onz. 3. perche elle ſono la metà d'onz. 6. partiremo lir. 5. ſol. 19. din. 8. per 2. che ne viene lir. 2. ſol. 19. din. 10. & queſto è il valore d'eſſe onz. 3. & per le onz. 2. perche elle ſono il terzo d'onz. 6. partiremo lir. 5. ſol. 19. din. 8. valore delle onz. 6. per 3. che ne viene lir. 1. ſol. 19. din. 10 $\frac{2}{3}$. & queſto è il valore d'onz. 2. Reſta hora à trouare il valore di quarti 1. onde, perche quarti 1. è $\frac{1}{12}$. d'oncia, & conſequentemente l'ottauo d'onz. 2. delle quali onz. 2. ci è noto il valore eſſere lir. 1. ſol. 19. din. 10 $\frac{2}{3}$. partiremo queſte lir. 1. ſol. 19. din. 10 $\frac{2}{3}$. per 8. & ne viene ſol. 4. din. 11 $\frac{5}{6}$. per il valore di quarti 1. di ſeta; fatto queſto, & hauēdo accomodati li detti valori partiali tutti per ordine l'vno ſotto all'altro, li ſommaremo inſieme, che fanno lir. 90874. ſol. 2. din. 4 $\frac{1}{2}$. & queſto è il valore delle lib. 7593. onz. 11. quarti 1. à lir. 11. ſol. 19. din. 4. la libra, Et coſi con queſto modo giudiciale, ciaſcuno, che ſappia bene partire, & ſommare i numeri di ciaſcuna ſorte, potrà facilmēte trouare il valore di qual ſi vogli quantità di coſe, à vn tanto l'vna.

Et dicendoſi, Vna verghetta, ò colanetta d'oro, che peſa doppie, ò monete d'oro 3 $\frac{4}{7}$. vale ducatoni 14. lir. 2. ſol. 7. din. 5. *(che il ducatone vale lir. 4. ſol. 6.)* domandò al medeſmo prezzo quanto valerà vna verghetta, ò colanetta d'oro ſimile, che peſa doppie, ò monete d'oro ſimili 113? Noi per operare facilmente, potremo ridurre li ducatoni 14. lir. 2. ſol. 7. à ſoldi, moltiplicando il 14. numero delli ducatoni per 86. numero delli ſoldi, che conſtituiſcono il ducatone, & venir giongendo al prodotto li ſol. 47. contenuti nelle lir. 2. ſol. 7. che coſi haueremo ſol. 1251. & anco li din. 5. Et perche la prima, & la terza quātità ſono d'vna iſteſſa denominatione, eſſendo ambedue monete d'oro d'vn medeſmo valore, ſe bene la prima è compoſta d'intiero, & rotto, & la terza è ſolo intiero, non occorre mouerle dal ſuo eſſere; onde moltiplicaremo la ſeconda, che è ſol. 1251. din. 5. per 113. num. della terza, che il prodotto ſarà ſol. 141410. din. 1. quali partiremo per il numero della prima quantità, cioè per 3 $\frac{4}{7}$. che è $\frac{25}{7}$. *(& però conuerrà moltiplicare per 5. denominatore, & partire il prodotto per 19. numeratore; ouero conuerrà prima partire per 19. numeratore, & poi moltiplicare per 5. denominatore)* & ne verrà ſol. 37239. din. 5 $\frac{15}{19}$. che hora ridotti li ſol. 37239. à ducatoni, partēdoli per 86. numero de' ſoldi, che conſtituiſcono vn ducatone, ne viene ducatoni 433. & ſol. 1. però li ſol. 37239. din. 5 $\frac{15}{19}$. ſopradetti, ſaranno ducatoni 433. lir. 0. ſol. 1. din. 5 $\frac{15}{19}$. & queſta è la quarta quantità cercata, cioè il valore della verghetta, ò colana d'oro, che peſa doppie, ò monete d'oro 113. Et notiſi, che nel moltiplicare la ſeconda quantità, cioè li ſol. 1251. din. 5. per il numero della terza, cioè per 113. Quanto alla moltiplicatione delli din. 5. via 113. & riduttione del prodotto, che faria din. 565. à ſoldi, che donētariano ſol 47. din. 1. Noi douendo moltiplicare 113. per 5. & partire il prodotto per 12. conſiderando, che à moltiplicare 1. din. via 113. faria din. 113. che partiti per 12. douentano ſol. 9. din. 5. & però à moltiplicare 5. din. via 113. faria 5. volte tanto, cioè ſol. 45. & din. 25. che ſono ſol. 47. din. 1. potiamo breuemente con la memoria dire il 12. in 113. moltiplicante entra 9. volte, che ſono ſoldi, & auanza 5. che ſono dinari, & queſto moltiplicato in mente via 5. numero delli din. 5. da moltiplicare fà din. 25. *(che ſono ſol. 2. din. 1.)* & ſol. 45. cioè in tutto fà ſol. 47. din. 1. da ponere in margine, & poi ſeguire alla moltiplicatione delli ſol. 1251. via il 113. da giongere alli ſopradetti ſol. 47. din. 1. che haueremo in tutto ſol. 141410. din. 1. per prodotto della moltiplicatione della ſeconda quantità nella terza.

4. ſol. 6

Ducatoni lir. ſol. din. (113

3 $\frac{4}{7}$) 14. 2. 7. 5

ſol. 1251

ſol. 47. din. 1

3753

13761.

$\frac{1}{25}$ ſol. 141410. din. 1

7447. din. 10 $\frac{5}{7}$

86) ſol. 37239. din. 5 $\frac{15}{19}$

ducatoni 433

283

259

ſol. 1

Ducatoni 433. lir. 0. ſol. 1. din. 5 $\frac{15}{19}$

Et dicendoſi, lib. 2. onz. 3 $\frac{5}{6}$. d'argento vale ducatoni 24. lir. 3. ſol. 17. din. 8 $\frac{2}{3}$. che valeranno lib. 5. onz. 7. d'argento ſimili al medeſmo prezzo? Noi ridotta la prima, & la terza quātità à onze,

Digitized by Google

lir.4. fol.6

lib. onz.	Ducatoni lir. fol. din.	lib. onz.
2. 3 5/8	24. 3. 17. 8 3/4	(5. 7
onz. 27 5/8	fol.2141	onz.67
	14987	22 1/4
	12846	44 1/4
	fol. 48.d.4 3/4	536
221	fol. 143495.d.4 5/8	580 3/4.din.
8	649.d.3	
	1089	
	2055	
	fol.66	
	din. 796 1/4	
	133	
	fol. 649. din. 3 401/663 3208	
	8	
	556	
86)	fol. 5194. din. 4 556/663	

Ducatoni 60. lir. 1. fol. 14. din. 4 5/6 6/6

mero della prima *(& potremo prima partire per 221. che ne viene fol. 649. din. 3 6/6 1/6, & questo moltiplicarlo per 8. che fà 5194. din. 4 5/6 6/6.)* che ne viene fol. 5194. din. $4\frac{5}{6}\frac{6}{6}\frac{1}{6}$. & questa è la quarta quantità; che ridotti in foldi à ducatoni, & lire, & foldi, haueremo ducatoni 60. lir. 1. fol. 14. din. $4\frac{5}{6}\frac{6}{6}$. che è il valore delle libre 5. onz. 7. d'argento.

Et dicèdosi, Vna lamina d'oro fino, che pesa lib. 3. onz. 5 5/8. vale Cecchini 364. lir.7. fol.12. din.8 3/4. domàdo Vna lamina simile d'oro fino, che pesa lib. 15 7/8. quanto valerà? Noi ridurremo la prima, & la terza quantità ad vna istessa denominatione, & sia à onze; che la terza moltiplicandola per 12. numero delle onze, che constituiscono la libra, sarà onz.182 1/2. & la prima sarà onz.41 3/8. & le potremo lassare così, senza cercare intieri equiualenti ad esse; ò vogliamo dire, che habbino fra loro la conuenienza medesma, che hanno esse, & quanto alla seconda, essendoci detto, che il Cecchino vale lir.10. fol. 8. noi la ridurremo à foldi, & dinari, che sarà fol. 75864. din. 8 1/4. da moltiplicare per 182 1/2. numero della terza, onde prima la moltiplicaremo per l'intiero 182. al solito, & poi per 1/2. il che sarà partendo per 7. detti fol.75864. din: 8 1/4. & giongendo l'auuenimento al prodotto trouato con la molciplicatione del 182. intiero, haueremo in tutto fol. 13818218. din. $6\frac{9}{8}$. & questo partiremo per 41 3/8. cioè per 1 2 5/4. num. della prima *(moltiplicando per 3. denominatore, & partendo il prodotto per 125. numeratore)* che ne verrà fol.331637.d.2 1/4 1/32. quali ridurremo hora à Cecchini, partendo li foldi per 208. numero delli foldi, che constituiscono il Cecchino, & ne verranno Cecchini 1594. & fol.85. perilche haueremo Cecchini 1594. lir.4. fol.5. din.

à onze, che la prima sarà onz. 27 5/8. & la terza onz.67. *(ne occorre ridurle hora à forma di numeri intieri, cioè trouare dui numeri intieri equiualenti ad esse, moltiplicàdole per 8. che perciò non si verrebbe hora ad abbreuiare la operatione)* Et rispetto delli ducatoni ridotta la seconda à fol. 2141. din. 8 3/4. la moltiplicaremo per 67. num. della terza; che fà fol. 143495. din. 4 1/4. il che partiremo p 27 5/8. cioè p 2 2 3/4. nu-

lir.10. fol.8

lib. onz.	Cecchini lir. fol. din.	lib.
3. 5 3/4)	364. 7. 12. 8 1/4	(15 5/8
onz. 41 3/8	208	din. 182 1/2
	2912	
	728	
	152	
	fol. 75864. d.8 1/4	
	182 1/2	
	546	
	136 1/2	
	1456	
	din. 1592 1/2	
	fol. 132. din.8 1/4	
	151728	
	1365552	
	10837.din.9 2 4/8	
125	fol. 13818218. din.6 9/8	
3	41454655. din.6 2 7/8	
	fol. 331637. din.2 1/4 1/32	
	395	
	204	
	796	
	465	
	905	
	fol. 30	
	din. 366	
	116 2 7/8	
	928	
	232	
	27	
	3675	
	3500	
208)	f.331637.d.2 131	
	140	
	Cecch. 1594	
	1236	
	1963	
	917	Cecchini 1594. lir.4. fol.
	fol. 85.	5. din. 2 1/4 1/32.

Digitized by Google

$2\frac{4}{6}\frac{4}{6}$. per la quarta quantità cercata, ò valore domandato. Et dicendosi lib. 13. onz. $4\frac{4}{6}$. vagliono lir. 26. sol. 15. che valeranno lib. $8\frac{2}{3}$? Noi potremo ridurre la prima à libre, denominatione simplice della terza, poiche hora le onze $4\frac{4}{6}$. sono vn rotto facile di libra, cioè sono lib. $\frac{2}{3}$. & così per la prima haueremo lib. $13\frac{2}{3}$. ne ci curaremo di trouare num. intieri equialenti alla prima, & alla terza; ma le adopraremo così. Ancora nella seconda, perche li sol. 15. sono vn rotto facile di lire, cioè $\frac{3}{4}$. di lire, potremo dire, che la seconda è lir. $26\frac{3}{4}$. & questa moltiplicarla per $8\frac{2}{3}$. numero della terza, che quanto al $\frac{2}{3}$. potremo moltiplicare per 2. numeratore, & partire per 3. denominatore, che ne viene $17\frac{1}{3}$. per prodotto, al che gionto il prodotto di $26\frac{3}{4}$. via 8. che è 214. fa in tutto lir. $231\frac{1}{12}$. Per prodotto della seconda, via la terza, il che partiremo per $13\frac{2}{3}$. cioè per $\frac{41}{3}$. numero della prima *(moltiplicando per 5. denominatore, & partendo per 67. numeratore)* & ne viene lir. 17. sol. 6. din. $\frac{6}{67}$. che è la quarta quantità cercata, cioè il valore delle lib. $8\frac{2}{3}$.

lib. onz. lir. sol. lib.
13. $4\frac{4}{6}$) 26. 15. ($8\frac{2}{3}$
lib. $13\frac{2}{3}$. lir. $26\frac{3}{4}$

$53\frac{1}{2}$
$17\frac{1}{6}$
214
63 $231\frac{5}{12}$
5 $1159\frac{1}{6}$
lir. 17. sol. 6. di. $\frac{6}{67}$
489
lir. $20\frac{1}{3}$
sol. 403. din. 4

Et dicendosi, lib. 56. d'alcuna cosa vagliono lir. 39. sol. 17. din. $5\frac{1}{4}$. domando, che valerâno lir. 523. onz. $6\frac{2}{3}$? Noi potremo cõsiderare, che se lib. 56. valessero lir. 56. cioè che ciascuna libra valesse lir. 1. le lib. 523. onz. $6\frac{2}{3}$. cioè le lib. 523. & $6\frac{2}{3}$. 12. esimi valeriano lir. 523. & $6\frac{2}{3}$. 12. esimi, che ridotti à soldi, perche $6\frac{2}{3}$. 12. esimi sono $\frac{20}{3}$. cioè $\frac{6}{3}$. à moltiplicare sol. 20. per $\frac{6}{3}$. fà sol. 100. noni, cioè sol. $11\frac{1}{3}$; & sol. $\frac{1}{3}$. sono din. $\frac{12}{3}$. cioè din. $1\frac{1}{3}$. onde li $6\frac{2}{3}$. 12. esimi di lire sono sol. 11. din. $1\frac{1}{3}$. Quero per ridurre essi $6\frac{2}{3}$. 12. esimi di lire, a soldi, & dinari; moltiplicaremo 20. numero de' soldi, che cõstituiscono la lira, via $6\frac{2}{3}$. numeratore, che fà 120. & $\frac{20}{3}$. cioè $133\frac{1}{3}$. quale partiremo per 12. denominatore, & ne viene sol. 11. & $1\frac{1}{3}$. 12. esimi; ma ciascuno 12. esimo di soldi è 1. din. però essi sol. $1\frac{1}{3}$. 12. esimi faranno din. $1\frac{1}{3}$. & così in tutto haueremo sol. 11. din. $1\frac{1}{3}$. per li $6\frac{2}{3}$. 12. esimi di lire; Quero, perche nelli $6\frac{2}{3}$. 12. esimi di lire, li 6. 12. esimi sono precise $\frac{1}{2}$. essi importaranno sol. 10. & li $\frac{2}{3}$. che sono li $\frac{8}{12}$. cioè l'$\frac{8}{9}$. di 6. faranno l'$\frac{8}{9}$. di sol. 10. cioè sol. $1\frac{1}{9}$. che l'$\frac{1}{9}$. di soldi è $\frac{1}{12}$. di dinari, cioè din. $1\frac{1}{3}$. però in tutto haueremo sol. 10. sol. 1. & din. $1\frac{1}{3}$. cioè sol. 11. din. $1\frac{1}{3}$. & tanto è li $6\frac{2}{3}$. 12. esimi di lire, che con le lir. 523. intiere, fanno lir. 523. sol. 11. din. $1\frac{1}{3}$. & questo saria il valore di lib. 523. onz. $6\frac{2}{3}$. se ciascuna libra valesse lir. 1. cioè se le lib. 56. valessero lir. 56. ma vagliono manco, però le lib. 523. onz. $6\frac{2}{3}$. valeranno manco di lir. 523. sol. 11. din. $11\frac{1}{3}$. & tal parte sarà il valore, che si cerca di lir. 523. sol. 11. din. $1\frac{1}{3}$. qual parte è lir. 39. sol. 17. din. $5\frac{1}{4}$. di lir. 56. Onde per trouare la quantità, che sia tal parte di lir. 523. sol. 11. din. $1\frac{1}{3}$. qual parte è lir. 39. sol. 17. din. $5\frac{1}{4}$. di lir. 56. andando diuidendo le lir. 39. sol. 17. din. $5\frac{1}{4}$. in quantità, che siano parti facili di lir. 56. & cominciando à pigliare lir. 28. potremo dire, Se lir. 56. valessero lir. 28. sua mità, le lir. 523. sol. 11. din. $1\frac{1}{3}$. valeriano similmente la mità d'esse lir. 523. sol. 11. din. $1\frac{1}{3}$. però ne pigliaremo la mità, che è lir. 261. sol. 15. din. $6\frac{2}{3}$. & così per lir. 28. mità di lir. 56. haueremo lir. 261. sol. 15. din. $6\frac{2}{3}$. poi seguendo verso le lir. 39. sol. 17. din. $5\frac{1}{4}$. potremo pigliare lir. 7. che sono la ottaua parte di lir. 56. ouero la quarta parte di lir. 28. però per esse lir. 7. pigliaremo il quarto di quello, che danno le lir. 28. cioè il quarto di lir. 261. sol. 15. din. $6\frac{2}{3}$. andandolo scriuendo per ordine sotto ad esse lir. 261. sol. 15. din. $6\frac{2}{3}$. & lo trouaremo essere lir. 65. sol. 8. din. $10\frac{2}{3}$. poi seguendo verso le lir. 39. dalle quali habbiamo già prese lir. 28. & lir. 7. che fanno lir. 35. perche le lir. 4. che vi restano sono il settimo di lir. 28. pigliaremo l'$\frac{1}{7}$. di quello, che corrisponde alle lir. 28. cioè partiremo per 7. le lir. 261. sol. 15. din. $6\frac{2}{3}$. nate per causa delle lir. 28. & haueremo lir. 37. sol. 7. din. $11\frac{5}{12}$. Et così espedite le lir. 39. seguendo alli sol. & din. vedremo, che nelli sol. 17. li sol. 10. sono parte di lir. 4. & sono l'ottauo, però essi importaranno l'ottauo di quello, che importano le lir. 4. che è lir. 37. sol. 7. din. $11\frac{5}{12}$. però pigliaremo l'ottauo d'esse lir. 37. sol. 7. din. $11\frac{5}{12}$. partendole per 8. & ne verrà lir. 4. sol. 13. din. $5\frac{3}{4}$. da andar scriuendo per ordine sotto alle altre quantità già scritte; poi, perche vediamo li sol. 7. che restano alli sol. 17. essere il vint'esimo di lir. 7. & che però essi daranno il 20. esimo di lir. 65. sol. 8. din. $10\frac{2}{3}$. nate per causa delle lir. 7. noi partiremo per 20. dette lir. 65. sol. 8. din. $10\frac{2}{3}$. cioè ne pigliaremo il 20. esimo, & haueremo lir. 3. sol. 5. din. $5\frac{1}{3}$. & seguendo alli din. $5\frac{3}{4}$. li din. 4. sariano l'$\frac{3}{12}$. di sol. 7. ma pigliando din. $\frac{23}{4}$. cioè din. $5\frac{3}{4}$. essi saranno l'$\frac{3}{7}$. delli sol. 7. però daranno l'$\frac{3}{7}$. di lir. 3. sol. 5. din. $5\frac{1}{3}$. corrispondenti alli sol. 7. perilche partendole per 16. ne verrà sol. 14. din. $1\frac{1}{7}$. poi nelli din. $5\frac{3}{4}$. leuatone din. $5\frac{1}{4}$. adoprati, vi restano din. $\frac{1}{2}$. quali non sono già parte Particolare di din. $\frac{23}{4}$. sopradetti, ma din. $\frac{1}{2}$. solo è ben parte particolare

Digitized by Google

lib. lir. fol. din: 56) 39. 17. $5\frac{1}{6}$)	lib. onz. 523. $6\frac{2}{6}$	
	lir. 523. fol. 11. din. $1\frac{1}{1}$	
per lir. 28. la mità del tutto.	lir. 261. fol. 15. din. $6\frac{2}{6}$	
per lir. 7. il $\frac{1}{4}$. delle lir. 28.	lir. 65. 8. $10\frac{4}{6}$	
per lir. 4. il $\frac{1}{7}$. delle lir. 28.	37. 7. $11\frac{5}{6}$	
per fol. 10. l' $\frac{1}{2}$. delle lir. 4.	4. 13. $5\frac{2}{1}$	
per fol. 7. il $\frac{1}{2}$. delle lir. 7.	3. 5. $5\frac{1}{1}$	
per din. $5\frac{1}{6}$. il $\frac{1}{10}$. delli f. 7.	14 $1\frac{1}{10}$	
per din. $\frac{1}{6}$. il $\frac{1}{2}$. delli d. $5\frac{1}{6}$.		$2\frac{8}{6}\frac{5}{6}$
per din. $\frac{1}{6}$. il medesimo.		$2\frac{8}{6}\frac{5}{6}$
	lir. 372. fol. 15. din. $9\frac{2}{6}\frac{1}{2}$	

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{6}\frac{8}{6}$ — $\frac{1}{10}$ $\frac{8}{6}\frac{0}{6}$

lib. lir. fol. din. 56) 39. 17. $5\frac{1}{6}$	lib. onz. 523. $6\frac{2}{6}$ 9	
	lib. 19. $6\frac{2}{6}$	
per le 9. volte lib. 56.	lir. 358. fol. 17. din. $3\frac{1}{6}$	
per lib. 14	lir. 9. 19. $4\frac{7}{10}$	
per lib. 4	lir. 2. 16. $11\frac{3}{10}$	
per lib. 1. onz. 2	lir. 16. $7\frac{7}{9}\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}\frac{1}{6}\frac{1}{6}$
per onz. $4\frac{2}{6}$	lir. 5. $6\frac{2}{6}\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}\frac{1}{6}\frac{9}{6}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{6}\frac{1}{6}$
	lir. 372. fol. 15. din. $9\frac{2}{6}\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{9}$ $\frac{1}{6}\frac{1}{6}$
		$\frac{2}{6}\frac{8}{6}\frac{6}{6}$ 7

ticolare d'esi din. $\frac{2}{6}\frac{1}{6}$. & è l' $\frac{1}{2}\frac{1}{1}$. però per dinari $\frac{1}{6}$. Pigliaremo l' $\frac{1}{2}\frac{1}{1}$. cioè partiremo p 21. li fol. 14. din. $1\frac{1}{1}\frac{1}{1}$. corrispondenti à din. $5\frac{2}{6}$. che ne viene din. $2\frac{8}{6}\frac{5}{6}$. & questo è quãto corrispõde à din. $\frac{2}{6}$. però all' altro din. $\frac{1}{6}$. che ci resta corrisponderà medesmamente din. $2\frac{8}{6}\frac{5}{6}$. scriueremo dunque dinari $2\frac{8}{6}\frac{5}{6}$. vn'altra volta per l'altro din. $\frac{1}{6}$. & così haueremo prese tutte le lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. & trouate tutte le quantità corrispondenti à ciascuna delle parti, in che habbiamo diuise esse lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. Hora sommaremo insieme tutte le dette quantità trouate, che per somma haueremo lir. 372. fol. 15. din. $9\frac{2}{6}\frac{1}{2}$. & questa è la quantità, che è tal parte di lir. 523. fol. 11. din. $1\frac{1}{1}$. qual parte è lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. di lir. 56. cioè tal conuenienza hà lir. 372. fol. 15. din. $9\frac{2}{6}\frac{1}{2}$. à lir. 523. fol. 11. din. $1\frac{1}{1}$. qual conuenienza hà lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. à lir. 56. onde se lir. 56. douentassero lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. allhora lir. 523. fol. 11. din. $1\frac{1}{1}$. douentariano lir. 372. fol. 15. din. $9\frac{2}{6}\frac{1}{2}$. Et però quando lib. 56. vagliono lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. allhora lib. 523. onz. $6\frac{2}{6}$. valeranno lir. 372. fol. 15. din. $9\frac{2}{6}\frac{1}{2}$. Auertasi, che gli rotti $\frac{2}{6}$. $\frac{8}{6}$. $\frac{5}{6}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{1}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{2}{6}$. $\frac{8}{6}$. $\frac{5}{6}$. trouati nelle quantità sopradette, si sommano insieme facilmẽte col giudicio; Che à $\frac{2}{6}$. mancano $\frac{2}{6}$. ad arriuare ad 1. intiero, però causti $\frac{2}{6}$. dalli $\frac{5}{6}$. restano $\frac{3}{6}$. cioè $\frac{1}{2}$. onde questi dui rotti $\frac{5}{6}$. & $\frac{1}{2}$. fanno 1. intiero, & di più $\frac{1}{2}$. poi li $\frac{8}{6}$. & $\frac{1}{6}$. fanno $\frac{9}{6}$. che giontoli vn'altro $\frac{1}{6}$. fanno $\frac{1}{2}$. cioè 2. intieri; ma perche $\frac{5}{6}$. contiene $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{6}$. di più (*che l'* $\frac{1}{6}$. *di* 252. *è solo* 84.) cauaremo $\frac{8}{6}\frac{4}{6}$. da $\frac{8}{6}\frac{5}{6}$. che vi restarà $\frac{1}{6}$. quale con l'altro $\frac{5}{6}$. farà $\frac{9}{6}\frac{0}{6}$. & l' $\frac{9}{6}\frac{0}{6}$. con li $\frac{1}{2}$. farà 2. intieri, & così haueremo ridotta tutta la somma d'esi rotti à 3. intieri, & di più vi faranno $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{1}$. & $\frac{8}{6}\frac{0}{6}$. che per sommarli insieme, ridurremo ciascuno d'esi à 252. esimi (*che il 7. & il 12. denominatori d'* $\frac{1}{2}$. *& d'* $\frac{1}{1}$. *entrano in* 252.) che l' $\frac{1}{2}$. farà 36. 252. esimi, & l' $\frac{1}{1}$. farà 21. 252. esimi, quali con li 86. 252. esimi faranno $\frac{1}{2}\frac{4}{5}\frac{2}{2}$. & così la somma di tutti li rotti sopradetti sarà $3\frac{1}{2}\frac{4}{5}\frac{2}{2}$. La istessa domanda, ò Regola di Tre, si è fatta ancora in altro modo, come si vede in margine, dicendo, La prima quantità, cioè lib. 56. nella terza, che è lib. 523. onz. $6\frac{2}{6}$. entra 9. volte, & vi auanzano lib. 19. onz. $6\frac{2}{6}$. però per le 9. volte lib. 56. il valore farà 9. volte lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. perilche le moltiplicaremo per 9. che fà lir. 358. fol. 17. din. $3\frac{1}{6}$. Resta hora à vedere quanto vagliono le lib. 19. onz. $6\frac{2}{6}$. rimanenti, che venendole diuidendo in parti particolari delle lib. 56. potremo pigliarne lib. 14. che sono l' $\frac{1}{4}$. di lib. 56. però valeranno l' $\frac{1}{4}$. di lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. che è lir. 9. fol. 19. din. $4\frac{7}{10}$. poi potremo pigliare lib. 4. che sono l' $\frac{1}{1}$. di lib. 56. però valeranno l' $\frac{1}{1}$. di lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. che è lir. 2. fol. 16. din. $11\frac{3}{10}$. poi potremo pigliare lib. 1. onz. 2. cioè onz. 14. che sono l' $\frac{1}{2}$. di lib. 14. però valeranno l' $\frac{1}{2}$. di lir. 9. fol. 19. din. $4\frac{7}{10}$. che è fol. 16. din. $7\frac{7}{9}\frac{1}{2}$. Ancora nelle lib. 523. onz. $6\frac{2}{6}$. vi restano onz. $4\frac{2}{6}$. cioè onz. $\frac{2}{6}$. che sono à punto l' $\frac{1}{1}$. d'onz.

Digitized by Google

lib. lir. fol. din.
39) 187. 8. $4\frac{2}{6}$

lib. onz.
(1354. $5\frac{1}{6}$
860

	lir.	fol.	din.		
per lir. 39.	1534.	8.	11$\frac{1}{2}$		
per lir. 117. tre tantl.	4063.	6.	10$\frac{1}{2}$		$2\frac{4}{6}$
per lir. 13. il $\frac{1}{3}$. di lir. 39.	451.	9.	$7\frac{5}{6}$		
per lir. 13. l'istesso.	451.	9.	$7\frac{5}{6}$		
per lir. 3. l' $\frac{1}{13}$. di lir. 39.	104.	3.	$9\frac{5}{6}$		
per lir. 1. fol. 10. la $\frac{1}{2}$. di lir. 3.	52.	1.	$10\frac{1}{2}$		$1\frac{3}{6}$
per fol. 15. la $\frac{1}{2}$. di lir. 1. fol. 10.	26.	0.	$11\frac{4}{6}$	5154	
per fol. 3. l' $\frac{1}{2}$. di fol. 15.	5.	4.	$2\frac{7}{6}$	859	
per din. 4. l' $\frac{1}{3}$. di fol. 3.		11.	$6\frac{5}{6}$	1944	
per din. $\frac{2}{3}$. l' $\frac{1}{6}$. di din. 4.		1.	$11\frac{5}{6}$	3744	
	lir. 6503.	19.	$5\frac{5}{6}$	11701	

lib. lir. fol. din.
39) 187. 8. $4\frac{2}{6}$

lib. onz.
(1354 $5\frac{1}{6}$
34. volte
184
lib. 28. onz. $5\frac{1}{6}$.

3168.	2.	$7\frac{1}{4}$		
lir. 6372.	5.	$2\frac{2}{3}$. per le lib. 39. 34. volte.		
14.	8.	$4\frac{2}{3}$. per lib. 3. il $\frac{1}{3}$. di lib. 39.		
115.	6.	$8\frac{0}{3}$. per lib. 24. 8. volte le lib. 3.	168	
4.	16.	$1\frac{4}{3}$. per lib. 1. il $\frac{1}{3}$. di lib. 3.	158	
1.	12.	$0\frac{5}{3}$. per onz. 4. l' $\frac{1}{3}$. di lib. 1.	326	
	8.	$0\frac{2}{3}$. per onz. 1. l' $\frac{1}{3}$. d'onz. 4.	731	
	2.	$0\frac{7}{18}$. per onz. $\frac{2}{3}$. l' $\frac{1}{18}$. d'onz. 1.	29	
	1.	$0\frac{7}{36}$. per onz. $\frac{1}{18}$. l' $\frac{1}{2}$. d'onz. $\frac{2}{18}$.	195	
lir. 6508.	19.	$5\frac{5}{6}$	469	

margine, troueremo, che valeranno lir. 6508. soldi 19. dinari $5\frac{5}{6}$.

d'onz. 14. però valeranno l'$\frac{1}{3}$. di fol. 16. din. $7\frac{2}{3}$. quale è fol. 5. din. $6\frac{1}{3}$. & così haueremo trouato il valore di tutte le quantità, che intieramente consistono le totali lib. 523. onz. $6\frac{2}{3}$. Hora sommeremo insieme questi valori particolari trouati, che fanno lir. 372. fol. 15. din. $9\frac{5}{6}$. il che è il valore delle lib. 523. onz. $6\frac{2}{3}$.

Et dicendosi lib. 39. vagliono lir. 187. fol. 8. din. $4\frac{2}{3}$. che valerano lib. 1354. onz. $5\frac{1}{6}$? Noi operando in qual si vogli delli dui modi sopradetti, come si vede in

lib. lir. fol. din.
100) 987. 17. 8

lib. onz.
(3954. 5

	lir.	fol.	din.	
per lir. 100.	3594.	8.	4	
per lir. 800. 8. volte lir. 100.	31635.	6.	8	
per lir. 80. l' $\frac{1}{10}$. di lir. 800.	3163.	10.	8	
per lir. 5. l' $\frac{1}{10}$. di lir. 80.	197.	14.	5	
per lir. 2. fol. 10. la $\frac{1}{2}$. di lir. 5.	98.	17.	$2\frac{1}{2}$	
per fol. 5. l' $\frac{1}{10}$. di fol. 50.	9.	17.	$8\frac{1}{2}\frac{1}{0}$	
per fol. 2. din. 6. la $\frac{1}{2}$. di fol. 5.	4.	18.	$10\frac{1}{2}\frac{1}{0}$	
per din. 2. l' $\frac{1}{10}$. di din. 30.		6.	$7\frac{5}{10}\frac{3}{0}$	
	lir. 39065.	0.	$5\frac{1}{2}\frac{6}{0}\frac{0}{0}$	

Dicèdosi ancora lib. 100. vagliono lir. 987. fol. 17. din. 8. domando, che valerano lib. 3954. onz. 5? operando pure in qual si vogli delli dui modi detti, come si vede in margine, troueremo, che valeranno lire 39065. fol. 0. din. $5\frac{1}{2}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$.

Voglio anco mostrare vn' altro modo da trouare la quarta quantità nelle Regole di Tre simili, che è q̃sto. Dicendosi lib. 56. vagliono lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{2}$. che valeranno lib. 523. onz. $6\frac{2}{3}$? Noi potiamo prima adoprare le lib. 523. intiere, & poi le onz. $6\frac{2}{3}$. moltiplicandole via la seconda quantità in questo modo. Supponeremo, che lib. 1. vagli lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{2}$. & vedremo quanto valerebbono lib. 523. dicendo prima à lir. 39. l'vna, le 523. valeranno lir. 39. via 523. cioè lir. 20397. poi quanto alli sol. 17. separandoli in fol. 10. fol. 5. & fol. 2. potremo considerare, che se 1. cosa valesse lir. 1. le 523. cose valeriano

lir. 523.

Digitized by Google

lib.	lir.	fol.	din.		lib.	onz.
100) 987.	17.	8			(3954.	5
12842.	9.	8				
lir. 38527.	9			per lib. 39. centonarà.		
493.	18.	10		per lib. 50. la $\frac{1}{2}$. di lib. 100.		
39.	10.	$3\frac{7}{6}$		per lib. 4. l'$\frac{1}{2}$. di lib. 100.		
3.	5.	$10\frac{7}{6}$		per onz. 4. il $\frac{1}{12}$. di lib. 4		
	16.	$5\frac{7}{6}$	$\frac{3}{6}$	per onz. 1. il $\frac{1}{4}$. d'onz. 4.		
lir. 39065.	0.	$5\frac{7}{6}$	$\frac{9}{6}$			

lib.	lir.	fol.	din.	lib.	onz.
56)	39.	17.	$5\frac{1}{6}$	(523.	$6\frac{7}{6}$
per lir. 39				lir. 20397	
per fol. 10				261.	fol. 10
per fol. 5				130.	15
per fol. 2				52.	6
per din. 4				8.	14. 4
per din. 1				2.	3. 7
per din. $\frac{2}{6}$				1.	1. $9\frac{1}{2}$
per din. $\frac{1}{6}$					10. $10\frac{1}{6}$
per onz. 6. mità di lib. 1				19.	18. $8\frac{7}{8}$
per onz. $\frac{2}{6}$. l'$\frac{1}{6}$. d'onz. 6				2.	4. $3\frac{7}{6}$
			7)	lir. 20876.	4. $7\frac{7}{6}$
			8)	2982.	6. 4 $\frac{4}{6}$ $\frac{6}{6}$ 186

Valeranno lir. 372. fol. 15. d. $9\frac{5}{6}$ $\frac{6}{6}$ $\frac{1}{6}$

lib.	lir.	fol.	din.	lib.	onz.
100)	987.	17.	8	(3594.	5
				27678	
				387492	
per lir. 987.				lir. 3992598	
per fol. 10. la $\frac{1}{2}$. di lir. 3594.				1977	
per fol. 6. din. 8. l'$\frac{1}{6}$. di lir. 3954.				1318	
per fol. 1. l'$\frac{1}{6}$. di fol. 10.				197. 14	
per onz. 4. l'$\frac{1}{3}$. di lir. 987. 17. 8.				329. 5. $10\frac{2}{3}$	
per onz. 1. l'$\frac{1}{6}$. d'onz. 4.				82. 6. $5\frac{2}{6}$	
				lir. 39065	02 fo. 6. d. $4\frac{1}{2}$
				fol. 46	
				din. 5	56$\frac{1}{2}$
					169
lir. 39065.	fol. 0.	din.	$5\frac{1}{6}$ $\frac{6}{6}$ $\frac{9}{6}$		300

lir. 523. cioè à lir. 1. per cosa, le 523. valeriano lir. 523. però à fol. 10. per cosa, perche fol. 10. sono la mità d'1. lira, le 523. cose valeranno la $\frac{1}{2}$. d'esse lir. 523; ne pigliaremo dunque la mità, che è lir. 261. fol. 10. & per li fol. 5. che sono la mità di fol. 10. valeranno la mità di lir. 261. fol. 10. che è lir. 130. fol. 15. & per li fol. 2. che sono l'$\frac{1}{6}$. di fol. 10. valeranno l'$\frac{1}{6}$. di lir. 261. fol. 10. *(corrispondenti à fol. 10.)* che è lir. 52. fol. 6. poi quato alli din. $5\frac{1}{6}$. li din. 4. sono l'$\frac{1}{6}$. di fol. 2. però importaranno l'$\frac{1}{6}$. di lir. 52. fol. 6. *(corrispondenti à fol. 2.)* che è lir. 8. fol. 14. din. 4. & li din. 1. che sono l'$\frac{1}{6}$. di din. 4. importaranno l'$\frac{1}{6}$. di lir. 8. fol. 14. din. 4. che è lir. 2. fol. 3. din. 7. Et delli din. $\frac{2}{6}$. li din. $\frac{2}{6}$. cioè $\frac{1}{3}$. importaranno la $\frac{1}{6}$. di lir. 2. fol. 3. din. 7. che è lir. 1. fol. 1. din. $9\frac{1}{2}$. & li din. $\frac{1}{6}$. rimanenti, che sono la $\frac{1}{6}$. di din. $\frac{2}{6}$. importaranno la $\frac{1}{6}$. di lir. 1. fol. 1. din. $9\frac{1}{2}$. che è fol. 10. din. $10\frac{1}{6}$. & così sono espedite le lib. 523. restano le onz. $6\frac{7}{6}$. delle quali, perche onz. 6. sono la $\frac{1}{2}$. di lib. 1. supponedo ch'1. libra vagli lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. essa mezza libra, ò onz. 6. valerano la mità di dette lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. che è lir. 19. fol. 18. din. $8\frac{7}{6}$. & per le onz. $\frac{7}{6}$. che restano, essendo elle l'$\frac{1}{6}$. d'onz. 6. importaranno l'$\frac{1}{6}$. di lir. 19. fol. 18. din. $8\frac{7}{6}$. che è lir. 2. fol. 4. din. $5\frac{5}{6}$. Et così si è moltiplicato interamente la seconda quantità per la terza, però giongeremo insieme tutti li partiali valori, ò prodotti trouati, che faranno per somma lir. 20876. fol. 4. din. $7\frac{7}{6}$. & questo è quanto resulta à moltiplicare lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. seconda quantità, via 523. & $6\frac{7}{6}$. 12. esimi, terza quantità, cioè questo è quanto valeriano lib 523. onz. $6\frac{7}{6}$. à lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. la libra; Ma perche non 1. libra, ma lib. 56. vagliono le lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$. così come lib. 1. è l'$\frac{1}{56}$. di lib. 56. così anco il vero valore cercato sarà non lir. 20876. fol. 4. din. $7\frac{7}{6}$. *(prodotto della seconda quantità nella terza)* ma l'$\frac{1}{56}$. d'esso, onde p trouarlo conuerrà partire dette lir. 20876. fol. 4. din. $7\frac{7}{6}$. per 56. *(numero della prima quantità)* & perche 56. si compone, ò produce da 7. & 8. potremo in vece di 56. adoprare 7. & 8. per partitori, che ne verrà lir. 372. fol. 15. din. $9\frac{5}{6}$ $\frac{6}{6}$ $\frac{1}{6}$. & questa è la quarta quantità cercata, cioè il vero valore delle lib. 523. onz. $6\frac{7}{6}$. quando le lib. 56. vaglino lir. 39. fol. 17. din. $5\frac{1}{6}$.

Et se con questo modo vorremo trouare la quarta quantità nell'altre due domande, ò Regole di Tre sopradette seguenti, operaremo come in margine si vede.

Potressimo ancora trouare la quarta quantità nelle sopradette, ò simili domande in quest'altro modo seguente, cioè. Prima trouare il valore d'vna libra sola, & poi con esso trouare il

Digitized by Google

lib.	lir.	sol.	din.	lib.	onz.
39)	187.	8.	$4\frac{2}{3}$	(1354.	$5\frac{3}{8}$

9478
24372

per lir. 187. lir. 253198

per sol. 5. l'$\frac{1}{4}$. di lir. 1354.	338.	sol. 10	
per sol. 2. diu. 6. l'$\frac{1}{2}$. di sol. 5.	169.	5	
per din. 10. l'$\frac{1}{3}$. di sol. 2. din. 6.	56.	8.	4
per din. $\frac{2}{3}$. l'$\frac{1}{15}$. di din. 10.	3.	15.	$2\frac{2}{3}$
per onz. 4. l'$\frac{1}{3}$. di lir. 187. sol. 8. d. $4\frac{2}{3}$.	62.	9.	$5\frac{5}{9}$
per onz. 1. l'$\frac{1}{4}$. d'onz. 4.	15.	12.	$4\frac{7}{18}$
per onz. $\frac{2}{8}$. l'$\frac{1}{4}$. d'onz. 1.	3.	18.	$1\frac{7}{72}$
per onz. $\frac{1}{8}$. l'$\frac{1}{2}$. d'onz. $\frac{2}{8}$.	1.	19.	$0\frac{79}{144}$

3) lir. 253849. sol. 17. din. $6\frac{37}{144}$

13) 84616. sol. 12 din. $6\frac{37}{432}$

lir. 6508. sol. 19. din. $5\frac{469}{5616}$

lib.	lir.	sol.	din.	lib.	onz.
39)	187.	8.	$4\frac{2}{3}$	(1354.	$5\frac{3}{8}$

860

62. 9. $5\frac{5}{9}$

Vale la libra lir. 4. s. 16. di. $1\frac{41}{117}$

lir. 1354. sol. 8. din. $11\frac{1}{2}$

per lir. 4.	lir. 5417.	sol. 15.	din. 10
per sol. 16.	1083.	11.	2
per sol. 1.	67.	14.	$5\frac{3}{8}$
per din. 1.	5.	12.	$10\frac{43}{96}$
per din. $\frac{39}{117}$.	1.	17.	$7\frac{139}{288}$
per din. $\frac{1}{117}$.			$11\frac{6475}{11232}$
per din. $\frac{1}{117}$.			$11\frac{6475}{11232}$

Valeranno lir. 6508. sol. 19. din. $5\frac{469}{5616}$

451
$22\frac{139}{288}$ 3744
6475 11232
268
13
3484
3
10452
12950
23402
938

Ouero.

lib.	lir.	sol.	din.	lib.	onz.
39)	187.	8.	$4\frac{2}{3}$	(1354.	$5\frac{3}{8}$

62. 9. $5\frac{5}{9}$

Vale la libra lir. 4. s. 16. d. $1\frac{41}{117}$

à lir. 4.	lir. 5416			
à sol. 10.	677			
à sol. 5.	338.	10		
à sol. 1.	67.	14		
à din. 1.	5.	12.	10	
à din. $\frac{39}{117}$. che è $\frac{1}{3}$.	1.	17.	$7\frac{1}{3}$	$451\frac{1}{3}$
à din. $\frac{1}{117}$.			$11\frac{67}{117}$	
à din. $\frac{1}{117}$.			$11\frac{67}{117}$	$1\frac{56}{117}$
per onz. 4.	1.	12.	$0\frac{158}{351}$	326
per onz. 1.		8.	$0\frac{79}{702}$	731
per onz. $\frac{2}{8}$.		2.	$0\frac{79}{2808}$	1. 29
per onz. $\frac{1}{8}$.		1.	$0\frac{79}{5616}$	195
				469

Valeranno lir. 6508. sol. 19. din. $5\frac{469}{5616}$

valore del numero delle libre, & onze, &c. della terza quantità. Onde dicẽdosi lib. 39. vagliono lir. 187. sol. 8. din. $4\frac{2}{3}$. che valerãno lib. 1354. onz. $5\frac{3}{8}$? Per trouare il valore d'1. libra, partiremo la seconda quantità per 39. numero delle libre della prima, & lo potremo fare comodamente, partẽdo per 3. & per 13. numeri componenti, ò producẽti il 39. che ne verrà lir. 4. sol. 16. din. 1. 141. 117. esimi. Hora sapendo, che lib. 1. vale lir. 4. sol. 16. din. 1. 41 117. esimi, per trouare il valore di lib. 1354. onz. $5\frac{3}{8}$. potremo adoprare quale de' dui modi poco fà mostrati ci piacerà, cioè, con l'vno fingẽdo di trasmutare la prima, & la terza quantità, di libre in lire, dire. Se lir. 1. douentasse lir. 4. sol. 16. din. 1. 41. 117. esimo, che douentariano lir. 1354. & $5\frac{3}{8}$. 12. esimi, cioè *(ridotto il rotto $\frac{43}{96}$. di lire in soldi, che sarà sol. $\frac{860}{96}$.)* lir. 1354. soldi 8. din. $11\frac{1}{2}$? & perciò Se lir. 1. douentasse lir. 4. che è 4. volte tanto, le lir. 1354. sol. 8. din. $11\frac{1}{2}$. douẽtariano similmente 4. tanti; perilche le moltiplicaremo per 4. & farãno lir. 5417. sol. 15. din. 10. poi per sol. 16. che sono l'$\frac{1}{5}$. di lir. 4. pigliaremo l'$\frac{1}{5}$. di lir. 5417. sol. 15. din. 10. *(corrispondenti à lir. 4.)* che è lir. 1083. sol. 11. din. 2; poi per din. 1. che è 1. 12. esimo di soldi, & però 1. 192. esimo di sol. 16. cõuerria pigliare l'1. 192. esimo di lir. 1083. sol. 11. din. 2. ma perche questo si faria difficilmente à memoria, noi per comodità potremo vedere quello, che corrisponde ad 1. soldo, che è l'1. 16. esimo di sol. 16. partendo per 16. le lir. 1083. sol. 11. din. 2. & scriuendo l'auuenimẽto da parte, ouero sotto alle lir. 1083. sol. 11. din. 2. per ordine, come più ci piace, & sarà lir. 67. sol. 14. din. $5\frac{3}{8}$. Hora con questo trouaremo quãto corrisponde à din. 1. suo dodiciesimo, partẽdolo per 12. che ne viene lir. 5. sol. 12. din. $10\frac{43}{96}$. che è quello

Digitized by Google

quello che ſi cerca; & perche quello che corriſponde ad 1.ſoldo, nõ hà che fare nel noſtro conto, poiche egli ſè cercato, per poter trouar facilmente quanto corriſponde ad 1. dinaro; noi lo potremo ſerrare fra due righe, per ricordarci, ch'egli non và poſto in conto, quando ſommaremo inſieme li valori partiali, che trouiamo; poi quanto alli din.41.117. eſimo, perche 39. 117. eſimo ſono din. $\frac{1}{1}$. pigliaremo l'$\frac{1}{1}$. di lir.5. ſol. 12. din. 10. 43. 96. eſimi, corriſpondenti ad 1. dinaro, & haueremo lir. 1. ſol. 17. din. 7. 139. 288 eſimi, reſtano din. 2. 117. eſimi, che din. 1. 117. eſimi è l'1. 39. eſimo d'$\frac{1}{1}$. però per eſſo 1. 117. eſimo pigliaremo l'1. 39. eſimo, cioè partiremo per 39. le lir. 1. ſol. 17. din. 7. 139 288. eſimi, che ſono din. 43 1. 139. 288. eſimi, & ne viene din. 11.6475 11232. eſimi, & il medeſimo haueremo per il reſtãte 1.117. eſimo di din. & coſi ſi faranno trouati tutti li valori partiali, che qui biſognano; reſta à ſommarli inſieme; che quanto alli rotti di dinari, perche ciaſcun 96. eſimo è 3. 288. eſimi, il 3. volte 43. con 139. farà 268. & ſono 288. eſimi, ciaſcun de' quali è 39. 11232. eſimi, però moltipliccaremo 268 via 39. *(& potremo ſeruirci di 13. & 3. componenti, ò producenti il 39.)* & faranno 10452. che ſono 112-32. eſimi, alli quali giongeremo li 6475. & 6475. cioè li 12950. 11232. eſimi, trouati nelli dui vltimi inferiori rotti, & in tutto haueremo 23402. 11232. eſimi, che ſono 2. intieri, & 938. 11-232. eſimi, cioè 2. intieri, & 469. 5616. eſimi, però ſcritto il rotto ſotto alla riga al ſuo luogo, & ſommati li din. 2. intieri con gl'altri; & poi l'altre quantità di ſoldi, & lire, al ſolito, haueremo per ſomma totale lir. 6508. ſol. 19. din. 5. 469. 5616. eſimi, che è la quarta quãtità cercata.

Ma volendo adoprare l'altro modo, ſaputo che lib. 1. vale lir. 4. ſol. 16. din. 1. 41.117. eſimi, per trouare il valore di lib. 1354. onz. $5\frac{1}{4}$. potremo, cercando prima il valore delle lib. 1354. intiere; & prima à lir. 4. poi à ſol. 16. &c. potremo dico dire. Le lib. 1354. à lir. 4. per libra, vagliono 354. volte lir. 4. cioè lir. 5416. & le medeſme lib. 1354. à ſol. 10. mità d'1. lira vagliono la mità di lir. 1354. che è lir. 677. & à ſol. 5. mità di ſol. 10. vagliono la mità di lir. 677. che è lir. 338. ſol. 10. & à ſol. 1. quinta parte di ſol. 5. vagliono la quinta parte di lir. 338. ſol. 10. che è lir. 67. ſol. 14. & à din. 1. che è $\frac{1}{1\,2}$. di ſoldi, vagliono l'$\frac{1}{1\,2}$. di lir. 67. ſol. 14 che è lir. 5. ſol. 12. din. 10. & à din. 39. 117. eſimi, che è $\frac{1}{1}$. di dinari, vagliono l'$\frac{1}{1}$. di lir. 5. ſol. 12. din. 10. che è lir. 1. ſol. 17. din. $7\frac{7}{1}$. & à din. 1. 117. eſimi, che è l'$\frac{1}{1\,1\,7}$. di din. 39. 117. eſimi, vagliono l'$\frac{1}{1\,1\,7}$. di lir. 1. ſol. 17. din. $7\frac{7}{1}$. cioè di di. $45\frac{1}{1}$. che è din. 11. 67. 117. eſimi, & per l'altro 1. 117. eſimi di dinari, rimanẽte, vagliono medeſmamente din. 11. 67. 117. eſimi, & coſi habbiamo

lib.	lir.	ſol.	din.	lib. onz.
100)	987.	17.	8	(3954. 5
		1757.	692	

Vale la libra lir. 9. ſol. 17. din. $6\frac{3}{5}\frac{1}{5}$

	lir. 3954. ſol. 8. din. 4			
per lir. 9. la libra, 9. volte lir. 3954. 8. 4. che è lir.	35589.	ſol. 15		
per ſol. 15. l'$\frac{1}{2}$. di lir. 9.	2695.	16.	3	
per ſol. 2. din. 6. l'$\frac{1}{10}$. di ſol. 15.	494.	6.	$\frac{1}{2}$	432
per din. $\frac{1}{2}\frac{1}{5}$. che è din. $\frac{1}{5}$. l'$\frac{1}{5}\frac{1}{0}$. di din. 30.	9.	17.	$8\frac{\frac{1}{0}\frac{5}{0}}{5}$	
per din. $7\frac{1}{2}$. 25. eſimi la mità di din. $\frac{1}{2}$.	4.	18.	$10\frac{\frac{5}{0}\frac{5}{0}}{5}$	95
per din. $\frac{1}{2}$. 25. eſimo l'$\frac{1}{1}\frac{1}{5}$. di din. $\frac{1}{5}\frac{1}{0}$.	6.	$7\frac{\frac{5}{0}\frac{5}{0}}{5}$		338
Valeranno lir. 39065. ſol. 0. din.			$5\frac{\frac{0}{0}\frac{0}{0}}{1}$	

Ouero.

lib.	lir.	ſol.	din.	lib. onz.
100)	987.	17.	8	(3954. 5
lir.	9. ſol. 17. din. $6\frac{3}{5}\frac{1}{5}$. vale la libra.			

à lir. 9. la libra 9. volte lir. 3954. cioè lir.	35586		
à ſol. 10. la mità di lir. 1.	1977		
à ſol. 5. la mità di ſol. 10	988.	10	
à ſol. 2. din. 6. la mità di ſol. 5.	494.	5	
à din. $\frac{1}{2}\frac{5}{5}$. che è din. $\frac{1}{5}$. l'$\frac{1}{5}\frac{1}{0}$. di din. 30.	9.	17.	$8\frac{3}{5}$
à din. $\frac{7\frac{1}{2}}{25}$. la mità di din. $\frac{1}{2}\frac{5}{5}$.	4.	18.	$10\frac{1}{5}$
à din. $\frac{\frac{1}{2}}{25}$. la $\frac{1}{1}\frac{1}{5}$. di din. $\frac{7\frac{1}{2}}{25}$	6.	$7\frac{\frac{0}{5}}{5}$	
per onz. 4. l'$\frac{1}{5}$. di lib. 1.	3.	5.	$10\frac{3}{5}\frac{1}{5}$ 74
per onz. 1. l'$\frac{1}{5}$. d'onz. 4	16.	$5\frac{7}{1}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$	469
Valeranno lir. 39065. ſol. 0. din.			$5\frac{\frac{0}{0}\frac{0}{0}}{1}$

Digitized by Google

lib.	lir.	sol.	din.	lib.	onz.
56)	39.	17.	$5\frac{3}{4}$	(523.	$6\frac{2}{3}$
7.8.	5.	13.	$11\frac{5}{28}$		

sol. 14 din. $2\frac{1}{2}\frac{9}{2}\frac{9}{4}$. vale la libra.

lir. 523. sol. 11. din. $1\frac{1}{3}$

per sol. 10. mità di lib. la mità di lir. 523. 11. $1\frac{1}{3}$. cioè lir. 261. sol. 15. din. $6\frac{2}{3}$

per sol. 4. l'$\frac{1}{5}$. di lir. 1.	104.	14.	$2\frac{2}{3}$		
per din. 2. l'$\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. di sol. 4.	4.	7.	$3\frac{1}{6}$		
per din. $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{2}{4}$. l'$\frac{1}{4}$. di din. 2.	1.	1.	$9\frac{7}{9}$		
per din. $\frac{5}{2}\frac{0}{4}$. l'$\frac{1}{2}$. di din. $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{2}{4}$.		10.	$10\frac{8}{9}$		
per din. $\frac{2}{2}\frac{8}{4}$. l'$\frac{1}{2}$. di din. $\frac{5}{2}\frac{0}{4}$.		5.	$5\frac{4}{9}$	$3\frac{5}{9}$	
per din. $\frac{1}{2}\frac{2}{4}$. l'$\frac{1}{4}$. di din. $\frac{2}{2}\frac{8}{4}$.			$4\frac{8}{1}\frac{5}{2}\frac{6}{6}$	1. 29	
per din. $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. l'$\frac{1}{2}$. di din. $\frac{2}{2}\frac{2}{4}$.			$2\frac{8}{2}\frac{5}{5}\frac{2}{2}$	143	

Valeranno lir. 372. sol. 15. din. $9\frac{1}{2}\frac{4}{5}\frac{3}{2}$

Ouero.

lib. 56) lir. 39. sol. 17. din. $5\frac{3}{4}$ (lib. 523. onz. $6\frac{2}{3}$

5. 13. $11\frac{5}{28}$

sol. 14. din. $2\frac{1}{2}\frac{9}{2}\frac{9}{4}$. vale la libra.

à sol. 10. che è lir. $\frac{1}{2}$. la $\frac{1}{2}$. di lir. 523. cioè lir. 261. sol. 10

104.	12			
4.	7.	2		
1.	1.	$9\frac{1}{2}$		
	10.	$10\frac{3}{4}$		
	5.	$5\frac{3}{8}$	$1\frac{5}{8}$	
		$4\frac{7}{1}\frac{5}{1}\frac{2}{2}$	1	145
		$2\frac{7}{2}\frac{5}{2}\frac{4}{4}$		33
		$1\frac{1}{4}\frac{9}{4}\frac{9}{8}$	1	141
		$9\frac{1}{4}\frac{9}{0}\frac{9}{1}\frac{1}{2}$		481
				33
				2288

Valeranno lir. 372. sol. 15. din. $9\frac{1}{2}\frac{4}{5}\frac{3}{2}$

biamo espedite le libre 1354. resta à trouare il valore delle onz. $5\frac{3}{4}$. che d'esse le onz. 4. sono $\frac{1}{3}$. di libra, però valẽdo 1. libra lir. 4. sol. 16. din. 1. 41. 117. esimi, dette onz. 4. valeranno l'$\frac{1}{3}$. d'esse lir. 4. sol. 16. din. 1. 41. 117. esimi, che è lir. 1. sol. 12. din. 0. 158. 351. esimi; l'onz. 1. che è l'$\frac{1}{4}$. d'onz. 4. valerà l'$\frac{1}{4}$. di lir. 1. sol. 12. din. 0. 158. 351. esimi, che è sol. 8. din. 0. 79. 702. esimi; l'onz. $\frac{2}{8}$. che l'$\frac{1}{4}$. d'onz. 1. valerà l'$\frac{1}{4}$. di sol. 8. din. 0. 79. 702. esimi, che è sol. 2. din. 0. 79. 2808. esimi; & l'onz. $\frac{1}{8}$. rimanente, che è la mità d'onz. $\frac{2}{8}$. valerà la mità di sol. 2. din. 79. 2808. che è sol. 1. din. 79. 5616. & così sono espedite ancora le onz. $5\frac{3}{8}$. resta à sommare insieme tutti li valori partiali trouati, che haueremo finalmente per somma lir. 6508. sol. 19. din. 5. 469. 5616. esimi, il che è la quarta quantità cercata.

Et se per nostra esercitatione vorremo adoprare questo modo nell'altre due domande, ò Regole di Tre sopradette, potremo operare come in margine si vede.

Et dicendosi lib. 275. vagliono lir. 718. sol. 13. che valeranno lib. 3526. onz. $6\frac{2}{3}$? Noi potremo moltiplicare la seconda quantità via la terza, cioè lir. 718. sol. 13. via 3526. & $7\frac{3}{8}$. 12. esimi, che è il numero della terza *(supponendo in essa terza, & nella prima la libra per la denominatione, ò vnità principale)* & prima moltiplicaremo la seconda con l'intiero 3526. al solito, cioè prima moltiplicaremo li sol. 13. che è facile da fare à memoria, & il prodotto ridurremo à lire; poi moltiplicaremo le lir. 718. & questo espedito, quãto poi alle onz. $7\frac{3}{8}$. ò vogliamo dire alli $7\frac{3}{8}$. 12. esimi; perche li 6. sono la mità d'1. intiero, cioè d'1. libra, che vale lir. 718. sol. 13. pigliaremo la mità di queste lir. 718. sol. 13. che è lir. 359. sol. 6. din. 6. & per l'1. onza, che è l'$\frac{1}{6}$. di onz. 6. pigliaremo l'$\frac{1}{6}$. di lir. 359. sol. 6. din. 6. corrispondenti à onz. 6. & haueremo lir. 59. sol. 17. din. 9. & per le onz. $\frac{3}{8}$. rimanenti, essendo le onz 6. 48. 8. esimi, essi $\frac{3}{8}$. saranno l'1. 16. esimo di dette onz. 6. però importaranno l'1. 16. esimo di lir. 359. sol. 6. din. 6. onde partendo queste lir. 359. sol. 6. din. 6. per 16. ne verrà lir. 22. sol. 9. din. $1\frac{7}{8}$. poi sommaremo queste partiali valute insieme, & haueremo in tutto lir. 2534401. sol. 11. din. $4\frac{7}{8}$. che è il prodotto della seconda quantità via la terza, il che s'hà da partire per 275. numero delle libre della prima

Hora

lib. 275) lir. 718. sol. 13 (lib. 3526. onz. $7\frac{1}{8}$.

sol. 4583.8

lir. 2291. sol. 18

63468

24682

per onz. 6. 359. sol. 6. din. 6

per onz. 1. 59. 17. 9

p on. $\frac{1}{8}$. l' $\frac{1}{16}$. d'on. 6. 22. 9. $1\frac{7}{8}$

1100) lir. 2534401. sol. 11. din. $4\frac{7}{8}$

lir. 2304. 31. sol.

$376\frac{7}{8}$. din.

lir. 2304. sol. 0. din. 3015 815

8800

42200

lir. 9216. sol. 0. din. $1\frac{163}{440}$. Valeranno.

Hora notisi, che vedendo noi, che à moltiplicare 275. per 4. se ne produce 1100. cioè 11. centonara, che è numero molto più facile da partire con esso, che con il 275. anzi che è numero facilissimo da adoprare à mente à partire, noi in vece di 275. potremo supponere, che il partitore sia 1100. ma perche il vero partitore è stato moltiplicato per 4. conuiene anco moltiplicare per 4. la quantità da partire, & poi partire il prodotto p 1100. ouero potiamo prima partire la quantità detta da partire per 1100. & poi moltiplicare l'auuenimento per 4. che in ciascuno di questi dui modi quello, che in fine trouaremo sarà il vero auuenimento cercato, perilche poniamo hora, che prima si parta per 11. centonara le lir. 253401. sol. 11. din. $4\frac{7}{8}$. che quanto alle lir. 2534. centonara, ne viene precise lir. 2304. però restano solo lir. 1. sol. 11. din. $4\frac{7}{8}$. da partire per 1100. ma lir, 1. sol. 11. sono sol. 31. ne' quali l'11. centonara non entra alcuna volta intiera, onde con essi, & con l'11. centonara partitore formaremo il rotto di dinari, che sarà 7015. 8800. esimi, però di questa partitione per 1100. ne sarà venuto lir. 2304. sol. 0. din. 3015. 8800. esimi, quale conuiene moltiplicare con il medesmo 4. con il quale si moltiplicò il 275. vero partitore, quando douentò 1100. partitore adoprato, & fà lir. 9216. sol. 0. din. 1. 163. 440. esimi, il che è il vero auuenimento, che si trouaria à partire lir. 2534401. sol. 11. din. $4\frac{7}{8}$. per 275. & perciò è la vera quarta quant. cercata, cioè il vero valore delle lib. 3526. onz. $7\frac{1}{8}$.

lir. 31) lir. 29 (lir. 94256. sol. 18. din. 4

340

3040. 10. $10\frac{10}{31}$

6081. 1. $9\frac{29}{31}$

Si haueranno lir. 88175. 16. $6\frac{12}{31}$

lir. 29) lir. 31 (lir. 88175. sol. 16. din. $6\frac{12}{31}$

318 870

3040. 10. $10\frac{10}{31}$

6081. 1. $9\frac{29}{31}$

lir. 94256. 18. 4

Et dicendosi per lir, 31. date in Venetia di Venetia si hanno lir. 29. Fiorētine in Fiorenza, domando per lir. 94256. sol. 18. din. 4. Venetiane date in Venetia, quante lire, &c. Fiorentine si haueranno in Fiorenza? Perche noi vediamo, che se lir. 31. douentano lir. 29. elle calano lir. 2. & lir. 2. sono li $\frac{2}{31}$. di lir. 31. conosciamo, che vengono à calare li $\frac{2}{31}$. però potremo pigliare li $\frac{2}{31}$. delle lir. 94256. sol. 18. din. 4. Venetiane, moltiplicando per 2. & poi partēdo per 31. ouero partendo per 31. & poi moltiplicando per 2. che haueremo lir. 6081. sol. 1. din. $9\frac{29}{31}$. & questo è il callo; quale si deue sottrare dalle lir. 94256. sol. 18. din. 4. & resta lir. 88175. sol. 16. din. $6\frac{12}{31}$. il che è la quarta quantità cercata, cioè le lir. &c. Fiorentine, che in Fiorenza si doueranno hauere.

Et conuersamente dicendosi, Per lir. 29. Fiorentine date in Fiorenza, si hanno lir. 31. Venetiane in Venetia, domando per lir. 88175. sol. 16. din. $6\frac{12}{31}$. Fiorentine date in Fiorēza, quante lir. &c. Venetiane si haueranno in Venetia? Perche vediamo, che se lir. 29. Fiorentine douentano lir. 31. elle crescono lir. 2. & lir. 2. sono li $\frac{2}{29}$. di lir. 29. conosciamo, che vengono à crescere li $\frac{2}{29}$. però potremo pigliare li $\frac{2}{29}$. delle lir. 88175. sol. 16. din. $6\frac{12}{31}$. Fiorentine, & haueremo lir. 6081. sol. 1. din. $9\frac{29}{31}$. & questo è l'auuenimento, quale si deue giongere alle lir. 88175. sol. 18. din. $6\frac{12}{31}$. & fà lir. 94256. sol. 18. din. 4. che è la quarta quantità cercata, cioè le lir. &c. Venetiane, che in Venetia si doueranno hauere.

Et dicendosi lib. 500. d'alcuna cosa vagliono lir. 979065439008. che valeranno lib. 109735-4163? Se noi trouaremo quante volte il 500. numero della prima quantità entra nel num. della terza, partendo il numero della terza per 500. che ne viene 2194708 $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$. con questo numero potremo moltiplicare la seconda; che quanto alla moltiplicatione dell'intiero facendola al solito, per il rotto $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$. poi, se vorremo supponere di diuiderlo in $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$. che è $\frac{1}{5}$. & in $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$. che è $\frac{1}{2}$. quinto, & in $\frac{12\frac{1}{2}}{500}$. che è la quarta parte d'$\frac{1}{2}$. quinto, & in $\frac{1}{500}$ che è l'$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$. della

quarta

lib. 500) lir. 979065439008 (lib. 1097354163
2194708 $\frac{161}{500}$
7832523512064
6853458073056
3916261756032
8811588951072
20560374219168
195813087801 $\frac{3}{5}$. per $\frac{100}{500}$. che è $\frac{1}{5}$
97906543900 $\frac{4}{5}$. per $\frac{50}{500}$. che è la $\frac{1}{2}$. d'$\frac{1}{5}$
24476635975 $\frac{1}{5}$. per $\frac{12\frac{1}{2}}{500}$. che è l'$\frac{1}{4}$. di $\frac{50}{500}$
979065439 $\frac{1}{125}$. per $\frac{\frac{1}{2}}{500}$. che è $\frac{1}{1000}$. ouero l'$\frac{1}{25}$. di $\frac{12\frac{1}{2}}{500}$.

lir. 2148763070689702780 $\frac{76}{125}$. $\frac{1520}{\text{sol. 12. din. } 1\frac{23}{25}}$

lib. 500) lir. 979065439008 (lib. 1097354163
1958130878 $\frac{8}{500}$
14265604119
85593624714
8778833304
8778833304
5486770815
20849729097
17557666 $\frac{008}{000}$
Valeranno lir. 2148763070689702780 $\frac{76}{125}$

lib. 500) lir. 979065439008 (lib. 1097354163
979065439008
1074381535344851390304
Valeranno lir. 2148763070689702780. sol. 12. din. $1\frac{23}{25}$

quarta parte d'$\frac{1}{2}$. quinto, ouero che è l'$\frac{1}{1000}$ d'vn'intiero; noi per li $\frac{100}{500}$. potremo pigliare l'$\frac{1}{5}$. del numero della seconda quantità, & per li $\frac{50}{500}$. potremo pigliare la mità di quello, che per li $\frac{100}{500}$. haueremo trouato, & per li $\frac{12\frac{1}{2}}{500}$. potremo pigliare l'$\frac{1}{4}$. di quello, che corrisponde alli $\frac{50}{500}$. & per l'$\frac{\frac{1}{2}}{500}$ che è $\frac{1}{1000}$. potremo pigliare la millesima parte del numero della seconda quãtità, cioè partirlo per 1000. il che è facilissimo, perche l'intiero dell'auuenimento è tutte le milliara, che in esso numero della seconda quantità si trouano, ò vogliamo dire l'intiero dell'auuenimẽto è il numero contenuto dalle figure, che lassate le tre prime destre si trouano nel numero della seconda quantità, & il rotto dell'auuenimento è vn rotto, che hà per numẽratore il numero contenuto dalle tre prime figure destre lassate, della seconda quantità, che sono 008. & per denominatore hà il 1000. partitore, & però significa $\frac{008}{1000}$, cioè $\frac{1}{125}$. Hora queste quantità, che alle parti del $\frac{163}{500}$. conuengono, sommaremo insieme, con quello, che dalla moltiplicatione dell'intiero, accompagnato ad esso $\frac{163}{500}$. s'è trouato, & in fine haueremo per somma lir. 2148763070689702780 $\frac{76}{125}$. che è la quarta quantità cercata.

Potressimo anco operare in quest'altro modo, Vedere quante volte il numero della prima quantità entra nel num. della seconda, & v'entra volte 1958130878 $\frac{8}{500}$. & con questo moltiplicare il numero della terza quantità, come in margine si vede, che ne nascerà la quarta. Auuertendo, che quanto alla moltiplicatione da farsi con il rotto $\frac{8}{500}$. quale non si è schisato, riducendolo à $\frac{2}{125}$. perche egli è più facile à moltiplicare vna quantità per 8. & partire il prodotto per 500. *(cioè per il 5. che rimane oltre li dui zeri destri; lassando ancora le due prime figure destre nel numero da partire)* che moltiplicarla per 2. & partire il prodotto per 125. anzi se in luogo d'$\frac{8}{500}$. noi pigliaremo $\frac{16}{1000}$. tanto più facile sarà la sua moltiplicatione, perche moltiplicando la nostra quantità per 16. numeratore, sapremo, che le tre prime figure destre del prodotto saranno 1000. esimi, & l'altre seguenti sinistre formaranno l'intiero,

Potressimo anco moltiplicare la seconda quantità con il numero della terza à memoria, come si mostrò nel Trattato de' numeri Aritmetici, nel fine dell'Elemẽto del Moltiplicare, & poi partire il prodotto per 500. che è il numero della prima quantità, & per partire per 500 basta à doppiare questo prodotto, cominciando à scriuere l'intiero solo alla duplatione della quarta figura, doue cominciano i millesimi, & il 608. duplo delle tre prime figure destre sarà millesimi di lire, che ridotti à soldi, moltiplicandoli per 20. faranno 12160. millesimi di soldi, cioè 12. soldi, & auanzano 160. millesimi di soldi, cioè 16. centesimi, che ridotti à dinari, moltiplicandoli per 12. fanno 192. centesimi di dinari, cioè din. $1\frac{23}{25}$.

Et di-

Digitized by Google

bra. lir. bra.
37) 143 (95
475 4
380
12 1/4 7/9
Valeranno lir. 367 0/9

lir. bra. lir.
143) 37 (367 0/9
455 1/4 5/6 91 1/6 7/8
26 2/3 1/6 1/3 3 1/6 1/8
Si haueranno lir. 95

bra. lir. bra.
37) 143 (95
13585
248 lir. 367 0/9
365

lir. bra. lir.
143) 37 (367 0/9
13585 bra. 95
715

Et dicēdosi Vna pēzza d'Ormesino di bra. 37. vale lir. 143. domando all'istesso prezzo, che valeranno bra. 95? Noi potremo dire. Il 37. numero della prima entra in 143. numero della seconda quantità quasi 4. volte, cioè ogni braccio vale quasi 4. lire, però le bra 95. valeranno quasi 95. volte 4. lire, cioè quasi 380. lire, ma al 143. per essere quasi duplo à 37. gli manca 5. *(che 4. volte 37. fà 148.)* & questo 5. è li 1/7. di 37. num. della prima quantità; onde quando bra. 37. vaglino lir. 143. allhora il braccio nō vale lir. 4. ma lir. 4. manco 1/7. & però le bra. 95. valeranno non 95. volte 4. ma 95. volte 4. manco 1/7. *(cioè 95. volte 3 1/2 1/7.)* perilche conuiene hora pigliare 95. volte 1/7. cioè moltiplicare 95. con 1/7. che fà 2/14. cioè 12 1/14. & cauare questo prodotto dal 380. che resta 367 0/9. & questo è il num. della quarta quantità, cioè le lire, che vagliono le bra. 95. Et dicendo si per lir. 143. si hanno bra. 37. d'ormesino, domando per lir. 367 0/9. quante bra. d'ormesino si haueranno? Noi potremo considerare, che il numero della seconda quantità è poco più della quarta parte del numero della prima, cioè, che per lir. 4. si hà poco più d'1. braccio d'ormesino, però partendo lir. 367 0/9. per lir. 4. che ne viene 91 1/6 7/8. conosceremo, che per dette lir. 367 1/7. si haurà poco più di bra. 91 1/6 7/8. Et perche la quarta parte di 143. numero della prima è solo 35 1/4. & però il 37. numero della seconda è maggiore di lui in 1/37. conosciamo, che per lir. 143. si haurà, oltre il quarto di 143. ancora bra. 1/37. di più; quest'1/37. cioè 2/74. è li 1/37. di 35 1/4. cioè di 2/74. & 1/37. però pigliaremo li 1/37. del 91 1/6 7/8. cioè moltiplicaremo 91 1/6 7/8. per 5. numeratore, & partiremo il prodotto 458 1/6 5/6. per 143. denominatore, che ne viene 3 - 1/6. da giongere al 91 1/6 7/8. & fà 95. per il numero della quarta quantità, cioè per il numero delle braccia, che si haueranno per dette lir. 367 0/9. E' vero, che in questi casi l'operare al modo ordinario è breuissimo, come si vede in margine; però questi altri modi seruiranno à chi si diletta di farsi pronto nelle operationi con la varietà de' modi, da vsarsi ancora, & riuscir brevi, quando la qualità de' numeri lo comporta.

Et dicendosi di pesi 100. d'argento, si fà moneta, che vale lir. 135864. sol. 13. din. 7 2/7. domando di pesi 798658 1/2. d'argento, quanta moneta simile si farà? Noi potremo per comodità cominciare à fare il conto dalli pesi 5. decine, che si trouano nella terza quantità, contenuti, ò significati dal 5. seconda figura *(cominciando à man destra)* del 798658. numero intiero d'essa terza quantità *(essendo il resto 1/2.)* che esse 5. decine, cioè 50. pesi sono la metà di pesi 100. prima quantità, però importeranno la metà della seconda quantità, cioè di lir. 135864. sol. 13. din. 7 2/7. qual metà è lir. 67932. sol. 6. din. 9 1/7. & hora seguendo alli pesi 8. significati dall'8. prima figura destra del 798658. pigliaremo solo pesi 5. per comodità, che sono la decima parte di pesi 50. & però importeranno la decima parte di quello, che importano li pesi 50. perilche pigliaremo l' 1/10. cioè partiremo per 10. le lir. 67932. sol. 6. din. 9 1/7. che ne viene lir. 6793. sol. 4. din. 8 1/10. & del 3. che auanza nell'8. potremo pigliare 1. che è la quinta parte di 5. & però importerà quello che nasce à partire lir. 6793. sol. 4. din. 8 1/10. per 5. che ne viene lir. 1358. sol. 12. din. 11 7/10. & per il 2. che resta, & è doppio all'1. vediamo, che importerà quello, che nasce à moltiplicare lir. 1358. sol. 12. din. 11 7/10. per 2. che fà lir. 2717. sol. 5. din. 10 7/10. Hora quanto alli 1/2. potremo separarli in 1/5. che sono l'1/10. d'1. & in 1/7. che è la metà di 1/5. perilche pigliaremo l'1/10. cioè partiremo per 4. le lir. 1358. sol. 12. din. 11 7/10. corrispondenti ad 1. & ne viene lir. 339. sol. 13. din. 2 2/10. & poi partiremo questo per 2. che ne viene lir. 169. sol. 16. din. 7 2/10. & così haueremo espedito il 58 1/2. Adesso potremo seguire verso man sinistra nel numero della terza quantità, che primamente per le 6. centinara, moltiplicaremo per 6. la seconda quantità, che è quanto importa vn solo centonaro, & fa lir. 815188. sol. 1. din. 10. & quanto all'8. decine di centonara, che significa 80. centonara; perche 80. non è moltiplice al 6. centonara, l'importanza delle quali ci è nota *(cioè non lo contiene alcun numero di volte intiere precise)* noi potremo diuiderlo in 60. & in 20. che il 60. centonara è decuplo, cioè è 10. volte 6. centonara, & però importerà 10. volte lir. 815188. sol. 1. din. 10. che fà lir. 8151880. sol. 18. din. 4. & il 20. centonara è la terza parte di questo 60. & però importa la terza parte delle lir. 8151880. sol. 18. din. 4. che è lir. 2717293. sol. 12. din. 9 1/7. Hora il 9. centonara di centonara, che segue, cioè le 9. decine di milliara, ò vogliamo dire 90. decine di centonara,

sono

sono 15. volte quanto le 6. decine di centonara, però moltiplicaremo le lir. 8151880. sol. 18. din. 4. che importano le 6. decine di centonara per 15. & fà lir. 122278213. sol. 15. din. 0. restano le 7. centonara di milliara, che sono 70. decine di milliara, il qual 70. non essendo moltiplice al 9. decine di milliara, del che sappiamo l'importanza, ò valore, noi lo potremo diuidere in 63. & in 7. che così il 63. decine di milliara sarà settuplo al 9. decine di milliara, & però importarà 7. volte lir. 122278213. sol. 15. din. 0. che fà lir. 855947496. sol. 5. din. 0. & il 7. che del 70. decine di milliara rimane è la nona parte del 63. decine di milliara dette, però importarà la nona parte di lir. 855947496. sol. 5. che è lir. 95105277. sol. 7. din. $2\frac{2}{3}$. & così habbiamo adoprato tutto il numero della terza quantità, onde ci resta solo à sommare insieme tutte le quantità trouate; che quanto alli rotti, cominciando dal primo superiore, che è $\frac{5}{6}$. per sommarlo con il secondo $\frac{1}{6}\frac{1}{0}$. vediamo, che 6. denominatore in 60. denominatore entra 10. volte, cioè che ciascun sesto è 10. 60. esimi, però li 5. sesti saranno 5. volte 10. cioè 50. 60. esimi, quali con li 11. 60. esimi del secondo rotto fanno 61. 60. esimi, cioè 1. intiero da serbare, & $\frac{1}{6}\frac{1}{0}$. da giongere con $\frac{7}{3}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. seguente terzo rotto, che $\frac{1}{6}\frac{1}{0}$. è $\frac{5}{3}\frac{5}{0}\frac{1}{0}$. quale con $\frac{7}{3}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. fà $\frac{7}{3}\frac{6}{0}\frac{1}{0}$. & questi per sommarli con $\frac{7}{3}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. seguente quarto rotto, ridurremo à 150. esimi, che ciascun 300. esimo è vn mezo 150. esimo, però li $\frac{7}{3}\frac{6}{0}\frac{1}{0}$. saranno 76. mezi 150. esimi, cioè 38. 150. esimi, che con li $\frac{7}{1}\frac{1}{5}\frac{1}{0}$. fanno $\frac{1}{1}\frac{0}{5}\frac{9}{0}$. Ouero per sommare $\frac{7}{3}\frac{6}{0}\frac{1}{0}$. con $\frac{7}{1}\frac{1}{5}\frac{1}{0}$. potremo ridurre li $\frac{7}{1}\frac{1}{5}\frac{1}{0}$. à 300. esimi, che ciascun 150. esimo è 2. 300. esimi, però li $\frac{7}{1}\frac{1}{5}\frac{1}{0}$. saranno $\frac{1}{3}\frac{4}{0}\frac{2}{0}$. quali gionti alli $\frac{7}{3}\frac{6}{0}\frac{1}{0}$. fanno $\frac{2}{3}\frac{1}{0}\frac{8}{0}$. che sono $\frac{1}{1}\frac{0}{5}\frac{9}{0}$. Hora questi $\frac{1}{1}\frac{0}{5}\frac{9}{0}$. ò vogliamo dire $\frac{2}{3}\frac{1}{0}\frac{8}{0}$. sommaremo con il seguente $\frac{7}{1}\frac{1}{2}\frac{7}{0}\frac{1}{0}$. che il 300. denominatore in 1200. entra 4. volte, però ciascun 300. esimo è $\frac{1}{1}\frac{4}{2}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. onde li $\frac{2}{3}\frac{1}{0}\frac{8}{0}$. saranno 4. volte 218. cioè 872. 1200. esimi, che con li 971. 1200. esimi fanno 1843. 1200. esimi, quali contengono 1. intiero *(da serbare con l'altro già trouato, & sin'hora saranno 2. intieri)* & vi resta 643. 1200. esimi da sommare con il seguente rotto 971. 2400. esimo, & perche 1200. denominatore in 2400. denominatore entra 2. volte, li 643. 1200. esimi saranno 2. volte 643. cioè 1286. 2400. esimi, che con li 971. 2400. esimi fanno 2252. 2400. esimi. Li dui seguenti vltimi rotti, cioè $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{3}$. fanno in somma 1. intiero, però lo giongeremo alli 2. serbati, & haueremo in tutto din. 3. 2257. 2400. esimi, che posto il rotto 2257. 2400. esimi sotto alla riga al suo luogo, sommaremo il 3. intiero con li dinari intieri delle nostre quantità, riducendo la somma à soldi, & seguendo all'ordinario alli soldi, & alle lire, che finalmente la somma totale sarà lir. 1085094661. sol. 0. din. 3. 2257. 2400. esimi, che è la quarta quantità cercata. Ancora per sommare insieme i rotti superiori, noi potressimo ridurli tutti alla maggior denominatione, cioè à 2400. esimi, che quanto al primo, & secondo, remosso l'1. intiero da serbare, cauato dalla somma loro, quale subito si vede essere 1 $\frac{1}{6}\frac{1}{0}$. perche $\frac{1}{6}$. che manca al primo ad arriuare all'intiero è $\frac{1}{6}\frac{0}{0}$. che leuato da $\frac{1}{6}\frac{1}{0}$. secondo, resta $\frac{1}{6}\frac{1}{0}$. quest' $\frac{1}{6}\frac{1}{0}$. ridotto à 2400. esimi è 40. 2400. esimi, perche il 60. denominatore in 2400. entra 40. volte, & il 71. 300. esimi è 8. volte 71. cioè 568. 2400. esimi, perche il 300. denominatore in 2400. entra 8. volte; Et il 71. 150. esimi è 16. volte 71. cioè 1136. 2400. esimi, perche il 150. denominatore in 2400. entra 16. volte, & il 971. 1200. è 2. volte 971. cioè 1942. 2400. esimi, perche il 1200. in 2400. entra 2. volte. Questi numeri, cioè questi 2400. esimi, & il 971. 2400. esimi, vltimo rotto de' superiori, gionti insieme, fanno 4657. 2400. esimi, che sono 1. intiero, & 2257. 2400. esimi, l'intiero gionto all'altro intiero serbato, cauato dalla somma de' dui primi rotti, & all'intiero, che si troua nel sommare li $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{3}$. vltimi rotti inferiori fà 3. & però con il rotto in tutto fanno similmente din. 3. 2257. 2400. esimi. Di questi dui modi di sommare potrà ciascuno adoprare quale gli parerà più comodo, secondo le occasioni.

Pesi 100) lir. 135864. sol. 13. din. $7\frac{2}{3}$ (Pesi $798658\frac{1}{8}$				
67932.	6.	$9\frac{5}{6}$.	per 50	
6793.	4.	$8\frac{1}{6}\frac{1}{0}$.	per 5	40
1358.	12.	$11\frac{7}{3}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$.	per 1	568
2717.	5.	$10\frac{7}{1}\frac{1}{5}\frac{1}{0}$.	per 2	1136
339.	13.	$2\frac{9}{1}\frac{7}{2}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$.	per $\frac{2}{8}$	1942
169.	16.	$7\frac{9}{2}\frac{7}{4}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$.	per $\frac{1}{4}$	971
815188.	1.	10.	per 600	4657
8151880.	18.	4.	per 6000	2257
2717293.	12.	$9\frac{1}{3}$.	per 2000	
122278213.	15.	0.	per 90000	
855947496.	5.	0.	per 630000	
95105277.	7.	$2\frac{2}{3}$.	per 70000	
lir. 1085094661.	0.	$3\frac{2}{2}\frac{2}{4}\frac{5}{0}\frac{7}{0}$		

Et di-

Et dicendoſi Vn Ducatone Fiorentino, cioè lir. 7. di Fiorenza, à Bologna importano lir. 4. ſol 6. din.2. Bolognesi, domando lir.1315. ſol.15. din.3. di Fioreza, al medeſmo prezzo quante lire Bolognesi importaranno à Bologna? Noi operãdo in qual ſi vogli de'modi poſti in margine *(ma ſolo in figura per breuità)* trouaremo, che importarãno lir.809.ſ.16.d.4 $\frac{5}{8}\frac{7}{0}$. Bolognesi.

lir. lir. ſol. din. lir. ſol. din.
7) 4. 6. 2 (1315. 15. 3
4. 6. 2
12) 2631. 10. 6
219. 5. $10\frac{1}{2}$
7894. 11. 6
20) 8113. 17. $4\frac{1}{2}$
405. 13. $10\frac{1}{8}\frac{7}{0}$
5263. 1
7) lir. 5668. 14. $10\frac{1}{4}\frac{7}{0}$
Saranno lir. 809.ſ.16.di.4 $\frac{5}{8}\frac{7}{0}$

lir. lir. ſol. din. lir. ſol. din.
7) 4. 6. 2 (1315. 15. 3
ſol. $86\frac{1}{0}$ lir. 6. ſol. 15. din. 3
$135\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ ſol. $135\frac{1}{4}$
$21\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
$22\frac{1}{2}$
11610
140) 11654 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ 9804
ſol. $83\frac{8}{1}\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. cioè lir.4. ſ.3. d.2 $\frac{5}{8}\frac{7}{0}$ 3084
lir.748
lir. 56. 2
lir. 1. 11. 2
lir. 809.ſ.16.d.4 $\frac{5}{8}\frac{7}{0}$

lir. lir. ſol. din. lir. ſol. din.
7) 4. 6. 2 (1315. 15. 3
187 lir. 6. 15. 3
lir. 748
56. 2 | per 187. volte lir. 7
1. 11. 2
12. $3\frac{5}{7}$. per lir. 1
3. 1. $6\frac{4}{7}$. per lir. 5
9. $2\frac{4}{6}\frac{4}{6}$. per ſol.15. che è $\frac{1}{8}$. di lir.6
$1\frac{3}{4}\frac{7}{1}\frac{4}{0}\frac{4}{0}$ p din.3. che è $\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. di ſ.15
lir.809. 16. $4\frac{5}{8}\frac{7}{0}$ 3084

lir. lir. ſol. din. lir. ſol. din.
7) 4. 6. 2 (1315. 15. 3
ſol. $86\frac{1}{0}$ lir. 6. ſol. 15. din. 3
187 volte
$31\frac{1}{0}$
16082
ſol. 16113. din. 2
3. din. $0\frac{3}{8}$. per ſol. 5
80. din. $\frac{5}{7}$. per lir. 6. ſol. 10
din. $1\frac{2}{1}\frac{8}{0}\frac{7}{0}$. per din. 3
ſol. 16196. din. $4\frac{5}{8}\frac{7}{0}$
lir. 809. ſol. 16. din. $4\frac{5}{8}\frac{7}{0}$

Et dicendoſi lib. 7. onz. 6. di Seta vagliono lir. 120. domando, che valerà la libra? Noi potremo ſupponere, che le lib. 7. onz. 6. fiano lib. 8. & partire lir. 120. per 8. che ne viene lir. 15. & queſto faria il valore della libra, quando lib. 8. valeſſero lir. 120. ma perche non lib. 8. ma lib. 7. onz. 6. cioè lib. $7\frac{1}{2}$. vagliono lir. 120. & noi in vece di partire lir. 120. per $7\frac{1}{2}$. l'habbiamo partito per 8. numero maggiore di $\frac{1}{2}$. in $\frac{1}{2}$. conoſciamo, che perciò il 15. auuenimento trouato è minore del douere *(che con partitore maggiore ne naſce auuenimẽto minore)* però conſideraremo, che parte è l'$\frac{1}{2}$. accreſciuto al partitore di $7\frac{1}{2}$. partitor vero, cioè che parte ſono onz. 6. accreſciute al partitore di lib. 7. onz. 6. partitor vero, & vediamo che è l'$\frac{1}{15}$. però pigliaremo l'$\frac{1}{15}$. dell'auuenimento trouato, cioè di lir. 15. che è lir. 1. & lo gionteremo con detto auuenimento, & fà lir. 16. & queſto è il vero auuenimento, che naſcerà à partire lir. 120. per $7\frac{1}{2}$. cioè queſte lir. 16. è il valore della libra della Setà. Ouero noi potreſſimo ſupponere, che le lib. 7. onz. 6. fuſſero ſolo lib. 7. & partire lir. 120. per 7. che ne viene lir. 17. ſol. 2. din. $10\frac{2}{7}$. ò vogliamo dire lir. $17\frac{1}{7}$. il che ſaria il vero valore della libra, quando lib. 7. valeſſero lir. 120. ma perche nõ lib. 7. anzi lib. $7\frac{1}{2}$. vagliono lir. 120. & noi in vece di partire lir. 120. per $7\frac{1}{2}$. l'habbiamo partito per 7. numero minore di $7\frac{1}{2}$. in $\frac{1}{2}$. conoſciamo, chẽ per ciò lir. 17. ſol. 2. din. $10\frac{2}{7}$. auuenimento trouato è maggiore del

lib. onz. lir. lib.
7. 6) 120 (1
15
1
Valerà lir. 16

lib. onz. lir. lib.
7. 6) 120 (1
lir. 17. ſol. 2. din. $10\frac{2}{7}$
1. 2. $10\frac{2}{7}$
Valerà lir. 16

lib. onz. lir. lib.
7. 6) 120 (1
lir. $17\frac{1}{7}$
lir. $1\frac{1}{7}$
Valerà lir. 16

Digitized by Google

douere *(che da partirè minore nasce auuenimento maggiore)* però conſideraremo, che parte è l'$\frac{1}{2}$. leuato al partitore di $7\frac{1}{2}$. partitor vero, ò vogliamo dire, che parte ſono onz. 6. ſcemate alla prima quantità, d'eſſa prima quantità, cioè di lib. 7. onz. 6. & vedremo, che ſono l'$\frac{1}{16}$. però pigliaremo l'$\frac{1}{16}$. di lir. 17. ſol. 2. din. 10 $\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire di lir. 17 $\frac{1}{2}$. auuenimento trouato, che è lir. 1. ſol. 2. din. 10 $\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire, che è lir. 1 $\frac{1}{2}$. il che cauaremo da detto auuenimento, & reſta lir. 16. & queſto è il vero auuenimento, che naſcerà à partire lir. 120. per $7\frac{1}{2}$. però è il vero valore della libra della Seta.

Et dicendoſi la Luna in hore 8. m. 24. hà di moto gradi 5. minuti 9. ſecondi 16. domando, che moto verrà ad hauere in hore 1? Perche ſupponendo, che l'vnità principale coſi nella prima quantità, come nella terza, ſia l'hora, conuerra moltiplicare la ſeconda quantità, via il numero della terza, cioè via 1. & però il prodotto ſarà la iſteſſa ſeconda quantità, quale ſi douerà partire per il numero della prima, cioè per il numero delle hore della prima, che è 8. & 24. 60. eſimi, ò vogliamo dire, che è $8\frac{1}{2}$. noi potremo ſupponere, che il partitore ſia 9. accreſcendoli $\frac{1}{2}$. che è l'$\frac{1}{16}$. d'eſſo partitore, cioè l'$\frac{1}{16}$. di $\frac{8}{2}$. & con detto 9. partire la ſeconda quãtità, che ne viene minuti 34. ſecondi 21. terzi 46. quarti 40. poi à queſto auuenimento giongere il ſuo $\frac{1}{16}$. che è minuti 2. ſecondi 27. terzi 16. quarti 11 $\frac{1}{2}$. & ſà minuti 36. ſecondi 49. terzi 2. quarti 51 $\frac{1}{2}$. che è il vero auuenimento cercato.

h.	m.	g.	m.	ſec.	hore
8.	24)	5.	9.	16.	(1
		34.	21.	46.	40
		2.	27.	16.	11 $\frac{1}{2}$
minuti		36.	49.	2.	51 $\frac{1}{2}$

h.	m.	g.	m.	ſec.	hore
8.	24)	5.	9.	16.	(1
		38.	39.	30	
		1.	50.	27.	8 $\frac{8}{2}$
minuti		36.	49.	2.	51 $\frac{1}{2}$

Quero doueindo noi partire la ſeconda quantità per 8. & 24. 60. eſimi numero della prima, potremo ſupponere, che il partitore ſia ſolo 8. leuandoli li 24. 60. eſimi, cioè $\frac{24}{2}$. che è l'$\frac{1}{2}$. d'eſſo partitore, & con detto 8 partire la ſeconda quãtità, che ne viene minuti 38. ſecondi 39. terzi 30. poi di queſto auuenimento cauarne il ſuo $\frac{1}{2}$. che è minuti 1. ſecondi 50. terzi 27. quarti 8 $\frac{8}{2}$. & reſta minuti 36. ſecondi 49. terzi 2. quarti 51 $\frac{1}{2}$. che è il vero auuenimento cercato, cioè il vero moto eguale horario cercato della Luna, in detto queſito.

Et dicendoſi lir. 5. ſol. 12. d'entrata il meſe deriuano da lir. 913. ſol. 4. din. 8 $\frac{1}{2}$. domando lir. 1. d'entrata il meſe da che valore deriuarà? cioè Vn Credito, che coſta lir. 913. ſol. 4. din. 8 $\frac{1}{2}$. dà d'entrata il meſe lir. 5. ſol. 12. domando per hauere lir. 1. d'entrata il meſe quanto capitale di credito biſognara? Noi conſiderando la prima quantità come 5 $\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire 5 $\frac{1}{2}$. & la terza come 1. la moltiplicatione della qual terza nella ſeconda produce la iſteſſa ſecõda, ci reſtarà à partire eſſa ſeconda quantità per 5 $\frac{1}{2}$. & però ſupponendo, che egli ſia ſolo 5. che è differente dal 5 $\frac{1}{2}$. vero in $\frac{1}{2}$. che è li $\frac{1}{2}$. di $\frac{2}{4}$. partitor vero, noi partiremo la ſeconda quãtità per 5. che ne viene lir. 182. ſol. 12. din. 11 $\frac{3}{2}$. & di queſto auuenimento finto pigliaremo li $\frac{1}{2}$. & però potremo pigliare li $\frac{1}{2}$. cioè l'$\frac{1}{16}$. che è lir. 13. ſol. 0. din. 11 $\frac{1}{16}$. & poi l'$\frac{1}{16}$. che è la mità d'$\frac{1}{16}$. & però importerà la mità di lir. 13. ſol. 0. din. 11 $\frac{1}{16}$. qual mità è lir. 6. ſol. 10. din. 5 $\frac{1}{2}$. il che con le lir. 13. ſol. 0. din. 11 $\frac{1}{16}$. fà lir. 19. ſol. 11. din. 4 $\frac{1}{2}$. & queſto è li $\frac{3}{2}$. dell'auuenimento finto maggiore del douere, però lo cauaremo da eſſo auuenimento finto, & reſta lir. 163. ſol. 1. din. 6 $\frac{7}{16}$. che è l'auuenimento vero cercato, & però è la quarta quantità domandata, perilche ſi riſponderà, che per hauere lir. 1. d'entrata il meſe biſogna di credito lir. 163. ſol. 1. din. 6 $\frac{7}{16}$. Et ſe noi nel partire la ſeconda quantità per il num. delle lire della prima, cioè per 5 $\frac{1}{2}$. hauеſſimo ſupposto il partitore eſſere 6. che è differente dal 5 $\frac{1}{2}$. vero in $\frac{1}{2}$. che è l'$\frac{1}{16}$. di $\frac{2}{4}$. partitor vero; noi partireſsimo la ſeconda quantità per 6. che ne viene lir. 152. ſol. 4. din. 1 $\frac{5}{12}$. & il queſto auuenimento finto minore del douere gli giongeremo il ſuo $\frac{1}{16}$. che è lir. 10. ſol. 17. din. 5 $\frac{5}{16}$. & fà lir. 163. ſol. 1. din. 6 $\frac{7}{16}$. che è l'auuenimento vero, & però la quarta quantità cercata.

lir.	ſol.	lir.	ſol.	din.	lir.
5.	12)	913.	4.	8 $\frac{1}{2}$	(1
3		182.	12.	11 $\frac{1}{16}$	
28		13.	0.	11 $\frac{1}{16}$	
		6.	10.	5 $\frac{1}{2}$	
		19.	11.	4 $\frac{1}{2}$	
lir.		163.	1.	6 $\frac{7}{16}$	

lir.	ſol.	lir.	ſol.	din.	lir.
5.	12)	913.	4.	8 $\frac{1}{2}$	(1
1		152.	4.	1 $\frac{5}{12}$	
14		10.	17.	5 $\frac{5}{16}$	
		163.	1.	6 $\frac{7}{16}$	

Operatione fatta al modo ordinario.

lir.	ſol.	lir.	ſol.	din.	lir.
5.	12)	913.	4.	8 $\frac{1}{2}$	(1
3					
5		4566.	3.	6 $\frac{1}{2}$	
101					
185		1141.	10.	10 $\frac{6}{8}$	
lir.		163.	1.	6 $\frac{7}{16}$	

Et di-

Digitized by Google

Et dicendosi si è guadagnato lir.4. sol.5. din. 6. in mercantia, che in Soria costò lir.23. sol.17. din. $4\frac{1}{2}$. domando il guadagno d'vna lira, da che capitale viene à deriuare? Noi supponēdo, che l'vnità principale così nella prima quantità, come nella terza, sia la lira, & che però moltiplicando la seconda quantità per 1. numero della terza, produca la istessa seconda quantità, ci restarà à partire essa seconda quātità per il numero delle lire della prima, che è lir. 4 & $\frac{5}{20}$. & $\frac{6}{12}$. di 20. esimo, ma senza mutare le denominationi, il 20. esimo di lire chiamaremo soldi, & il 12. esimo di 20. esimo chiamaremo dinari; & per fare la partitione, alterando il partitore, fingeremo, che egli sia lir. 5. che è maggiore del vero partitore in sol. 14. din.6. & per conoscere, che parte è questa differenza delle lir. 4. sol. 5. din. 6. partitor vero, vediamo, che l'$\frac{1}{6}$. d'esso è sol. 14. din. 3. & li din. 3. che restano fino alli sol. 14. din. 6. sono l'$\frac{1}{57}$. di sol. 14. din.3. cioè l'$\frac{1}{57}$. d'$\frac{1}{6}$. del partitore vero; però partiremo la seconda quantità per 5. che ne viene lir.4.sol.15. din.5 $\frac{7}{10}$. & à questo giongeremo il suo $\frac{1}{6}$. che è sol. 15. dinari 10 $\frac{9}{20}$. & anco l'$\frac{1}{57}$. di questi sol. 15. dinari 10 $\frac{9}{20}$. che è din. 3 $\frac{7}{20}$. & farà in tutto lir. 5. sol. 11. din. 8. che è l'auuenimento vero, & però è il capitale domandato, dal quale deriua lir. 1. di guadagno.

lir. 4. sol. 5. din. 6) lir. sol. din. lir.
5 23. 17. $4\frac{1}{2}$ (1
l'$\frac{1}{6}$. per sol. 14. din. 3 4. 15. 5 $\frac{7}{10}$
l'$\frac{1}{57}$. d'$\frac{1}{6}$. per din. 3 15. 10 $\frac{9}{20}$
3 $\frac{7}{20}$
lir. 11. 8

Ouero.

lir. sol. din. lir. sol. din.
4. 5. 6) 23. 17. $4\frac{1}{2}$ (lir. 1
4 5. 19. $4\frac{1}{8}$
l'$\frac{1}{18}$. per sol. 4. din. 9 6. 7 $\frac{9}{16}$ 171
l'$\frac{1}{19}$. dell'$\frac{1}{18}$. per din.3 4 $\frac{57}{304}$ 342
il doppio di q̄sto per din.6 8 $\frac{1}{3}\frac{1}{0}\frac{4}{4}$ 38
7. $8\frac{1}{8}$
lir. 5. 11. 8

Ouero per partire la seconda quantità per il numero delle lire della prima, potressimo fingere, che il partitore sia solo lir. 4. che è minore del vero partitore in sol.5. din. 6. & per conoscere questa differenza, che parte è delle lir. 4. sol. 5. din.6. partitor vero, vediamo che l'$\frac{1}{18}$. d'esso è sol.4. din. 9. & li din. 9. che restano fino alli sol. 5. din.6. sono li $\frac{3}{19}$. di sol. 4. din. 9. cioè li $\frac{3}{19}$. di $\frac{1}{18}$. d'esso partitor vero, però partiremo la seconda quantità per 4. che ne viene lir. 5. sol.19. din. $4\frac{1}{8}$. & di questo ne sottraremo il suo $\frac{1}{18}$. *(che è sol. 6. din. 7 $\frac{9}{16}$.)* & li $\frac{3}{19}$. di detto $\frac{1}{18}$. *(che l'$\frac{1}{16}$. d'$\frac{1}{18}$. cioè di sol. 6. din. 7 $\frac{9}{16}$. è din. 4 $\frac{57}{304}$. & gli altri $\frac{2}{19}$. sono 2 volte din. 4 $\frac{57}{304}$. cioè din. 8 $\frac{1}{3}\frac{1}{0}\frac{4}{4}$.)* che in tutto fanno sol. 7. din. $8\frac{1}{8}$. & restarà lir. 5. sol. 11. din. 8. il che è l'auuenimento vero, & però è la quarta quantità cercata.

lir. sol. din. lir. sol. din. lir.
4. 5. 6) 518. 16. 7. (1
il soldo sol. 4. din.3 $\frac{3}{10}$ lir.111.sol.7.din.3 $\frac{43}{171}$
il dinaro din.4 $\frac{1}{40}$ 1
lir. 00. s. 14.din.6
10
lir. 7.sol.5
1
lir. 8.sol.5
lir. 3. s. 19.din.6
10
lir. 39. s. 15
lir. 8. s. 16.din.7
lir. 48. s. 11.din.7
47. 0. 6
lir. 1. s. 11.din.1
1. 9. 11 $\frac{3}{10}$
sol.1.din.1 $\frac{9}{10}$
1. 0 $\frac{3}{40}$
din.1 $\frac{3}{40}$
din.4 $\frac{1}{40}$
lir.121. sol.7.din.3 $\frac{43}{171}$

Et dicendosi lir. 4. sol. 5. din.6. di guadagno nascono da lir. 518. sol. 16. din. 7. di capitale, domando lir. 1. di guadagno da che capitale nascerà? Noi supposto la vnità principale nella prima, & nella terza quantità essere la lira, & che però mol-

Operatione fatta al modo ordinario.

lir. sol. din. lir. sol. din. lir.
4. 5. 6) 518. 16. 7 (1
lir. 4 $\frac{1}{40}$. lir. 3. 0. 8
$\frac{17}{40}$ sol. 116
din. 1399
lir. 3. 0. 8 $\frac{3}{171}$ 1240
40
din. 327 $\frac{43}{171}$
sol. 27. din. 3 $\frac{43}{171}$
lir. 121. sol. 7. din. 3 $\frac{43}{171}$

tiplicato

tiplicato la ſeconda via la terza, che è 1. produrrà la iſteſſa ſeconda, conuertà partirla per la prima, & laſſando eſſa prima nel ſuo eſſere, con le medeſime denominationi che hà, conſiderata nondimeno come numero intiero, & rotto aſtratto, facendo la partitione, ne verrà 121. che ſono lire, & auanza lir. 1. ſol. 11. din. 1. che faria il numeratore d'vn rotto di lire, eſſendo il denominatore il partitore; ma perche queſto rotto di lire ſi haueria da ridurre à ſoldi, & poi *(eſſendoui rotto di ſoldi)* à dinari, noi in queſti caſi, per trouare i ſoldi, & dinari, che dalla partitione hanno à deriuare, oltre alle lir. 121. potremo fare così. In cambio di moltiplicare le lir. 1. ſol. 11. din. 1. che auanzano, per 20. numero delli ſoldi, che cõſtituiſcono la lira, & poi partire il prodotto per lir. 4. ſol. 5. din. 6. noi non mouendo dette lir. 1. ſol. 11. din. 1. partiremo per 20. il partitore, cioè le lir. 4. ſol. 5. din. 6. che ne viene ſol. 4. din. $3\frac{1}{20}$. & queſti vedremo quante volte entrano in dette lir. 1. ſol. 11. din. 1. che v'entrano 7. volte, & ſono 7. ſoldi, & moltiplicando con queſto 7. auuenimento li ſol. 4. din. $3\frac{1}{20}$. partitore corriſpondẽte alli ſoldi, fà lir. 1. ſol. 9. din. $11\frac{0}{20}$. da ſottrare da lir. 1. ſol. 11. din. 1. quantità partita, & reſta ſol. 1. din. $1\frac{0}{20}$. & queſto è il reſtante delli ſoldi, cioè che faria il numeratore d'vn rotto di ſoldi, eſſendo denominatore il partitore ſol. 4. din. $3\frac{1}{20}$. ma per ridurre queſto rotto di ſoldi à dinari, noi in vece di moltiplicare detti ſol. 1. din. $1\frac{0}{20}$. numeratore, ò vogliamo dire quãtità, che auanza per 12. numero delli dinari, che conſtituiſcono il ſoldo, & poi partire il prodotto per ſol. 4. din. $3\frac{1}{20}$. denominatore, noi, dico, non mouendo detti ſol. 1. din. $1\frac{0}{20}$. potremo partire il partitore, ò denominatore, cioè li ſol. 4. din. $3\frac{1}{20}$. per 12. che ne viene din. $4\frac{0}{20}$. & hora vedere quante volte queſti din. $4\frac{0}{20}$. entrano in detti ſol. 1. din. $1\frac{0}{20}$. che v'entrano 3. volte, & ſono 3. dinari, & con queſto 3. auuenimento moltiplicando il partitore din. $4\frac{0}{20}$. corriſpondente alli dinari, fà ſol. 1. din. $\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. da ſottrare da ſol. 1. din. $1\frac{0}{20}$. quãtità partita, & reſta din. $1\frac{1}{4\,0}$. che è il numeratore del rotto di dinari, eſſendo denominatore din. $4\frac{1}{20}$. partitore, che ridotto à forma di rotto ordinario ſarà $\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. quale con li din. 3. ſol. 7. & lir. 121. trouati fà lir. 121. ſol. 7. din. $3\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. & queſto è l'auuenim. cercato, & però è la quarta quantità domandata, cioè il capitale, dal quale deriuaria lir. 1. di guadagno.

lir.	ſol.	din.		lir.	ſol.	din.	
357.	13.	$6\frac{1}{2}$)	91832.	17.	8	$\frac{1}{2}$	(lir. 1
			lir. 256.	ſ.	14.	d. 11	
			918				
			715.	7.	1		
			202.	12.	11		
			10				
			2026.	9.	2		
			3				
			2029.	9.	2		
			1788.	7.	8	$\frac{1}{2}$	
			241.	1.	5	$\frac{1}{2}$	
			10				
			2410.	14.	7		
			2.	17.	8	$\frac{1}{2}$	
			2413.	12.	3	$\frac{1}{2}$	
importa il ſol.			2146.	1.	3		
lir. 17. 17. 8	$\frac{1}{2}$	) lir.	267.	11.	0	$\frac{3}{4}$	
il din. importa			250.	7.	5	$\frac{1}{2}$	
lir. 1. 9. 9	$\frac{0}{0}\frac{5}{6}$	) lir.	17.	3.	6	$\frac{1}{2}\frac{1}{0}$	
			16.	7.	10	$\frac{1}{2}\frac{1}{0}$	715
			ſol. 15.		8	$\frac{5}{1\,0}$	
			din. 188			$\frac{5}{1\,0}$	
			din. 357			$\frac{5}{1\,0}$	
				1173			2207
				1692			3213
				18093			
lir. 256. ſol. 14. din. 11				34337			

Altro modo.

lir.	ſol.	din.	lir. a. b.	ſol.	din.	
357.	13.	$6\frac{1}{2}$)	91832.	17.	8	$\frac{1}{2}$ (lir. 1
			lir. 256.	14.	11	$\frac{1}{2}\frac{5}{6}\frac{0}{0}\frac{9}{0}\frac{6}{0}$
			918		b	
			715.	7.	1	lir. ſol. din.
			202.	12.	11	100) 2. 17. 8 $\frac{1}{2}$
			a. ſol. 6			ſol. 57. din. 8 $\frac{1}{2}$
lir. 35. 15. 4	$\frac{1}{4}$)		202.	18.	11	din. 692 $\frac{1}{2}$
			178.	16.	9	$\frac{1}{6}$ din. 6 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}\frac{2}{0}\frac{8}{0}$
			24.	2.	1	$\frac{1}{6}$ 82
			b. 6			$\frac{7}{0}\frac{2}{0}\frac{8}{0}$ 800
lir. 3. 11. 6	$\frac{1}{6}\frac{7}{0}$)	lir.	24.	2.	8	$\frac{3}{7}\frac{0}{0}\frac{3}{0}$ 246
il ſoldo importa			21.	9.	2	$\frac{1}{2}\frac{1}{0}\frac{0}{0}$ 304
ſol. 3. d. 6	$\frac{7}{8}\frac{3}{0}\frac{7}{0}$)	lir.	2.	13.	6	$\frac{1}{2}\frac{1}{0}\frac{8}{0}$ 550
il din. importa			2.	10.		$\frac{7}{8}\frac{1}{0}\frac{8}{0}$ 2400
din. 3	$\frac{5}{9}\frac{5}{0}\frac{1}{0}\frac{7}{0}$)	ſol. 3.			5	$\frac{1}{6}\frac{1}{8}$ 60907
			3.		3	$\frac{4}{1}\frac{1}{0}\frac{2}{0}\frac{7}{0}$ 6193
			din. 1			$\frac{8}{9}\frac{4}{0}\frac{5}{0}\frac{4}{0}$ 22
		rotto	din. 3			$\frac{5}{9}\frac{5}{0}\frac{1}{0}\frac{7}{0}$. ci. $\frac{1}{4}\frac{8}{6}\frac{0}{1}\frac{0}{7}\frac{5}{9}$

Et dicendoſi Vna Caſcina da formaggio, l'entrata della quale s'affitta ogni meſe lir. 357. ſol. 13. din. $6\frac{1}{2}$. hà di valore, ò capitale lir. 91832. ſol. 17. din. $8\frac{1}{2}$. domando quanto capitale d'eſſa viene ad eſſer quello, che dà d'entrata, ò d'affitto ſolo lir. 1. il meſe? Quì poſto per vnità principale nella prima, & nella terza quantità la lira, & moltiplicando la ſeconda via 1. numero

Operatione fatta al modo ordinario.

lir. sol. din. lir. sol. din. lir.
357. 13. $6\frac{1}{2}$) 91832. 17. $8\frac{2}{3}$ (1
sol. 7153 sol. 1836657
din $85842\frac{1}{2}$ din. $22039892\frac{2}{3}$
171685 $44079785\frac{1}{3}$
lir. 256. sol. 14. din. 11
343370
974278
858425
1158535
1030110
lir. $128425\frac{1}{3}$
20
sol. 256. 8506. din. 8
851656
686740
sol. 164916
din. 1979000
262150
90465
18093
lir. 256. sol. 14. din. 11 34337

numero della terza, che produce la istessa seconda, conuerrà hora partire esso prodotto, cioè essa seconda quantità per il numero delle lire della prima, cioè per 357. & 13. 20. esimi, & $6\frac{1}{2}$. 12. esimi di 20. esimo, ò vogliamo dire, per non alterare le denominationi, lassando al 20. esimo di lire, ò d'vnità principale il nome, ò denominatione di soldi, & al 12. esimo di 20. esimo, il nome, ò denominatione di dinari, ci conuerrà partire la seconda quantità per lir. 357. sol. 13. din. $6\frac{1}{2}$. onde facendo la partitione, ne verrà 256. intieri, che sono lire, & auanza lir. 267. sol. 11. din. $\frac{2}{3}$. che mostra venirne di più tal parte d'vn'intiero, cioè d'1. lira, qual parte è esso auãzo di lir. 357. sol. 13. din. $6\frac{1}{2}$. partitore; che per trouare essa parte di lire, cioè quãti soldi, & dinari ella viene ad essere, noi potremo, essendo ciascun soldo l'$\frac{1}{20}$. di lira, vedere quanto importa il soldo, cioè il 20. esimo del partitore, partendolo per 20. che ne viene lir. 17. sol. 17. din. $8\frac{1}{8}$. & hora vedere quante volte intiere entra questo nell'auanzo, ò lir. 267. sol. 11. din. $\frac{2}{3}$. dette, & vedremo, che v'entra volte 14. che sono 20. esimi di lire, cioè sono soldi, & moltiplicando con esso 14. il partitore d'adesso, cioè le lir. 17. sol. 17. din. $8\frac{1}{8}$. fà lir. 250. sol. 7. din. $5\frac{1}{4}$. da sottrare dalle lir. 267. sol. 11. din. $\frac{2}{3}$. che resta lir. 17. sol. 3. din. $6\frac{1}{12}$. il che mostra venirne di più tal parte di soldi, qual parte è detto auanzo di lir. 17. sol. 17. din. $8\frac{1}{8}$. partitore, corrispondente al soldo; che per trouare essa parte di soldi, cioè quanti dinari ella viene ad essere, noi potremo, essendo ciascun dinaro l'$\frac{1}{12}$. di soldi, vedere quanto importa il dinaro, cioè il 12. esimo del partitore corrispondente al soldo, che è lir. 17. sol. 17. din. $8\frac{1}{8}$. partendolo per 12. che ne viene lir. 1. sol. 9. din. $9\frac{65}{96}$. & hora vedere quante volte entra questo nell'auanzo, ò lir. 17. sol. 3. din. $6\frac{1}{12}$. dette, & vedremo, che v'entra volte 11. che sono 12. esimi di soldi, cioè che sono dinari, & moltiplicãdo con esso 11. il partitore d'adesso, cioè le lir. 1. sol. 9. din. $9\frac{65}{96}$. fà lir. 16. sol. 7. din. $10\frac{43}{96}$. da sottrare dalle lir. 17. sol. 3. din. $6\frac{1}{12}$. & resta sol. 15. din. $8\frac{45}{96}$. il che ci mostra venirne di più tal parte di dinari, qual parte è detto auanzo di lir. 1. sol. 9. din. $9\frac{65}{96}$. partitore, cioè vn rotto di dinari, il numeratore del quale è sol. 15. din. $8\frac{45}{96}$. & il denominatore è lir. 1. sol. 9. din. $9\frac{65}{96}$. che ridotto à forma di rotto ordinario, sarà $\frac{1}{3}\frac{8}{4}\frac{0}{1}\frac{9}{1}\frac{3}{7}$. però in tutto l'auuenim. cercato, & consequentemente la quarta quantità domandata, cioè il capitale, che dia lir. 1. d'entrata, ò guadagno il mese, sarà lir. 256. sol. 14. din. $11\frac{1}{3}\frac{8}{4}\frac{0}{1}\frac{9}{1}\frac{3}{7}$.

In altro modo ancora potressimo operare in simili casi, per partire la seconda quãtità *(ò vogliamo dire quello, che nasce à moltiplicare la seconda quantità via la terza)* per la prima contenuta da più d'vna denominatione, come è hora da lire, soldi, dinari, & il modo è questo. Veduto che il partitore, cioè lir. 357. sol. 13. din. $6\frac{1}{2}$. in lir. 918. primo numero, ò parte sinistra della quãtità da partire *(che sono 918. centonara)* entra 2. volte *(che sono similmente 2. centonara di lire)* & auanza lir. 202. sol. 12. din. 11. che sono similmente centonara, come è il 918. lire partire; noi senza moltiplicare questo auanzo per 10. acciò egli si riduca alla qualità del prossimo seguente luogo destro, potremo in vece di ciò partire il partitore per 10. & ne viene lir. 35. sol. 15. din. $4\frac{1}{4}$. & questo sarà il partitore dell'auanzo detto non alterato, al quale auanzo nondimeno si deue giungere quello, che importa il 3. segnato a, figura subito seguente destra della quantità da partire, ridotto esso 3. à qualità del 202. che auanza, ò vogliamo dire del 918. partito, cioè à numero di luogo virtualmẽte decuplo ad esso 3. che il 918. hora, & però il 202. &c. è centonara, & il 3. hora è decine, & per ridurre le decine à centonara, cioè la figura, ò luogo destro à qualità del luogo à lui prossimo antecedente sinistro, conuien partire il numero trouato nel luogo destro per 10. che l'auuenimento sarà della qualità del luogo à lui prossimo antecedente sinistro, però partiremo 3. per 10. che ne viene $\frac{3}{10}$. da giongere al 202. ma $\frac{3}{10}$. di vnità principale, cioè di lire, sono 6. 20. esimi, cioè 6. soldi, però non $\frac{3}{10}$. di lire, ma sol. 6.

 gion-

giongeremo à dette lir. 202. ſol. 12. din. 11. & farà lir. 202. ſol. 18. din. 11. & queſta è la quantità, che hora ſi hà da partire per lir. 35. ſol. 15. din. $4\frac{1}{2}$. cioè vedere quante volte intiere eſſe lir. 35. ſol. 15. din. $4\frac{1}{2}$. entrano in lir. 202. ſol. 18. din. 11. che vedremo, che vi entrano 5. volte, però ſcriueremo 5. fra le righe al ſuo luogo, & con eſſo moltiplicaremo lir. 35. ſol. 15. din. $4\frac{1}{2}$. partitore hora adoprato, & fà lir. 178. ſol. 16. din. $9\frac{1}{2}$. da ſottrare di lir. 202. ſol. 18. din. 11. hora partite, & reſta lir. 24. ſol. 2. din. $1\frac{1}{2}$. che pur ſono centonara, cioè della qualità delle lir. 918. ò vogliamo dire delle lir. 202. partite; queſto reſtante ſimilmente non riduremo à qualità del luogo hora proſsimo ſeguente deſtro, il che ſi faria moltiplicando per 100. poiche eſſo luogo hora proſsimo ſeguente deſtro è cent'eſimi, riſpetto al luogo del 918 à lui ſecondo antecedente ſiniſtro, ma in vece di ciò partiremo per 10. il partitore adoprato à trouare eſſo reſtante, cioè le lir. 35. ſol. 15. din. $4\frac{1}{2}$. ouero, che ne riſultarà l'iſteſſo, partiremo per 100. il partitore principale primo, cioè le lir. 357. ſol. 13. din. $6\frac{7}{20}$. che ne viene lir. 3. ſol. 11. din. $6\frac{7}{20}$. & queſta è la quantità, che ſerue per partitore delle lir. 24. ſol. 2. din. $1\frac{1}{2}$. auanzate, aggiunteli prima quello, che importa il 2. ſegnato b, figura proſsima ſeguente deſtra della quantità da partire, ridotta à qualità del luogo à lei ſecondo antecedente ſiniſtro, dal quale principiò la totale partitione, cioè alla qualità di dette lir. 24. ſol. 2. din. $1\frac{1}{2}$. con le quali ſi hà da ſommare, che ſono centonara, riſpetto al 2. detto, il che ſi fà partendo eſſo 2. per 100. che ne viene $-\frac{2}{100}$. di lire, ma queſti ſono din. $4\frac{4}{5}$. però à din. $5\frac{4}{5}$. ſi ridurrà eſſo 2. ſegnato b. Ma auuertaſi, che per eſſere il 2. detto l'vltima figura del 91832. num. delle lire da partire, noi all'auanzo, che habbiamo non ſolo giongeremo quello, che importa eſſo 2. ma anco quello che importa tutto ciò che oltre al 2. verſo man deſtra ſi ritrouua, che è ſol. 17. din. $8\frac{2}{5}$. cioè li giongeremo quello che importano lir. 2. ſol. 17. din. $8\frac{2}{5}$. ridutte à qualità del luogo à lui ſecondo antecedente ſiniſtro, cioè à centonara, il che ſi troua partendo dette lir. 2. ſol. 17. din. $8\frac{2}{5}$. per 100. che ne viene din. $6\frac{1}{5}\frac{7}{20}\frac{8}{00}$. quali ſommati con dette lir. 24. ſol. 2. din. $1\frac{1}{2}$. fà lir. 24. ſol. 2. din. $8\frac{2}{5}\frac{7}{20}\frac{8}{00}$. & queſta è la quantità, che hora ſi hà da partire per lir. 3. ſol. 11. din. $6\frac{7}{20}$. cioè vedere quante volte intiere eſſe lir. 3. ſol. 11. din. $6\frac{7}{20}$. entrano in lir. 24. ſol. 2. din. $8\frac{2}{5}\frac{7}{20}\frac{8}{00}$. che vedremo, che v'entrano 6. volte, perilche ſcriueremo 6. fra le righe al ſuo luogo, & con queſto 6. moltiplicaremo lir. 3. ſol. 11. din. $6\frac{7}{20}$. partitore hora adoprato, & fà lir. 21. ſol. 9. din. $2\frac{1}{2}\frac{1}{00}$. da ſottrare da lir. 24. ſol. 2. din. $8\frac{2}{5}\frac{7}{20}\frac{8}{00}$. hora partite, & reſta lir. 2. ſol. 13. din. $6\frac{7}{20}\frac{8}{00}$. il che per eſſer noi in fine della partitione totale, ſarà il numeratore d'vn rotto d'vnità principale, cioè d'vn rotto di lire, eſſendo denominatore il partitore hora vltimamente adoprato, cioè eſſendo denominatore lir. 2. ſol. 13. din. $6\frac{7}{20}\frac{8}{00}$. qual rotto di lire, per ridurlo à ſoldi, & dinari, noi *(come ſi è fatto nelle due ſuperiori antecedenti Regole di Tre)* eſſendo ciaſcuna lira 20. ſoldi, in cábio di moltiplicare il numeratore per 20. & partire il prodotto per il denominatore, potremo conuerſamente partire il denominatore per 20. che ne viene ſol. 3. din. $6\frac{7}{20}\frac{8}{00}$. *(& queſto è quello che importa 1. 20. eſimo d'vnità principale, cioè 1. ſoldo di lire)* & hora vedere quante volte intiere entra queſto nel numeratore, cioè nel reſtante detto, che è lir. 2. ſol. 13. din. $6\frac{7}{20}\frac{8}{00}$. & vedremo, che v'entra volte 14. che ſono 20. eſimi di lire, cioè ſono ſol. 14. però ſcriueremo 14 fra le righe al ſuo luogo, & con eſſo 14 moltiplicaremo il partitore hora adoprato, & fà lir. 2. ſol. 10. din. $\frac{7}{10}\frac{8}{00}$. da ſottrare dalle lir. 2. ſol. 13. din. $6\frac{7}{20}\frac{8}{00}$. & reſta ſol. 3. din. $5\frac{1}{10}\frac{7}{00}$. il che ſarà numeratore d'vn rotto di ſoldi, eſſendo denominatore ſol. 3. din. $6\frac{7}{20}\frac{8}{00}$. partitore hora adoprato; & per ridurre queſto rotto di ſoldi à dinari, noi ſimilmente in vece di moltiplicare il numeratore per 12. numero delli din. che conſtituiſcono il ſoldo, & partir poi il prodotto per il denominatore, potremo partire il denominatore per 12. & con l'auuenimẽto partire il numeratore, però partendo ſol. 3. din. $6\frac{7}{20}\frac{8}{00}$. per 12. ne viene din. $3\frac{5}{10}\frac{4}{00}\frac{5}{00}\frac{7}{00}$. *(il che è quello che importa il 20. eſimo di ſoldo, cioè quello che importa 1. dinaro)* & queſto in ſol. 3. din. $5\frac{1}{10}\frac{7}{00}$. entra volte 11. che ſono 11. dinari, & auanza din. $\frac{1}{10}\frac{7}{00}\frac{8}{00}$. che è il numeratore d'vn rotto di dinari, eſſendo denominatore il partitore hora adoprato *(cioè il partitore, ò quantità corriſpondente hora ad 1. dinaro)* che è din. $3\frac{5}{10}\frac{4}{00}\frac{5}{00}\frac{7}{00}$. il che ridotto à forma di rotto ordinario, ſarà $\frac{1}{4}\frac{7}{00}\frac{8}{00}$. & coſi haueremo ſol. 14. din. $11\frac{8}{10}\frac{7}{00}\frac{8}{00}$. che con le lir. 256. fanno lir. 256. ſol. 14. din. $11\frac{8}{10}\frac{7}{00}\frac{8}{00}$. il che è l'auuenimento della noſtra partitione, & conſequentemente la quarta quantità domandata.

Ancora dicendoſi lir. 2421646. ſol. 13. din. 4. importano lir. 484604 13058. ſol. 17. din. 8. che importarà lir. 1? Noi ponendo la vnità principale nella prima quantità, & nella terza eſſere la lira, che con il numero della terza moltiplicato la ſeconda produce la iſteſſa ſeconda, conuerrà partirla per la prima, & per eſequirlo nel modo vltimamente detto, ſenza mutare il nome alle denominationi nel partitore, cominciando la partitione, vediamo che il partitore entra in 4846041. *(che ſono decime di milliara)* principio della parte ſiniſtra della quantità da partire, & v'entra

Digitized by Google

lir. sol. din. lir. sol. din. lir.
2421666. 13. 4) 48460413058. 17. 8 (1

abcd

lir. 20011. 3. 7

4846041 d

4843333. 6. 8 lir. sol. din:

2707. 13. 4 8. 17. 8

a. 6 sol. 177. 8

lir. 242166. sol. 13. din. 4 2707. 19. 4 din. 2132

b. 0 esimi di 10000

lir. 24216. sol. 13. din. 4 2707. 19 4

c. $1\frac{1}{5}$

lir. 2421. sol. 13. din. 4 2707. 19. $5\frac{1}{5}$

2421. 13. 4

286. 6. $1\frac{5}{5}$

d $\frac{5}{2}\frac{5}{5}\frac{3}{0}\frac{3}{0}$

lir. 242. sol. 3. din. 4 286. 6. $1\frac{1}{2}\frac{0}{5}\frac{3}{0}\frac{3}{0}$

242. 3. 4

il sol. importa lir. 12. s. 2. d. 2 lir. 44. 2. $9\frac{1}{2}\frac{0}{5}\frac{3}{0}\frac{3}{0}$

36. 6. 6

il din. importa lir. 1. s. 0. d. $2\frac{1}{6}$ 7. 16. $3\frac{1}{2}\frac{0}{5}\frac{3}{0}\frac{3}{0}$ $416\frac{2}{5}$

7. 1. $3\frac{1}{6}$ $616\frac{1}{3}$

sol. 15. $0\frac{1}{7}\frac{8}{5}\frac{4}{0}\frac{9}{0}$

rotto lir. 1. sol. 0. $2\frac{1}{6}$

Operatione fatta al modo ordinario, & misto.

lir. sol. din. lir. sol. din. lir.
2421666. 13. 4) 48460413058. 17. 8 (1

sol. 48433333 sol. 969208261177

din. 581200000 din. 11630499134132

lir. 20011. s. 3. d. $7\frac{1}{1}\frac{3}{8}\frac{5}{1}\frac{1}{6}\frac{8}{2}\frac{4}{5}\frac{9}{0}$

11624

6499

6871

il sol. importa 29060000) 105934132

il din. importa 2421666$\frac{2}{5}$) 18754132

16951666$\frac{2}{5}$

1802465$\frac{1}{5}$

5407396

7265000

lir. 20011. sol. 3. din. 7 1351849

1816250

& v'entra 2. volte, che posto 2. fra le righe al suo luogo, & con esso 2. moltiplicato il partitore, cioè la prima quantità, & sottratto il prodotto dal 4846041. partito, resta lir. 2707. sol. 13. din. 4. *(che sono decine di milliara, come le 4846041. partite)* a questo restante giongeremo quello, che importa il 3. segnato a, figura prossima seguēte verso man destra della quātità da partire, che sono 3. milliara, ridotte che siano à qualità di decine di milliara anco elle, & sono $\frac{3}{10}$. d'vna decina di milliara, & però sol. 6. d'vna decina di milliara, & fà lir. 2707. sol. 19. din. 4. *(decine di milliara)* da partire hora per quello che nasce à partire lir. 2421666. sol. 13. din. 4. *(partitore adoprato)* per 10. che è lir. 242166. sol. 13. din. 4 & ne viene 0. da scriuere fra le righe al suo luogo, & auanza l'istesse lir. 2707. sol. 19. din. 4. al che giongeremo quello che importa il 0. segnato b, figura prossima seguente verso man destra della quantità da partire, ridottala à qualità di decine di milliara, ma esso 0. non importa cosa alcuna, però haueremo solo di nuouo dette lir. 2707. sol. 19. din. 4. da partire, per quello che nasce à partire lir. 242166. sol. 13. din. 4. *(partitore vltimamente adoprato)* per 10. che è lir. 24216. sol. 13. din. 4. & ne viene 0. da scriuere fra le righe al suo luogo, & auanza l'istesse lir. 2707. sol. 19. din. 4. al che giongeremo quello, che importa il 5. segnato c, figura prossima seguente verso man destra della quantità da partire *(che è 5. decine)* ridottala à qualità di decine di milliara, partendola per 1000. & sarà $\frac{5}{1000}$. cioè $\frac{1}{200}$. di decina di milliara, che importa $\frac{5}{10}$. di soldi, cioè din. $1\frac{1}{5}$. & farà in tutto lir. 2707. sol. 19. din. $5\frac{1}{5}$. da partire per quello che nasce à partire lir. 24216. sol. 13. din. 4. *(partitore vltimamente adoprato)* per 10. che è lir. 2421. sol. 13. din. 4. & ne viene 1. da scriuere fra le righe al suo luogo, & auanza lir. 286. sol. 6. din. $1\frac{1}{5}$. al che giongeremo quello che importa l'8. segnato d, figura prossima seguente verso man destra nella quantità da partire, ridottala à qualità di decine di milliara, partēdola per 10000. anzi perche esso 8. è l'vltima figura delle lire nella quantità che si parte, non solo li giongeremo quello che importa detto 8. ma anco quello che importa quella parte d'vnità principale, cioè quella parte di lire, ò vogliamo dire li sol. 17. din. 8. che oltre all'8. detto si trouano nella quātità da partire, che in tutto importano din. $\frac{5}{2}\frac{5}{5}\frac{3}{0}\frac{3}{0}$. *(che tanto si troua à partire lir. 8. sol. 17. din. 8.*

Digitized by Google

din. 8. *cioè sol.* 177. *din.* 8. *cioè din.* 2132. *per* 10000.) & farà lir. 286. sol. 6. din. $1\frac{3}{5}\frac{3}{10}\frac{3}{100}$. *(che sono sempre decine di milliara)* da partire per quello, che nasce à partire lir. 2421. sol. 13. din. 4. *(partitore vltimamente adoprato)* per 10. che è lir. 242. sol. 3. din. 4. & ne viene 1. da scriuere fra le righe al suo luogo, & auanza lir. 44. sol. 2. din. $9\frac{0}{1}\frac{0}{10}\frac{1}{100}$. il che è numeratore d'vn rotto di vnità principale, cioè di lire, che habbi per denominatore lir. 242. sol. 3. din. 4. partitore vltimamente adoprato; & per conoscere quanti soldi, & dinari importi esso rotto, vedremo quanto importa il soldo, cioè il 20. esimo nel partitore vltimamente adoprato, & importa lir. 12. sol. 2. din. 2. con che partiremo le dette lir. 44. sol. 2. din. $9\frac{0}{1}\frac{1}{10}\frac{1}{100}$. auanzate, & ne viene 3. che sono 3. soldi, & auanza lir. 7. sol. 16. din. $3\frac{0}{1}\frac{8}{10}\frac{1}{100}$. il che è numeratore d'vn rotto di soldi, che habbi per denominatore lir. 12. sol. 2. din. 2. Et per conoscere quanti dinari importi esso rotto, vedremo quanto importa il dinaro, cioè il 12. esimo nelle lir. 12. sol. 2. din. 2. partitore hora corrispondente al soldo, & vedremo che importa lir. 1. sol. 0. din. $2\frac{1}{6}$. con il che partiremo le dette lir. 7. sol. 16. din. $3\frac{0}{1}\frac{8}{10}\frac{1}{100}$. auanzate, & ne viene 7. che sono 7. dinari, & auanza sol. 15. din. $\frac{7}{1}\frac{8}{10}\frac{8}{100}$. il che è numerat. d'vn rotto di dinari, che habbi per denominatore lir. 1. sol. 0. din. $2\frac{8}{10}$. però significa din. $180\frac{8}{1}\frac{8}{10}\frac{8}{100}$. esimo di din. $242\frac{1}{6}$. cioè $\frac{4}{6}\frac{4}{10}\frac{4}{100}\frac{8}{1000}\frac{8}{10000}\frac{2}{3}$ di dinari, & con li din. 7. intieri, sol. 3. & lir. 20011. trouate, mostra l'auuenimento della nostra partitione totale essere lir. 20011. sol. 3. din. $7\frac{1}{8}\frac{4}{10}\frac{4}{100}\frac{8}{1000}\frac{8}{10000}$. il che è la quarta quantità cercata, cioè quello, che importarà lir. 1. come si domanda.

Et se volessimo operare al modo ordinario, inferendoui il superiore, quanto al trouare li soldi, & dinari dell'auuenimento, ò quarta quantità; noi essendo pure la vnità principale così nella prima quantità, come nella terza la lira, & moltiplicando la seconda quantità per 1. numero della terza, che seme produrrà la istessa seconda, per partirla per il numero delle lire della prima, potremo ridurre il partitore, & la quantità da partire communemente à dinari, & così haueremo 116304991341 32. da partire per 58120000. onde facendo la partitione, ne viene 20011. che sono lire, & auanza 105934132. che è numeratore d'vn rotto di lire, che habbi per denominatore 58120000. Et per conoscere quanti soldi, & dinari esso rotto importi, trouaremo il soldo del partitore, cioè il suo 20. esimo, che è 29060000. & con questo partiremo 105934132. auanzato, & ne viene 3. che sono 3. soldi, & auanza 18754132. che è numeratore d'vn rotto di soldi, che habbi per denominatore 29060000. Et per conoscere quàti dinari importi esso rotto, trouaremo il dinaro del partitore, cioè il 12. esimo del suo soldo *(partendo, è 58120000. numero corrispondente alla lira, per 240. numero delli dinari, che constituiscono la lira; ouero più facilmente partendo 29060000. numero corrispondente al soldo, per 12 numero delli dinari, che constituiscono il soldo)* che è $2421666\frac{2}{3}$. & con questo partiremo 18754132. auanzato, & ne viene 7. che sono 7. dinari, & auanza $1802465\frac{1}{3}$. che è numeratore d'vn rotto di dinari, che habbi per denominatore $2421666\frac{2}{3}$. il che ridotto à forma di rotto ordinario, & schisato, & accompagnato alli dinari, soldi, & lire trouate, haueremo in tutto lir. 20011. sol. 3. din. $7\frac{1}{8}\frac{4}{10}\frac{4}{100}\frac{8}{1000}\frac{8}{10000}$. che è l'auuenimento totale della nostra partitione, & però la quarta quantità cercata.

Et dicendosi, Il tempo di mesi 11. giorni 9. hore 18. in qualche occasione di spesa, entrata, ò simili, importa lir. 8162. sol. 13. din. 8. domando il tempo di mesi 1. alla medesima ragione quanto importarà? Non posto la vnità principale nella prima, & nella terza quantità essere il mese, & però moltiplicãdo la seconda via 1. numero delli mesi della terza, che produce la istessa seconda, conuerrà partire questo prodotto per il numero delle vnità principali, cioè per il numero delli mesi *(ch'espressi però la parte d'vnità principale, cioè la parte di mese contenuta dalli giorni 9. & hore 18. accompagnati alli mesi 11. interi)* della prima, & per farlo, volendoci seruire del modo vltimamente mostrato, lassando al partitore le denominationi di mesi, giorni, & hore, che egli si troua, conuerrà per ciò, riducendosi à memoria quello che nelle operationi simili di Regole di Tre, & partitioni tali si è detto, conuerrà dico nel partire le lir. 8162. insieme con la parte di lire, compresa dalli sol. 13. din. 8. (supponere adesso, che la lira si chiami Mese, & si diuida al modo del Mese in giorni 30. & il giorno in hore 24. & così dell'8162. pigliando l'81. finistro, che basta, considerandolo come mesi *(& sono centonari)* vedere quante volte la prima quantità, ò partitore, cioè li mesi 11. giorni 9. & hore 18. v'entrano, che v'entrano 1. volte *(& sono 2. centenara)* & resta mesi 1. giorni 21. & hore 18. *(che sono similmente centonari)* à questo restante hora si giongerà quello che importa il 6. *(segnato a,)* figura prossima seguente verso man destra della quantità da partire, che sono 6. decine, ridotte che siano à qualità di centonara anco elle, partendole per 10. & douentaràno $\frac{6}{10}$. di centonaro, ma $\frac{8}{10}$. d'vnità principale, che hora è il mese, importano 18. giorni, onde à detto restante per causa del 6. segnato a, giongeremo giorni 18. & saranno mesi 2. giorni 9. hore 18. il che si farà da partire per quello che nasce à partire mesi 11. giorni 9. hore 8. *(partitore adoprato à trouare il restante detto)* per 10. che è

mesi 1.

Digitized by Google

30 24
Mesi giorni hore lir. sol. din. mesi
11. 9. 18) 8162. 13. 8. (1
a b
lir. 720. 15. $4\frac{8}{453}$
81
79. giorni 8. hore 6
1. 21. 18
2. giorni 18
mesi 1. giorni 3. hore $23\frac{4}{10}$) 2. 9. 18
2. 7. $22\frac{8}{10}$
giorni 1. hore $19\frac{2}{10}$
b. hore $19\frac{32}{100}$
giorni 3. hore $9\frac{54}{100}$ giorni 2. hore $14\frac{52}{100}$
il sol. importa hore $4\frac{77}{1000}$. 2. $13\frac{155}{1000}$
il din. importa hore $\frac{4077}{12000}$. hore $1\frac{305}{1000}$
16380
72
24
1359
8
lir. 720. sol. 15. din. $4\frac{8}{453}$

b. lir. 2. s. 13. d. 8. lir. 2. sol. $13\frac{2}{2}$. lir. $2\frac{41}{60}$. & però mesi $2\frac{41}{60}$. cioè mesi 2. giorni 20. hore 12. che sono hor. 1932. quali partite p 100. ne viene hor. $19\frac{32}{100}$.

Operatione fatta al modo ordinario.

Mesi giorni hore lir. sol. din. mesi
11. 9. 18) 8162. 13. 8 (1
120 giorni 30
giorni $339\frac{3}{4}$ | lir. 979522 120
1359 | lir. 720. sol. 15. d. $4\frac{8}{453}$
2822
lir. 1042
sol. 20840
7250
sol. 455
din. 5460
24
8
lir. 720. sol. 15. din. $4\frac{8}{453}$

Quì nel moltiplicare 8. dinari, via 120. che è quãto saria 120. din. via 8. perche din. 120. sono sol. 10. fà 8. volte sol. 10. cioè sol. 80. cioè lir. 4. da serbare. Et sol. 13. via 120. che è quanto sol. 120. via 13. perche sol. 120. sono lir. 6. fà 13. volte lir. 6. cioè lir. 78. che con le lir. 4. serbate fà lir. 72. da giongere alla moltiplicatione delle lir. 8162. via 120. & però in luogo del 0. ò per causa del 0. posto il 2. destro del 72. haueremo poi da moltiplicare 8162. via 12. & giõgerli 7. che così trouaremo il prodotto della seconda quantità via 120. essere lir. 979522. da partire per 1359.

mesi 1. giorni 3. hore $23\frac{4}{10}$. & ne viene 2. *(da scriuere fra le righe al suo luogo)* & auanza giorni 1. hore $19\frac{2}{10}$. *(che pure sono sempre centonari)* al che giongeremo quello, che importa il 2. *(segnato b.)* figura prossima seguẽte destra nella quantità da partire, ridottala à qualità di centonari anco ella, partendola p 100. anzi, perche esso 2. è l'vltima figura dell 8162. numero intiero della quantità da partire, non solo li giongeremo quãto importa detto 2. ma anco quanto importa la parte d'vnità principale, cioè la parte di lire *(che hora conuien cõsiderare come parte di mese)* che oltre al 2. detto, si troua nella quantità da partire, & sono sol. 13. din. 8. di lire, cioè di mese, & però $\frac{41}{60}$ di mese, che sono giorni 20. & hore 12. & con il 2. intiero detto sono mesi 2. giorni 20. hore 12. che ridotti à cẽtonari, partendoli per 100. douẽtano hore $19\frac{52}{100}$ da giongere alli giorni 1. hore $19\frac{2}{10}$. auanzo detto, & fanno in tutto giorni 2. hore $14\frac{52}{100}$. da partire per quello che nasce à partire mesi 1. giorni 3. hore $23\frac{4}{10}$. *(partitore vltimamente adoprato, dal quale è deriuato l'vltimo auãzo detto)* per 10. che è giorni 3. hore $9\frac{54}{100}$. & ne viene 0. *(perche questo partitore non entra alcuna volta intieramente nelli giorni 2. hore $14\frac{52}{100}$. che hora si partono)* da scriuer fra le righe al suo luogo, & auanza il medesmo giorni 2. hore $14\frac{52}{100}$. sì che da questa totale partitione ne nasce p intiero 720. che sono lire *(come è l'intiero principale della seconda quantità che si parte)* & auanza giorni 2. hore $14\frac{52}{100}$. che è il numeratore d'vn rotto di lire, quale habbi per denominatore giorni 3. hore $9\frac{54}{100}$. *(partitore vltimamente adoprato, dal quale è deriuato detto auanzo)* questo rotto di lira, per ridurlo à soldi nel modo tenuto nelle superiori domande; noi senza mouere il numeratore *(cioè l'auanzo detto)* potremo vedere quanto importi il soldo nel denominatore *(cioè nel partitore vltimo conueniente à detto auanzo)* partendolo per 20. numero delli soldi; che cõstituiscono la lira, & ne viene hore $4\frac{77}{1000}$. con il che partiremo li giorni 2. hore $14\frac{52}{100}$. & ne viene 15. che sono 15. soldi, & auanza hore $1\frac{305}{1000}$. il che è numeratore d'vn rotto di soldi, che habbi per denominat. hore $4\frac{77}{1000}$. & per ridurre questo rotto à dinari, vedremo

quanto

quanto importi il dinaro, ò dodiciesimo nel partitore, ò denominatore detto, partendolo per 12. & ne viene hore $\frac{4077}{12000}$. con che partiremo le hore $1\frac{365}{1000}$. *(che ridotte à 12000. esimi per comodità, come è il denominatore del partitore, moltiplicando il numerat. 1365. d'esse hore $\frac{1365}{1000}$. per 12. fà 16380. 12000. esimi, da partire per 4077. 12000. esimi similmente)* & ne viene 4. che sono 4. dinari, & auanza 72. che sono 72. 4077. esimi di dinari, che schisato si riduce à $\frac{8}{453}$. sì che haueremo sol. 15. din. $4\frac{8}{453}$. & con le lir. 720. fanno lir. 720. sol. 15. din. $4\frac{8}{453}$. per il totale auuenimento della nostra partitione, il che viene ad essere la quarta quantità cercata.

SI può notare, che doue le tre quantità date nella Regola del Tre sono rotti, ò misti, hauendoli ridotti à forma di rotto, si potrà fare la operatione così Moltiplichinsi fra loro il denominatore della prima quantità, & li numeratori della seconda, & terza, & il prodotto sarà numeratore N. Ancora si moltiplichino fra loro il numeratore della prima quantità, & li denominatori della seconda, & terza, che il prodotto sarà il denominatore D, da scriuere sotto al numeratore N, che allhora il rotto, ò misto così formato sarà la quarta quantità cercata; Et quando ella contenesse delli intieri, essendo il numerat. N, maggiore del denominatore D, noi al solito la ridurremo à forma ordinaria, partendo il numeratore N, per il denominatore D, che l'auuenim. sarà la quarta quantità scritta al modo ordinario. Auuertendo ancora, che quando alcuno delli tre numeri, che si moltiplicano insieme per formare il numeratore N, si possa abbreuiare *(essendogli comunicante)* con alcuno delli tre numeri, che si moltiplicano insieme per formare il denominatore D, se gli abbreuiaremo *(cioè partiremo ciascun d'essi per alcun numero, che sia loro comune misura, ò vogliamo dire, che entri in ciascun d'essi per volte precise di numero intiero)* adoprando poi li resultanti dalla abbreuiatione in cambio delli numeri, dalli quali essi resultanti deriuano, noi verremo ad adoprare numeri più piccoli, & la operatione potrà apparire più breue, come si può vedere nelli esempij posti in margine. Notando di più, che quando li numeri, che s'adoprano si saranno abbreuiati al più che si possa, allhora il rotto, che resultarà nella quarta quantità sarà inschisabile.

$4\frac{1}{5}$. dà $7\frac{2}{3}$. che darà $9\frac{3}{7}$?

22

21 X 23. 66. 5. via 23. via 22. fà 2530 N.
$4\frac{1}{5}$ X $7\frac{2}{3}$. $9\frac{3}{7}$. 21. via 1. via 7. fà 147 D.
106

però $17\frac{31}{147}$. è la quarta quãt.

9 X 17 — 2. via 17. via 280. fà 9520 N.
63 119. 280. 9. via 3. via 9. fà 243 D.
$15\frac{3}{4}$ $19\frac{5}{6}$ 31 — 223
2 3 — però $39\frac{43}{243}$. è la 4. quãtità.

899
1499. 14569. 13485
$124\frac{11}{12}$. $971\frac{4}{15}$. $842\frac{3}{16}$
3 1 4
43707
393363
393363
349656
39292593. N però $6553\frac{8}{59}$.
5996 D. $\frac{95}{96}$. è la quarta quantità.
3316
3185
1879

ADOPRAREMO hora questo spatio, che ci rimane in alcune cose occorrenti.

In vna Città doue sono 12800. persone, elle in 10. settimane, & 5. giorni hanno in suo vitto consumato staia 48260. di grano, si domanda in vn'anno à 10240. persone alla medesma ragione quante staia di grano bisognaranno?

persone	giorni	staia	persone	giorni
12800.	75)	48260	(10240.	365
640		14478	5120	
896		173736	6144	
960000		9652	3072	
60		11273536	3737600	
Staia		$187892\frac{4}{15}$	2336	

Quì si può considerare, che le persone con il tempo consumano il grano *(che le medesme persone in diuersi tempi diuerso numero di staia di grano cõsumariano)* però si vedrà, che composto deriua dal moltiplicare il numero del tempo con il numero delle persone, & potremo ridurre il tempo dato à num. di giorni, che le 10. settimane à 7. giorni per settimana sono giorni 70. & con li giorni 5. di più fanno giorni 75. Ancora vn'anno comune è giorni 365. *(che il bisestile ogni 4. anni è di giorni 366.)* onde moltiplicando 12800. per 75. se ne produce 960000 che è il cõposto di tempo, & persone, quale consuma le staia 48260. Ancora moltiplicaremo 10240. per 365. & fà 3737600. che è il composto, al quale si hà da vedere quante staia bisognano alla medesima ragione, onde il quesito si riduce à dire, Se à 960000. bisognano 48260. staia, à 3737600. quante staia bisognaranno? che per comodità abbreuiando la prima quantità, & la terza, con leuare dui zeri destri da ciascuna, elle douentarãno 9600. & 37376. & anco abbreuiando la prima, & seconda, leuando vn zero destro da ciascuna, elle douentaranno 960. & 4826.

& si po-

Digitized by Google

& ſi potrà dire à 960. ſi dà ſtaia 4826. che ſi darà à 37375? & ſe anco vorremo abbreuiare di nuouo la prima, & la terza, vedendo che il 16. entra in ciaſcuna d'eſſe, elle douentaranno 60. & 2336. & hora laſſandole coſi in queſti numeri comodi *(ſe bene ſi poſſono abbreuiare ancora tutte tre)* moltiplicaremo inſieme la ſeconda 4826. & terza 2336. & il prodotto 11273536. partiremo per la prima 60. che l'auuenimento 187892 $\frac{4}{7}$. ſarà la quarta, della qualità della ſeconda, cioè ſarà il numero delle ſtaia domandato, che biſognano in vn'anno alle 10240. perſone; Et ogn'altro compoſto di tempo, & perſone, che fuſſe il 3737600. importarebbe il medeſmo numero 187892 $\frac{4}{7}$. di ſtaia di grano, perche tanto biſogna poniamo à 10. perſone in 4. giorni, quanto à 4. perſone in 10. giorni, & quanto à 40. perſone in vn giorno, & quanto à 1. perſona in 40. giorni, & quanto à 5. perſone in 8. giorni, ò à 8. perſone in 5. giorni, & ſimili, perche in ciaſcuno di queſti caſi il compoſto, ò prodotto del numero delle perſone nel numero de' giorni è vn'iſteſſo 40.

Et dicendoſi à 20. perſone in 6. giorni biſognano libre 140. di pane, ſi domanda à 42. perſone quanti giorni baſtaranno libre 480. di pane, Conuiene auuertire, che quello che ſi cerca è tempo, & perciò è vna delle due coſe, quale con il numero delle perſone, che è l'altra, producono il compoſto, che è cauſa del mangiare il pane, & perciò ſapendo noi, che libre 140. à perſone 20. baſtano giorni 6. vediamo, che perſone 20. in giorni 6. cioè il compoſto 120. prodotto di 6. in 20. mangia libre 140. di pane, onde hauendone hora libre 480. ſi dirà. Se libre 140. baſtano à 120. compoſto, le libre 480. à che compoſto baſtaranno? & vedremo che baſtano à compoſto di 411 $\frac{3}{7}$. onde il tempo, cioè il numero delli giorni, che ſi cerca, conuiene, che ſia tale, che moltiplicato per 42. numero dato delle perſone, produca il compoſto 411 $\frac{3}{7}$. che ci biſogna, onde partendo eſſo 411 $\frac{3}{7}$. per 42. l'auuenimento 9 $\frac{39}{49}$. ſarà il numero de' giorni cercato, quale moltiplicato per 42. num. delle perſone, farà il 411 $\frac{3}{7}$. ſopradetto, al quale baſtano le libre 480. di pane, onde ſi riſponderà, che alle 42. perſone libre 480. di pane baſtaranno giorni 9 $\frac{39}{49}$. cioè quaſi 10. giorni.

libre	perſone	giorni	libre	perſone
140.	20 ——	6.	480.	42
compoſto 120		5760		
		411 $\frac{3}{7}$		
		9		
		33 $\frac{3}{7}$		
		234		
	giorni 9	39		
		49		

Ancora dicendoſi 28. perſone in 22. giorni mangiano libre 680. di pane, ſi domanda libre 1300. di pane per 15. giorni à quante perſone baſtaranno. Noi pure diremo, il primo compoſto di 28. numero delle perſone via 22. num. delli giorni è 616. però ſe libre 680. baſtano à 616. le libre 1300. baſtaranno à 1177 $\frac{4}{7}$. compoſto di numero di perſone, & di numero di giorni, onde partendolo per 15. numero de' giorni dato, l'auuenimento 78 $\frac{2}{7}$. ſarà il num. delle perſone, però ſi dirà, che baſtaranno à 78. perſone, ma non arriuaria à 79.

libre	giorni	perſone	libre	giorni
680.	22 ——	28.	1300.	15
	616		800800	
	4.17		20020	
	giorni 15)		1177 $\frac{4}{7}$	
		perſone 78 $\frac{2}{7}$		

AD ALTRO tempo con diuerſi queſiti ſi potrà andar moſtrãdo l'vtiliſsimo vſo di queſta Regola, & il comodo modo d'operare, ritrouando Regole molto breui nelle coſe occorrẽti, che per eſempio dicendoſi. Il centonaro dell'olio, ò altra coſa vale lire 22. ſi domanda quanto viene à valere la libra, noi vedendo, che la lira è ſoldi 20. & il ſoldo è dinari 12. & però che la lira è dinari 240. onde ſe il cento, ò libre 100. d'alcuna coſa valeſſe lire vna, la libra valerebbe dinari 2 $\frac{2}{5}$. noi di quì potiamo deriuare vna Regoletta dicendo, A tante lire il cento, Doppiſi il numero d'eſſe lire, che il prodotto ſarà tanti dinari, & tanti quinti di dinaro, che vale la libra; onde ſe il 100. valeſſe lir. 22. perche il doppio di 22. è 44. che ſignifica dinari 44. & 44. quinti, cioè dinari 52 $\frac{4}{5}$. diremo che la libra vale ſoldi 4. & dinari 4 $\frac{4}{5}$. l'oncia poi vale tanti quinti di dinaro, quante lire vale il cento, però valendo il 100. lire 22. l'oncia valerà 22. quinti di dinaro, cioè din. 5 $\frac{2}{5}$.

Et per dare vn'eſempio nelle Monete d'hora, volendo fare di Iuſtine lire Bolognefi, perche la Iuſtina vale bolognini 24. & quattrini 2. cioè quattrini 146. & la lira vale quattrini 120. vediamo, che ogni Iuſtina è lire vna, & quattrini 26. di più, onde ſe diuideremo eſſi quattrini 26. in 20. che ſono $\frac{1}{6}$. di lira, & in 6. che è vn bolognino, ò $\frac{1}{20}$. di lira, potremo dare vna Regoletta, dicendo. Per ridurre le Iuſtine à lire di Bologna, Al numero d'eſſe Iuſtine giungaſi il ſuo $\frac{1}{6}$. & anco altretanti bolognini *(ridotti à lire)* quãto è il numero delle Iuſtine, che la ſomma ſarà il numero delle lire Bolognefi, &c.

Iuſtine	317
	52. ſol. 16. din. 8
	15. 17
lire	385. ſol. 13. din. 8

à che

Digitized by Google

à che esse Iustine si riducono; Auuertendo, che nel partire per 6. *(per pigliarne l'$\frac{1}{6}$. detto)* ciascuna unità, che auanza significa 20. quattrini; onde dandosi 317. Iustine, partendo 317. per 6. ne viene 52. che sono lire, & auanza 5. che sono 5. via 20. fà 100. quattrini, cioè soldi 16. & dinari 8. Et ancora vi sono 317. soldi, che la mità di 31. decine è 15. che sono lire, & di più 1. decina, & 7. cioè 17. soldi, quali sommati con le lire 52. soldi 16. & dinari 8. & con 317. che hora sono lire, fà lire 385. soldi 13. & dinari 8. à che si riducono dette 317. Iustine.

Iustine 317
63. soldi 8
5. 5. 8
lire 385. sol. 13. din. 8

In altro modo ancora si potria dare la Regoletta, diuidendo li 146. quattrini della Iustina in 120. che è vna lira; & in 24. quattrini, che è $\frac{1}{5}$. di lira, & in 2. quattrini, che è l'$\frac{1}{12}$. del quinto di lira. ma questo basti per hora.

LAVS DEO SEMPER.

Digitized by Google

8.11.E.155

VIVE, VT VIVAS.

ELEMENTI

Delle Quantità Algebratiche,

Doue si mostrano l'operationi loro, & come peruenuti alle Equationi elle si riduchino alli Capitoli occorrenti,

Di Pietroantonio Cataldi Lettore delle Scienze Matematiche nello Studio DI BOLOGNA.

ALL'ILLVSTRISSIMO

SENATO DI BOLOGNA.

IN BOLOGNA, M.DC.XX.
Appresso Sebastiano Bonomi.

Con Licenza de' Superiori.

Digitized by Google

à che esse Iustine si riducono; Auuertendo, che nel partire per 6. *(per pigliarne l'$\frac{1}{6}$. detto)* ciascuna vnità, che auanza significa 20. quattrini; onde dandosi 317. Iustine, partendo 317. per 6. ne viene 52. che sono lire, & auanza 5. che sono 5. via 20. fà 100. quattrini, cioè soldi 16. & dinari 8. Et ancora vi sono 317. soldi, che la mità di 31. decine è 15. che sono lire, & di più 1. decina, & 7. cioè 17. soldi, quali sommati con le lire 52. soldi 16. & dinari 8. & con 317. che hora sono lire, fà lire 385. soldi 13. & dinari 8. à che si riducono dette 317. Iustine.

Iustine 317
63. soldi 8
5. 5. 8
lire 385. sol. 13. din. 8

In altro modo ancora si potria dare la Regoletta, diuidendo li 146. quattrini della Iustina in 120. che è vna lira; & in 24. quattrini, che è $\frac{1}{5}$. di lira, & in 2. quattrini, che è l'$\frac{1}{5}$. $\frac{1}{10}$. del quinto di lira. ma questo basti per hora.

LAVS DEO SEMPER.

Digitized by Google

8.11. E. 155

VIVE, VT VIVAS,

ELEMENTI

Delle Quantità Algebratiche,

Doue si mostrano l'operationi loro, & come peruenuti alle Equationi elle si riduchino alli Capitoli occorrenti,

Di Pietroantonio Cataldi Lettore delle Scienze Matematiche nello Studio DI BOLOGNA.

ALL'ILLVSTRISSIMO

SENATO DI BOLOGNA.

IN BOLOGNA, M.DC.XX.
Appresso Sebastiano Bonomi.

Con Licenza de' Superiori.

Digitized by Google

Digitized by Google

Illustrisimi Signori Padroni Colendisimi.

CONOSCENDO io che le dottrine de' numeri, frà molti Scrittori, che ne trattano haueuano bisogno di persona che si disponesse à mostrarle ingenuamẽte cõ modo tale che potessero cõ facilità intẽdersi intieramente, & mãtenersi in memoria, deriuandole da i proprij principij naturali; presi fatica sino dalla mia giouentù à comporre la mia Aritmetica vniuersale, i studiosi della quale ottimamente potranno intenderla, essercitarla, & applicarla à qual si vogli Arte, ò Dottrina; E seguendo all'Algebra che si può chiamare Quinta Essenza, ò Grimaldello nelle operationi di numeri, & linee applicabile à qual si vogli cosa occorrente, ò imaginaria, ne mostrai il fondamento reale deriuandola, hora dalle speculationi Geometriche, hora dal solo discorso naturale, come si vede nelle mie Algebra proportionale, & Algebra discorsiua numerale, & lineale, & applicandola alla inuentione di molte cose, come hò fatto nel Trattato Geometrico. Nella Regola della quantità, ò cosa di cosa, nella Diffesa d'Archimede, & in altre mie Opere, nelle quali supponeuo che gli studiosi intendessero li Elementi delle quantità irrationali, ò inesplicabili, & ancora li Elemẽti delle quantità Algebratiche non hauendo io potuto trattarne, & pensando che in altri Scrittori potessero imparle; Ma perche da molti era desiderato che io scriuessi ancora questi Elementi con il mio solito ingenuo, & discorsiuo stile per poterne hauere sicura introduttione, mi disposi à fare ancora particolari trattati di essi Elementi, necessarij principij di queste dottrine. Onde con l'aiuto Diuino non ostante i molti incomodi, & indispositioni hò composto, & di già publicato il Trattato de gl'Elementi delle Quantità irrationali, ò inesplicabili, & ancora il presente Trattato de gli Elemẽti Algebratici, quale hora vicendo dalla Stãpa inuio, & dedico à questo Illustris. Senato benignissimo, & liberalissimo Fautore delle Dottrine, & al quale io deuo ciò che dalli miei Studij può deriuare. Onde prego le SS. VV. Illustris. ad hauerlo grato, & mantenermi nella loro benigna gratia, & protettione, acciochè con maggior letitia d'animo, solleuatrice ancora delle deboli forze, io possa seguire à dare compimento ad altre Opere di molto profitto, & ornamento in queste scienze, così piacendo à N. S. Dio eterno omni potente, dal quale desiderando à VV. SS. Illustris. ogni maggiore augumento di felicità, & salute, à ciascuna di loro humilissimamente bacio le mani.

Di VV. SS. Illustris.

Humilissimo, & Deditissimo Seruitore

Pietro Antonio Cataldi.

Digitized by Google

TAVOLA
Delle cose contenute in questo Trattato,

QVELLO che si intenda per quantità Algebratica. à facciate 1
Caratteri, & nomi delle dignità Algebratiche per ordine. 1
Del Moltiplicare delle dignità Algebratiche. 2
Del partire delle dignità Algebratiche. 2
Del Sommare nelle quantità Algebratiche. 2
Del Sottrare. 4
Del Moltiplicare. 5
Del Partire. 8
Dell'Abbreuiare, ò Schifare i Rotti. 10
Del ridurre i rotti di diuerse ad vna istessa denominatione. 11
Del Sommare de' rotti nelle quantità Algebratiche. 12
Del Sottrare. 13
Del Moltiplicare. 13
Del Partire. 13
Del Pigliare la radice quadra nelle quantità Algebratiche. 14
Come peruenutosi alle Equationi nelli Quesiti, & positioni dell'Algebra, Elle si riduchino alli Capitoli occorrenti. 16
Quesiti, e domande. 18
Come mediante il lato del quadrato inscritto nel Cerchio di diametro noto, si troui il lato del duo decagono da inscriuere nel medesmo Cerchio. 20
Come l'istesso lato del Duodecagono si troui mediante il lato dell'Esagono. 21
Come mediante il lato del Triangolo inscritto nel cerchio di diametro noto, si troui il lato del Nonagono da inscriuere nel medesmo Cerchio. 21
Come mediante il lato dell'Esagono inscritto nel Cerchio di diametro noto, si troui il lato del Diciottagono da inscriuere nel medesmo Cerchio. 22
Come mediante il lato del Decagono inscritto nel Cerchio di diametro noto, si troui il lato del Trentagono da inscriuere nel medesmo Cerchio. 23
Come mediante il lato del pentagono inscritto nel cerchio di diametro noto, si troui il lato del Quindecagono da inscriuere nel medesmo Cerchio. 33
Come mediante l'Algebra, si formi Regola da trouare la grandezza del Triangolo de lati noti. 26
Come si possa pigliare à mente la radice quadra in interi d'vn num. contenuto da 7. ò 8. figure. 28

Il Fine della Tauola.

Digitized by Google

In DEI æterni omnipotentis nomine.

TRATTATO DELLI ELEMENTI
Delle quantità Algebratiche.

QVANTITA' Algebratiche si chiamano quelle che sono denominate da Caratteri, ò dignità (come si suol dire, Algebratiche, cioe che si vsano per esplicare le qualità loro, onde e da sapere che cominciando dalla vnità, & seguendo a ponere numeri continui proportion dupla. il 2. che subito segue la vnità, & lo chiamaremo primo (lassata la vnità) e la rad. quadra del seguente 4. secondo, & e la ra. cuba, del seguente 8. terzo, & e la ra. quadra quadra del seguente 16. quarto, & e la ra. prima relata del seguente 32. quinto, Et conuersamente il 4. secondo si dice essere il quadrato del 2. primo, il terzo 8. il cubo del medesmo 2. primo, il quarto 16. il quadro quadrato del medesmo 2. primo, il quinto 32. il primo relato d'esso 8. primo il 64. il quadro cubo d'esso 2. primo, & cosi seguando alli altri termini come si vede in margine, descriuendoli tutti mediante queste tre parole, quadro, cubo, & relato, replicandole, ò ponendole insieme piu volte, & diuersamente secondo che nell'ordine loro si mostra, che d'essi termini, ò numeri, quelli che non souo ne quadri, ne cubi si chiamano relati, cioe primo relato secōdo relato, terzo relato, & così seguendo coma occorra. In questo ordine di denominationi il primo termine (che e rad. quadra del secondo, o radice cuba del terzo, & così seguēdo) si chiama cosa, & 10. lo significo, o scriuo così 1 con il numero 1. tagliato a differenza del numero 1. ordinario, volendo dire, o significare che e la prima dignità Algebratica; la seconda dignità che e il quadr. ò potēza della cosa, quale si suole vniuersalmente chiamare censo, & così lo chiamaremo ancor noi, lo scriuiamo, o figuriamo così 2 con il numero 2. tagliato, per significare che e la seconda dignità; la terza che e il cubo della 1. & nasce, ò deriua dal moltiplicare la cosa via il suo quadrato, cioe la cosa via il censo, & & si chiama cubo, si scriue così 3 con il numero 3. tagliato, a significare che e la terza dignità: la quarta dignità che e il 2 di censo, (ò come altri dicono quadro quad. ò potenza di potēza) scriuiamo così 4. la quinta che si chiama primo relato scriuiamo con il 5. tagliato, così 5. la sesta che e il quadro cubo con il 6. la settima che e il secondo relato con il 7. & così seguendo, come si vede in margine. Doue si conosce che tutte le Dignità segnate con numero paro cioe 2. 4. 6. 8. 10. 14. 16. 18. 20. & seguendo sono quadrati ò censi; Et tutte le degnità segnate cō numero diuisibile per 3. precise cominciando dal 3. cioe 3. 6. 9. 12. 15. 18 21. 24. & seguenti sono cube, Et quelle dignità nel segno, ò carattere delle quali nō entra ne il 2. ne il 3. non sono ne quadre, ne cube, & si chiamano Relati, & cominciando dal 5. seguono al 7. 11. 13. 17. 19. 23. 25. 29. 31. 35. 37. chiamādosi il 5. primo lato, il 7. secōdo relato, l'11. terzo relato; & così seguendo per ordine. Di queste quantità Algebratiche mò si mostrarà il sommare, sottrare, moltiplicare, & partire seguēdo al modo di adoprarle, & vsi loro, nelle operationi dell'Algebra per peruenire alle Equationi, & regole chiamate capitoli d'essa, doue poi si troua il valore della cosa, cioè la quantità che si cerca, o resolutione del Quesito che si propone.

	1
Primo	2 1 cosa
Secondo	4 2 censo
Terzo	8 3 cubo
Quarto	16 4 censo di censo
Quinto	32 5 primo relato
Sesto	64 6 censo cubo
Settimo	128 7 secondo relato
Ottauo	256 8 censo di censo di censo
Nono	512 9 cubo cubo
Decimo	1024 10 censo primo relato
Vndecimo	2048 11 terzo relato
Duodecimo	4096 12 censo cubo cubo

Si consideri hora che il 2. inteso per la cosa moltiplicato in se stesso produce 4. numero inteso per il censo, & questo moltiplicato pee il medesmo 2. produce 8. numero del cubo, & questo moltiplicato pure per l'istesso 2. produca 16. numero del censo di censo, (o del quadro quadrato,) &

Digitized by Google

to,)& così seguẽdo à moltiplicare qual si voglí numero della progressione detta per il detto 2. numero della cosa se ne produce il numero della dignità prossima seguente alla moltiplicata, dal che si conosce che à moltiplicare cosa via cosa, cioè cosa via cosa, ne resulta censo, Et a moltiplicare cosa via cẽso ne resulta 3. Et cosa via 3. produce 4. Et cosa via 4. produce 5. & così seguendo se ne produce la dignità che hà per segno 1. di più che la moltiplicata, onde subito si vede, che a moltiplicare cosa via 8. deue fare 9. cioè cosa via censo di censo di censo deue produrre cubo cubo, Et conuersamente à partire 9. per 4. ne deue venire 8. cioè à partire cubo di cubo per cosa ne deue venire censo di censo di censo, cioè quella dignità il numero del segno della quale è 1. di manco (che è il segno della cosa partitore) del numero del segno della dignità partita; Et à partire poi il medesmo cubo cubo per il censo di censo di censo, cioè 9. per 8. ne douerà venire cosa, cioè cosa, cioè ne verrà quella dignità il numero del segno della quale è 8. di manco (che è segno del partitore) del numero 9. segno della quantità partita. Ancora considerando, che il 4. numero inteso per il censo, moltiplicato in se medesimo produce 16. numero inteso per il censo di censo, ò 4. Et moltiplicato per 8. numero del cubo, ò 3. produce 32. numero del primo relato, ò 5. Et moltiplicato per 16. numero del censo censo produce 64. numero del 6. ò censo cubo, vediamo che a moltiplicare la dignità che hà per segno 2. via vn'altra dignità poniamo per quella che hà per segno 2. deue produrre quella che hà per segno il composto di 2. & 2. segni delle due quantità moltiplicate fra loro, cioè dene produrre 11. Et conuersamente nel partire vediamo che a partire poniamo 8. per 2. ne deue venire 6. mostrato dal cauare 2. segno del partitore da 8. segno della dignità partita.

Et perciò se si parte il medesmo 8. per 6. ve deue venire 2. perche a cauare 6. segno del partitore da 8. segno della quantità partita resta 2. che conuiene che sia il segno della dignità che hà da essere l'auenimento. Habbiamo dunque conosciuto quello che resulti à moltiplicare vna dignità con vn'altra, & anco a partire in esse dignità, & perciò se ne possono dare le Regole dicendo.

A moltiplicare vna dignità con vn'altra il prodotto è quella dignità che hà per segno la sõma delli dui segni che hanno le due moltiplicate fra loro cioè A moltiplicare due dignità fra loro sominsi insieme i segni d'esse due dignità che la somma sarà il segno della dignità che dale moltiplicatione si produca.

Però a moltiplicare 2. via 2. perche 2. & 2. fa 4. il prodotto sarà 4. Et così a moltiplicare cubi via cubi il prodotto sarà 6. A moltiplicare cubi via censo il prodotto sarà 5. Et così de gl'altri.

A partire vna dignità A, per vna dignità B, l'auenimẽto hà per segno quel numero che resta a cauare il numero del segno di B, partitore dal numero del segno di A, da partire, però quando il segno di A, e l'istesso, ò vogliamo dire eguale al segno di B, che a cauare il numero dell'vno dal numero dell'altro resta niente, questo niente è il segno dell'auenimento, cioè l'auenimento è libero da segno Algebratico, & però è simplice numero, onde a partire 2. per 2. poniamo 18. cose per 6. cose ne viene 3. quantità libera che significa che 6. cose in 18. cose entra 3. volte, così a partire 18 censi per 6. censi ò 18. cubi per 6. cubi, ò 18. censi censi per 6. censi censi l'auenimento è il medesmo 3.

Del Sommare.

IL sommare nelle quantità Algebratiche si fa all'ordinario come nelle altre, cioè vnendo insieme in vna sola quantità quelle che sono d'vna medesma qualità, Et quelle che sono di diuerse qualità, ò denominationi accompagnandole insieme con il segno piu, Et in quelle quantità che fussero composte di molte segnate parte con il piu, & parte con il meno, per fomarle cõ altre simili si deue hauer cura alli significati d'essi segni piu, & meno, adoprandoli come nel sommare di detti piu, & meno si è mostrato.

A, 7 piu 12. cose piu 8 censi.
B, rad. 18. $\frac{1}{2}$. meno 6. cose piu 3. cubi.
C, 15. censi meno rad. 8 cose piu 3. m̃, 5. 3.
D, rad. 2. cose meno rad. 3.
E, 3. censi censi.

Somma 10. piu rad. 6. $\frac{1}{2}$. piu 6. cose meno rad. 2. 2. piu 23. censi meno 2. cubi piu 3. censi censi

Per esempio, douendo sommare insieme le date quantità A B C D E. poste in margine, composte di diuerse sorti di quantità sommaremo i numeri, ò quantità libere con i numeri, ò quantità libere, le cose con le cose, li censi con li censi, li cubi con li cubi, li censi censi con li censi censi, & l'altre quantità con le a loro simili se più ve ne siano

Digitized by Google

so siano, Che quanto alle quantità libere da segno, ò denominatione Algebrarica, vi si troua 7. rad. $28\frac{1}{4}$. più 3. & meno ra. 3 In questi 7. & piu 3. fa 10. Et ra. $18\frac{1}{4}$. con meno rad. 3. fa più rad. $6\frac{3}{4}$. (cioè fa ra. $6\frac{1}{2}$.) onde si hà 10. piu ra. $6\frac{1}{2}$. da venir scriuendo nel luogo doue si vuol ponere la somma delle quantità date, Et seguendo alle cose prima dignità Algebratica vi sono più 12. cose cioè 12. cose, & meno 6. cose che con 12. cose fa più 6. cose da scriuere al suo luogo doppo al 10. piu ra. $6\frac{1}{2}$. scritto; Vi sono anco meno rad. 8. cose ra. 2. cose; (cioè più ra. 2. cose, che più rad. 8. & meno ra. 8. fa meno rad. 2. che sono 2. però le scriueremo doppo alle 6. cose già poste che saranno 6. cose meno rad. 2. cose (auuertendo che essendo 6. cose, & meno rad. 2 cose di vna medesma qualità di dignità; cioè tutte cose, elle senza distinguerle in due particolari quantità si poriano vnire insieme in forma di Residuo così (6. meno rad. 2.) cose. ma chiudendo ello Residuo con due linee tte per mostrare che è vna sola quantità, & doppo porui il segno +. accioche si conosca quella essere quantità di cose, & l'istesso esequire in altre simili occorrenze) Seguendo alli censi sommaremo insieme 8 censi, & 15. censi, che vi si trouano, & fanno 23. censi da ponere al suo luogo anteponendoui il segno più. Di poi vi sono 3. cubi, & meno 5. cubi, che in somma fanno meno 2. cubi da scriuere appresso alli già posti con il segno meno, (che questi segni più, & meno si denono di continuo accompagnare alle quantità diuerse secondo che occorre per la intelligenza loro) finalmente vi sono 3 censi censi senza eserui altri censi censi; però poneremo, ò scriueremo essi più 3. censi censi dietro alle quantità già poste, & haueremo formata la somma delle quantità date.

Si suole nel descriuere vna somma, ò quantità composta da diuerse qnantità denominate da diuerse dignità Algebratiche cominciare dalla maggior dignità, cioè che hà numero maggiore per segno, (se ella non fusse segnata con il segno meno, perche non si principia dal meno a descriuere vna quantità,) & ordinatamente seguire alle altre sue parti, che se lo faremo nella descrittione della sopradetta somma ella starà così 3. censi censi meno 2. cubi piu 23. censi più (6. meno rad. 2.) cose più 10. più rad. $6\frac{1}{2}$.

Et sommando le trè quantità A B C, Et le quattro a b e d, poste in margine la somme saranno come iui si vede.

A, 5. censi meno (rad. 5. piu 1.) 2. meno 3.
B, 7. cubi piu rad. L, 4. meno rad. 2. L,
C, 3. cose meno 1. censo censo m. ra. L, 36. m. ra. 164. L,

Somma 7. 3. meno 1. 4. piu 5 2. meno (rad. 5. meno 2.) 2. meno rad. L, 16. meno rad. 32. L, meno 3.

A sommare 3. cose con meno (radice 5. piu 1.) cosa si cauaria il meno (rad. 5. piu 1.) da 3. & quello che restasse saria piu se si potesse cauare rad. 5. piu 1. de 3. ma ra. 5. piu 1. e maggiore di 3. onde si cauarà il 3. da rad. 5. piu 1. & restarà rad. 5. menn 2. & e meno, perche la quantità maggiore e segnata con il meno, & così la somma di 3. cose, & meno (ra. 5. piu 1.) cosa sarà meno (ra. 5. meno 2.) cose. Rad. L, 4. meno ra. 2. L, in ra. L, 36. meno rà. 164. L, entra per ra. L, 9. L, che e 3. volte, & a sommare insieme esse due ra. legate, perche la maggiore e meno si caua la minore dalla maggiore, & il resultante e anc'egli meno, come e la maggiora, on de perche la quantità della minore entra 3. volte nella quantità della maggiore, ella entrarà solo 2. volte nella differenza loro, per il che si moltiplicarà la minore radice L, 4. meno radice 2. L, per 2. cioè per radice L, 4. L, che il prodotto radice L, 16, meno radice 32. L, & e meno sarà la somma d'esse due rad. legate.

a, rad. 12, meno rad 6. piu (rad. 8. meno 2.) cose
b, 7. censi meno 5. piu rad. 2. cose piu rad. $1\frac{1}{2}$.
c, 6. censi censi meno (5. meno rad. 2.) cose
d, 4. cose piu rad. 6. censi meno rad. 24. meno 8.

Somma rad. 12. meno (rad. $37\frac{1}{2}$. piu 5) piu (rad. 18. piu 2.) cose piu (rad. 6. piu rad. 2. piu 2.) censi meno 2. censi censi

Rad. 12. non e communicante ad alcuna delle altre però si ponerà rad. 12. meno rad. 6. con più radice $1\frac{1}{2}$. fa meno rad. $1\frac{1}{2}$. (che rad. $1\frac{1}{2}$. e la metà di ra. 6.) Et meno rad. $1\frac{1}{2}$. con meno radice 24. a lei quadrupla fa somma perciò quinquipla ad essa rad. $1\frac{1}{2}$. onde rad. 25. via rad. $1\frac{1}{2}$. fa rad. $37\frac{1}{2}$. & e meno sarà la somma loro, & questo con meno 5. numero che e nella quantità b, fa tanto più, o tanto maggiore il meno, cioè il meno, ò e solo rad. $37\frac{1}{2}$. ma e 5. di più cioè e meno (rad. $37\frac{1}{2}$. più 5.) ma bisogna legare il rad. $37\frac{1}{2}$. con il 5. poi sopra il segno meno, a significare che tutta essa quantità rad. $37\frac{1}{2}$. più 5. e meno, scriuendola come si è detto così meno (rad. $37\frac{1}{2}$. più 5.) che scriuendo ciascuna delle due sue parti separatamente, cioè ciascuna da se si scriueriano così meno rad $37\frac{1}{2}$. meno 5. & significariano

riano meno rad. $37\frac{1}{16}$ & anco meno 5. più (rad. 8. meno 2.) cose, & più rad. 2. cose fa più (raddice 18. meno 2.) cose, & questo con più 4. cose fa più (rad. 18. più 2.) cose. 7. censi con meno (5. meno rad. 2.) censi significa da 7. (considerandole hora per comodità senza la denominatione censi, che poi vi si torna a ad accompagnare) cauarne 5. manco rad. 2. cioè cauarne 5. ma poi (perche se ne cauaria troppo, cioè la rad. 2. più del douere) giongerli rad. 2. per il che da 7. cauarne 5. resta 2. & a questo giongere rad. 2. fa 2. più rad. 2. & sono censi, a questi gionto anco rad. 6. censi, che sono nella quantità 4. perche rad. 6. non si può unire con l'altra ra. 2. essendo elle incommunicanti, bisognarà accompagnarli mediante il segno più, & haueremo per somma 2. più radice 2. più radice 6. & vogliamo dire cominciando dalla quantità maggiore (radice 6. più radice 2. più 2.) censi. Vi restano mò 6. censi censi. & meno 8. censi censi la somma de' quali e meno 2. censi censi da scriuere dietro alle quantità già scritte, & così sarà formata la somma cercata.

Del Sottrare.

IL sottrare nelle quantità Algebratiche si fa all'ordinario come nelle altre; cioè si cauano le simili dalle simili adoprando il termine del più, & del meno, secondo che occorrerà. Onde volendo cauare la quantità A, dalla B, Cauando il numero 18. inferiore della A, del numero 23 superiore della B, che resta 5. egli si scriuerà sotto alla riga tiratoui, Et a cauare più 4. cose da meno 7. cose restarà anco esse 4. cose di manco, cioè restarà meno 11. cose da scriuere sotto alla riga; Et a cauare meno 2. censi da più 8. censi (che è quanto giù gere 2. censi ad 8. censi) ne resultano più 10. censi da scriuere sotto alla riga, Et a cauare 8. cubi da 6. cubi ne resulta meno 2. cubi. Et seguendo a cauare 1. censo censo inferiore da nessuno censo censo superiore, resta meno 1. censo censo da scriuere a canto all'altre sotto alla riga, Et hora essendosi adoprate tutte le partiali quantità poste nelle date A & B, sarà finita la sottrattione, & il restante sarà la quantità formata sotto alla riga cioè 5. meno 11. cose più 10. censi meno 1. cubi meno 1. censo censo. Et nel medesimo modo si farà ciascun'altra sottrattione occorrente. Che per maggior sodisfattione di gli Studenti si sono posti in margine ancora li dui seguenti esempij.

B, 23. meno 7. cose più 8. censi più 6 cubi	Da meno rad. 18.
A, 18. più 4. cose meno 2. censi più 8. cubi più 1. censo censo	cose superiore
Resta 5. meno 11. cose più 10. censi meno 2. cubi meno 1 4.	nel B, cauarne m.

Da B, 7. censi meno rad. 18. cose più (rad. 1. più 1.) censo censo
Cauisi A, 18. più rad. 8. meno 4. censi censi meno (5. meno rad 8.) cose

Resta 7. censi più (5, meno rad. 50.) cose meno (18. più rad. 6.) meno 5. 4.

Quero
meno (rad. 50. meno 5.) cose

Quero 7. censi più 5. cose meno rad. 50. cose meno 18. meno rad. 6. m, 5. 4.

(9. meno rad. 8.) cose significa a meno rad. 18. (lasciando hora la denominatione cose da accopgnarli poi nel fine della sua particolare operatione) giogerli 5. m. ra. 8. cioe giogerli 5. ma cauarne radice 8. onde a rad. 18. che è m, cauarne rad. 8. egli douenta tanto maggior m, che rad. 8. con rad. 18. fa ra. 50. onde douèra m, ra. 50. ma giongendoli il 5. detto fa 5. m, ra. 50 si può dunque dire che da meno rad. 18. a cauarne meno (5. meno rad. 8.) resti 5. meno radice 50. & sono cose da legarle, & anteponerli il segno più così più (5. meno rad. 50.) cose, ma perche 5. meno ra. 50. realmente è quantità minore di niente, perche rad. 50. che s'hà da cauare supera il 5. dal quale ella và cauata, si vede che essa totale quantità significa ra. 50. meno 5. ma è meno, cioè significa dalla totale somma douersene cauare rad. 50. ma giongerli 5. onde legando essa ra. 50. meno 5. & anteponendoli il segno meno se ne formarà meno (radice 50. meno 5.) & sono cose per il che si dirà che da meno radice 18. cose è cauarne meno (5. meno radice 8.) cose, resti meno (rad. 50. meno 5.) cose.

Da B, 6. censi censi più (ra. L, 6. meno rad. 2. L, più 4.) cose più 8. censi meno ra. L, 5. più ra. 2. L
Cauisi A, 5. censi censi meno rad. L. rad. 3. meno 1. L, cosa più 13. meno rad. 18. meno 3.)2.

Resta 1. censo censo più (5. più rad. 18.) censi più (rad. L, 6. meno rad. 2. L, più 4. più ra. L, ra. 3. meno 1. L,) cose meno rad. L, 5. più rad. 2. L, meno 12, Da 8. censi, cauarne meno (ra. 18 meno 3.) censi e giongere rad. 18. meno 3. ad. 8. onde giongendo rad. 18. ma cauandone 3. ne resultarà

Digitized by Google

resultarà 5.piu rad.18.& questo è il restante,& sono censi. Ancora dalle cose superiori in 2, canarne meno rad.1.rad.3.meno 1.L,significa giongerli essa rad.L,rad.3.meno 1.L,però ne resultarà rad.L,6.meno rad.2.L,piu 4.piu rad.L,rad.3.meno 1.L, & il tutto è 2. da legare insieme, accompagnandoli il segno ò denominatione 2. con il piu auanti.

Del Moltiplicare.

IL moltiplicare nelle quantità Algebratiche si fa moltiplicando di due date,la quantità dell'vna intesa libera da denominatione Algebratica,via la quantità dell'altra intesa similmente libera,& al resultante si accompagna il segno della dignità Algebratica che è composto dalla somma delli dui numeri significanti le dignità delle due quantità date da moltiplicare,che il composto sarà il prodotto delle due date quantità.

Per esempio date 3.censi,& 5.cose da moltiplicare insieme,si moltiplica 3.via 5.& fa 15.Ancora si giunge 2.denominatore,o segno del censo con 1.denominatore,o segno della cosa,& fa 3.che è la denominatione,o segno del 15.trouaro,onde accompagnatili insieme si forma 15 cubi che è il prodotto di 3.censi via 5.cose, Che a moltiplicare 2.via 2. se ne produce cubi,come si disse nel principio di questo Trattato.

Ancora moltiplichisi 5.censi per rad.2.piu 1. Questo rad.2.piu 1. è libero da denominatione Algebratica,& si chiama simplicemente numero che tutte le quantità libere,ò siano simplici,ò composte di piu nomi,come Binomij,ò Residui,ò Trinomij, ò rad.legate come si voglino, ò altre,si pigliano,ò intendono nell'Algebra,come quantità simplici non hauendo denominatione di dignità Algebratica,& i Pratici le pigliano tutte come numero,quali quantità,libere moltiplicate insieme il prodotto è sempre similmente quantità libera,o numero;Ma a moltiplicare vna quantità denominata da dignità Algeratica con vna quantità libera,che come s'è detto si chiama numero,il prodotto ritiene sempre la denominatione della dignità Algebratica, & però si dice che a moltiplicare numero con 2.fa 2.Et numero via censo fa censo, & numero via cubo fa cubo,& così ne gl'altri; Auuertendo che quando vna, ò ambedue le quantità da moltiplicare insieme siano composte da molte si moltiplica ciaseuna parte dell'vna con ciaseuna parte dell'altra,& posti insieme tutti i prodotti,il composto è il totale prodotto cercato. Che di ciò sono posti li seguenti esempij in margine.

Moltiplichisi 5.piu 6.cose meno 3.censi
Via 4.meno 2.cose

Fa 20.piu 24.cose meno 12.censi meno 10.cose meno 12.censi.p.6.3.

Cioè 20.piu 14.cose meno 24.2.p.6.3. ò vogliamo scriuerlo così 6.cubi piu 14.cose piu 20.meno 24.censi censi

Ouero,

6.cubi m.24.censi piu 14.2.p.20.

Moltiplichisi 3.cose meno 2.censi m.rad.5.
Via 7.piu rad.20.

Fa(21.p.rad.180.)2.m.(14 p.rad.80.)2.m.rad.245.m.10

Qui intendendo 7. piu rad. 20. come vna quantità sola,cioè come binomio, a moltiplicarlo con 3.cose se ne produrria similmente vna quantità sola di cose cioè 21.piu rad.180.ma conuien legarla per mostrare che è vna quantità di cose accompagnandoli il segno cosa cioè cose, Così anco a moltiplicare meno 2. censi,che è vna quantità sola con 7.piu rad.20. inteso come quantità sola il prodotto sara vna quantita sola di censi, & sarà meno,onde anteponendoli il segno meno, & legandola con accompagnarli poi il carattere 2. si formarà il prodotto meno(14.piu rad.80.)censi. Ancora se a moltiplicare meno rad.5.con il 7.piu rad.20.lo intenderemo similmente come Binomio,ò quantita sola,il prodotto sara rad.245.piu 10.inteso come quantita sola,& sara meno, però bisognara legarlo, & anteponerui il segno meno, & si formara meno(rad.245.piu 10.)Ma se questo rad.245.piu 10. non si legasse egli non si veria a pigliare come vna quantita sola composta di dui nomi,onde in tal caso si intenderia essere molti plicato meno rad.5.con 7.da se,& con rad.20.da se intese come due quantita separate, & non come vna sola quantita binomiale, & in tal caso a moltiplicare meno rad.5.con 7. faria meno rad.245.Et a moltiplicare meno rad.5.con rad.20.faria meno 10.qualimeno rad.245.& meno 10.fariano anc'elle due quantita separate, essendo ciasceuna d'esse meno. Che nell'altro caso quando si legano insieme formano meno(rad.245.piu 10.)donde il 10.ha anteposto il segno piu seruendo il segno meno, alla quantita composta totale, perciò significa che a moltiplicare meno rad.5.con 7.piu rad.20.fa meno,& tanto e questo meno quanto importa rad.245.piu 10. onde & il 10.& il rad.245.sono ambidui meno,& perciò slegati significano meno ra.245.& anco meno 10. hora inciascuno di questi dui modi si può scriuere tal prodotto cioè ò meno(rad.245.piu 10.)ò meno rad.245.& meno 10.

Digitized by Google

Che ancora il 21. piu rad. 180) cose si potria vedendolo sciogliere scriuere così 21. cosa piu rad. 180. cose. Ma il meno (14. piu rad. 80.) censi volendolo sciogliere conuerria mutare il piu antepostо a rad. 80 in meno, scriuendo ẽ, 14. censi ẽ, rad. 80. censi perche intesi come due prodotti l'vno di meno 2. censi via 7. questo faria meno 14. censi, & l'altro di meno 2. censi via rad. 20. questo faria anc'egli meno, cioè meno rad. 80. censi; Sia dunque accorto l'operante in queste formationi, & sciogliture, ò legature, accioche si liberi dalle difficultà, & errori che vi potessero auuenire.

Moltiplichisi 5. meno rad. 2. cose piu 4. censi piu rad. L, 5. meno rad. 6. cubi L,
Via 3. censi meno rad. L, rad. 5. meno 2. L, cose piu rad. L, 2. meno rad. 3. L,

---

Fa 15. censi meno rad. 18. cubi piu 12. censi censi piu rad. L, 45. censi censi meno rad. 486. ẽ. L, meno rad. L, rad. 3125. ẽ, 50. L, cose piu ra L, ra. 20. ẽ, 4. L, ẽ. ẽ, ra. L, ra. 1280. ẽ, 32. L, 3. meno ra. L, ra. 125. meno 10. meno ra. 30. cubi piu ra. 24. cubi L, ẽ.
piu rad. L, 50. ẽ, rad. 1875. L, meno rad. L, 4 ẽ, rad. 12. L, cose p̃, rad. L. 32. ẽ, rad. 768. L, ẽ.
piu rad. L, 10. meno rad. 75. meno rad. 24. cubi piu rad. 18. cubi L,

Il qual prodotto si potrà scriuere, ò ponere con ordine piu comodo come si vede qui sotto 32. censi censi meno rad. 18. cubi meno rad. L, rad. 1280. meno 32. L, cubi piu (15. L, piu rad. L, 20. meno 4. L, piu rad. L, 32. meno rad. 768. L, censi meno rad. L, rad. 3125. meno 50. L, cose meno rad. L, rad. 125. meno 10. meno rad. 30. cubi piu rad. 24. cubi L, cose meno rad. L, 4. meno rad. 32. L, cose piu rad. L, 45. censi censi meno rad. 486. ẽ. L, piu rad. L, 50. meno ra. 1875. L, p̃, rad. L, 10. meno rad. 75. meno rad. 24. cubi meno rad. 18. cubi L,

Hora accioche lo Studente si assicuri in tutto che operando come s'è detto si trouino i veri prodotti partiali, & consequentemente il vero prodotto totale si pone il seguente esempio in quantità note done si conoscerà quanto occorre.

La cosa si pare valere 3. però il censo 9. il cubo 27. il censo censo 81. il ẽ. 243. il ẽ. ẽ. 729. il ẽ. ẽ. 2187. &c.

Moltiplichisi 5. meno rad. 16. cose piu 3. censi piu rad. L, 70. meno rad. 4. cubi L,
Con 3. censi meno rad. L, ead. 36. meno 2. L, cose piu rad. L. 7. meno rad. 9. L,

---

prodotto 15. censi meno rad. 144. cubi piu 9. censi censi piu ra. L, 630. 4. ẽ, ra. 324. ẽ. L
Ouero.
rad. L, 630. meno ra. 324. cubi L, ẽ.

meno ra. L, ra. 22500. ẽ, 50. L, ẽ. p̃, rad. L, rad. 9216. ẽ, 32. L, ẽ. ẽ, ra. L, ra. 2916. ẽ, 18. L, 3 meno ra. L, ra. 176400. meno ra. 144. 3. meno 140. piu ra. 16. 3. L. ẽ.

piu ra. L, 175. ẽ, ra. 5625. L, ẽ, ra. L, 112. ẽ. rad. 2304. L, ẽ. piu ra. L, 63. ẽ, ra. 729. L. censi.
piu rad. L, 490. ẽ, rad. 196. cubi meno rad. 44100. piu rad. 36. cubi L,

Qual prodotto ridotte queste sue partiali quantità a numeri noti sarà 135. ẽ, 324. piu 729. piu 108. meno 30. piu 72. meno 162. ẽ, 24 piu 10. meno 24. piu 54. piu 8. Cioè 1116. meno 564. cioè 552. Et perche il medesmo si troua operando con i numeri noti si vede che le Regole date sono a proposito.

Moltiplichisi 5. meno 12. piu 27. piu 4,
con 27. meno 6. piu 2.

---

prodotto 135. meno 324. piu 729. piu 108.
meno 30 piu 72. meno 162. meno 24.
piu 10. meno 24. piu 54. piu 8.

piu	meno
135.	324.
729.	30.
108.	162.
72.	24.
10.	24.
54.	
8.	meno 564.

piu 1116.
meno 564.

fa 552.

Notisi che a moltiplicare rad. L, 70. meno rad. 4. cubi L, con 3. censi si può (lassando la denominatione censo) moltiplicare rad. L, 70. meno 4. cubi L, con il 3. numero d'essi censi cioè con radice L, 9. L, che fa rad. L, 630. meno rad. 324. cubi L, & questi sono censi (cioè il prodotto di rad. L, 20. meno rad. 4. cubi L, via 3. censi, e rad. L, 630. ẽ, ra. 324. 3. L, censi) perche non hauendo la rad. L, 70. meno rad. 4. cubi L, oltre la legatura denominatione alcuna Algebratica, cioè ne di cosa, ò censo, ò cubo, ò altro

ella si

Digitized by Google

ella si piglia come simplice (ò come dicono i Pratici si piglia come numero) onde a moltiplicare questa quantità simplice con alcuna quantità di denominatione Algebratica, il prodotto hà poi la denominatione istessa Algebratica, & perciò qui à moltiplicare quantità simplice per censo il prodotto è censo. Ancora essa moltiplicatione si può far così: Essendo rad.l.70. meno rad.4. cubi L, quantità di rad.legata, riducasi ancora similmente a rad. legata il 3 censi con la quale ella si moltiplica cioè si moltiplichi 3. censi in se medesimo legando il prodotto, & sarà ra.L.9.4.L.(perche a moltiplicare 3.censi in se medesimo cioè via 3.censi fa 9.4. onde tanto significa ra.l.9.4.l,quādo 3.censi che 9.4.importano 729.onde ra.l,9 4.l,significa ra.l,729. l,che è 27.& similmente 3.censi sono 27.ponendosi che la cosa vaglia 3.)Hora hauendo da 70. moltiplicare ra.l,m,ra.4.3.l, via ra.l,9 4.l, esse due quātità si cōsiderano sciolte, ò libere dalla legatura,come se siano 70.m.ra.4.3. Et 9.4.& si moltiplicano insieme che fanno 630.4.m,ra. 324.7. (che a moltiplicare ra.4 3. via 9.4. lassando le denominationi si moltiplica ra.4.per 9. cioè per rad.81,& fa rad.325.hora considerate le denominationi che sono cubi,& 4.perche a moltiplicare cubi via 4 fa 7.(che 7.e il composto di 3.& 4.)il prodotto detto haverà denomina tione di 7.cioè sarà rad.324.7.)il qual prodotto hora si lega(perche legate erano le due quātità moltiplicate insieme,)& si forma rad.L.630.4.meno rad.324.7.L.& questo e il prodotto di rad. L.70. meno rad.4. cubi l,via 3. censi qual prodotto significa l'istesso che l'altro trouato essere rad.l,630.meno rad.324.cubi l,censi,Che meno rad 324.cubi e meno 18. cubi cioè meno 486.onde rad.l,630.meno 486 l,significa rad.l,144. l,cioè 12. & sono censi che importano 108. Et nell'altra rad.legata il meno rad.324.7. significa meno 18.7. che il 7.valendo 2187.li meno 18.7. faranno meno 39166.Et li 630.4.importano 51030 pero detta quantità rad.l,630 4.meno rad.324.7.l,importarà radice l,51030.meno 39366.l,cioè radice l,11664. l,cioè 108. ancor ella.

Esamine delli partiali prodotti della superiore moltiplicatione.

15.censi importano 135. che si pone la cosa valere 3. & il censo valere 9.

Meno rad.144.cubi e meno 12.cubi per il che a 27.per cubo importa meno 324.

più 9.4. importano 729. che il 4. vale 81.

Più ra.l,630.4.m,ra.324.7.l,quero ra l,630.m,ra.324.3.l,2. importa 108.come s'è veduto.

Meno ra l,ra.22500.m,50.l,2.e m,ra.l,150.m,ra.50.l,2.cioè m, ra.l,100.l,2. cioè m,10.2. però importa meno 30.che la cosa vale 3.

Più rad.l,rad.9216.meno 32.l,censi e più rad.l,96.meno 32.l,censi cioè più rad.l,64.l, censi cioè 8.censi però importa più 72.meno rad.l,rad.2916. meno 18. l.cubi e meno rad.l,54. meno 18.l,cubi cioè meno 12d.l,36.l,cubi cioè meno 6.cubi però importa meno 162. meno radice l,rad.176400.meno rad.144.cubi meno 140.più rad.16. cubi l,2. e meno rad.l,420. meno 12. cubi meno 140.più 4.cubi l,cose,cioè meno radic.l,420. meno 324.meno 140.più 108. l,cose Cioe meno rad.l,528.meno 464.l,cose cioè meno rad.l,64 l,cose cioè meno 8.cose per il che importa meno 24.

Più ra.l,175.meno ra.15625.l,e più ra.l,175.meno 75.l,cioe più ra.l,100.l, cioè più 10.

Meno rad.l,112.meno rad.2304.l,cose e meno rad.l,112.meno 48.l,cose Cioè meno ra.l,64. l,cose cioè meno 8.cose però importa meno 24.più rad.l,63. meno rad.729.l, censi e più rad.l, 63.meno 27.l,censi,cioè più rad l,36.l,censi cioè più 6.censi però importa più 54.più radice.l, 490.meno rad.196.cubi meno rad.44100.più rad.36.cubi l,e più rad.l,490.meno 14. cubi meno 210.più 6.cubi l,cioè e più rad.l,490.meno 378.meno 210.più 162.l,cioè più rad.l,652.meno 588.l,cioè più rad.l,64.l,cioè più 8.

Quali particolari prodotti gionti insieme importano 1116.meno 564 Cioè 552.come è a punto il dutto,di 5.meno 12.più 27.più 4.quantità superiore in 27.meno 6.più 2.quantità inferiore Cioè di 36.meno 12.superiore in 29.meno 6.inferiore cioè di 24.superiore in 23.inferiore Che 24.via 23. fa 552.

Attenda hor bene lo Studente a quello che segue.

Auertasi che rad.16.cose non tignifica pigliare la rad. di 16. cose (che la cosa valendo 3.16. cose fariano 48.& la sua rad.faria rad.48.che non arriua a 7.)ma significa pigliare la rad.di 16. che è 4.& queste 4. faranno cose;cioè 4.cose che la cosa valendo 3.le 4.cose faranno 12.però radice 16.cose signica 12. Così rad.2. cose perche rad.2. e alquanto più d'1 $\frac{1}{7}$. significarà 3 $\frac{1}{7}$.2. & alquanto più che la cosa valendo 3.le 1 $\frac{1}{7}$. cose faranno 4 $\frac{1}{7}$.& così rad.2.cose significa 4 $\frac{1}{7}$.& alquanto più Che non si può dire che rad.2.cose possa significare la rad.di 2.cose cioè di 16.(posto la cosa vale 3.)che faria rad.6.cioe manco di 3.valore d'vna sola cosa,perche così rad.2. faria manco d'1.il che non è anzi rad.2.e molto più d'1.

A moltiplicare 3.censi con ra.l,rad.l,36.meno 2.l, cose lassate le denominatione Algebrati-

che

o di censi censi per censi censi, o quantità di qual si vogli altra dignità, per quantità che habbi la istessa denominatione di dignità l'auenimento sarà sempre quantità simplice, cioè che si piglia come numero cioe libero da denominatione di dignità Algebratica; che essendo i segni delle dignità Algebratiche nel partitore, & nella quantità da partire eguali, a cauare il numero dell'vno dal numero dell'altro resta niente: però niente viene ad essere il segno Algebratico da accõpagnare all'auenimento.

Et quando si partirà vna quantità di denominatione di dignità Algebratica per numero, cioe per quantità libera da denominatione, o da segno Algebratico, all'hora l'auenimento hauerà il segno istesso Algebratico, che habbi la quantità partita; Che a cauare, o cioe niente segno del numero, o quantità libera partitore dal segno della dignità della quantità che si parte resta l'istesso segno di dignità, qual si hà da accompagnare all'auenimento, onde a partire cose per numero l'auenimento e cose, Così a patire censi per numero l'auenimento e censo, Et a partire cubi per numero l'auenimento e cubo, Et così nell'altre.

Et partendo numero per numero l'auenimento sempre e numero, cioe quantità libera da denominatione Algebratica. Del che tutto si poneranno li seguenti essempij.

Per 5. cose partasi 19. censi piu 13. censi censi meno 6. cubi piu rad. 40. cose

ne viene $3\frac{4}{5}$. cose piu $2\frac{3}{5}$. cubi meno $1\frac{1}{5}$. censo piu rad. $1\frac{3}{5}$

Per 8. partasi 32. meno rad. 128. piu rad. 24. cose meno 18. censi piu 4. censi censi

ne viene 4. meno rad. 2. piu rad. $\frac{3}{8}$. cose meno $2\frac{1}{4}$ censi piu $\frac{1}{2}$. censo censo

Per rad. 6. partisi 50. piu 18. cose meno 32. censi piu 1. censo censo meno rad. 24. cubi

ne viene rad $416\frac{2}{3}$. piu rad. 54. cose meno rad. $170\frac{2}{3}$. censi p̄, rad. $\frac{1}{6}$. ꝟ. meno 2. 3.

Per rad. 8. cose partasi 36. censi piu rad. 200. cubi piu 1. censo censo meno 1. cosa

ne viene rad. 162. cose piu 51. censi piu rad. $\frac{1}{8}$. cubo meno rad. $\frac{1}{8}$

Per 2. piu rad. 3. parta 528. cose meno rad. 48. piu 7. censi meno 5. censi censi.

via 2. meno rad. 3. via 2. meno rad. 3.

1. partitore simplice. A, (56. m̄, rad. 2352.) ł. m̄, ra. 192. p̄, 12. p̄, (14. m̄, ra. 143.) z. m̄, (10. m̄, ra. 75.) ꝟ.

Qui si riduce il binomio 2. piu rad. 3. partiture a partitore simplice moltiplicãdolo con il suo Residuo 2. meno rad. 3. (che fa 1. partitore simplice) con il quale 2. meno radice 3. si deue anco moltiplicare la quantità da partire, & il resultante A, si parte per il partitore simplice 1. & ne viene l'istesso A, però quest'A, sarà l'auenimento cercato.

Nel moltiplicare 2. meno rad. 3. via meno rad. 48. si e moltiplicato da se 2. via meno rad. 48. che fa meno rad. 192. & da se anco si e moltiplicato meno rad. 3. via meno rad. 48. che fa piu ra. 144. cioe piu 12. (che meno via meno fa piu) cioe si e supposto che 2. meno rad. 3. siano due quantità separate in 2. & meno rad. 3. Ma a moltiplicare 2. meno rad. 3. con meno 5. censi censi si e supposto che 2. meno rad. 3. sia vna quantità sola, (& non due separate come si suppose nel moltiplicarle con rad. 48.) quale quantità intiera 2. meno rad. 3. si e moltiplicata con il 5. (numero delli censi censi,) & fa 10. meno rad. 75. che e vna sola quantità di censi censi, & e meno, quale moltiplicata per piu che e la totale quantita 2. m̄, rad. 3. fa m̄, & così si ha meno (10. meno rad 75.) censi censi che la legatura, o vnione delle due virgolette nel (10. meno rad. 75.) mostrano che questa quantita 10. meno ra 75. e vna sola quantita, & e censo censo per rispetto del segno censo censo, che se li mette doppo, & e meno per rispetto del segno meno, che se li mette auanti, il che e quanto se disunito essa quantita di censo censo si scriuesse separatamente intesa ogni parte da se così meno 10. censi censi piu rad. 75. censi censi, poiche il meno rad. 75. separãdolo douenta piu rad. 75 perche il cauare 10. meno rad. 75. da vna quantita significa cauare 10. ma giungerli poi rad. 75. onde quando il meno rad. 75. non ha dependenza dal meno 10. ma che sta da se conuiene darli il suo segno reale che hora e piu.

Per (2. m̄, rad. 3.) cose partasi 28. cose meno 25. censi piu (rad. 2. meno 1.) censo censo.

2. piu rad. 3. via 2. piu rad. 3.

1. cosa P. partitore simplice A, (56. p̄, rad. 2352.) cose meno (50. p̄ rad. 1875.) z. p̄, (rad. 8. meno 2. piu rad. 6. meno rad. 3.) censi censi

ne viene B, 56. p̄, ra. 2352. meno (50. p̄, ra. 1875.) ł. p̄, (ra. 8. meno 2. p̄, ra. 6. m̄, ra. 3.) ꝟ.

Digitized by Google

Qui per ridurre il partitore (2. meno ra. 3.) cose a partitore simplice; Quanto al numero che hora è composto essendo Residuo) retenendo nondimeno la sua denominatione di cose moltiplicaremo esso Residuo 2. meno rad. 3. con il suo binomio 2. più rad. 3. & fa 1 partitore simplice, ma e cose cioè e 1. cosa P. Ancora con il medesimo binomio si moltiplica la quantità da partire, & ne resulta la quantità A, da partire hora per il partitore P. 1. cosa che quanto al partire per 1. li numeri della quantità A, restaranno gl'istessi che a partire qual si vogli quantità per 1. ne viene la medesima quantità ma quanto à rispetto alla denominatione della dignità Algebratica cose, che hà l'1. nel partitore P, (essendo egli 1. cosa) ciascuno delli Caratteri delle dignità Algebratiche in detta quantità A, douentarà 1. (caratterе delle cose) maneo di quello che è, perche a partire censo censo per 1. ne resultano cubi, & a partire censi per cose, ne resultano cose; Et à partire cosa per cosa, ne resulta numero, ò vogliamo dire quantità libera da denominatione Algebratica; per il che partendo la quantità A, per il partitore P, 1. cosa l'auenimento sarà la quantità B.

Per 7. cose partisi 12. Qua perche il 12. numero libero non ha denominatione di dignità Algebratica dalla quale si possa cauare 1. numero della denominatione Algebratica cose, che hà il partitore 7. cose; conuerrà scriuere l'auenimento in forma di rotto così 12. con 7. cose sotto significando 12. esimo di 7. cose, (ò da partire per 7. cose) ponendo la quantità da partire sopra la righetta per numeratore; & il partitore di sotto per denominatore; Così a partire 7. cose per 9. censi, ne viene 7. cose esimo di 9. censi. A partire 9. cose meno 4. per 6. cubi, ne viene 9. cose meno 4. esimo il tutto di 6. cubi. A partire rad. 5. censi meno 2. cose più 1. per 3. censi censi, ne viene rad. 5. censi meno 2. cose più 1. esimo il tutto di 3. censi censi. Et il simile si fa quando il partitore sia composto da più quantità di diuerse denominationi Algebratiche, interuenendoui anco o quantità libera, (o vogliamo dire numero,) o non secondo che occorra. Auuertendo che ogni partitione siano il partitore, & la quantità da partire quali si vogliono, si può esequire così, cioè senz'altro operare si può ponere la quatità da partire sopra ad una righetta per numeratore, & il partitore di sotto per denominatore che il rotto, o quatità in forma di rotto così formata sarà l'auenimento di tale partitione, Onde a partire 35. cose per 8. si può dire che ne viene 35. cose esimo d'8, A partire 75. cubi più 5. censi censi per 9. cose si può dire che ne viene 75. cubi più 5. censi censi il tutto esimo di 9. cose, Et così che a partire 3. censi più 2. censi censi per 7. cose, ne viene 3. censi più 2. censi censi il tutto esimo di 7. cose. Che a partire 8. cubi meno 8. censi censi più rad. 12. censi per rad. 8. censi censi più 9. cose, ne viene 8. cubi meno 6. censi censi più rad. 12. censi il tutto esimo di rad. 8. censi censi più 9. cose, & così nell'altre occore. Di questi rotti mò, o quantità scritte in forma di rotto si mostrarà il sommare, sottrare, moltiplicare, & partire, & prima l'abbreuiarli, ò schifarli, Et il ridurli ad vna istessa denominatione, il che sarà molto facile da intendere quando massime si siano bene intese le medesme operationi nelli rotti delli numeri rationali ordinarij, che perciò ne hò esquisitamente trattato nella seconda parte della mia Aritmetica vniuersale,

Dell'Abbreuiare, ò Schifare de rotti.

L'Abbreuiare, o schifare è modo di ridurre vn rotto, o quantità scritta in forma di rotto a più breue denominatione, così quãto alle denominationi delle dignità Algebratiche che vi si trouino, come anco quanto alli numeri, o quantità, Et questo si fa partendo così il numeretore, come il denominatore del dato rotto, per vna medesima quantità, o libera, o di dignità Algebratica, che entri nell'vno, & nell'altro precise per numeri, o quantità intiere comode, come occorra, che nelle due partitioni quello che resultarà dalla partitione del numeratore sarà nuouo numeratore, & quello che resultarà dalla partitione del denominatore sarà nuouo denominatore con i quali si formarà il rotto, che resulti dell'hauere schifato il dato.

Per essempio hauendo 18. censi esimo di 36. cubi potremo schifare, o partire il 18. & il 36. per 2. o per 4. che p 4. douentarnão 7. & 9. ritenendo il 7. la denominatione di 2. che ha il 18. perche a partire 18. censi per 4. ne viene 7. censi. Et retenendo il 9. la denominatione di cubo, che ha il 36. perche a partire 36. cubi per 4. ne viene 9. cubi, & si formarà 7. censi esimo di 9. cubi, ancora questo rotto si potrà schifare quanto alli segni delle denominationi Algebratiche abbassandole più che si possa, riducendo cioè poniamo li censi censi a cubi, o a censi, o a cose, o finalmente a numero, o quantità libera fino a che si possono abbassare le dignità Algebratiche, cioè fino a leuarle del tutto restando libera la quantità loro; onde nel 7. censi esimo di 9. cubi potremo abbassare li censi, & li cubi per vna dignità riducendo il 7. censi a 7. cose, & il 9. cubi a 9. censi formando 7. cose esimo di 9. censi, il che e partire così li 7. cẽsi come li 9. cubi per 1. cosa che 1. cosa

in 7. censi

Digitized by Google

in 7. censi entra per 7. cose, & essa 1. cosa in 9. cubi, entra per 9. censi. Et ancora si possono abbassare per vn'altra dignità partendo pure per 1. cosa, che 1. cosa in 7. censi entra per 7. numero, o quantità libera, che è il numeratore, & essa vna cosa in 9. censi entra per 9 cose, che è il denominatore formandosi 7. esimo di 9. cose rotto ridotto alla più bреne denominatione che si possa, essendo quanto alle dignità Algebratiche peruenuto a numero, o quantità libera che è il numeratore 7. Et quanto alla quantità, o rotto $\frac{7}{9}$. ad essi 7. & 9. numeri che non hanno alcuna comune misura se non la vnità che misura tutti i numeri, Si poteua anco il 7. censi esimo di 9. cubi abbreuiarlo in vna sol volta partendo per 1. censo che 1. censo in 7. censi entra per 7. che è numeratore, & esso 1. censo in 9. cubi entra per 9. cose, che è denominatore formandosi 7. esimo di 9. cose. Si poteua anco in vn'istesso tempo abbreuiare il primo rotto dato 28. censi esimo di 36. cubi, così quanto alli numeri 28. & 36. come anco quanto alle dignità Algebratiche partendo per 4. censi, che 4. censi in 28. censi numeratore entra per 7. che è nuouo numeratore, & essa 4 censi in 36. cubi denominatore entra per 9. cose che è nuouo denominatore, & si forma il 7. esimo di 9. cose, hauendo abbreuiato del tutto 28. censi esimo di 36. cubi dato il che è sempre bene a fare per espedire breuemente esse Abbreuiationi. Et dato 24. cubi più 28. censi censi meno 16. censi il tutto esimo di 8. censi meno 12. cose perche 4. & la dignità cose, cioè 4. cose entra nel numeratore, & anco nel denominatore partiremo ciascun di loro per questo 4. cose, & ne resultarà 6. censi più 7. cubi meno 4. cose il tutto esimo di 2. cose meno 3. Et questo basti.

Del Ridurre i Rotti di diuerse ad'vna istessa denominatione.

Questo si esequirà nel modo che si mostrò delli rotti ordinarij, nella seconda parte della Aritmetica vniuersale, cioè di dui rotti dati, moltiplicando il denominatore dell'A, con il denominatore del B, che il prodotto P, sarà il denominatore commune, poi moltiplicando il numeratore di A, con il denominatore di B, il prodotto sarà numeratore del rotto a che si riduce l'A. essendo denominatore il commune denominatore P, Ancora moltiplicando il numeratore di B, con il denominatore di A, il prodotto sarà numeratore del rotto a che si riduce il B, essendo denominatore il commune denominatore P, Che dati A, 7. esimo di 3 censi, & B, 5. meno rad. 3. il tutto esimo di 4. cubi, il denominatore commune P, sarà 12. 5. Il numeratore del nuouo A, sarà 28. cubi. Et il numeratore del nuouo B, sarà (15. meno rad. 27.) censi, & li rotti nuoui saranno 28. cubi esimo di 12. 5. corispondente, & eguale all'A, (che schisandolo p 4. cubi ritornarà a 7. esimo di 3. censi A,) Et 15. meno rad. 27. censi il tutto esimo di di 12. 5. corispondente, & eguale al B, (che schisandolo per 3. si ritornarà a 5. meno rad. 3. esimo di 4. 3.

Et dati li dui rotti 5. meno 2. cose il tutto esimo di 8. censi A, & 7. censi meno rad 2. il tutto esimo di 6. censi censi B, Perche il denomiuatore censi di A, può ridursi alla denominatione di B, (che li censi nelli censi censi entrano per censi si potrà partire 6. censi censi per 8. censi, che ne viene 6 censi censi esimo di 8. censi cioè 3. censi esimo di 4. (cioè 3. censi da partire per 4.) che è $\frac{3}{4}$. censi per il che si vede che il denominatore d'A, è contenuto per volte $\frac{3}{4}$. censi nel denominatore di B, onde basterà a moltiplicare nel rotto A, così il numeratore, come il denominatore per $\frac{3}{4}$. censi, & se ne formarà $3\frac{3}{4}$. censi meno $1\frac{1}{2}$. cubi il tutto esimo di 6. censi censi eguale all'A, & della denominatione del B, Così dati 2. cubi più 6. meno rad. 2. il tutto esimo di 20. 6. A, & 7. cose più 2. il tutto esimo di 4 censi B, perche il censo dignità del denominatore di B, entra nel 6. dignità del denominatore di A, & vi entra per il censo censo si potrà partire 20. 6. per 4. censi, che ne viene 5. censi censi per il che il rotto B, si potrà ridurre alla denominatione dell'A, moltiplicando così il numeratore, come il denominatore del B, per 5. censi censi, che ne resultarà 35. 5. più 10. il tutto esimo di 20. 6. che è il rotto a che si riduce il B.

Et dati 3 censi censi meno 2. cose più rad. L, 5. meno rad 2. L, il tutto esimo di 4. cose meno 3. A, Et 15. meno rad 7. più rad. 6. cose il tutto esimo di 3. censi più 7. B, moltiplicando A, per il denominatore di B, cioè per 3. censi più 7. Et moltiplicando B, per il denominatore di A, se ne formaranno li nuoui A, 9. 6. meno 6. cubi più rad. L, 45. meno rad. 162. L, censi più 21. censi censi meno 14. cose più rad. L, 245. meno rad. 4802. L, il tutto esimo di 12. cubi più 28. cose meno 9. censi meno 21. Et B, rad. 96. censi più 60. cose meno rad. 54. cose più radic. 21. meno 45. meno rad. 112. il tutto esimo di 12. cubi più 28. cose meno 9. censi meno 21. che hanno vna medesma denominatione.

3. censi censi meno 2. cose più rad. L, 5. meno rad. 2. L, via 3. censi più 7.

15. meno ra. 7. più ra. 6. cose via 4. cose meno 3.

Digitized by Google

fa 9.c.m.6.3.p.ra.l.45.m.ra.162.l.2.p.21.4. fa 60.2.m.ra.112.p.ra.96.2.m.45.p.21.m.ra.54.2 meno 14.2.p.rad.L.2485.meno rad.4802.L.

Le operationi ancora delli elementi di queste quantità Algebratiche, cioè il sommare, sottrare, moltiplicare, & partire sono simili alle operationi medesime delli numeri rationali, onde nelle quantità Algebratiche poste in forma di rotto, o miste d'intiero, & rotto per sommar le insieme si tiene il modo istesso che si fa nelli rotti, o misti delli numeri rationali, però hauendo inteso il sommare in quelli, qui breuemente basterà a ponerne li seguenti essempij nelle quantità Algebratiche.

Sommisi 8.esimo di 9.censi con 3.cose piu 2. il tutto esimo di 15.censi 27.cubi piu 18.censi 120.censi

27.cubi piu 138.censi

La somma e 135.censi censi & schisata per 3.censi si riduce à 9.cose piu 46.

45.censi

Sommisi A, 12. cose meno ra.5.2. il tutto esimo di 4. piu rad.8. cesi censi con 8. cubi p. ra. 3. cose p. 1. il tutto esimo di 5.3. meno 10.4.B, Per trouare la somma C, si moltiplicarà il numeratore di A, con il denominatore di B, & al prodotto si giongerà quello che nasce a moltiplicare il numeratore di B, con il denominatore di A, & la somma sarà il numeratore di G, Ancora si moltiplica il denominatore di A, con il denominatore di B. & il prodotto sarà il denominatore di C, qual C, sarà la somma di A, & B,

Sommisi 7.censi piu 3.cose & questo rotto 2.cose meno 6. il tutto esimo di 5.censi, cō 9.cose meno 4. & questo rotto 3.censi esimo di 5. meno 6. censi censi

15.censi censi, & 10.cose meno 30. meno 12.5. piu 36.censi censi, cioè.

Somma 7.censi piu 12.cose meno 4. & questo rotto 15.censi censi piu 10. cose meno 12.5. meno 30. il tutto esimo di 25.censi meno 30.6.

Qui sommato il rotto con il rotto, si somma anco l'intiero con l'intiero, che accompagnato al rotto trouato forma la somma totale, Et quando si sono sommati i rotti non occorre cercare se vi sono intieri, poiche non sapendo il valore della cosa non potiamo conoscere se vn rotto (o quantità scritta in forma di rotto, sia più, o meno d'intiero. Anzi in tali sorti di quanti à quando elle sono composte (diremo) d'intiero, & rotto come saria 7.cose, & questo rotto 2.censi si meno 3. il tutto esimo di 9.cose, o cosi 7.cose piu detto rotto 2.censi meno 3. il tutto esimo di 9.cose doue il 7.cose chiamaremo intiero, & il 2.censi meno 3. il tutto esimo di 9.cose chiamiamo rotto, all'hora per comodità delle operationi si riduce il tutto a forma di rotto, moltiplicado l'intiero con il denominatore del rotto, & al prodotto giongendo il numeratore del rotto, che il resultante e numeratore del nuouo rotto, o quantità scritta in forma di rotto, & denominatore e il denominatore istesso del rotto primiero, onde 7.cose piu questo rotto 2. censi meno 3. il tutto esimo di 9.cose ridotto a forma di rotto sarà 65. censi m, 3. il tutto esimo di 9.2. Et questo 2.censi censi meno 5. piu questo rotto 7. piu rad. 2. cose il tutto esimo di 1. censo censo meno 3. ridotto a forma di rotto sarà 2.8.meno 11.censi censi piu rad.2.cose piu 22. il tutto esimo di 1. censo censo meno 3.

2.censi censi meno 5. & questo rotto 7. piu rad. 2. cose il tutto esimo d'1. censo censo meno 3.

2.censi censi meno 5.

2.8.meno 11.censi censi piu 15. con 7. piu rad. 2. cose

Fa 2.8.m.11.censi censi p.ra.2.2.p.22. numeratore

essendo. 1. censo censo meno 3. denominatore

Et così quando sarà no proposte quante si vogliono quantità, o in forma di rotto, o d'intiero, o misto, elle si potranno sommare insieme i rotti con i rotti, & gl'intieri con gl'intieri, & poi ridurre il tutto a forma di rotto se così ci piacerà per adoprare essa somma doue occorra.

Del

Digitized by Google

Del Sottrare.

PEr ſottrare vn rotto, o quãtità ſcritta in forma di rotto da vn'altra poniamo a, da b, ſi moltiplica il numeratore di b, con il denominatore d'a, & dal prodotto ſi caua il dutto del numeratore d'a, con il denominatore di b, & il reſtante e numeratore di c. Ancora ſi moltiplica il denominatore di a, con il denominatore di B, & il prodotto e denominatore di C, qual C, e il rotto che reſta a cauare a, da b.

2, 7. coſe esimo di 5. meno 2. 9. censi piu 6. il tutto esimo di 4. coſe b, da 45. censi censi piu 30. censi meno 18. censi meno 12.
si caua 28. censi

reſta 45. censi censi meno 16. censi meno 12. che e numeratore — c

20. cubi meno 8. coſe. — denominatore

Quando con a, o b, o con ambidui vi siano de gl'intieri, si può ridurre ciaſcuno d'eſſi a forma di rotto, & poi cauare a, da b, nel modo detto. Ouero si può anco cauare il rotto dal rotto, & l'intiero dell'intiero al ſolito, Supponendo che quello che si caua sia quantità minore dell'altra dalla quale si ha da fare la ſottratione; Ouero ſenz'altra operatione douendo cauare a, sia qual si vogli da b, sia qual si vogli an'eſſo, si dirà che il reſtante e b, meno a.

Del Moltiplicare.

NEl moltiplicare de' rotti poniamo a, via b, o vogliamo dire per b, o con b, si moltiplica il numeratore di a, con il numeratore di b, & il prodotto e numeratore di C. Ancor asi moltiplica il denominatore d'a, con il denominatore di b. & il prodotto e il denominatore di C & queſto rotto, o quantità C, ſcritta in forma di rotto ſarà il prodotto di a, in b,

Moltiplichisi a. piu rad. 5. il tutto esimo di 4. coſe piu 1. a, con con 5. coſe meno 3. il tutto esimo di 2. censi censi piu 1. censo b.

Prodotto C, (10. piu rad. 125. / coſe meno 6. meno rad. 45. il tutto esimo di 8. 5. piu 4. cubi piu 2. censi censi piu 1. censo.

Moltiplichisi 7, coſe, & queſto rotto 2. cubi meno 5. coſe il tutto esimo di 9. meno 1. censo a, con 2. coſe meno rad. 3. censi b.

A 58. coſe meno 5. cubi il tutto esimo di 9. meno 1. censo. 2. coſe meno radi. 3. censi il tutto esimo d'1. b.

Prodotto C, 116. censi meno rad. 10092. cubi meno 10. censi censi piu rad. 75. 5. il tutto esimo di 9. meno 1. censo.

Et quando a, ò b, ò ambidue fuſſero compoſte d'intiero, & rotto all'hora ciaſcuna d'eſſe si riduce a forma di rotto, & poi si opera come nelli rotti.

Et ſe alcuna d'eſſe a, ouero b, poniamo b, fuſſe ſolo intiero, egli si riduce a forma di rotto ſeriuendo ſotto ad eſſo la vnità cioè 1. per denominatore ſeruendo la quantità d'eſſo b, per numeratore.

Del Partire.

NEl partire poniamo b, per a, Ridueansi ambedue a forma di rotto ſe eſſe', o alcuna d'eſſe non vi sia, poi si moltiplichi il numeratore di b, da partire con il denominatore d'a, partitore, che il prodotto ſarà numeratore di C. Ancora si moltiplichi il denominatore di b, con il numeratore d'a, che il prodotto ſarà il denominatore di C, qual rotto, o quantità C, ſcritta in forma di rotto ſarà l'auenimento cercato che reſulta a partire b, per a.

Per 2, 7. coſe esimo di 3. meno 1. coſa partasi b, 9. coſe meno rad. 8. il tutto esimo di 3. censi.

C, Auenimento 27. coſe meno rad. 72. meno 9. censi piu rad. 8. coſe il tutto esimo di 21. cubi.

Per 7, coſe piu 3. a, partasi 12. coſe, & queſto rotto 7. censi meno 6. il tutto esimo di 3. coſe piu 5. b.

A, 7. coſe piu 5. il tutto esimo d'1. b, 43. censi piu 60. coſe meno 6. il tutto esimo di 3. coſe piu 5.

Auenimento C, 43. censi piu 60. coſe meno 6. il tutto esimo di 21. censi piu 50. coſe piu 25.

Digitized by Google

Della Eſtratione, ò del pigliare la Radice quadra nelle quantità Algebratiche.

IL pigliare la radice quadra d'alcuna data quantità a, e il trouare vna quantità b, che moltiplicata in ſe medeſima produca la A, che eſſendo A, dato poniamo 16.☉. la ſua rad. quadra ſarà 4.☉. che moltiplicata in ſa ſteſſa cioè 4.☉. via 4.☉. fa 16.☉. onde ſi vede che il 4. nume. delle ☉. e la ra. di 16. num. delli ☉. & il ſegno ☉. e la rad. del ſegno ☉. perche a moltiplicare ☉. via ☉. fa ☉. Così la dignità ☉. e la rad. del ☾. perche a moltiplicare il cenſo in ſe ſteſſo cioè cenſo via cenſo fa cenſo cenſo; Del ☾. la rad. e il ☽. perche a moltiplicare cubi via cubi fa ☾. (che a ſomma re 3. numero del ſegno della coſa con il medeſimo 3. ſegno del cubo fa 6. ſegno del ☾ cioè 3. e la mità di 6.) per il che quando del numero d'vna dignità A, ſi pigʃa la mità il numero d'eſſa mità e il numero della dignità b, che e ra. quadra della a. ☽ il che quādo il num. della dignita a, nō ha mità (cioè che non ſi troui alcun num. intiero che ſia ſua mità, all'hora tal dignità a, non ha rad. quadra, onde il cubo non ha rad. quadra, ne alcuna dignità moltiplicata in ſe ſteſſa produce cubi: Che coſa via coſa produce ſolo cenſo; Et il cenſo (che ſegue alla coſa) moltiplicato in ſe ſteſſo, cioè via cenſo produce cenſi cenſi, che e maggior dignità del cubo: Per la medeſima cauſa il ☽ (cioè il primo relato) ne il ☾ (cioè il ſecondo relato, non ha rad. quadra, ne meno il ☽. (cioè il cubo cubo) ne alcun'altra dignità che ſi noti cō numero diſparo come ſono l'☾. il ☽. il 15. & ſeguenti. Onde quando occorra a moſtrare, ò ſignificare la rad. d'alcuna quantità d'eſſe dignità di numero diſparo, ciò ſi farà con il ſegno di rad. *L*, però per ſignificare la rad. di 12 cubi, ſi ſcriuerà rad. *L*, 12. cubi *L*, & così la rad. di rad. 8. ☽. ſarà rad. *L*, rad. 8. ☽. *L*, Et di (5. meno rad. 6.) cubi la rad. ſarà rad. *L*, (5. meno rad. 6.) cubi *L*, Et di (7. piu rad. *L*, 6. piu rad. 1 *L*,) cubi la rad. ſarà rad. *L*, (7. piu rad. *L*, 6. piu rad. 3. *L*, cubi *L*, Et così de gl'altri. Con il ſegno di rad. legata ancora ſi può breuemente ſignificare la rad. quadra di qual ſi vogli quantità, o ſia eſſa quantità quadrata, o non quadrata, che per moſtrare la ra. di queſta quātità 4.☉. p. 6. ☽. p. 9. ſi potrà ſcriuere, o figurare ra. l. 4.☉ p 6.☽ p 9. l, ſe bene in altro modo ſi può dire la ra. d'eſſa quātità eſſere 2.☽. p 3. (come ſi vedrà che 2.☽. p, 3. via 2.☽ p, 3. fa 4.☉ p. 6.☽. p 9.) Volendo mò pigliare la radic. di 25 ☾. che così il numero 25. come la dignità cenſo cenſo ha rad. perche di 25. la rad. è 5. & del cenſo cenſo la rad. e il cenſo diremo eſſa rad. di 25. cenſi cenſi eſſere 5. cenſi ☽. Et volendo pigliare la rad. di 20 cenſi cenſi perche la rad. del numero 20. non ſi può moſtrare ſe non ſcriuendo rad. 20. & la rad. del cenſo cenſo e il cenſo diremo rad. 20. cenſi eſſere la rad. di 20. censi censi, Che anco in queſti caſi il laſſare il 20. censi censi nel ſuo eſſere, & accompagnarli il ſegno di rad. legata dicendo la radi. di 20. censi censi eſſere rad. *L*, 20. censi censi *L*, è aſſai comodò. Veniamo hora a conſiderare come ſi poſſa conoſcere ſe vna quantità compoſta di diuerſe dignità, o inſieme con numero libero, o non habbi rad. (cioè ſia quantità quadrate,) & hauendola come ella ſi troui.

Sia la quantità binomiale *A*, 3. coſe piu 5. Moltiplicandola in ſe medeſima ſi fanno tre moltiplicationi partiali che ſono, l'vna della prima patte 3. coſe d'eſſo Binomio via la medeſima 3. coſe che fa 9. cenſi vn'altra e il compoſto di 3. coſe via 5. con 3. coſe via 5. cioè il doppio di 3. coſe via 5. che ſono le due parti del binomio, & fa 30. coſe, & l'vltima e il duetto di 5. ſeconda parte del binomio in ſe ſteſſo che fa 25. Onde il quadrato del binomio a. 3. coſe piu 5. e il trinomio b, 9. cenſi piu 30. coſe piu 25. quale percio e quantità quadrata, & la ſua rad. quadrata e il binomio 3. coſe piu 5. Acciò dunque che vn trinomio ſia quadrato, cioè, acciòche habbi rad. quadrata quale douerà eſſere vn binomio, conuiene che la rad. quadra del primo nome del trinomio, moltiplicata via la rad. quadra del terzo nome d'eſſo trinomio produca la mità del ſecondo nome, o vogliamo dire conuiene che a partire la mità del ſecondo nome per la rad. quadra del primo ne venga la rad. quadra del terzo nome, che nel trinomio ſecondo nome ſi chiama quello che e medio riſpetto al ſegno della dignità che ha fra li altri dui eſtremi, l'vno de' quali ſi piglia per primo, & l'altro per terzo, o vltimo. Et quando queſto auuenga, cioè che moltiplicando la rad. del primo nome via la radice del terzo ſe ne produca la mità del ſecondo, o che a partire la mità del ſecondo nome per la rad. del primo ne venga la rad. del terzo, all'hora il trinomio ſarà quadrato, & la ſua rad. quadra ſarà il binomio compoſto dalla rad. quadra del primo nome, & dalla rad. quadra del terzo, quando tutti tre i nomi ſiano piu, che quando ve ne fuſſe vno ſegnato con il meno. (& queſto ſarà ſempre il ſecondo, che il primo, & terzo di neceſſità ſono ſempre piu, cioè ſe li conuien ſempre il piu douēdo il trinomio eſſere

A, 3. coſe piu 5.
3 coſe piu 5.

B, 9. cenſi piu 30. coſe piu 25.

quadrato)

Digitized by Google

quadrato) all'hora la rad. quadra del trinomio saria vn Residuo il secondo nome del qual Residuo che va segnato con il meno, potrà essere la rad. del primo nome del trinomio, & anco potrà essere la rad. del terzo nome d'esso trinomio (secondo che le due diuerse valute che si dessero alla cosa ci mostrassero, come a suo luogo si conoscerà) che tanto resulta a moltiplicare in se stesso il Residuo ponamo 3. cose meno 5. quanto se il Residuo si dicesse essere 5. meno 3. cose, che 3. cose meno 5. via 3. cose meno 5. O 5. meno 3. cose via 5. meno 3. cose produce 9. censi meno 30. cose piu 25. che si può anco scriuere così 25. meno 30. cose piu 9. & bene è vero, che essendo il Residuo 3. cose meno 5. cioè il primo nome hauendo la maggior dignità cõuerria che il suo quadrato si scriuesse così 9. cẽsi meno 40. cose piu 25. cioè che anco qui il primo nome hauesse la maggior dignità, che 9. cẽsi primo nome del trinomio deue anco essere il quadrato del primo nome del Residuo, & l'vltimo nome del Trinomio de ne esse re il quadrato dell'vltimo nome del detto Residuo, che essendo il Residuo 3. cose meno 5. si suppone che le 3. cose importino piu di 5. accioche dal valore d'esse si possa cauare il 5. & perciò anco il quadrato di 3. cose cioè li 9. censi importaranno piu del quadrato di 5. cioè di 25. Ma essendo il Residuo 1. meno 3. cose si suppone che le 3. cose importino mãco di 5. accioche il valore d'esse 3. cose si possa cauare da 5. & all'hora perche similmente il quadrato di 3. primo nome cioè 25. e maggiore del quadrato di 3. cose vltimo nome cioè di 9. censi, ancora nel trinomio il primo nome sarà maggiore dell'vltimo, & perciò il 25. maggiore si ponerà per primo nome, & il 9. censi per vltimo scriuendola così 25. meno 30. cose piu 9. censi.

3. cose meno 5.	5. meno 3. cose	
3. cose meno 5.	5 meno 3. cose	
9. cẽsi meno 30. cose piu 25.	25. meno 30. cose p. 9. ✠	
5. cose piu rad. 7.	3. censi meno rad. 5. cose	
5. cose piu rad. 7.	3. censi meno rad. 5. cose	
25. censi piu rad. 700. cose piu 7.	9. ✠ m, rad. 180. cubi p. 5. censi	
3. censi piu 4. cose	rad. 5. cose meno 3. censi	
3. censi piu 4. cose	rad. 5. cose meno 3. censi	
9. censi censi piu 24. cubi piu 16. censi	5. ✠ m rad. 180. 3. p. 9. ✠	

Hor sia dato il trinomio 25. censi piu rad. 700. cose piu 7. Per trouare la sua rad. che hauendola ella farà vn binomio (perche il secõdo nome del trinomio e piu, come gl'altri dui nomi) Pigliasi la rad. del primo nome 25. censi che e 5. cose, & con questo si parta rad. 175. cose mità del secondo nome (che rad. 25. in rad. 175 entra per rad. 7.) & ne viene rad. 7. & questo deue essere la radice dell'vltimo nome, cioè esso vltimo nome deue essere il quadrato di radice 7. cioè 7. ma esso vltimo nome e a punto 7. però il trinomio e quadrato, & la sua radice e 5. cose piu radice 7.

Et dato il trinomio 9. censi censi piu 24. cubi piu 16. censi. Perche la rad. di 9. censi censi e 3. censi, & la rad. di 16. censi e 4. cose, & a moltiplicare questi 3. censi, & 4. cose insieme fanno 12. cubi, che e la mità di 24. cubi nome medio, cioè di dignità media fra le altre due, si dirà esso trinomio essere quadrato, & che la sua rad. e 3. censi piu 4. cose. Et se il nome medio del trinomio fusse meno, cioè che il trinomio fusse 9. censi censi meno 24. cubi piu 16. censi all'hora la sua rad. saria il Residuo 3. censi piu 4. cose.

Et dato il trinomio 9. censi censi meno rad. 180. cubi piu 5. censi; la rad. di 9. censi censi e 3. censi, & di 5. censi la rad. e rad. 5. cose, che moltiplicata via 3. censi, (cioè via rad. 9. censi) fa rad. 45. cubi il doppio del che rad. 180. cubi e a punto la quantità del nome medio del trinomio però egli è quadrato, ma la sua radice e Residuo, perche il nome medio e meno, & il meno del residuo e la rad. del terzo nome del trinomio (che e minore del primo) cioè e radice 5. cose però il Residuo sarà 3. censi meno radice 5. cose, che e radice di 9. censi censi meno radice 180. cubi piu 5. censi. Ma quando il trinomio si dicesse essere 5. censi meno radice 180. cubi piu 9. censi censi; cioè che 5. censi primo nome si intendesse essere maggiore di 9. censi censi vltimo nome, che perciò anco la rad. di 5. censi, cioè rad. 5. cose saria maggiore di 3. censi radice di 9. censi; all'hora il Residuo saria rad. 5. cose meno 3. censi, che saria rad. quadra di 5. censi meno rad. 180. cubi piu 9. censi censi.

Et dato il trinomio 3. censi censi meno rad. 588. censi piu 49. la rad. del primo nome e rad. 5 censi con la quale partite rad. 147. censi mità del nome medio, (lassata la denominatione meno) ne viene rad. 49. cioè 7 qual 7. perche e a punto la rad. di 49 vltimo nome, diremo esso trinomio

Digitized by Google

nomio essere quadrato, & per rispetto del meno segno del nome medio la sua rad. essere Resi-duo, & e rad. 3. censi meno 7.

rad. 3. censi meno 7.
rad. 3. censi meno 7.

3. censi censi meno rad. 588. censi piu 49.

rad. 3. censi meno 3. cose
rad. 3. censi meno 3. cose

3. censi meno rad. 108. cubi piu 9. censi

rad. 5. censi meno rad. 3. cose
rad. 5. censi meno rad. 3. cose

5. censi censi meno rad. 60. cubi piu 3. ℣.

rad. 3. censi censi meno rad. 2.
rad. 3. censi censi meno rad. 2.

3. ℣. meno rad. 24. censi censi piu 2.

rad. 8. cubi meno rad. 8.
rad. 8. cubi meno rad. 8.

8. ℣. meno 16. cubi piu 8.

3. censi piu 4. cose piu 5.
3. censi piu 4. cose piu 5.

Così 3. censi censi meno rad. 108. cubi p̃ 9. censi vedremo essere quadrato, & la sua rad. essere rad. 3. censi meno 3. cose.

Et aaco 5. censi censi meno rad. ℣60. cubi piu 3. censi essere quadrato, & la sua rad. essere il Residuo radice 5. censi meno radice 3. cose.

Ancora 3. ℣. meno rad. 24. censi censi piu 2. si vedrà essere quadrato, & per rad. hauere il Residuo radice 3. censi censi meno radice 2.

Et 8. ℣. meno 16, cubi piu 8. si conoscerà essere quadrato, & la sua rad. essere il Residuo rad. 8. cubi meno rad. 8.

Et se pigliando vn trinomio poniamo 3. censi piu 4. cose piu 5. lo moltipliearemo in se medesimo vedremo che il prodotto consta, o si compone da sei partiali prodotti (che si riducono in cinque) il primo diremo essere il quadrato del primo nome, il secondo il doppio del dutto del primo nome nel secondo, il terzo il quadrato del secondo nome, il quarto il doppio del dutto del primo nome nel terzo, il quinto il doppio del dutto del secondo nome nel terzo, Et il sesto il quadrato del terzo nome dalla quale considerazione andando speculando con il discorso naturale al solito si potria venire in cognitione del trouare il trinomio quãdo sia noto il suo quadrato, ma p̃che e di poca importanza passarò a cose di maggior profitto. Si dice solo che hauendo a pigliare la radice di alcun rotto proposto, o quantità Algebratica scritta in forma di rotto si piglia la radice del numeratore, & e numeratore, & la rad del denominatore, & e denominatore che il rotto così formato sarà la rad. della quantità proposta, che di 25. meno rad. 300. cose piu 3. censi il tutto csimo di 4. censi piu 12. cose piu 9. la rad. sarà 5. meno rad. 3. cose csimo di 3. cose piu 3. Et di 18. csimo di 6. censi censi la rad. sarà rad. 18. csimo di rad. 6. canfi, & così de gl'altri.

9. censi censi piu 24. cubi piu 16. censi piu 30. censi piu 40. cose piu 25.
9. censi censi piu 24. cubi piu 46. censi piu 40. cose piu 25.

3. censi	12. cubi	20. cose	5.
primo	4. cose	4. cose	terzo
nome	secondo	secondo	nome.

Come peruenutosi alle Equationi nelli quesiti, & positioni dell' Algebra elle si riduchino alli Capitoli occorenti.

NElli quesiti fatta la positione (come si vedrà a suo luogo) o in 1. cosa, o piu, o in 1. censo, o piu, o in altro modo che sia espediente, & conuenga al quesito dato, finalmente operando come esso quesito ricerca si peruiene ad hauere due quantità di forme diuerse, ma di necessità eguali fra loro, (che li pratici dicono peruenire alla Equatione) mediante la egualità delle quali conuiene cercare il valore della cosa dalla notitia del qual valore deriua la solutione del quesito, onde hora si andarà trattando di questa parte.

Quando due, o piu cose, o vogliamo dire quantità sono eguali l'vna, all'altra se a ciascuna di loro si giongerà vna medesma cosa, o cose eguali, li resultanti per commune Scientia, o notitia o vogliamo dire per commune concessione saranno anc'essi eguali l'vno all'altro. Similmente se da ciascuna delle cose, o quantità eguali si cauarà vna medesima, o cose eguali, i rimanenti saranno fra loro eguali. Et se le cose, o quantità eguali si moltiplicaranno, o partiranno con-

vna

Digitized by Google

vna medesima quantità, ancora i prodotti, o gl'auenimenti saranno fra loro eguali. Esse di quantità eguali si pigliaranno le radici quadre, esse radici saranno eguali fra loro, & così le loro rad. cube saranno eguali, & similmente le rad. quadre quadre, & quelle che di quale altra sorte si pigliassero.

Essendosi peruenuto alla Equatione in alcun quesito, cioè all'hauere due quantità eguali di forme diuerse, quando d'esse due quantità eguali che si haueranno l'vna da vna banda, & l'altra dall'altra banda, tolta da qual si voglia banda, o da ambedue vna, o più quantità partiali segnate con il meno, all'hora si accomoda esso, o essi meno giungendo da ciascuna banda tanto quanto importa esso meno, o essi meno, acciochè li dui resultanti dalle due bande siano similmente eguali l'vno all'altro, & liberi da segni di meno; Et questo accomodare li meni dalli pratici si chiama riffrare, & diminuti. Ancora quando da ciascuna delle due bande vi sarà dignità della medesima sorte, o segno, o vi sarà numero, cioè quantità libera da denominatione di dignità Algebratica, all'hora da ciascuna banda si caui la minor quantità, che i dui resultanti saranno di vguale eguali ma con quantità più piccole delle prime. Et questo dalli pratici si chiama leuare i superflui. Per esempio.

Hauendo 12. censi censi più 4. censi meno 6. cose più 7. meno rad. 2. eguale a 9. censi più 12. cose meno 5. Qui si accomodaranno li meni che sono da vna banda, & dall'altra, che per rispetto delle meno 6. cose sinistre giongeremo 6. cose a ciascuna banda, che dalla sinistra a giongere 6. cose a meno 6. cose ne resulta niente, & dalla destra a giongerli 6. cose essendouene anco 12 cose ne resulta 18. cose. Et quanto almeno 5. destro giongendo 5. a ciascuna banda dalla destra ne resultarà niente (che meno 5. giontoa 5. ciocè a più 5. fa niente cioè solo si anichila, o a nulla il meno, o vogliamo dire la quantità segnata con il meno,) Et dalla sinistra al numero 7. meno rad. 2. (che hora si piglia per vna quantità sola; cioè per vn Residuo essendo quantità libera da denominatione Algebratica, & e più) gionto 5. fa 12. meno rad. 2. Onde hora le due quantità destra, & sinistra saranno 12. censi censi più 4. censi più 12. meno rad. 2. Et 9. censi più 12. cose; quali saranno similmente eguali fra loro. Ancora perche da ciascuna banda sono censi leuaremo da ciascuna banda il minor numero d'essi censi cioè li 4. censi sinistri, & iui restarà nessun censo. Et dalla destra da 9. censi cauatone essi 4. censi restarà 5. censi. Onde le due quantità sinistra, & destra hora saranno 12. censi censi più 12. meno rad. 2. Et 5. ceusi più 18. cose. Et così le quantità partiali da vna banda saranno diuerse dalle quantità partiali dall'altra banda, che dalla sinistra sono censi censi, & numero, & dalla destra sono censi, & cose. Onde finalmente si sarà peruenuto a Capitolo (o Regola) di censo censo, & numero guale a censi, & cose; Che operando come insegna la regola d'esso Capitolo si touaria il valore della cosa.

Ancora quando fra le due quantità eguali che si habbino non fusse numero libero, o vogliamo dire non fusse quantità alcuna libera da denominatione di dignità Algebratica, cioè che tutte le partiali quantità che vi fussero hauessero segno Algebratico all'hora esse tutte si rehinno, o partisco per tal quantità Algebratica che la minore di segno Algebratico fra loro douenti numero, cioè tutte si abassino a vn medesmo modo talmente che i minor segno Algebratico si annulli, & douenti quantità libera. Che per esempio hauendo 12. censi più 8. censi censi eguale a 9. censi più 6. cubi fra le quali partiali quantità non ve ne e alcuna libera da denominatione Algebratica, & la minore denominatione che e fra esse e il censo che vi sono 9. censi, & à ridurli a 9. libero bisogna partirli per 1. censo, (che a partire censi per censi l'auenimento e numero libero 10) partiremo esse quantità per 1. censo, o vogliamo dire le abassaremo per il 2. segno del censo cauando 2. da ciascuno delli loro segni Algebratici, & li ridurranno a 12. cubi più 8. censi eguale a 9. più 6. cose.

Et similmente hauendo 15. censi più 2. cubi eguale a 18. censi più 9. censi censi fra le quali la minor dignità e il censo censo le abasseremo tutte per tale dignità cauando 4. suo segno da ciascuno delli segni d'esse che e quanto a partirle per 1. censo censo, & si ridurranno a 15. censi più 2. cose eguale a 18. cubi più 9.

Et perche nelle equationi, o Capitoli loro doue fra le due quantità eguali sinistra, & destra si troua più d'vna dignità Algebratica si suole anco con il numero accompagnato alla maggior dignità partire ciascuna delle due quantità sinistra, & destra (che quando la maggior dignità e censo censo questo Partirre dalli pratici si chiama ridurre la Equatione ad 1. censo censo, & cubo si chiama ridurre la Equatione ad 1. cubo. Et se e censo censo, si chiama ridula ad 1. censo censo; Et così nell'altre dignità maggiori, hora che 12. censi censi più 12. meno rad. 2. e eguale a 5. censi più 18. cose doue la maggior dignità e il censo censo, con il numero accompagnatoli che e 12. si partirà ciascuna quantità che la sinistra douenterà 1. censo censo più 1. me-

E no rad.

Digitized by Google

no rad. $\frac{1}{2}$ & la destra douentarà $\frac{1}{2}$ censi più $\frac{1}{2}$ cosa, Et così finalmente si haurà 1. censo censo più 1. meno rad. $\frac{1}{2}$ eguale a $\frac{1}{2}$ censi più $\frac{1}{2}$ cosa da trouar poi il ualore della cosa, mediante la regola del Capitolo d' 1. censo censo, & numero eguale a censi, & cose.

Quando mò in alcuna delle due quantità eguali, o in ambedue vi sia voo, o più rotti, all'hora si deue moltiplicare ciascuna delle due quantità per il denominatore, o denominatori di tal rotto, o rotti, (& questo dalli pratici si chiama leuare i rotti,) che i prodotti saranno due quantità eguali pure fra loro, ma libere da rotti, Auuertendo che in questo caso si chiamano rotti quelli che per denominatore hanno dignità Algebratiche poste in qual si vogli modo, cioè, o sole, o con numero, o con altre dignità, & numero. Per esempio hauendo la quantità a, eguale alla b, fra le quali nella a, e vn rotto che ha per denominatore 8. cose meno 3. Et nella b, vi sono dui rotti, che i loro denominatori sono 5. censi più 1. cosa meno 2. Et 1. cosa si deue moltiplicare ciascuna delle due quantità a, & b, per ciascuno delli tre denominatori che i prodotti saranno due altre quantità eguali a, & b, libere da rotti Algebratici.

A $3\frac{1}{2}$. cose più questo rotto 7. cose esimo di 8. cose meno 3. & più $6\frac{1}{2}$. censi eguale a $7\frac{1}{2}$. cubi più questo rotto 4. censi censi meno 2. cose il tutto esimo di 5. censi più 1. cosa meno 2. & più que st'altro rotto 4. più rad. 3. il tutto esimo di 1. cosa b.

Ancora quando in alcuna delle due quantità eguali a, & b, o in ambedue fusse vna, o più radici legate, all'hora ciascuna d'esse quantità a, & b, si moltiplichi in se stessa, & auco ciascuno delli dui prodotti nuoui a, & b, di nuouo si moltiplichi in se stesso occorendo, (auuertendo anco di mano in mano d'andar leuando i superflui, & ridotando li diminuti secondo che sia a proposito,) & così si segua sinche siano leuate le radici legate, & si peruenga a due altre quantità eguali a, & b, (che elle saranno sempre eguali fra loro) quali siano libere da segno di rad. legata. Che dalli quesiti mò, & operationi in esse ne resultarà la intelligenza di tutte le cose dette.

Soli DEO omnis honor, & gloria. Die Solis tertia Nouemb. hore $\frac{1}{4}$ n. s.

QVESITI, O DOMANDE.

SI vuol fare vna compagnia di 200. Fanti fra Archibusieri, & Pichieri dando scudi $4\frac{1}{2}$. il Mese a ciascuno *Archibusiere*, & scudi $5\frac{1}{4}$. a ciascun Picchiere & si vuole spendere in essi 200. Fanti scudi 1000. il Mese, si domanda quanti *Archibusieri*, & quanti Picchieri douerano essere.

Pono il numero delli Archibusieri essere 1. cosa. Et però il numero delli Pichieri sarà il restante cioè 200. meno 1. cosa che a scudi $5\frac{1}{4}$. per Pichiere importaranno scudi 1050. meno $5\frac{1}{4}$. cose, Et li Archibusieri 1. cosa a scudi $4\frac{1}{2}$. l'vno importano $4\frac{1}{2}$. cose che con li scudi 1050. meno $5\frac{1}{4}$. cose fanno scudi 1050. meno $\frac{3}{4}$. cose, che e la spesa del Mese, ma si vuole che ella sia scudi 1000. però a questo 1000. e eguale 1050. m, $\frac{3}{4}$. cose che accomodato il meno fara 1000. più $\frac{3}{4}$ cose eguale a 1050. & leuato 1000. da ciascuna banda sarà $\frac{3}{4}$. cose eguale a 50. onde partendo 50. per $\frac{3}{4}$. numero delle cose l'auenimento $66\frac{2}{3}$. sarà il valore della cosa, onde il numero delli Archibusieri posto 1. cosa sarà $66\frac{2}{3}$. & perciò il numero delli Pichieri sarà il restante fino a 200. cioè $133\frac{1}{3}$. ma si può dire 67. Archibusieri, & 133. Picchieri, che li 67. Archibusieri a scudi $4\frac{1}{2}$. il Mese per cia scuno importano scudi $301\frac{1}{2}$. Et li 133. Pichieri a scudi $5\frac{1}{4}$. importa no scudi $698\frac{1}{4}$. che in tutto sono scudi $999\frac{3}{4}$.

Questo quesito in astratto significa diuidere 200. dato in due parti tali, che l'vna moltiplicata per $4\frac{1}{2}$. & l'altra per $5\frac{1}{4}$. la somma delli dui prodotti sia 1000. Et potiamo dalla operatione Algebratica deriuarne la simplice Regola numerale considerando che il 200. dato si è moltiplicato per il maggior numero $5\frac{1}{4}$. & dal prodotto cauato il 1000. il restante 50. si è partito per la differenza delli $4\frac{1}{2}$. & $5\frac{1}{4}$. che e $\frac{3}{4}$. & l'auenimento $66\frac{2}{3}$. e la parte che va moltiplicata per il minore $4\frac{1}{2}$. per il che si potrà dire.

Per diuidere vn numero, o quantità data in due parti tali che moltiplicata l'vna per a, minore, & l'altra per b, maggiore la somma de' prodotti sia vn numero, o quantità proposta. Moltiplichisi la data per b, maggiore, & dal prodotto si caui la quantità proposta (che se questo prodotto non fusse maggiore della quantità proposta il quesito saria impossibile,) & il restante si parta per la differenza di a, à b, che l'auenimento sarà la parte che va moltiplicata con a, minore

nore, essendo il restante fino alla quãtità data l'altra parte che va moltiplicata cõ b, maggiore.

Et se nell'operare Algebratico si fusse posto che il numero non delli Archibusieri, ma delli Pichieri che hanno maggior paga fusse 1. cosa, li Archibusieri sariano 200. meno 1. cosa, che à scudi 4 $\frac{1}{2}$. per ciascuno importariano scudi 900. meno 4 $\frac{1}{2}$. cose che giunto a 5 $\frac{1}{4}$. cose, che importariano li Pichieri posti 1. cose fa scudi 900. più $\frac{1}{4}$. cose, & questo sarà egua e a scudi 1000. onde accomodato il meno, & leuato il numero minore 900. da ciascuna banda, si haurà $\frac{3}{4}$. cose eguale a 100. per il che partendo 100. per $\frac{3}{4}$. numero delle cose l'auenimento 133 $\frac{1}{3}$. sarà il valore della cosa, & però sarà il numero delli Pichieri posto 1. cosa, essendo il restante fino a 200. cioè 66 $\frac{2}{3}$. il numero delli Archibusieri, onde di qui volendo estraer la simplice Regola numerale si dirà.

Per dividere vna quantità data in due parti tali che l'vna moltiplicata per a, minore, & l'altra per b, maggiore la somma delli dui prodotti sia vna quantità propoſta. Moltiplichisi la quantità data per a, minore, & il prodotto si cauì dalla quantità propoſta (che se esso prodotto non fusse minore della quantità propoſta il quesito saria impoſſibile,) & il restante si parta per la differenza di a, & b, che l'auenimento sarà la parte che va moltiplicata con b, maggiore, essendo il restante della data la parte che va moltiplicata con a, minore.

Vn'Architetto vuol fare vna Piazza che sia di grandezza o superfecie piedi 5580. quadri, & che la lunghezza d'essa sia piedi 18. più che la larghezza, si domanda quanto ella sarà lunga, & larga.

Pongasi che la larghezza sia vna cosa che la lunghezza sarà 1. cosa più 18. & moltiplicate insieme se ne produce 1. censo più 18. cose che è la superficie, ma ella deue essere 5580. però 1. censo più 18. cose e eguale al dato 5580. hora essendo peruenuti alla equatione che ci conduce al Capitolo d'1. censo, & cosa eguale a numero, noi secondo che insegna, o ricerca la Regola d'esso Capitolo moltipliaaremo la mità del numero delle cose cioè 14. in se medesimo, & al prodotto 196. giongeremo il numero della equatione che e 5580. & fa 5776. del che pigliaremo la radice quadra, & e 76. dal quale si caua la mità detta del numero delle cose cioè 14. & il restante 62. e il valore della cosa, & però e la larghezza posta 1. cosa, onde la lunghezza che e 18. di più sarà piedi 90. che moltiplicata via la larghezza piedi 62. fa piedi 5580. che e la grandezza come conuiene.

Et se hauessimo posto non la larghezza, ma la lunghezza essere 1. cosa la larghezza poi che ha da essere 18. di manco sarà 1. cosa meno 18. che moltiplicata con la lunghezza 1. cosa fa 1. censo meno 18. cose, & e la superficie che deue essere 5580. però a questo 5580. e eguale l'1. censo meno 18. cose, onde accomodato il meno (giungendo 18. cose a ciascuna banda) si haurà 1. censo eguale a 18. cose più 5580. Che in questa equatione d'1. censo eguale a cose, & numero, si moltiplica la mità del numero delle cose hora 14. in se stesso, & al prodotto 196. si giunge il numero della equatione cioè 5580. & della somma 5776. si piglia la rad. quadra, & e 76. al quale si giunge la mità del numero delle cose, cioè il 14. & fa 90. qual 90 e il valore della cosa, per il che la lunghezza posta 1. cosa sarà 90. onde la larghezza che e 18. di manco sarà 62.

Et se hauessimo detto si hanno Fanti 5580. de' quali si vuol fare vn'ordinanza quadrangola tale che la fronte habbi 18. Fanti di più che il fianco, si sarebbe operato nel medesmo modo ponendo che il fianco fusse 1. cosa, & la fronte 1. cosa più 18. Ouero che la fronte fusse 1. cosa, & il fianco 1. cosa meno 18. & si saria pure trouato che la fronte saria 90. Fanti, & il fianco 62. cioè 61. file a 90. Fanti per fila.

Da quest'operare Algebratico potremo estahere la simplice Regola numerale, che peruenuti alla equatione si vede che il numero delle cose hora 18. e sempre il numero istesso, (& chiamolo a,) in che la fronte e maggiore del fianco, o vogliamo dire in che il maggior lato supera il minore; & il numero della equatione hora 5580. e sempre il numero dato de' Fanti, (o piedi di superficie) al quale sempre si giunge il quadrato della mità del numero delle cose, cioè il quadrato della mità del numero a, & della somma si piglia la rad. & sia R, alla quale gionto la mità del numero a, il resultante e il maggior lato, ouero dall'R, cauato essa mità del numero a, il resultante e il minor lato, Onde se vorremo applicare essa Regola a quesito d'ordinanze quadrangole potremo dire.

Dato vn numero di Fanti per ridurlo in ordinanza tale che il numero delli Fanti dell'vn lato (& sia la fronte) sia maggiore del numero delli Fanti dell'altro lato, (& sia il fianco) in vn numero propoſto, Il quadrato della mità di questo numero propoſto si giunga al numero dato delli Fanti, & della somma si pigli la rad. quadra alla quale si giunga, & cauì la mità detta del numero propoſto che i dui resultanti saranno i dui lati, o fronte, & fianco dell'ordinanza.

Per esempio dato 1660. Fanti da ridurre in ordinanza quadrangola tale che la fronte sia 25.

Digitized by Google

piu del ſiaco, Il quadrato di $12\frac{1}{2}$. mitá di queſto 25. cioè $156\frac{1}{4}$. ſi giunga al numero dato 1660. & fa $2816\frac{1}{4}$. del che ſi pigli la rad. propinqua non eccedente in interi (che i Fanti ſono mitá Aritmetiche indiuiſibili,) & è 53. al quale ſi giunga, & caui il $12\frac{1}{2}$. detto mitá del 25. & ne reſultano $65\frac{1}{2}$. & $40\frac{1}{2}$. ma ſi potrá dire 65. & 40. che ſaranno la fronte, & il ſiaco, & contengono Fanti 2600. però vi auanzariano Fanti 60. Ma in materia Geometrica ſi dura aſſe due lunghezza, & larghezza eſſere rad. $2816\frac{1}{4}$. piu $12\frac{1}{2}$. Et rad. $2816\frac{1}{4}$. meuo $12\frac{1}{2}$. che moltiplicate inſieme producono il 2660. dato.

Contentinſi mò li Studenti di queſti dui eſempij, o queſiti, poiche potranno hauerne copioſamente nelle mie Algebre Proportionali, Diſcorſiua, Applicata, & Triangolare. Et ancora nelle mie opere Geometriche doue ſi adopra ſpeſſo queſta mirabile, & ſottiliſſima Dottrina Algebrica.

LAVS DEO SEMPER.

Ma diamo ancora li ſeguenti eſempij Geometrici doue ſi moſtra vn mirabile modo di trouare il lato d'vna figura regolare di lati in numero tripli alli lati d'vna figura, ſimilmente regolare di lato noto, quali tutte poneremo eſſere inſcritte in vn cerchio di diametro noto, & ſia di 2. miſure che il ſemidiametro ſará 1.

Il lato del quadrato di diametro 2. e radice quadra 2. ſi domanda il lato del Duodecagono equilatero inſcritto nel medeſimo cerchio. Sia d c, il lato del quadrato rad. 2. & diuiſo l'arco d c, in tre parti eguali in e, & f, ciaſcune delle tre rette tirate, o immaginate d e, e f, fc, ſará lato del Duodecagono inſcritto, & dalli punti e, & f, al lato d c, del quadrato ſi tirino le perpendicolari e g, & f h, che cosi g h, ſará eguale alla e f, lato del Duodecagono, & anco dalli f, al diametro m c, ſi tirla perpendicolare f i.

Hor ponaſi e f. lato del Duodecagono eſſe 1. coſa, che però g h. ad eſſo eguale ſará 1. coſa, & cauato da d c, rad. 2. il reſtante rad. 2. meno 1. coſa ſará la ſomma delle due d g, h e, eguali fra loro però h c, ſará la mitá cioè rad. $\frac{1}{2}$. meno $\frac{1}{2}$. coſa, & d h, che è 1. coſa di piu ſará rad. $\frac{1}{2}$. piu $\frac{1}{2}$. coſa. Il quadrato di h e, che è $\frac{1}{2}$. meno radic. $\frac{1}{2}$. coſa piu $\frac{1}{4}$. cenſo cauato da 1. cenſo quadrato del lato f c, (nel triangolo rettangolo f h e,) reſta $\frac{3}{4}$. cenſi piu rad. $\frac{1}{2}$. coſa meno $\frac{1}{2}$. & queſto è il quadrato di f h, quale giuneo al quadrato di d h, cioè a $\frac{1}{2}$. piu rad. $\frac{1}{2}$. coſa piu $\frac{1}{4}$. cenſo fa 1. cenſo piu rad. 2. coſe, & queſto nel triangolo rettangolo f h d, e il quadrato di d f, ſottotendente 2. dui lati del Duodecagono però eſſa d f, ſará rad. L, 1. cenſo piu rad. 2. coſe L. Ancora dal termine m, del diametro al punto f, imaginata la retta m f, che con la f c, formará l'angolo m f c, nel mezo cerchio, & però retto, onde il triangolo m f c, ſará rettangolo, & ſimile, & però di lati proportionali al triangolo rettangolo f i e, perche hanno ancora l'angolo e, commune per il che trouata la m f, che ſará rad. L, 4. meno 1. cenſo L. (che a cauare 1 cenſo quadrato di f c, da 4. quadrato di m c, reſta 4. meno 1. cenſo per il quadrato di m f, però eſſa m f, ſará la rad. di queſta quantità cioè ſará rad. L 4. meno 1. cenſo L.) ſi trouará ancora la f i, dicendo m c, 2. ſubtenſa all'angolo retto del Triangolo grande douendo 1. coſa ſubtenſa all'angolo retto del Triangolo piccolo, il lato m f, rad. L, 4. meno 1. cenſo L, lato del triangolo grande che dpuentaria per f i, lato a lui corriſpondente del triangolo piccolo, onde moltiplicando rad. L. 4 meno 1. cenſo L, via 1. coſa; cioè via rad. $\frac{1}{2}$ z. L, & il prodotto rad. L. $\frac{1}{4}$ z. meno $\frac{1}{4}$. L. partito per 2. cioè per rad. L, 4, l'auenimento rad. L. 1 cenſo meno $\frac{1}{4}$. cenſo cenſo L, ſará il lato f i, & il ſuo doppio rad. L, 4. cenſi meno 1. cenſo cenſo L, ſará la retta f l, inteſo allungato la f i, per 1. ſino alla circonferenza, & ſiaui ſegnato il punto l, che cosi l i, ſará e g e, alla f i, come l'arco e l, alla f c, & però la f l, ſará ſubtenſa a dui lati del Duodecagono, come ancora la d f, però ſará eguale ad eſſa d f, trouata eſſere rad. L, 1. cenſo piu radic. 2. coſe L, & il quadrato dell'vna ſará eguale al quadrato dell'altra, cioè 2. cenſo piu rad. 8. coſe ſará eguale a 4. cenſi meno 1. 4. che accomodato il meno, & cauato 1. cenſi da ciaſcuna banda ſi haueră 1. cenſo cenſo piu rad. 2. coſe eguali a 3. cenſi. Et ſchiſato o partito ciaſcuna quantità per 1. coſa ſi haueră 1. cubo piu rad. 2. eguale a 3. coſe nella quale equatione la coſa vale rad. $1\frac{1}{2}$. meno $\frac{1}{2}$. (che il cenſo è 2. meno rad. 3 & moltiplicato via rad. $1\frac{1}{2}$. meno rad. $\frac{1}{2}$. valore della coſa ſa rad. 6. meno rad. 2. meno rad. $4\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{2}$. cioè rad. $13\frac{1}{2}$. meno rad. $12\frac{1}{2}$. & queſto è il valore d'1. cubo al quale gionto rad. 2. fa rad. $13\frac{1}{2}$. meno rad. $4\frac{1}{2}$. & queſto è l'1. cubo piu radic. 2. Et ancora le 3. coſe a rad. $1\frac{1}{2}$. meno rad. $\frac{1}{2}$. per coſa importano medeſimamente rad. $13\frac{1}{2}$. meno rad. $4\frac{1}{2}$.) però il lato del Duodecagono poſto 1. coſa ſará rad. $1\frac{1}{2}$. meno rad.

Hor notino li Studenti che hauendo concluſo la retta f l, eſſere ſottotendente a dui lati del Duodecagono, & però eſſere il lato dell'eſagono da inſcriuere nel medeſimo cerchio di 2. di

diametro

tiplicato 2. mitá del numero delli censi in se stesso fa 4. del quale cauato il numero 1. resta 3. & la sua radice che e radice 3. giunta, & cauata à 2. mitá del numero delli censi fa 2. piu radice 3. & 2. meno radice 3. ciascuna delle quali e valuta del censo (che questa Equatione d'vn censo censo, & numero eguale a censi, può hauere due diuerse valute del censo, & però ancora della cosa,

però la cosa che e radice del censo valerá la radice di ciascuna d'esse due quantitá; cioè radice L, 2. piu radice 3. L, che e radice 1 $\frac{1}{2}$. piu radice $\frac{1}{2}$. Et ancora può valere radice L, 2. meno radice 3. L, che e radice 1 $\frac{1}{2}$, meno radice $\frac{1}{2}$. delle quali due valute la maggiore radice 1 $\frac{1}{2}$. piu radice $\frac{1}{2}$. non ci può hora seruire perche ella è piu d'1. che non può essere la f c, ma ci seruirá la minore radice 1 $\frac{1}{2}$. meno radice $\frac{1}{2}$. che e poco piú d'$\frac{1}{2}$. mitá d'vn lato f l, dell'esagono come conuiene) & questo è la f c, lato del Duodecagono posto vna cosa. Ma ancora essendo veduto che la retta d f, ancor ella sottotende a dui lati del Duodecagono, & però e lato dell'Esagono, & e perciò necessariamente 1. sapremo che à questo 1. e eguale la quantitá d'essa d f, trouata essere radice L, vn censo piu radice 2. cose L, & questa equatione per leuare la radice legata quadraremo le parti, & haueremo vn censo piu radice 2. cose eguale al quadrato d'vn che e vn, onde in questa equatione che vn censo, & cosa eguale a numero si moltiplica radice $\frac{1}{4}$. mitá del numero delle cose in se stesso, & al prodotto $\frac{1}{2}$. si giunge vn numero della equatione, & della somma 1 $\frac{1}{2}$. si piglia la radice, & e radice 1 $\frac{1}{2}$. dalla quale si caua la mitá del numero delle cose; cioè radice $\frac{1}{4}$. & il restante radice 1 $\frac{1}{2}$. meno radice $\frac{1}{4}$. e il valore della cosa, & però e la f c, lato del Duodecagono posto vna cosa.

Et se volessimo trouare il lato del duodecagono inscritto in esso cerchio di diametro 2. mediante il lato dell'Esagono che e vn al modo ordinario, & sia o r, il lato dell'esagono, & m o, & m r, i dui lati del Duodecagono, essendo m c, il diametro del cerchio diuidente per mezo in s, ad angoli retti il lato r o. dell'esagono, & però delle due rette m c, r o, che si segano nel cerchio essendo il dutto di m s, in s c. parti dell'vna eguale al dutto di r s, in s o. qual dutto e $\frac{1}{2}$. che $\frac{1}{2}$ r s, via $\frac{3}{2}$. s o. fa $\frac{1}{2}$.) parti dell'altra, per trouare m s, conuien diuidere m c, 2. in due parti tali che il dutto loro sia $\frac{1}{2}$. & per farlo dal quadrato d'1. mitá di 2. che e 1. si caua l'$\frac{1}{2}$. & del restante $\frac{1}{2}$. si piglia la radice che e radice $\frac{1}{2}$. quale si giunge, & caua all'vn mitá di 2. m c, & resultano vn pin radice $\frac{1}{2}$. Et vn meno radice $\frac{1}{2}$. & queste sono le due parti e s, s m, di m c, 2. mche moltiplicate insieme producono $\frac{1}{2}$. hora nel Triangolo rettangolo r s n, giunto il quadrato di r s, $\frac{1}{2}$. che e $\frac{1}{2}$. con il quadrato di m s, 1. piu radice $\frac{1}{2}$. che e 1 $\frac{1}{2}$. meno radice 3. la somma 2. piu radice 3. e il quadrato della subtensa m o, però ella sará radice L, 2 1. piu radice 3. L, cioè rad. 1 $\frac{1}{2}$. m, rad. $\frac{1}{2}$, Et questo e il lato del Duodecagono, come s'è trouato ne gl'alti modi.

Con il modo mò adoprato per trouare il lato del Duodecagono mediante il lato del quadrato si potrá trouare il lato del Nonagono mediante il lato del Triangolo inscritti nel Cerchio di diametro 2. che il lato del Triangolo, & sia che c, sará radice 3. (perche nel Triangolo b d c, cauato vn quadrato d'vn b d, semidiametro lato dell'esagono da 4. quadrato di b c, 2. diametro sottotendente all'angolo retto detto il restante 3. c il quadrato della d e, però ella è radice 3.) & inteso diuiso l'arco d e, in tre parti eguali in e, & f, & tirate le corde e f, f c, ciascuna d'esse sará lato del Nonagono, & poniamo che sia 1. cosa, & tirate le due perpendicolari e g. f h. alla d c, la g h. eguale alla sua opposita e f, sará 1. cosa, onde la somma di d g, & h c, sará radice 3. meno vna cosa, & ciascuna d'esse eguali, sará radice $\frac{3}{4}$. meno $\frac{1}{2}$. cosa, & perche d g, e radice $\frac{3}{4}$. meno $\frac{1}{2}$. 2. giontoli g h. vna cosa tutta la d h, sará radice $\frac{3}{4}$. piu $\frac{1}{2}$ cosa, Et perche h c, e radice $\frac{3}{4}$. meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa il suo quadrato $\frac{3}{4}$. meno radice $\frac{3}{4}$. 2. piu $\frac{1}{2}$. 2. cauato dal quadrato di f c, vna cosa qual quadrato è vn censo il restante $\frac{3}{4}$. 2. piu radice $\frac{3}{4}$. 2. meno $\frac{1}{2}$. sará nel Teiangolo rettangolo f h c, il quadrato del lato f h, però esso lato f h, sará radice L, $\frac{3}{4}$. 2. piu radice $\frac{3}{4}$. 2. meno $\frac{1}{2}$. L, il quadrato mò di f h, cioè $\frac{3}{4}$. censi piu radice $\frac{3}{4}$. cose meno $\frac{3}{4}$. gionto al quadrato di d h, radice $\frac{3}{4}$. piu $\frac{3}{4}$. cosa, qual quadrato e $\frac{3}{4}$. piu radice $\frac{3}{4}$. 2. piu $\frac{1}{4}$. censo fa 1. censo piu radice 3, cose per il quadrato di d f, nel Triangolo rettangolo d h. f. però essa d f. sará radice L, vn censo piu radice 3. cose L, & questa d f, sottotendente a dui lati del Nonagono (che l'arco d e f, e li $\frac{1}{3}$. della circonferenza del Cerchio) Ancora dal punto f, al diametro b c, tirata la propendicolare f c, & imaginata allungarsi fino alla circonferenza in l, che i l, sará eguale ad f i, & l'arco c l, all'arco f c, & però

Digitized by Google

fia 1,farà sottotendente a $\frac{1}{6}$ di circonferenza;cioè a dui lati del Nonagono, come è la e b f,& però douerà essere eguale alla d f,hor trouisi la quantità di f i, (mità di f l,) che e il piu lungo dei 2.dui lati f i. e.che contengono l'angolo retto i,nel Triangolo rettangolo f i e,che imaginato la retta b f,& il Triangolo rettangolo b f e,che ancora hà l'angolo e,comune con il Triangolo rettang. f i e.essi dui Triangoli perciò sono simili,& di lati proportionali,nel grande b f e, cauato vn censo cauato del lato f e, da 4 quadrato della subtensa,ò diametro b e.il restante 4.m, 1. 2. farà il quadrato di b f, per il che essa b f farà radice L.4. meno vn censo L, hora se b e. 2. subtensa nel Triangolo rettangolo grande da b f, radice L. 4. meno vn censo L, lato piu lungo, la f e, darà vna cosa subtensa r e. Triangolo rettangolo piccolo per f i, suo lato piu lungo, radice L, $\frac{3}{4}$. censi meno $\frac{1}{4}$. cēso censo L,& il suo doppio f l, farà radice L. 4. censi meno vn censo censo L. & questo farà eguale à d f, trouata radice L, vn censo piu radice 3. cose L, onde quadrando esse parti si haurà 4 2. meno vn censo censo eguale a vn censo piu radice 3. cose, & accomodato il meno,& leuato vn censo da ciascuna banda farà vn censo censo piu radice 3. cose eguale a 3. censi. Et schifato,ò partito ciascuna quantità per 1. cosa,si ridurrà a 1. cubo piu rad. 3. eguale a 3. cose nella quale equatione di Cubo, & numero eguale a Cose, si trouarà il valore della cosa che sia il lato del Nonagono per il che egli si potrà ridurre à numero rationale proffimo al vero.

b e a. | da b f, radice L. 4. meno vn censo L, via f e, radice L. vn censo L,

Rad. L. 4. L | fa rad. L. 4. censi meno vn censo censo L,

f i, radice L, $\frac{3}{4}$. censi meno $\frac{1}{4}$. censo censo L,

Et se dato d e, per lato dell'esagono che sia 1.(eguale cioè al semidiametro) si vorrà trouare f e, lato del Diciotto agono si ponerà egli essere vna cosa,che ancora g d, eguale ad e f, ouero f e, farà medesimamente vna cosa,che cauato da d e, 1. resta 1. meno vna cosa per la somma di d g, & h e, eguale fra loro però ciascuna d'esse d g, & h e, farà la mità d'esso restante; cioè farà $\frac{1}{2}$. meno $\frac{1}{2}$. cosa, onde d h, (composta da d g, & da g h, vna cosa) farà $\frac{1}{2}$. piu $\frac{1}{2}$. cosa. Il quadrato di h e. $\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{2}$. cosa piu $\frac{1}{4}$. censo che cauato da vn censo quadrato di f e, resta $\frac{3}{4}$. censi piu $\frac{1}{2}$. cosa meno $\frac{1}{4}$. per il quadrato di f h. (però f h, farà radice L. $\frac{3}{4}$. censi piu $\frac{1}{2}$. cosa meno $\frac{1}{4}$. L,) questo quadrato di h f gionto al quadrato di d h, cioè a $\frac{1}{4}$. censo piu $\frac{1}{2}$. cosa piu $\frac{1}{4}$. fa vn censo piu vna cosa per il quadrato di d f, però essa d f, farà radice L, vn censo piu vna cosa L, & e subtensa a dui lati del Diciotto agono; (cioè e il lato del Nonagono da inscriuere nel Cerchio.) Et però e eguale a f i, ancor ella subtensa a dui lati del Diciotto agono, quale f l, e sempre radice L. 4. censi meno vn censo censo L, quando il diametro del Cerchio e 2. & che la f e, si pone vna cosa, che sia lato della figura regolare che hà per lato la retta c d, (che considerato il Triangolo rettangolo b f e, che ha l'angolo e, comune con il Triangolo rettangolo f i e, & che perciò sono simili, & di lati proportionali, ne segue, che se b e, subtensa 2. nel Triangolo grande da b f, radice L. 4. meno vn censo L. lato maggiore (che cauato vn censo quadrato di f e, da 4. quattro di b e, resta 4. meno vn censo per il quadrato di b f, & però b f, e radice L. 4. meno vn censo L.) la subtensa f e, 1. cosa nel Triangolo piccolo darà radice L. vn censo meno $\frac{1}{4}$. censo censo L, f i, lato maggiore, & il suo doppio f l, farà radice L. 4. censi meno vn censo censo L. Quero considerato il Triangolo rettangolo b f e, sù la base b e, del quale dall'angolo retto f. oppostoli viene la perpendicolare f i, che diuide il Triangolo b f e, in dui Triangoli rettangoli simili ad esso b f e, & frà loro, il lato f e, perciò farà medio proportionale fra la base b e, & la parte e i, congiunta ad'angolo con esso lato f e, però partito il quadrato f e, cioè vn censo per la base b e, a. l'auenimento $\frac{1}{4}$. censo farà la parte e i. il quadrato della quale cioè $\frac{1}{16}$ censo censo cauato da vn censo quadrato di f e, il restante vn censo meno $\frac{1}{4}$. cēso censo è il quadrato della perpendicolare f i, però essa f i, è radice L, vn censo meno $\frac{1}{4}$. censo censo L, & fia lei doppio e perciò radice L. 4. censi meno vn censo censo L.) Onde in questa equatione quadrando le parti si haurà vn censo più vna cosa eguale a 4. censi meno vn censo censo; Cioè vn censo censo piu vna cosa farà eguale a 3. censi. Et schifando, ò partendo per vna cosa si riduce a 1 cubo piu 1. eguale a 3. cose nella quale equatione il valore della cosa che serue al lato del Diciotto agono è $\frac{3}{10}\frac{4}{00}\frac{7}{00}\frac{2}{00}\frac{0}{00}\frac{6}{00}\frac{7}{00}\frac{5}{00}$. & al quanto più, ma non arriua à $\frac{3}{10}\frac{4}{00}\frac{7}{00}\frac{2}{00}\frac{0}{00}\frac{6}{00}\frac{7}{00}\frac{6}{00}$.

Et se

Et ſe con queſto modo ſi vogli trouare il lato del trentagono da inſeriuere nel cerchio di 20. di diametro, hauendo noto il lato del Decagono rad.125. meno 5. che ſi piglia per la retta c d, poneremo pure la f e. lato del Trentagono eſſere 1. ꝛ. & perciò d h. eſſere rad. 31 $\frac{1}{4}$. meno 2 $\frac{1}{2}$. più $\frac{1}{4}$. ꝛ. Et h c. rad. 31 $\frac{1}{4}$. meno 2 $\frac{1}{2}$. meno $\frac{1}{4}$. ꝛ. & ſeguendo come ſi vede in margine ſi trouarà il lato del Trentagono douere eſſere 2 $-\frac{1}{2}\frac{8}{0}\frac{4}{0}$. & quanto più.

h c. rad. 31 $\frac{1}{4}$. meno 2 $\frac{1}{2}$. meno $\frac{1}{4}$. ꝛ.
rad. 31 $\frac{1}{4}$. meno 2 $\frac{1}{2}$. meno $\frac{1}{4}$. ꝛ.

ſuo quad. 31 $\frac{1}{4}$. meno rad. 781 $\frac{1}{4}$ p 6 $\frac{1}{4}$.
meno rad. 31 $\frac{1}{4}$. p 2 $\frac{1}{2}$. ꝛ p $\frac{1}{4}$. ꝛ.

quadrato di f c. 1 ꝛ. dal quale ſi caua il quadrato di h c. & reſta per il quadrato di f h.
$\frac{3}{4}$ ꝛ p ra. 31 $\frac{1}{4}$. ꝛ più ra 781 $\frac{1}{4}$. me. 2 $\frac{1}{2}$. ꝛ. me. 37 $\frac{1}{2}$.
$\frac{1}{4}$. ꝛ. più rad. 31 $\frac{1}{4}$. co. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$. me. 2 $\frac{1}{2}$. ꝛ.
p 37 $\frac{1}{2}$. quadrato di h d

ſom. 1. ꝛ più rad. 125. ꝛ me. 5. ꝛ. quad. di f d.
ſubtenſa à dui lati del Trentagono.
1. ꝛ. più (ra. 125. me. 5.) ꝛ. eguale à $\frac{4}{1}$. ꝛ meno $\frac{1}{1}\frac{}{0}\frac{}{0}$.
Cioè $-\frac{1}{1}\frac{}{0}\frac{}{0}$. $\frac{4}{1}$. più (ra. 125. m. 5.) ꝛ. eguale 3 ꝛ
E ſchiſando per 1 ꝛ ſarà
$\frac{1}{1}\frac{}{0}\frac{}{0}$. $\frac{4}{1}$. più rad. 125. meno 5. Eguale à 3. ꝛ.
E moltiplicando per 100. ſarà
1 ꝛ più rad. 1250000. me. 500. Eguale à 300. ꝛ. Nella quale Equat. d'1 ꝛ. numero eguale à ꝛ, il valore della co. che è lato del Trentagono è 2 $-\frac{0}{1}\frac{}{0}\frac{}{0}$. & alquanto più. Et più propinquamente è 2 $-\frac{1}{1}\frac{8}{0}\frac{4}{0}$. & alquanto più quando il diametro del cerchio è 20. che le 300 ꝛ à 2 $-\frac{1}{1}\frac{8}{0}\frac{4}{0}$. per ꝛ. vag. mo 600. & $-\frac{1}{1}\frac{}{0}\frac{}{0}$. cioè 627 $-\frac{3}{5}$. in circa. Et ancora l'1 ꝛ. & numero accompagnatoli vale 627. $-\frac{3}{5}\frac{}{0}$. in circa, che è quaſi l'iſteſſo, che il 627 $-\frac{3}{5}$. valore delle 300 ꝛ.

rad. 1250000.
. . . . .
. . 1 . 1 . 1 8 $-\frac{1}{4}\frac{}{0}$. in circa
179
76
1118 $\frac{1}{4}\frac{}{0}$.
cauato 500
reſta 618 $\frac{1}{4}\frac{}{0}$. in circa
1 ꝛ. vale 9 $\frac{1}{4}\frac{}{0}$. in circa
in tutto 627 $\frac{3}{5}\frac{}{0}$. in circa.

Et ſe nel cerchio medeſimamente di 20. di diametro ſia poſto d e. eſſere il lato del Pentagono inſcritoli, cioè rad. L 250. me. rad. 12500 L, & ſi vogli nel modo ſopradetto mediante queſto lato del Pentagono trouare il lato f e. del Quindecagono da inſeriuerli, ponendo, che eſſo f e. ſia 1 ꝛ. & però g h ſimilmente 1 ꝛ, ſarà la ſomma di d g, & h c. rad L. 250. me. rad 12500. L. me. 1. ꝛ. onde h e, mità d'eſſa ſomma ſarà rad. L 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$. L. meno $\frac{1}{4}$ ꝛ. Et h d ſarà rad. L 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$. L. più $\frac{1}{4}$ ꝛ, & cauato il quadrato di h e, dal quadrato di f c. cioè da 1 ꝛ, reſtarà il quadrato di h f. quale giunto al quadrato di h d, farà per ſomma il quad. di d f. ſottoten dēte à dui lati del Quindecag. & però ſarà eguale ad f l, ſottotēdente ancor eſſa à dui lati del medeſimo Quindecag, però trouato eſſa f l, ſaremo peruenuti alla Equat. doue il valore della co. che conuenga al lato del Quindecagono poſto 1 co. ſarà circa à 4 $-\frac{1}{1}\frac{5}{0}\frac{8}{0}\frac{2}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{0}\frac{8}{0}\frac{3}{0}$. co me nell'operatione del margine ſi vede

h e. rad. L. 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$ L me. $\frac{1}{4}$ ꝛ.
ſuo quadrato. 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$ più $\frac{1}{4}$ ce. me. rad. L 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$. L ꝛ da cauare da 1 ꝛ.
quadrato di f e. reſta $\frac{3}{4}$. ꝛ più rad. L 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$. L ꝛ più rad. 781 $\frac{1}{4}$. me. 62 $\frac{1}{2}$. per il quad. di f h.
$\frac{1}{4}$. ꝛ più rad. L 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$. L ꝛ più 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$. quad. di h d.

ſom. 1 ꝛ p rad. L 250. me. rad. 12500. L ꝛ. qua. di f d. eguale à 4 ꝛ m. $\frac{4}{1}\frac{}{0}\frac{}{0}$. quad. fl
cioè $\frac{4}{1}\frac{}{0}\frac{}{0}$. più rad. L 250. me. rad. 12500. L co. Eguale a 3. cen Et moltiplicato per 100.
& ſchiſato, ò partito per 1 co.
farà 1 ꝛ più rad. L 2500000. me. rad. 1250000000007. Eguale à 300 oſſe.
che il valore della co. che conuiene al lato del Quindecagono è circa à 4 $-\frac{1}{1}\frac{5}{0}\frac{8}{0}\frac{2}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{0}\frac{8}{0}\frac{3}{0}$.
rad.

b. c. 20. | da b f. rad. L. 490. me. 1. ꝛ L
che darà f c. rad. L 1. ꝛ L

rad. L. 400. L | rad. L 400. ꝛ me. 1. ꝛ L.

darà f i. rad. L 1. ꝛ meno $\frac{1}{1}\frac{}{0}\frac{}{0}$. L
il ſuo doppio è ra. L. 4 ꝛ m $\frac{4}{1}\frac{}{0}\frac{}{0}$. L
che è f l. Il ſuo quad. è 4 ꝛ me. $\frac{1}{1}\frac{}{0}\frac{}{0}$. L
che è eguale al quadr. di f d. perche
f l. è ancor ella ſubtenſa à dui lati del
Trentagono.

Ma in queſta figura Trentagona doue la ſubtenſa à dui lati è il lato del Quindecagono inſcritto in eſſo cerchio di 20. di diametro ſapendo eſſo lato del Quindecagono eſſere rad. L 62 $\frac{1}{2}$. più rad. 781 $\frac{1}{4}$. L rad. 18 $\frac{3}{4}$. me. rad. 93 $\frac{3}{4}$. porremo aggiugliare queſto alla f l. ò alla d f. che il valore della ꝛ. farà il lato del Trentagono.

Nella quale Equat. d'1 ꝛ. numero eguale à ꝛ, il valore della co. che è lato del Trentagono è 2 $-\frac{0}{1}\frac{}{0}\frac{}{0}$. & alquanto più, Et più propinquamente è 2 $-\frac{1}{1}\frac{8}{0}\frac{4}{0}$. & alquanto più quando il diametro del cerchio è 20. che le 300 ꝛ à 2 $-\frac{1}{1}\frac{8}{0}\frac{4}{0}$. per ꝛ. vag mo 600. & $-\frac{1}{1}\frac{}{0}\frac{}{0}$. cioè 627 $-\frac{3}{5}$. in circa. Et ancora l'1 ꝛ. & numero accompagnatoli vale 627. $-\frac{3}{5}\frac{}{0}$. in circa, che è quaſi l'iſteſſo, che il 627 $-\frac{3}{5}$. valore delle 300 ꝛ.

Digitized by Google

rad. L 2500000. me. rad. 125000000000 L.
meno 1118034

1381966 — 1 1 1 8 0 3 4 & alquãto meno

1 1 7 5 — 179

130 — 76

$1175\frac{1}{2}\frac{3}{3}\frac{4}{5}\frac{1}{0}$ in circa — 89191

$71\frac{619}{625}$ in circa è il ʒ

$1247\frac{1}{2}$ in circa importa l'1 ʒ, & numero, come ancora importano le 300. cose.

$4\frac{1}{1}\frac{3}{0}\frac{8}{0}\frac{2}{0}\frac{2}{0}\frac{3}{0}\frac{8}{0}\frac{2}{0}$
via 300. per le cose

1247470149 / 1000000 è il valore delle 300 cose.

la cosa sia posta $4\frac{4}{25}$. rotto facile propinquo sarà il ʒ. $17\frac{191}{625}$.

764 / $30\frac{14}{25}$ / $794\frac{14}{25}$

$70\frac{18}{25}$ / $1\frac{169}{625}$ & piu

$71\frac{619}{625}$ in circa sarà il ʒ.

Questo và nel fine di facciate 13. doppò il partire.

Si può auertire, che se bene ogni partitione si può esequire ponendo il partitore sotto ad vna riga per denominatore, hauendoli posto sopra la quãtità da partire per numeratore, & così scritto l'auenimento in forma di rotto, è uondimeno ben fatto saper trouare l'auenimento senza, che vi sia rotto quando il partitore è tale, che l'auenimento possa essere quantità libera da rotto, & perche il partire è operatione conuersa al Moltiplicare, & può seruire per proua d'esso Moltiplicare, poneremo vna Moltiplicatione, & di lì come sua proua esemplificaremo questo partire.

4.co.piu 5.
via 3.co.piu 2.

fa 12.cen.piu 23.co.piu 10
Per 4. co.piu 5.
Partasi 12.cen.piu 23.co.piu 10.

ne viene 3.co.piu 2

12.cen.piu 23.co.
12.cen.piu 15.co.

8.co.piu 10.
8.co.piu 10.

resta niente
Per 3.co.piu 2
Partasi 12.cen.piu 23.co.piu 10.

ne viene 4.co.piu 5

12.cen.piu 23.co.
12.cen.piu 8.co.

15.co.piu 10.

Sia dunque che moltiplicando 4.co. piu 5. via 3.co.piu 2. si vegga, che produce 12.cen. piu 23. co.piu 10. che così sappiamo, che a partire questo prodotto per l'vno de' producenti ne deue resultare l'altro. Onde per partire 12. cen.piu 23. co.piu 10. poniamo per 4.co.piu 5. noi come si fà nel partire à danda nelli numeri ordinarij fingeremo, che il Partitore, che è composto da due quantità di diuerse qualità sia contenuto ò composto da due figure, & che la quantità da partire, che è composto da tre quantità di diuerse qualità (poste per ordine quando si può per commodità dell'operante) sia contenuta da tre figure, & prese le sue prime due 12.cen.piu 23.co. vedremo la prima figura del partitore, cioe la sua prima dignità maggiore con il suo numero, che è le 4. co. per quale quantità entri nel 12.cen. prima figura, & dignità maggiore del 12.cen. piu 23. co. che hora si parte, & si vede, che vi entra per 3.co. quale auenimento si pona sotto alla quantità detta partita, ò doue ci venga commodo, & con esso 3.co. si moltiplichi il partitore 4.co. piu 5. & il prodotto 12.cen.piu 15.co. si vada ponendo sotto al 12.cen.piu 23.co. partito, & poi si caui, ò sottri da esso, che resta 8. co. alquale si accompagni il 10. che resta nella principale quantità da partire, & si hauerà 8.co.piu 10. nel quale si vegga quante uolte entri il partitore 4.co piu 5. che 4.co. in 8. co. entra 2. uolte, & le medesme 2. uolte precise entra 5. in 10. (& perciò moltiplicando 4.co.piu 5. partitore per 2. & il prodotto 8. co. piu

piu 10. cauando dalle 8. ⁊. piu 10. che si hanno restarè niente.) Et questo 2. accompagnato alle 3. co. già scritto fà 3. co. piu 2. che è l'auenimento cercato, perilche si dirà, che à partire 12. ƶ. piu 23. co. piu 10. per 4. co. piu 5. ne viene 3. co. piu 2. E però è vero, che à moltiplicare 4. co. piu 3. per 3. co. piu 2. fà 12. cen. piu 23. co. piu 10. Similmente a partire 12. cen. piu 23. co. piu 10. per l'altra quantità 3. co. piu 2. l'auenimento douerà essere 4. co. piu 5. come à punto auuiene nella partitione fatta nel margine, quale lo studente potrà essaminare, & venire facendo da se, come ancora l'altre poste di sotto, che egli con il proprio giudicio potrà vederne il modo, senza ch'io pigli fatica di esplicargliele particolarmente con molta scrittura.

Moltiplichisi 3. cen. me. 4. co. piu 2.
con 2. co. piu 5.

prodotto 6. ʒ piu 7. cen. me. 16. co. piu 10.
Per 3. ce. m̄ 4. co. piu 2.
Partasi 6 ʒ. piu 7. cen. me. 16. co. piu 10.

ne viene 2. co. piu 5.

6. ʒ. piu 7. ce. me. 16. co.
6. ʒ. me. 8. cen. piu 4. co.

15. cen. me. 20. co. piu 10.
Per 2. co. piu 5.
Partasi 6. cub. piu 7. cen. m̄. 16. co. piu 10.

ne viene 3. cen. m̄ 4 co. piu 2.

6. ʒ. piu 7. ce.
6. ʒ. piu 15. ce.

m̄ 8. ƶ. me. 16. co.
m̄ 8. ƶ. me. 20. co.

piu 4. co. piu 10.

Moltiplichisi $3\frac{1}{2}$. cen. piu $5\frac{2}{3}$. co. me. $\frac{1}{4}$.
via $4\frac{1}{4}$. cu. me. 3 ⁊. piu 4. co.

$14\frac{7}{9}$. ⁊. piu $24\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. ⁊. m̄. $1\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. ʒ. m̄ $10\frac{1}{2}$. ⁊.
m̄ 17 ⁊. piu $\frac{3}{4}$. ⁊ piu 14 ʒ p̄ $22\frac{2}{3}$. me. 1. ⁊.

prod. $24\frac{5}{9}$ ⁊. p̄ $12\frac{1}{1}\frac{5}{6}$ ʒ. p̄ $22\frac{2}{3}$ ƶ m̄ $10\frac{1}{2}$ ⁊
me. $2\frac{2}{9}$. ⁊ me. 1. co.

Moltiplichisi 4. ƶ. me. 5. ⁊. me. 3.
via 8 co. piu 3. ⁊. me rad. 5.

32 ʒ. me. 40. ⁊. me. 24. co. piu 12. ⁊. m̄. 15 8.
m̄ 9. ⁊ m̄. rad. 80 ƶ. piu rad. 125. ⁊ p̄ rad. 45

prod. 12 ⁊ p̄ 32 ʒ m̄ 15 8 m̄ 40. ⁊ p̄ (ra. 125
m̄. 9) ⁊ m̄ rad. 80. ƶ m̄ 24. ⁊. m̄ ra. 45

Potrà lo studente se vorrà pigliar fatica di fare le proue di queste moltiplicationi, & così si farà prattico in esse.

Moltiplichisi 5 ʒ me. 2. cen. piu 5.
con 3. ƶ me. 5. co. me. 4.

15 ⁊ m̄ 6 ⁊ piu 15 ƶ.
m̄ 25 ⁊ piu 10 ʒ me. 25. co.
me. 20 ʒ piu 8 ƶ me. 20

Prod. 15 ⁊ me. 31 ⁊. me. 10. ʒ p̄ 23 ƶ m̄. 25. ⁊ m̄. 20
Per 3 ƶ m̄ 5 co. me. 4.
Partasi 15. ⁊ m̄ 31 ⁊ m̄ 10 ʒ p̄ 23 ƶ m̄ 25 ⁊. m̄ 20

ne viene 5 ʒ m̄ 2 ƶ p̄ 5

15 ⁊ me. 31. ⁊ me. 10 ʒ.
15 ⁊ me. 25. ⁊ me. 20 ʒ.

me. 6. ⁊ piu 10 ʒ piu 23 ƶ.
me. 6. ⁊ piu 10 ʒ piu 8 ƶ

p̄ 15 ƶ m̄ 25 ⁊ m̄ 20
qui il partitore entra precise per piu 5.

Per 5 ʒ m̄ 2 cen. piu 5
Partasi 15 ⁊ m̄ 31 ⁊ m̄ 10 ʒ p̄ 23 cen. m̄ 25 ⁊ me. 20

ne viene 3. cen. me. 5. co. me. 4.

15 ⁊ me. 31 ⁊ me. 10 ʒ.
15 ⁊ me. 6 ⁊ piu 15 ce.

me. 25 ⁊ me. 10 ʒ me. 15 ce.
piu 23 ce.

piu 8 ce.
me. 25 ⁊ piu 10 ʒ me. 25 co.

me. 20 ʒ p̄ 8 ƶ p̄ 25 ⁊
m̄. 25 ⁊. m̄ 20

me. 20 ʒ p̄ 8 ƶ m̄ 20

resta niente

Qui 5. ʒ me. 2. ce. m̄ 20 p̄ 5 ētra ī m̄. 20 ʒ p̄ 8. cen. me. 20 p me. 4. precise, che 5 ʒ in me 20 ʒ entra per meno 4. (perche me. 4. via 5 ʒ fa me. 20 ʒ) Et me. 2 ce. in piu 8. ce. entra per me. 4. perche à moltiplicare meno 4. via me. 2. ce. fa piu 8 ⁊. Et finalmente piu 5 in me. 20 entra ancor egli per il medesmo me. 4. perhe à moltiplicare me. 4. via piu 5. fa me. 20.

Digitized by Google

nomio essere quadrato, & per rispetto del meno segno del nome medio la sua rad. essere Residuo, & e rad. 3. censi meno 7.

rad. 3. censi meno 7.
rad. 3. censi meno 7.

3. censi censi meno rad. 588. censi piu 49.

rad. 3. censi meno 3. cose
rad. 3. censi meno 3. cose

3. censi meno rad. 108. cubi piu 9. censi

rad. 5. censi meno rad. 3. cose
rad. 5. censi meno rad. 3. cose

5. censi censi meno rad. 60. cubi piu 3. 2.

rad. 3. censi censi meno rad. 2.
rad. 3. censi censi meno rad. 2.

3. 8. meno rad. 24. censi censi piu 2.

rad. 8. cubi meno rad. 8.
rad. 8. cubi meno rad. 8.

8. 6. meno 16. cubi piu 8.

3. censi piu 4. cose piu 5.
3. censi piu 4. cose piu 5.

9. censi censi piu 24. cubi piu 16. censi piu 30. censi piu 40. cose piu 25.
9. censi censi piu 24. cubi piu 46. censi piu 40. cose piu 25.

3. censi	12. cubi	20. cose	5.
primo	4. cose	4. cose	terzo
nome	secondo	secondo	nome.

Così 3. censi censi meno rad. 108. cubi p̄, 9. censi vedremo essere quadrato, & la sua rad. essere rad. 3. censi meno 3. cose.

Et aaco 5. censi censi meno rad. 60. cubi piu 3. censi essere quadrato, & la sua rad. essere il Residuo radice 5. censi meno radice 3. cose.

Ancora 3. 8. meno rad. 24. censi censi piu 2. si vedrà essere quadrato, & per rad. hauere il Residuo radice 3. censi censi meno radice 2.

Et 8. 6. meno 16, cubi piu 8. si conoscerà essere quadrato, & la sua rad. essere il Residuo rad. 8. cubi meno rad. 8.

Et se pigliando vn trinomio poniamo 3. censi piu 4. cose piu 5. lo moltiplicaremo in se medesimo vedremo che il prodotto consta, o si compone da sei partiali prodotti (che si riducono in cinque) il primo diremo essere il quadrato del primo nome, il secondo il doppio del dutto del primo nome nel secondo, il terzo il quadrato del secondo nome, il quarto il doppio del dutto del primo nome nel terzo, il quinto il doppio del dutto del secondo nome nel terzo, Et il sesto il quadrato del terzo nome dalla quale consideratione andando speculando con il discorso naturale al solito si potria venire in cognitione del trouare il trinomio quādo sia noto il suo quadrato, ma p̄che e di poca importanza passarò a cose di maggior profitto. Si dice solo che hauendo a pigliare la radic. di alcun rotto proposto, o quantità Algebratica scritta in forma di rotto si piglia la radice del numeratore, & e numeratore, & la rad del denominatore, & e denominatore che il rotto così formato sarà la rad. della quantità proposta, che di 25. meno rad. 300. cose piu 3. censi il tutto esimo di 4. censi piu 12. cose piu 9. la rad. sarà 5. meno rad. 3. cose esimo di 3. cose piu 3. Et di 18. esimo di 6. censi censi la rad. sarà rad. 18. esimo di rad. 6. censi, & così de gl'altri.

Come peruenutosi alle Equationi nelli quesiti, & positioni dell'Algebra elle si riduchino alli Capitoli occorenti.

NElli quesiti fatta la positione (come si vedrà a suo luogo) o in 1. cosa, o piu, o in 1. censo, o piu, o in altro modo che sia espediente, & conuenga al quesito dato, finalmente operando come esso quesito ricerca si peruiene ad hauere due quantità di forme diuerse, ma di necessità eguali fra loro, (che li pratici dicono peruenire alla Equatione) mediante la egualità delle quali conuiene cercare il valore della cosa dalla notitia del qual valore deriua la solutione del quesito, onde hora si andarà trattando di questa parte.

Quando due, o piu cose, o vogliamo dire quantità sono eguali l'vna, all'altra se a ciascuna di loro si giongerà vna medesma cosa, o cose eguali, li resultanti per commune Scientia, o notitia o vogliamo dire per commune concessione saranno anc'essi eguali l'vno all'altro. Similmente se da ciascuna delle cose, o quantità eguali si cauarà vna medesima, o cose egnali, i rimanenti saranno fra loro eguali. Et se le cose, o quantità eguali si moltiplicaranno, o partiranno con

vna

Digitized by Google

vna medesima quantità, ancora i prodotti, o gl'auenimenti saranno fra loro eguali. Et se di quantità eguali si pigliaranno le radici quadre, esse radici saranno eguali fra loro, & così le loro rad. cube saranno eguali, & similmente le rad. quadre quadre, & quelle che di quale altra sorte si pigliassero.

Essendosi peruenuto alla Equatione in alcun quesito, cioè all'hauere due quantità eguali di forme diuerse, quando d'esse due quantità eguali che si haueranno l'vna da vna banda, & l'altra dall'altra banda, sarà da qual si vogli banda, o da ambedue vna, o piu quantità partiali segnate con il meno, all'hora si accomoda esso, o essi meno giungendo da ciascuna banda tanto quanto importa esso meno, o essi meno, accioche li dui resultanti dalle due bande siano similmente eguali l'vno all'altro, & liberi da segni di meno; Et questo accomodare li meni dalli pratici si chiama ristorare i diminuti. Ancora quando da ciascuna delle due bande vi sarà dignità della medesima sorte, o segno, o vi sarà numero, cioè quantità liaera da denominatione di dignità Algebratica, all'hora da ciascuna banda si caui la minor quantità, che i dui resurtanti saranno di nuouo eguali ma con quantità piu piccole delle prime. Et questo dalli pratici si chiama leuare i superflui. Per esempio.

Hauendo 12. censi censi piu 4. censi meno 6. cose piu 7. meno rad. 2. eguale a 9. censi piu 12. cose meno 5. Quì si accomodaranno li meni che sono da vna banda, & dall'altra, che per rispetto delle meno 6. cose sinistre giongeremo 6. cose a ciascuna banda, che dalla sinistra a giongere 6. cose a meno 6. cose ne resulta niente, & dalla destra a giongerli 6. cose essendouene anco 12. cose ne resulta 18. cose. Et quanto al meno 5. destro giongendo 5. a ciascuna banda dalla destra ne resultarà niente (che meno 5. gionto a 5. cioè à piu 5. fa niente cioè solo si anichila, o a nulla il meno, o vogliamo dire la quantità segnata con il meno,) Et dalla sinistra al numero 7. meno rad. 2. (che hora si piglia per vna quantità sola; cioè per vn Residuo essendo quantità libera da denominatione Algebratica, & e piu) gionto 5. fa 12. meno rad. 2. Onde hora le due quantità destra, & sinistra saranno 12. censi censi piu 4. censi piu 12. meno rad. 2. Et 9. censi piu 12. cose; quali saranno similmente eguali fra loro. Ancora perche da ciascuna banda sono censi leuaremo da ciascuna banda il minor numero d'essi censi cioè li 4. censi sinistri, & iui restarà nessun censo. Et dalla destra da 9. censi cauatone essi 4. censi restarà 5. censi. Onde le due quantità sinistra, & destra hora saranno 12. censi censi piu 12. meno rad. 2. Et 5. censi piu 18. cose. Et così le quantità partiali da vna banda saranno diuerse dalle quantità partiali dall'altra banda, che dalla sinistra sono censi censi, & numero, & dalla destra sono censi, & cose. Onde finalmente si saria peruenuto à Capitolo (o Regola) di censo censo, & numero guale a censi, & cose; Che operando come insegna la regola d'esso Capitolo si touaria il valore della cosa.

Ancora quando fra le due quantità eguali che si habbino non fusse numero libero, o vogliamo dire non fusse quantità alcuna libera da denominatione di dignità Algebratica, cioè che tutte le partiali quantità che vi fussero hauessero segno Algebratico all'hora esse tutte si schifino, o partino per tal quantità Algebratica che la minore di segno Algebratico fra loro douenti numero, cioè tutte si abassino a vn medesmo modo talmente che il minor segno Algebratico si annulli, & douenti quantità libera, Che per esempio hauendo 12. 5. piu 8. censi censi eguale a 9. censi piu 6. cubi fra le quali partiali quantità non ve ne e alcuna libera da denominatione Algebratica, & la minore denominatione che e fra esse è il censo che vi sono 9. censi, & à ridurli a 9. libero bisogna partirli per 1. censo, (che a partire censi per censi l'auenimento e numero libero) partiremo esse quantità per 1. censo, o vogliamo dire le abassaremo per il 2. segno del censo cauando 2. da ciascuno delli loro segni Algebratici, & si ridurranno a 12. cubi piu 8. censi eguale a 9. piu 6. cose.

Et similmente hauendo 15. 6. piu 2. cubi eguale a 18. 7. piu 9. censi censi fra le quali la minor dignità e il censo censo le abasseremo tutte per tale dignità cauando 4. suo segno da ciascuno delli segni d'esse che e quanto a partirle per 1. censo censo, & si ridurranno a 15. censi piu 2. cose eguale a 18. cubi piu 9.

Et perche nelle equationi, o Capitoli loro doue fra le due quantità egnali sinistra, & destra si troua piu d'vna dignità Algebratica si suole anco con il numero accompagnato alla maggior dignità, partire ciascuna delle due quantità sinistra, & destra (che quando tal maggior dignità e censo questo Partirre dalli pratici si chiama ridurre la Equatione ad'1. censo. Et se e cubo si chiama ridurre la Equatione ad'1. cubo, Et se e censo censo, si chiama ridula ad'1. censo censo; Et cosi nell'altre dignità maggiori, hora che 12. censi censi piu 12. meno radic. 2. e eguale a 5. censi piu 18. cose doue la maggior dignità e il censo censo, con il numero accompagnatoli che e 12. si partirà ciascuna quantità che la sinistra douentarà 1. censo censo piu 1. meno rad.

no rad. $\frac{1}{2}$ & la destra douentarà $\frac{1}{2}$ censi più $\frac{1}{2}$ cosa, Et così finalmente si haverà 1. censo censo più 1. meno rad. $\frac{1}{2}$ eguale a $\frac{1}{2}$ censo più $\frac{1}{2}$ cosa da trouar poi il ualore della cosa, mediante la regola del Capitolo d' 1. censo censo, & numero eguale a censi, & cose.

Quando mò in alcuna delle due quantità eguali, o in ambedue vi sia voo, o più rotti, all'hora si deue moltiplicare ciaſcuna delle due quantità per il denominatore, o denominatori di tal rotto, o rotti, (& questo dalli pratici si chiama leuare i rotti,) che i prodotti saranno due quantità eguali pure fra loro, ma libere da rotti, Auuertendo che in questo caso si chiamano rotti quelli che per denominatore hanno dignità Algebratiche poste in qual si vogli modo, cioè, o sole, o con numero, o con altre dignità, & numero. Per esempio hauendo la quantità a, eguale alla b, fra le quali nella a, e vn rotto che ha per denominatore 8. cose meno 3. Et nella b, vi sono dui rotti, che i loro denominatori sono 5. censi più 1. cosa meno 2. Et 1. cosa si deue moltiplicare ciaſcuna delle due quantità a, & b. per ciaſcuno delli tre denominatori che i prodotti saranno due altre quantità eguali a, & b, libere da rotti Algebratici.

A 3 $\frac{1}{2}$ cose più questo rotto 7. cose esimo di 8. cose meno 3. & più 6$\frac{1}{2}$. censi eguale a 7$\frac{1}{2}$. cubi più questo rotto 4. censi censi meno 1. cose il tutto esimo di 5. censi più 1. cosa meno 2. & più que st'altro rotto 4. più rad. 3. il tutto esimo di 1. cosa b.

Ancora quando in alcuna delle due quantità egoali a, & b, o in ambedue fusse vna, o più radici legate, all'hora ciaſcuna d'esse quantità a, & b, si moltiplichi in se stessa, & anco ciaſcuno delli dui prodotti nuoui a, & b, di nuouo si moltidlichi in se stesso occorendo, (auuertendo anco di mano in mano d'andar leuando i superflui, & ritornando li diminuti secondo che sia a proposito,) & così si segua sinche siano leuate le radici legate, & si peruenga a due altre quantità eguali a, & b, (che elle saranno sempre eguali fra loro) quali siano libere da segno di rad. legata. Che dalli questi mò, & operationi in esse ne resultarà la intelligenza di tutte le cose dette.

Soli DEO omnis honor, & gloria. Die Solis tertia Nouemb. hore $\frac{1}{4}$ n. s.

QVESITI, O DOMANDE.

Si vuol fare vna compagnia di 200. Fanti fra Archibufieri, & Pichieri dando scudi 4$\frac{1}{2}$. il Mese a ciaſcuno Archibusiere, & scudi 5$\frac{1}{4}$. a ciaſcun Picchiere. & si vuole spendere in essi 200. Fanti scudi 1000. il Mese, si domanda quanti Archibusieri, & quanti Picchieri douerano essere.

Pono il numero delli Archibusieri essere 1. cosa. Et però il numero delli Pichieri sarà il restante cioè 200. meno 1. cosa che a scudi 5$\frac{1}{4}$. per Pichiere importaranno scudi 1050. meno 5$\frac{1}{4}$. cose, Et li Archibusieri 1. cosa a scudi 4$\frac{1}{2}$. l'vno importano 4$\frac{1}{2}$. cose che con li scudi 1050. meno 5$\frac{1}{4}$. cose fanno scudi 1050. meno $\frac{3}{4}$. cose, che e la spesa del Mese, ma si vuole che ella sia scudi 1000. però a questo 1000. e eguale 1050. m. $\frac{3}{4}$. cose che accomodato il meno sarà 1000. più $\frac{3}{4}$ cose eguale a 1050. & leuato 1000. da ciaſcuna banda sarà $\frac{3}{4}$. cose eguale a 50. onde partendo 50. per $\frac{3}{4}$. numero delle cose l'auenimento 66$\frac{2}{3}$. sarà il valore della cosa, onde il numero delli Archibusieri posto 1. cosa sarà 66$\frac{2}{3}$. & perciò il numero delli Pichieri sarà il restante fino a 200. cioè 133$\frac{1}{3}$. ma si può dire 67. Archibusieri, & 133. Picchieri, che li 67. Archibusieri a scudi 4$\frac{1}{2}$. il Mese per ciaſcuno importano scudi 301$\frac{1}{2}$. Et li 133. Pichieri a scudi 5$\frac{1}{4}$. importano scudi 698$\frac{1}{4}$. che in tutto sono scudi 999$\frac{3}{4}$.

Questo quesito in astratto significa dividere 200. dato in due parti tali, che l'vna moltiplicata per 4$\frac{1}{2}$. & l'altra per 5$\frac{1}{4}$. la somma delli dui prodotti fia 1000. Et potiamo dalla operatione Algebratica deriuarne la simplice Regola numerale confiderando che il 200. dato si è moltiplicato per il maggior numero 5$\frac{1}{4}$. & dal prodotto cauato il 1000. il restante 50. si è partito per la differenza delli 4$\frac{1}{2}$. & 5$\frac{1}{4}$. che è $\frac{3}{4}$. & l'auenimento 66$\frac{2}{3}$. è la parte che va moltiplicata per il minore 4$\frac{1}{2}$. per il che si potrà dire.

Per dividere vn numero, o quantità data in due parti tali che moltiplicata l'vna per a, minore, & l'altra per b, maggiore la somma de' prodotti fia vn numero, o quantità proposta. Moltiplichisi la data per b, maggiore, & dal prodotto si cavi la quantità proposta (che se questo prodotto non fusse maggiore della quantità proposta il quesito saria impossibile,) & il restante si parta per la differenza di a, à b, che l'auenimento sarà la parte che va moltiplicata con a, minore

nore, essendo il restante fino alla quãtità data l'altra parte che va moltiplicata cõ b, maggiore.

Et se nell'operare Algebratico si fusse posto che il numero non delli Archibufieri, ma delli Pichieri che hanno maggior paga fusse 1. cosa, li Archibufieri sariano 200. meno 1. cosa, che à scudi 4 $\frac{1}{2}$. per ciascuno importariano scudi 900. meno 4 $\frac{1}{2}$. cose che giunto a 5 $\frac{1}{2}$. cose, che importariano li Pichieri posti 1. cose fa scudi 900. piu $\frac{1}{2}$. cose, & questo sarà egua e a scudi 1000. onde accomodato il meno, & leuato il numero minore 900. da ciascuna banda, si haurà $\frac{1}{2}$. cose eguale a 100. per il che partendo 100. per $\frac{1}{2}$. numero delle cose l'auenimento 133 $\frac{1}{3}$. sarà il valore della cosa, & però sarà il numero delli Pichieri posto 1. cosa, essendo il restante fino a 200. cioè 66 $\frac{2}{3}$. il numero delli Archibufieri, onde di qui volendo estraerla simplice Regola numerale si dirà.

Per dividere vna quantità data in due parti tali che l'vna moltiplicata per a, minore, & l'altra per b, maggiore la somma delli dui prodotti fia vna quantità proposta. Moltiplichisi la quantità data per a, minore, & il prodotto si cauidalla quantità proposta (che se esso prodotto non fusse minore della quantità proposta il quesito saria impossibile,) & il restante si parta per la differenza di a, à b, che l'auenimento sarà la parte che va moltiplicata con b, maggiore, essendo il restante della data la parte che va moltiplicata con a, minore.

Vn'Architetto vuol fare vna Piazza che sia di grandezza o superfecie piedi 5580. quadri, & che la lunghezza d'essa sia piedi 18. piu che la larghezza, si domanda quanto ella sarà lunga, & larga.

Pongasi che la larghezza sia vna cosa che la lunghezza sarà 1. cosa piu 18. & moltiplicate insieme se ne produce 1. censo piu 18. cose che è la superficie, ma ella deue essere 5580. però 1. censo piu 18. cose è eguale al dato 5580. hora essendo peruenuti alla equatione che ci conduce al Capitolo d'1. censo, & cosa eguale a numero, noi secondo che insegna, o ricerca la Regola d'esso Capitolo moltipliaremo la metà del numero delle cose cioè 14. in se medesimo, & al prodotto 196. giongeremo il numero della equatione che è 5580. & fa 5776. del che pigliaremo la radice quadra, & è 76. dal quale si caua la metà detta del numero delle cose cioè 14. & il restante 62. è il valore della cosa, & però è la larghezza posta 1. cosa, onde la lunghezza che è 18. di piu sarà piedi 90. che moltiplicata via la larghezza piedi 62. fa piedi 5580. che è la grandezza come conuiene.

Et se hauessimo posto non la larghezza, ma la lunghezza essere 1. cosa la larghezza poi che ha da essere 18. di manco sarà 1. cosa meno 18. che moltiplicata con la lunghezza 1. cosa fa 1. censo meno 18. cose, & è la superficie che deue essere 5580. però a questo 5580. è eguale l'1. censo meno 18. cose, onde accomodato il meno (giungendo 18. cose a ciascuna banda) si haurà 1. censo eguale a 18. cose piu 5580. Che in questa equatione d'1. censo eguale a cose, & numero, si moltiplica la metà del numero delle cose hora 14. in se stesso, & al prodotto 196. si giunge il numero della equatione cioè 5580. & della somma 5776. si piglia la rad. quadra, & è 76. al quale si giunge la metà del numero delle cose, cioè il 14. & fa 90. qual 90 è il valore della cosa, per il che la lunghezza posta 1. cosa sarà 90. onde la larghezza che è 18. di manco sarà 62.

Et se hauessimo detto si hanno Fanti 5580. de' quali si vuol fare vn'ordinanza quadrangola tale che la fronte habbi 18. Fanti di piu che il fianco, si farebbe operato nel medesmo modo ponendo che il fianco fusse 1. cosa, & la fronte 1. cosa piu 18. Ouero che la fronte fusse 1. cosa, & il fianco 1. cosa meno 18. & si saria pure trouato che la fronte saria 90. Fanti, & il fianco 62. cioè 61. file a 90. Fanti per fila.

Da quest'operare Algebratico potremo estahere la simplice Regola numerale, che peruenuti alla equatione si vede che il numero delle cose hora 18. è sempre il numero istesso, (& chiamolo a,) in che la fronte è maggiore del fianco, o vogliamo dire in che il maggior lato supera il minore; & il numero della equatione hora 5580. è sempre il numero dato de' Fanti, (o piedi di superficie) al quale sempre si giunge il quadrato della metà del numero delle cose, cioè il quadrato della metà del numero a, & della somma si piglia la rad. & sia R, alla quale gionto la metà del numero a, il resultante è il maggior lato, ouero dall'R, canato essa metà del numero a, il resultante è il minor lato, Onde se vorremo applicare essa Regola a quesito d'ordinanze quadrangole potremo dire.

Dato vn numero di Fanti per ridurlo in ordinanza tale che il numero delli Fanti dell'vn lato (& sia la fronte) sia maggiore del numero delli Fanti dell'altro lato, (& sia il fianco) in vn numero proposto, Il quadrato della metà di questo numero proposto si giunga al numero dato delli Fanti, & della somma si pigli la rad. quadra alla quale si giunga, & cauì la metà detta del numero proposto che i dui resultanti saranno i dui lati, o fronte, & fianco dell'ordinanza.

Per esempio dato 1660. Fanti da ridurre in ordinanza quadrangola tale che la fronte sia 15.

piu del

Digitized by Google

piu del ñaco. Il quadrato di $12\frac{1}{2}$. mitá di questo 25. cioè $156\frac{1}{4}$. si giunga al numero dato 1660. & fa $2816\frac{1}{4}$. del che si pigli la rad. propinqua non eccedente in interi (che i Fanti sono mitá Aritmetiche indiuisibili,) & e 53. al quale si giunga, & caui il $12\frac{1}{2}$. detto mitá del 25. & ne resultano $65\frac{1}{2}$. & $40\frac{1}{2}$. ma si potrá dire 65. & 40. che saranno la fronte, & il fianco. & contengono Fanti 2600. però vi auanzariannno Fanti 60. Ma in materia Geometrica si dá a esse due lunghezza, & larghezza essere rad. $2816\frac{1}{4}$. piu $12\frac{1}{2}$. Et rad. $2816\frac{1}{4}$. meno $12\frac{1}{2}$. che moltiplicate insieme producono il 2669. dato.

Contentinsi mò li Studenti di questi dui esempij, o quesiti, poiche potranno hauerne copiosamente nelle mie Algebre Proportionali, Discorsiua, *Applicata*, & Triangolare. Et ancora nelle mie opere Geometriche doue si adopra spesso questa mirabile, & sottilissima Dottrina, *Algebrica*.

LAVS DEO SEMPER.

Ma diamo ancora li seguenti esempij Geometrici doue si mostra vn mirabile modo di trouare il lato d'vna figura regolare di lati in numero tripli alli lati d'vna figura, similmente regolare di lato noto, quali tutte poneremo essere inscritte in vn cerchio di diametro noto, & sia di 2. misure che il semidiametro sarà 1.

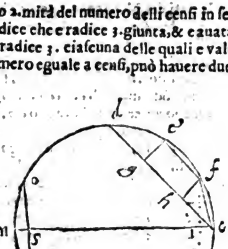
Il lato del quadrato di diametro 2. e radice quadra 2. si domanda il lato del Duodecagono equilatero inscritto nel medesimo cerchio. Sia d c, il lato del quadrato rad. 2. & diuiso l'arco d c, in tre parti eguali in e, & f, ciascune delle tre rette tirate, o immaginate d e, e f, f c, sarà lato del Duodecagono inscritto, & dalli punti e, & f, al lato d c, del quadrato si tirino le perpendicolari e g, & f h, che cosi g h, sarà eguale alla e f, lato del Duodecagono, & anco dalli f, al diametro m c, si tirila perpendicolare f i.

Hor ponasi e f, lato del Duodecagono esse 1. cosa, che però g h. ad esso eguale sarà 1. cosa, & cauato da d c, rad. 2. il restante rad. 2. meno 1. cosa sarà la somma delle due d g, & h c, eguali fra loro però h c, sarà la mitá cioè rad. $\frac{1}{2}$. meno $\frac{1}{2}$. cosa, & d h, che è 2. cosa di piu sarà rad. $\frac{1}{2}$. piu $\frac{1}{2}$. cosa. Il quadrato di h e, che è $\frac{1}{2}$. meno radic. $\frac{1}{2}$. cosa piu $\frac{1}{2}$. censo cauato da 1. censo quadrato del lato f c, (nel triangolo rettangolo f h e,) resta $\frac{1}{2}$. censi piu rad $\frac{1}{2}$ cosa meno $\frac{1}{2}$. & questo è il quadrato di f h, quale giunto al quadrato di d h, cioè a $\frac{1}{2}$. piu rad $\frac{1}{2}$. cosa piu $\frac{1}{2}$. censo fa 1. censo piu rad. 2. cose, & questo nel triangolo rettangolo f h d, e il quadrato di d f, sottotendente 2. dui lati del Duodecagono però essa d f, sarà rad L. 1. censo piu rad. 2. cose L. Ancora dal termine m, del diametro al punto f, imaginata la retta m f, che con la f e, formarà l'angolo m f e, nel mezo cerchio, & però retto, onde il triangolo m f e, sarà rettangolo, & simile, & però di lati proportionali al triangolo rettangolo f i e, perche hanno ancora l'angolo e, commune per il che trouata la m f, che sarà rad. L. 4. meno 1. censo L. (che a cauare 1 censo quadrato di f e, da 4. quadrato di m e, resta 4. meno 1. censo per il quadrato di m f, però essa m f, sarà la rad. di questa quantitá cioè sarà rad. L. 4. meno 1. censo L.) si trouará ancora la f i, dicendo m e, 2. subtensa all'angolo retto del Triangolo grande douentando 1. cosa subtensa all'angolo retto del Triangolo piccolo, il lato m f, rad. L. 4. meno 1. censo L, lato del triangolo grande che douentaria per f i, lato a lui corrispondente del triangolo piccolo, onde moltiplicando rad. L. 4 meno 1. censo L, via 1. cosa; cioè via rad. L. 1. z. L, & il prodotto rad. L. 4. z. meno 1. 4. L. partito per 2. cioè per rad. L. 4, l'auenimento sarà rad. L. 1 censo meno $\frac{1}{4}$. censo censo L, sarà il lato f i, & il suo doppio rad. L. 4. censi meno 1. censo censo L, sarà la retta f l, inteso allongato la f i, per i, fino alla circonferenza, & siaui segnato il punto l, che cosi i l, sarà e g, alla f i, come l'arco c l, al c f, & però la f l, sarà subtensa a dui lati del Duodecagono, come ancora la d f, però sarà eguale ad essa d f, trouata essere rad. L, 1. censo piu radic. 2. cose L. & il quadrato dell'vna sarà eguale al quadrato dell'altra, cioè 2. censo piu rad. 8. cose sarà eguale a 4. censi meno 1. 4. che accomodato il meno, & cauato 1. censi da ciascuna banda si haverà 1. censo censo piu rad. 2. cose eguali a 3. censi. Et schiasato o partito ciascuna quantitá per 1. cosa si haverà 1. cubo piu rad. 2. eguale a 3. cose nella quale equatione la cosa vale rad. $1\frac{1}{2}$. meno $\frac{1}{2}$. (che il censo è 2. meno rad. 3 & moltiplicato via rad. 1. $\frac{1}{2}$. meno rad. $\frac{1}{2}$. valore della cosa fa rad. 6. meno rad. 2. meno rad. $4\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{2}$. cioè rad. $13\frac{1}{2}$. meno rad. $12\frac{1}{2}$. & questo è il valore d'1. cubo al quale giunto rad. 2. fa rad. $13\frac{1}{2}$. meno rad. $4\frac{1}{2}$. & questo è l'1. cubo piu radic. 2. Et ancora le 3. cose a rad. 1 $\frac{1}{2}$. meno rad. $\frac{1}{2}$. per cosa importano medesimamente rad. $13\frac{1}{2}$. meno rad. $4\frac{1}{2}$.) però il lato del Duodecagono posto 1. cosa sarà rad. $1\frac{1}{2}$. meno rad. $\frac{1}{2}$.

Hor notino li Studenti che hauendo concluso la retta f l, essere sottotendente a dui lati del Duodecagono 1. & perciò essere il lato dell'esagono da inscriuere nel medesimo cerchio di 1. di

diametro

tiplicato 2. mitá del numero delli censi in se stesso fa 4. del quale cauato il numero 1. resta 3. & la sua radice che e radice 3. giunta, & cauata à 2. mitá del numero delli censi fa 2. piu radice 3. & 2. meno radice 3. ciascuna delle quali e valuta del censo (che questa Equatione d'vn censo cenſo, & numero eguale a censi, può hauere due diuerse valute del censo, & però ancora della cosa, però la cosa che e radice del censo valerá la radice di ciascuna d'esse due quantitá; cioè radice L, 2. piu radice 3. L, che e radice 1½. piu radice ½. Et ancora può valere radice L, 2. meno radice 3. L, che e radice 1½, meno radice ½. delle quali due valute la maggiore radice 1½. piu radice ½. non ci può hora seruire perche ella è piu d'1. che non può essere la f c, ma ci seruirá la minore radice 1½. meno radice ½. che e poco piú d'½. mitá d'vn lato f l, dell'esagono come conuiene) & questo è la f c, lato del Duodecagono posto vna cosa. Ma ancora essendo veduto che la retta d f, ancor ella sottotende a dui lati del Duodecagono, & però e lato dell'Esagono, & e perciò necessariamente 1. sapremo che à questo 1. e eguale la quantitá d'essa d f, trouata essere radice L, vn censo piu radice 2. cose L, & questa equatione per leuare la radice legata quadraremo le parti, & haueremo vn censo piu radice 2. cose eguale al quadrato d'vn che e vn, onde in questa equatione che vn censo, & cosa eguale a numero si moltiplica radice ½. mitá del numero delle cose in se stesso, & al prodotto ½. si giunge vn numero della equatione, & della somma 1½. si piglia la radice, & e radice 1½. dalla quale si caua la mitá del numero delle cose; cioè radice ½. & il restante radice 1½. meno radice ½. e il valore della cosa, & però e la f c, lato del Duodecagono posto vna cosa.



Et se voleſſimo trouare il lato del duodecagono inscritto in esso cerchio di diametro 2. mediante il lato dell'Esagono che e vn al modo ordinario, & sia o r, il lato dell'esagono, & m o, & m r, i dui lati del Duodecagono, essendo m c, il diametro del cerchio diuidente per mezo in s, ad angoli retti il lato r o, dell'esagono, & però delle due rette m c, r o, che si segano nel cerchio essendo il dutto di m s, in s c, parti dell'vna eguale al dutto di r s, in s o, qual dutto e ½. che 1½. r s, via ¾. s o, fa ¼.) parti dell'altra, per trouare m s, conuien diuidere m c, 2. in due parti tali che il dutto loro sia ¼. & per farlo dal quadrato d'1. mitá di 2. che e 1. si caua l'¼. & del restante ¾. si piglia la radice che e radice ¾. quale si giunge, & caua all'vn mitá di 2. m c, & resultano vn pin radice ¾. Et vn meno radice ¾. & queste sono le due parti e s, s m, di m c, 2. meche moltiplicate insieme producono ¼. hora nel Triangolo rettangolo r s n, giunto il quadrato di r s, ½. che e ½. con il quadrato di m s, 1. piu radice ¾. che e 1¾. meno radice 3. la somma 2. piu radice 3. e il quadrato della subtensa m o, però ella sará radice L, 2 1. piu radice 3. L, cioè rad. 1½, m, rad. ½, Et questo e il lato del Duodecagono, come s'è trouato ne gl'alti modi.

Con il modo mò adoprato per trouare il lato del Duodecagono mediante il lato del quadrato si poerá trouare il lato del Nonagono mediante il lato del Triangolo inscritti nel Cerchio di diametro 2. che il lato del Triangolo, & sia che e, sará radice 3. (perche nel Triangolo b d e, cauato vn quadrato d'vn b d, semidiametro lato dell'esagono da 4. quadrato di b e, 2. diametro sottotendente all'angolo retto detto il restante 3. e il quadrato della d e, però ella è radice 3.) & inteso diuiso l'arco d e, in tre parti eguali in e, & f, & tirate le corde e f, f e, ciascuna d'esse sará lato del Nonagono, & poniamo che sia 1. cosa, & tirate le due perpendicolari e g. f h. alla d e, la g h. eguale alla sua opposita e f, sará 1. cosa, onde la somma di d g, & h e, sará radice 3. meno vna cosa, & ciascuna d'esse eguali, sará radice ¾. meno ½. cosa, & perche d g, e radice ¾. meno ½. x. giontoli g h. vna cosa tutta la d h, sará radice ¾. piu ½. cosa, Et perche h e, e radice ¾. meno 1 ½. cosa il suo quadrato ¾. meno radice ¾. x. piu ¼. x. cauato dal quadrato di f e, vna cosa qual quadrato è vn censo il restante ¼. x. piu radice ¾. x. meno ¾. sará nel Teiangolo rettangolo f h e, il quadrato del lato f h, però esso lato f h, sará radice L, ¼. x. piu radice ¾. x. meno ¾. L, il quadrato mò di f h, cioè ¾. censi piu radice ¾. cose meno ¾. gionto al quadrato di d h. radice ¾. piu ¾. cosa, qual quadrato e ¾. piu radice ¾. x. piu ¼. censo fa 1. censo piu radice 3. cose per il quadrato di d f, nel Triangolo rettangolo d h. f. però essa d f. sará radice L, vn censo piu radice 3. cose L, & questa d f, sottotendente a dui lati del Nonagono (che l'arco d e f, e li ⅙. della circonferenza del Cerchio) Ancora dal punto f, al diametro b e, tirata la perpendicolare f e, & imaginata allungarsi fino alla circonferenza in l, che i l, sará eguale ad f i, & l'arco e l, all'arco f e, & però

Digitized by Google

sia l, sarà sottotendente a $\frac{1}{6}$ di circonferenza; cioè a dui lati del Nonagono, come è la e b f, & però douerà essere eguale alla d f, hor trouisi la quantità di f i, (mità di f l,) che è il più lungo del i dui lati f i, e che contengono l'angolo retto i, nel Triangolo rettangolo f i c, che imaginato la retta b f, & il Triangolo rettangolo b f e, che ancora hà l'angolo e, comune con il Triangolo rettangolo f i c, essi dui Triangoli però sono simili, & di lati proportionali, nel grande b f c, cauato vn censo cauato del lato f c, da 4 quadrato della subtensa, ò diametro b c, il restante 4. m, 1. z. sarà il quadrato di b f, per il che essa b f sarà radice L, 4. meno vn censo L, hora se p c. 2. subtensa nel Triangolo rettangolo grande da b f, radice L, 4. meno vn censo L, lato più lungo, la f c, darà vna cosa subtensa nel Triangolo rettangolo piccolo per f i, suo lato più lungo, radice $L, \frac{3}{4}$. censi meno $\frac{1}{4}$. censo censo L, & il suo doppio f l, sarà radice L, 4. censi meno vn censo censo L, & questo sarà eguale à d f, trouata radice L, vn censo più radice 3. cose L, onde qnadrando esse parti si haverà 4 z.

b e a. | da b f, radice L, 4. meno vn censo L,
via f c, radice L, vn censo L,

Rad. L, 4. L | fa rad. L, 4. censi meno vn censo censo L,

f i, radice $L, \frac{3}{4}$. censi meno $\frac{1}{4}$. censo censo L,

meno vn censo censo eguale a vn censo più radice 3. cose, & accomodato il meno, & leuato vn censo da ciascuna banda sarà vn censo censo più radice 3. cose eguale a 3. censi. Et schifato, ò partito ciascuna quantità per 1. cosa, si ridurrà a 1. cubo più rad. 3. eguale a 3. cose nella quale equatione di Cubo, & numero eguale a Cose, si trouarà il valore della cosa che sia il lato del Nonagono per il che egli si potrà ridurre à numero rationale proffimo al vero.

Et se dato d e, per lato dell'esagono che sia 1. (eguale cioè al semidiametro) si vorrà trouare f c, lato del Diciotto agono si ponerà egli essere vna cosa, che ancora g d, eguale ad e f, ouero f e, sarà medesimamente vna cosa, che cauato da d e, 1, resta 1. meno vna cosa per la somma di d g, & h e, eguale fra loro però ciascuna d'esse d g, & h e, sarà la mità d'esso restante; cioè sarà $\frac{1}{2}$. meno $\frac{1}{2}$. cosa, onde d h, (composta da d g, & da g h, vna cosa) sarà $\frac{1}{2}$. più $\frac{1}{2}$. cosa. Il quadrato di h e è $\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{2}$ cosa più $\frac{1}{4}$. censo che cauato da vn censo quadrato di f e, resta $\frac{3}{4}$. censi più $\frac{1}{2}$. cosa meno $\frac{1}{4}$. per il quadrato di f h. (però f h, sarà radice $L, \frac{3}{4}$. censi più $\frac{1}{2}$. cosa meno $\frac{1}{4}$. L,) questo quadrato di h f gionto al quadrato di d h, cioè a $\frac{1}{4}$ censo più $\frac{1}{2}$. cosa più $\frac{1}{4}$. fa vn censo più vna cosa per il quadrato di d f, però essa d f, sarà radice L, vn censo più vna cosa L, & e subtensa a dui lati del Diciotto agono; (cioè e il lato del Nonagono da inscriuere nel Cerchio,) Et però è eguale a f i, ancor ella subtensa a dui lati del Diciotto agono, quale f l, è sempre radice L, 4. censi meno vn censo censo L, quando il diametro del Cerchio è 2. & che la f c, si pone vna cosa, che sia lato della figura regolare che hà per lato la retta e d, (che considerato il Triangolo rettangolo b f c, che ha l'angolo e, comune con il Triangolo rettangolo f i c, & che però sono simili, & di lati proportionali, ne segue, che se b c, subtensa 2. nel Triangolo grande da b f, radice L, 4. meno vn censo L, lato maggiore (che cauato vn censo quadrato di f c, da 4. quattro di b c, resta 4. meno vn censo per il quadrato di b f, & però b f, è radice L, 4. meno vn censo L,) la subtensa f c, 1. cosa nel Triangolo piccolo darà radice L, vn censo meno $\frac{1}{4}$. censo censo L, f i, lato maggiore, & il suo doppio f l, sarà radice L, 4. censi meno vn censo censo L. Quero considerato il Triangolo rettangolo b f c, sù la base b c, del quale dall'angolo retto f, oppostoli viene la perpendicolare f i, che djuide il Triangolo b f c, in dui Triangolo rettangoli simili ad esso b f c, & fra loro, il lato f e, perciò sarà medio proportionale fra la base b c, & la parte e i, congiunta ad angolo con esso lato f c, però partito il quadrato f e, cioè vn censo per la base b c, 2. l'auenimento $\frac{1}{4}$. censo sarà la parte e i. il quadrato della quale cioè $\frac{1}{16}$ censo censo cauato da vn censo quadrato di f e, il restante vn censo meno $\frac{1}{16}$. censo censo è il quadrato della perpendicolare f i, però essa f i, è radice L, vn censo meno $\frac{1}{32}$. censo censo L, & fia lei doppio e perciò radice L, 4. censi meno vn censo censo L,) Onde in questa equatione quadrando le parti si haverà vn censo più vna cosa eguale a 4. censi meno vn censo censo; Cioè vn censo censo più vna cosa sarà eguale a 3. censi. Et schifando, ò partendo per vna cosa si riduce a 1 cubo più 1. eguale a 3. cose nella quale equatione il valore della cosa che serue al lato del Diciotto agono è $\frac{3}{1}\frac{4}{0}\frac{7}{0}\frac{3}{0}\frac{0}{0}\frac{6}{0}\frac{7}{0}\frac{5}{0}$ & al quanto più, ma non arriua à $\frac{3}{1}\frac{4}{0}\frac{7}{0}\frac{3}{0}\frac{0}{0}\frac{6}{0}\frac{7}{0}\frac{6}{0}$.

Et se

Et ſe con queſto modo ſi vogli trouare il lato del trentagono da inſcriuere nel cerchio di 20. di diametro, hauendo noto il lato del Decagono rad. 125. meno 5. che ſi piglia per la retta c d, poner emo pure la f c. lato del Trentagono eſſere 1. ☍. & perciò h. eſſere rad. 31 $\frac{1}{4}$. meno 2 $\frac{1}{2}$. più $\frac{1}{2}$. ☍. Et h c. rad. 31 $\frac{1}{4}$. meno 2 $\frac{1}{2}$. meno $\frac{1}{2}$. ☍. & ſeguendo come ſi vede in margine ſi trouerà il lato del Trentagono douere eſſere 2 $-\frac{1}{10}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$. & quanto più.

h c. rad. 31 $\frac{1}{4}$. meno 2 $\frac{1}{2}$. meno $\frac{1}{2}$. ☍.
rad. 31 $\frac{1}{4}$. meno 2 $\frac{1}{2}$. meno $\frac{1}{2}$. ☍.

b. c. 20. ⊣ da b f. rad. L. 400. me. 1. ☍ L
che darà f c. rad. L 1. ☍ L

ſuo quad. 31 $\frac{1}{4}$. meno rad. 781 $\frac{1}{4}$ p 6 $\frac{1}{4}$.
meno rad. 31 $\frac{1}{4}$. ☍. p 2 $\frac{1}{2}$. ☍ p $\frac{1}{4}$. ☍.

rad. L. 400. L ⊣ rad. L 400. ☍ me. 1. ☍ L.

darà f h. rad. L 1. ☍ meno $\frac{1}{10}\frac{1}{0}$. ☍. L
il ſuo doppio è ra. L. 4 ☍ m $\frac{1}{10}\frac{1}{0}$. ☍ L
che è f l. Il ſuo quad. è 4 ☍ me. $\frac{1}{10}\frac{1}{0}$. ☍.
che è eguale al quadr. di f. d. perche
f l. è ancor ella ſubtenſa à dui lati del
Trentagono.

quadrato di f c. 1 ☍. dal quale ſi caua il qua
drato di h c. & reſta per il quadrato di f h.
$\frac{3}{4}$. ☍ p ra. 31 $\frac{1}{4}$. ☍ più ra 781 $\frac{1}{4}$. me. 1 $\frac{1}{2}$. ☍. me. 37 $\frac{1}{2}$.
☍. p. più rad. 31 $\frac{1}{4}$. co. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$. me. 2 $\frac{1}{2}$. ☍.
p 37 $\frac{1}{2}$. quadrato di h d.

ſom. 1. ☍. più rad. 125. ☍ me. 5. ☍. quad. di f d.
ſubtenſa à dui lati del Trentagono.
1. ☍. più (ra. 125. me 5.) ☍. eguale à 4. ☍. meno
$\frac{1}{10}\frac{1}{0}$. ☍.
Cioè $\frac{1}{10}\frac{1}{0}$. ☍. più (ra. 125. m. 5.) ☍. eguale à 3 ☍.
Eſchiauando per 1 ☍ ſarà
$\frac{1}{10}\frac{1}{0}$. ☍. più rad. 125. meno 5. Eguale à 3. ☍.
E moltiplicando per 100. ſarà
1 ☍ più rad. 1250000. me. 500. Eguale à 300. ☍. Nella quale Equat. d' 1 ☍. & numero eguale à ☍.
il valore della co. che è lato del Trentagono è 2 $\frac{1}{0}\frac{0}{0}$. & alquanto più, Et più propinquamente è
2 $\frac{1}{2}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$. & alquanto più quando il diametro del cerchio è 20. che le 300 ☍ à 2 $\frac{1}{2}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$. per ☍.
vag 1000 600. & $\frac{1}{2}\frac{1}{0}\frac{0}{0}$. cioè 627 $\frac{1}{10}$. in circa. Et ancora l' 1 ☍. & numero accompagnatoli vale
627 $\frac{3}{10}$. in circa, che è quaſi l'iſtello, che il 627 $\frac{3}{10}$. valore delle 500 ☍.

Et ſe nel cerchio medeſimamente di 20. di diametro ſia poſto d c. eſſere il lato del Pentagono inſcrittoli, cioè rad. L. 250. me. rad. 12500 L. & ſi vogli nel modo ſopradetto mediante queſto lato del Pentagono trouare il la to f c. del Quindecagono da inſcriuerli, ponendo, che ef ſo fc. ſia 1 ☍. & però g h ſimilmente 1 ☍. farà la ſomma di d g. & h c. rad. L. 250. me. rad. 12500. L. me. 1. ☍. onde h e. mità d'eſſa ſomma ſarà rad. L 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$. L. meno $\frac{1}{2}$ ☍. Et h d (ſarà rad. L 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$ L. più $\frac{1}{2}$ ☍. & cauato il quadrato di h e. dal quadrato di f c. cioè da 1 ☍. reſtarà il quadrato di h f. quale giunto al quadrato di h d. farà per ſomma il quad. di d f. ſottoten dente à dui lati del Quindecag. & però ſarà eguale ad f l. ſottocădente ancor ella a dui lati del medeſimo Quindecag. però trouato eſſa f l. ſaremo peruenuti alla Equat. doue il valore della co. che conuenga al lato del Quinde cagono poſto 1 co. ſarà circa à 4 $\frac{1}{1}\frac{5}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$. co me nell'operatione del margine ſi vede

rad. 12500000.
. . . . .
1 1 1 8 $\frac{1}{2}\frac{1}{8}$ in circa
179
76
1118 $\frac{1}{2}\frac{1}{8}$
cauato 500
reſta 618 $\frac{1}{2}\frac{1}{8}$. in circa
l' 1 ☍. vale 9 $\frac{1}{8}$. in circa
in tutto 627 $\frac{3}{10}$. in circa.

h c. rad. L. 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$ L me. $\frac{1}{2}$ ☍.
ſuo quadrato. 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$ più $\frac{1}{4}$. cō. me. rad. L 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$. L ☍ da cauare da 1 ☍.
quadrato di f c. reſta $\frac{3}{4}$. ☍ più rad. L 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$. L ☍ più rad. 781 $\frac{1}{4}$. me. 62 $\frac{1}{2}$ per il quad.
di f h. $\frac{1}{4}$. ☍ più rad. L 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$. L ☍ più 62 $\frac{1}{2}$. me. rad. 781 $\frac{1}{4}$. quad. di h d.

ſom. 1 ☍ p rad. L 250. me. rad. 12500. L ☍. qua. di f. d. eguale à 4 ☍ m. $\frac{1}{10}\frac{1}{0}$. ☍. quad. di f l
cioè $\frac{1}{10}\frac{1}{0}$. ☍ più rad. L 250. me. rad. 12500. L co. Eguale a 3. cen Et moltiplicato per 100.
& ſchiſato, ò partito per 1. co.
farà 1 ☍ più rad. L 2500000. me. rad. 12500000000007. Eguale a 300 oſſe.
che il valore della co. che conuiene al lato del Quindecagono è circa a 4 $\frac{1}{1}\frac{5}{0}\frac{8}{0}\frac{2}{0}\frac{2}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$.
rad.

Digitized by Google

piu 10. cauando dalle 8. 4. piu 10. che si hanno restarè niente.) Et questo 2. accompagnato alle 5. co. già scritto fà 3. co. piu 2. che è l'auenimento cercato, perilche si dirà, che à partire 12. 2. piu 23. co. piu 10. per 4. co. piu 5. ne viene 3. co. piu 2. E però è vero, che à moltiplicare 4. co. piu 3. per 3. co. piu 2. fà 12. cen. piu 23. co. piu 10. Similmente a partire 12. cen. piu 23. co. piu 10. per l'altra quantità 3. co. piu 2. l'auenimento douerà essere 4. co. piu 5. come à punto auuiene nella partitione fatta nel margine, quale io studiosi potrà essaminare, & venire facendo da se, come ancora l'altre poste di sotto, che egli con il proprio giudicio potrà vederne il modo, senza ch'io pigli fatica di esplicargliele particolarmente con molta scrittura.

Moltiplichisi 3. cen. me. 4. co. piu 2.
con 2. co. piu 5.

prodotto 6. ȝ piu 7. cen. me. 16. co. piu 10.
Per 3. ce. m̃ 4. co. piu 2.
Partasi 6. ȝ. piu 7. cen. me. 16. co. piu 10.

ne viene 2. co. piu 5.

6. ȝ. piu 7. ce. me. 16. co.
6. ȝ. me. 8. cen. piu 4. co.

15. cen. me 20. co. piu 10.
Per 3. co. piu 5.
Partasi 6. cub. piu 7. cen. m̃. 16. co. piu 10.

ne viene 3. cen. m̃ 4. co. piu 2.

6. ȝ. piu 7. ce.
6. ȝ. piu 15. ce.

m̃ 8. ȝ. me. 16. co.
m̃ 8. ȝ. me. 29. co.

piu 4. co. piu 10.

Moltiplichisi 3 1/6. cen. piu 5 1/2. co. me. 1/4.
via 4 1/3. cu. me. 3 4. piu 4. co.

14 7/6. 4. piu 24 1/12. 4. m̃. 1 1/6. ȝ. m̃. 10 1/2. 4.
m̃ 17 5. piu 3/8. 4. piu 14 ȝ p̃ 22 1/4. me. 1. 2.

prod. 24 1/6 4. p̃ 13 1/6. ȝ. p̃ 22 3/4 ȝ m̃ 10 1/8 5
me. 2 1/2. 5. me. 1. co.

Moltiplichisi 4. ȝ. me. 5. 4. me. 3.
via 8 co. piu 3. 4. me rad. 5.

32 ȝ. me. 40. 5. me. 24. co. piu 12. ȝ. m̃. 15 8.
m̃ 9. 4 m̃. rad. 80. ȝ. piu rad. 125. 4 p̃ rad. 45

prod. 12 ȝ p̃ 32 ȝ m̃ 15 8 m̃. 40. 5 p̃ (52. 125
m̃. 9) 4 m̃ rad. 80. ȝ m̃ 24. 2. m̃ 12. 45

Porrà lo studente (e vorrà pigliar fatica di fare le proue di queste moltiplicationi, & così si farà prattico in esse.

Moltiplichisi 5 ȝ me. 2. cen. piu 5.
con 3. ȝ me. 5. co. me. 4.

15 5 m̃ 6 4 piu 15 ȝ
m̃ 25 4 piu 10 ȝ me. 25. co.
me. 20 ȝ piu 8 ȝ me. 20

Prod. 15 5 me. 31 4. me. 10 ȝ p̃ 23 ȝ m̃. 25. 2 m̃. 20
Per 3 ȝ m̃ 5 co. me. 4.
Partasi 15. 5 m̃ 31 4 m̃ 10 ȝ p̃ 23 ȝ m̃ 25 2. m̃ 20

ne viene 5 ȝ m̃ 2 ȝ p̃ 5.

15 5 me. 31. 4 me. 10 ȝ.
15 5 me. 25. 4 me. 20 ȝ.

me. 6. 4 piu 10 ȝ piu 23 ȝ.
me. 6. 4 piu 10 ȝ piu 8 ȝ

p̃ 15 ȝ m̃ 25 2 m̃ 20
qui il partitore entra
precise per piu 5.

Per 5 ȝ m̃ 2 cen. piu 5
Partasi 15 5 m̃ 31 4 m̃ 10 ȝ p̃ 23 cen. m̃ 25 2 me. 20

ne viene 3. co. me. 5. co. me. 4.

15 5 me. 31 4 me. 10 ȝ.
15 5 me. 6 4 piu 15 ce.

me. 25 4 me. 20 ȝ me. 15 ce.
piu 23 ce.

piu 8 ce.
me. 25 4 piu 10 ȝ me. 25 co.

me. 20 ȝ p̃ 8 ȝ p̃ 25 2
m̃. 25 2. m̃ 20
me. ce.
m̃ 20 p̃ 5 êtra
me. 20 ȝ p̃ 8 ȝ m̃ 20
ſi m̃. 20 ȝ
p̃ 8. cen.
resta niente me. 20 p̃
me. 4. precise, che 5 ȝ in me 20 ȝ entra per meno 4.
(perche me. 4. via 5 ȝ fà me. 20 ȝ) Et me. 20 ce. in piu
8. ce. entra per me. 4. perche à moltiplicare meno 4.
via me. 2. ce fa piu 8 4. Et finalmente piu 5 in me. 20
entra ancor egli per il medesimo me. 4. perche à moltiplicare me. 4. via piu 5. fa me. 20.

Digitized by Google

Moltiplichi 4.cen.me.8.co.piu 16
con 1 co.piu 2

4 3 nic 8.cen.piu 16.co.
piu 8 cen.me.16.co.piu 32,

Prodotto 4 3.piu 32
Per 1 2.piu 2
Partasi 4 3. piu 32

ne viene 4 cen.me.8.co.piu 16

4 3 piu 32
4 3 piu 8 cen.

me.8 ce.piu 32.
me.8 ce.me.16 co,

piu 16 co.piu 32
Per 4 ce.me.8.co.piu 16
Partasi 4 3 piu 32

pe viene 1 co,piu 2

4 3 piu 32
4 3 me.8 ce piu 16 co.

piu 8.ce.me.16.co.piu 32
8 cen,me.16 co.piu 32

resta niente

Ma in questa partitione schifando,ò abbreuiando per 4 allhora
Per 1.cen.men 2 co. piu 4
Si partirà 1 3. piu 8

ne viene 1 2 piu 2

1 3 piu 8
1 3 me.2 ce.piu 4 co,

piu 2 ce.me.4 co.piu 8
2 ce me.4 co.piu 8

resta niente.

Moltiplichi 12 co.piu 4
con 9 co.me.3

fà 108 ce.me.12
Per 12 co piu 4
Partasi 108 ce.me.12

ne viene 9 co. me.3

108 ce.me.12.
108 ce.piu 36 co.

m.36 co.me.12.
il partitore vi entra
per me. 3 precise.
Per 9 co.me. 3
Partasi 108 cen.me.12

ne viene 12 co.piu 4

108 ce.me.12
108 ce.me.36 co.

36 co.me.12
il partitore vi entra
precise per piu 4.

Si può auertire, che douendosi partire 8 cen. piu 12.per 4.ce.piu 5,cioè ce.& numero similmente per ce.& num.perche il 4 cen. in 8 ce. entra 2. volte precise,ma il 5 nel 12.nõ entra le medesme 2.volte precise, questa partitione non si può fare senza formar rotto,che saria $\frac{8 \text{ ce.piu } 12}{4 \text{ ce.piu } 5}$ che avolere,che il partitore entrasse precise nella quantità da partire 2 volte essendo il partitore 4 cen. piu 5.conuerria,che ella fusse 8 ce.piu 10,& se douesse entrare volte $2\frac{1}{5}$.conuertia,che ella fusse 10. ce.piu $12\frac{1}{5}$.che 4 ce. piu 5. non può già entrare per intiero in 8 ce.me.10.Ne 4.ce me.5.in 8. ceapiu 10. Et così 4.co.piu 5 non può entrare in 8. ce.piu 12.ne in 8 co.me.10. Et però con il giudicio tonfiderando quanto occorre si haverà intiera intelligenza del tutto.

Sia che si voglia inuentare Regola di trouare la grandezza del Triangolo mediante la notitia delle sue tre linee,delle quali due si chiamano per commodità lari,& l'altra base,su laquale cade la perpendicolare,quando ciascuno delli dui angoli alla base sono acuti, che quando uno di loro fosse retto il lato,che fà contra essa base angolo retto è egli la perpend.ò altezza del Triang. Et quando uno di essi dui angoli alla base sia ottuso,allhora la perpend. cade fuori del Triang.su l'allungamento,che si fà della base.Et si conosce l'angolo essere ottuso quando la somma de' quadr. delle due linee,che lo formano è minore del quadr.della linea,ò subtensa opposita,l'angolo,che quando essa somma è eguale al quadr.della linea oppositali l'angolo è retto. Et quãdo detta somma è maggiore del quad.della subtensa o opositali, allhora l'angolo è acuto.

Et à moltiplicare l'altezza ò perpendicolare del Triangolo via la mità della base il prodotto è la grandezza del Triang. D'un Triang.le tre linee siano 13.14.15.si domanda la grandezza.

Sia che per base si pigli il 14.p.d,Et si pona la perpend.a r.essere 1 2. Il suo quadr. 1. ce.si caui

da

Digitized by Google

da 169.quadr.del lato a e.finiſtro,& reſta 169 m 1 ce.p il quad.della parte e r.finiſtra della baſe. Ancora cauato 1 ce.quad.della perpend.a r.da 225.quad.del lato a d,finiſtro.reſta 325.m 1 cen per il quad dell'altra parte r d deſtra della baſe,però eſſa r d ſarà rad.L.225.m 1 ce.L, che con la parte ſiniſtra e r.rad.L 169.m 1 ce.L ſa rad.L 225.me.1.ce.L p rad.L 169 me.1 cen.L Et queſta ſomma deue eſſere 14.baſe,però eſſa ſom ma è eguale à 14.hora per come è ſtato laſſando vna ſola rad.L L da ſe,& cauando l'altra da 14 ſi haurà rad.L 225.m 1 ce.L.eguale a 14 m rad. L 169 m 1.ce.L. Et hora quadrando,cioè moltiplicando ciaſcuna parte le medeſma ſi haurà 225.me.1.ce.eguale à 196.piu 169 me.1.ce.me.(rad.L 169 me.1.re.L via 28.)cio ra.L.169.me.1.ce.L. via 28.eguale è 140. Et partendo per 28 ſi haurà rad.L 169 me.1 ce.L eguale a 5. Et quadrando le parti ſarà 169.me.1 ce.eguale a 25.cioè 144.eguale a 1.ce.però la co.valerà la rad.di 144. cioè 12.& queſta è la perpendicolare poſta 1 co.

Di qui eſtrahendo la Regola numerale ſi vede,che conuien giũgere inſieme 169.& 196.quadr. del lato,& chiamiamolo primo,& della baſe,& del'a ſom.365.cauare 225.quad.dell'altro ſecondo lato,& il reſtante 140 partire per 28.doppio della baſe,& dell'auenimento 5.il quadr. 25. cauare da169.quad.del primo lato,che del reſtante 144.la rad.12.ſarà la perpend.quale moltiplic. con la mitá della baſe,il prodotto 84.è la grandezza del Triangolo.

Et quando l'angolo d alla baſe fuſſe ottuſo,cioè che il quadr.di a c, lato primo fuſſe maggiore della ſom.del quad.della baſe c d,& del ſecondo laco a d,come auuerriapoſto il primo lato 17. il ſecondo 10.& la baſe 9.che 289.è maggiore di 181.ſom. di 100.& 81.& però la perpend.cade fuori del Triang sù l'allungamento della baſe,noi pure poſto la perpend.a r. eſſere 12. cauaremo il ſuo quad.dal quad.289.del primo lato,& più lungo,& reſta 289 me.1.ce.quadr. di e d r.però eſſa e r.(caſo maggiore)che contiene in ſe la baſe ſarà rad.L 289 me.1 ce.L. Ancora cauato 1 cen. quad.della ppend.da 100.quad.del ſecondo lato più curto reſta 100 me.1 ce.quad.di d r.fuori del la baſe,però eſſa d r(caſo minore)ſarà rad.L 100.me.1 ce.L.queſto giunto alla baſe e d 9. il com poſto 9.piu rad.L 100.me.1 ce.L ſarà eguale alla totale e r.(caſo maggiore)rad.L 289.m.1 ce.L onde quadrando le parti,ſi haurà 289.me.1.ce.eguale à 81.piu 100.me.1 ce.piu(rad.L 100 me.1.ce.L.via 18)cio 108.eguale à rad.L 100.me.1 ce.L via 18.Et partendo per 18.ſarà 6 eguale à rad.L 100.me.1.ce.L Et quadrando le parti ſarà 100.me.1 ce.eguale à 36. cioè 100. eguale à 1. cen.piu 36.& cauando 36.da ciaſcuna banda ſi haurà 64.eguale à 1 ce.però la 1.valerà la rad.di 64.cioè 8.& quello 8.ſarà la perpend.poſta 1 ce. Onde Regola num.che ſe ne deriui potrà eſſere queſta. Dal quadrato del lato più lungo ſi caui la ſomma delli quadr. della baſe, & lato più corto,& il reſtante ſi parta per il doppio della baſe, & dell'auenimento (che ſarà il caſo minore fuori della baſe)il quadr.ſi caui dal quad.del lato minore,che del reſtante la rad.ſarà la perpẽd. quale moltiplicata via la mitá della baſe il prodotto ſarà la grandezza del Triangolo.

Et perche à ſommare il quadr.della baſe con il quad.del lato minore,& la ſomma cauarla dal quadr.del lato maggiore,& il reſtãte partirlo per il doppio della baſe,l'auenimento A ſarà quel lo iſteſſo,che ſi troui à cauare il quad.del lato minore dal quad.del lato maggiore(ouero che reſulta l'iſteſſo moltipl.la ſomma de' duoi lati via la loro differenza)& il reſultante partirlo per la baſe,& di quello che ne viene cauare la baſe,& del reſtante pigliare la mitá, che ella ſarà A, caſo minore fuori della baſe del quale il quad.cauato dal quad.del lato minore(ò il quale giunto al lato minore,& la ſomma moltipl.via la differenza, che è da eſſo à detto caſo minore) la rad. del reſultante e la perpend.da moltipliçare via la mitá della baſe,acciò il prodotto ſia la grandezza del Triang.Si potrà dare la Regola dicendo. Nelli Triangoli doue vno delli angoli alla baſe e ottuſo,& però la perpend.e fuori del Triang. Il dutto della ſomma de' dui lati via la loro differenza ſi parta per la baſe,& dell'auenimento ſi caui la baſe,& la mitá del reſtante ſi giunga,& caui al lato minore,& i dui reſultanti ſi moltiplichino inſieme,& la rad.del prodotto (qual rad.e la perpend.)ſi moltiplichi via la mitá della baſe,che il reſultante ſarà la grandezza del Triangolo.

Ma nelli Triangoli doue ciaſcuno delli dui angoli alla baſe e acutó,& perciò la perpend.ad eſſa cade dentro al Triang.come occorre eſſendo la baſe 14.& i lati 13.& 15. Il giungere il quadr, del primo lato con il quadr.della baſe,& dalla ſomma cauare il quad. dell'altro ſecondo lato,& il reſtante partire per il doppio della baſe,& dell'auenimento il quad.cauare dal quad.del primo lato,& la rad.del reſtante(qual rad.e la perpend.)moltipl.per la mitá della baſe,che il prodotto e la grandezza del Triang.Si potrà ridurre alla ſegnente Regola. Il dutto della ſomma de dui lati nella loro differenza ſi parta per il doppio della baſe,& l'auenimento A ſi caui dalla mitá del la baſe,& il reſtante(che ſarà il caſo minore)ſi giunga,& caui al lato minore, & i dui reſultanti ſi moltiplichino inſieme,& dal prodotto ſi pigli la rad.(qual rad.ſarà la perpend.)& eſſa rad.ſi moltiplichi con la mita della baſe,che il prodotto ſarà la grandezza del Triangolo. Ouero, Tro-

uato

8.48. E. 15 6

Laudate Deum omnes gentes, laudate eum omnes populi.

NVOVA ALGEBRA PROPORTIONALE,

Doue si mostra la inuentione della Radice cuba di molti binomij, quali gl'Illustri Scrittori teneuano non potere essere cubi,

Et anco delli Trinomij con molte considerationi intorno à simili quantità.

DI PIETRO ANTONIO CATALDI.

ALL'ILLVSTRISSIMO SENATO DI BOLOGNA.

IN BOLOGNA, M. DC. XIX.
Appresso Sebastiano Bonomi.

Con Licenza de' Superiori.

Digitized by Google

ALGEBRA

Digitized by Google

Illustriss. Signori, & Padroni colendiss.

L'ALGEBRA è dottrina dalla quale gl'intelletti esercitati nelli numeri,& linee possono di cõtinuo estraherſi maraui glioſe inuentioni,& applicabili alle occorrenze neceſſarie, & comode,onde in queſt'opera moſtrandoſi come ſi troui la radice cuba di molti binomij quali da gl'illuſtri Scrittori ſi teneua non potere eſſere cubi, & anco d'alcuni Trinomij con altre conſiderationi in ſimili quantità, io ſotto la protettione di queſto Illuſtriſs. Senato benigniſſimo fautore,& benefattore de' letterati,& dotti,& al quale io deuo quanto da me può derinare, la vengo à ponere in luce per ampliare queſta Dottrina, come ſpero anco di fare con altre opere già compoſte, & che andarò componendo,mentre piacerà à N.S.Dio concedermene gratia; & pregando Sua Diuina Maeſtà ad accreſcere di continuo le SS.VV.Illuſtriſs. di felicità.

Di VV. SS. Illuſtriſs.

Humiliſsimo Seruitore

Pietro Antonio Cataldi.

Digitized by Google

Tauola delle cose principali contenute in questa Opera.

Come si conosca il binomio $7\frac{1}{2}$ *più rad.* $52\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ *essere cubo non ostante, che la differenza* $4\frac{1}{16}$ *de' quadrati delle due sue parti non sia numero cubo, & come si troui la sua radice cuba.* à fac. 17

Modo particolare di trouare la radice cuba delli numeri grandi. 19

Regola di trouare la differenza de' cubi di due quantità. 21

Inuentione della radice cuba delli Trinomij cubi. 28

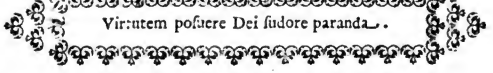
Dimostratione della conuenienza particolare, che ha il binomio cubo con la sua radice cuba. 39

Come si troui la radice cuba d'alcuni quadrinomij cubi. 42

Come si trouino due quantità tali, che il prodotto loro sia eguale al quadrato della differenza loro, & che la somma de' quadrati loro sia vn numero dato, con la regola numerale, & lineale di simili quesiti. 48

Esempio del partire per vn Trinomio. 50

LAVS DEO.



CONTINVATIONE DELL'ALGEBRA PROPORTIONALE;

Doue oltre il dichiararsi i due vltimi Problemi del secondo Libro dell'ingegnosissima Opera de' Zetetici, del dottissimo Signor Francesco Vieteo Mathematico Eccellentissimo, si mostrano molte sottili, & marauigliose inuentioni.

Dato il prodotto, che nasce à moltiplicare la differenza di due quantità nella differenza de' due quadrati loro, & anco il prodotto, che nasce à moltiplicare la somma delle due quantità nella somma de' dui quadrati loro, trouare esse due quantità.

Ia il primo prodotto B. 32. & il secondo D. 272. Ponasi la somma de' lati essere A. 1. 1; che B. 32. farà il quad. della differenza delle due quantità, & D. 272. sarà A 1. co. la somma de' quadrati d'esse due quantità (*che A 1. co. se D. 272. nasce a moltiplicare la somma delle due quantità, nella somma de' dui quadrati loro, è necessario, che a partire esso D. per vno de' due moltiplicanti, cioè per la somma A. delle due quantità, ne venga l'altro d'essi dui moltiplicanti, cioè la somma de' quad. d'esse due quantità. Et se il B 32. nasce a moltiplicare la differenza delle due quantità, nella differenza de' dui quadrati loro, ne segue similmente, che a partire esso B. 32. per la somma A. delle due quantità, ne venga il quadrato della differenza delle medesme due quantità* (*perche di due quantità poniamo 3. & 11. la differenza 112. de' loro quadrati 9. & 121. si troua moltiplicando la somma loro 14. via la differenza loro 8. Onde moltiplicando esso 112. differenza de' quadrati* (*prodotto da 8. & 14.*) *via 8. differenza de' lati, che fa 896. questo viene ad essere prodotto da 8. 8. & 14. cioè dal dutto della differenza nella differenza, moltiplicato nella somma d'esse quantità 3. & 11. ma il dutto della differenza 8. nella istessa differenza 8. è il quadrato d'essa differenza, cioè è 64. però 896. nasce dal dutto del quadrato della differenza delle due quantità, nella somma delle medesme due quantità, perilche esso 896.* (*che anco è fatto dalla differenza 8. delle due quantità nella differenza 112. de' quadrati loro*) *partendosi per l'vno di questi producenti, ò moltiplicanti, cioè per la somma 14. delle due quantità, l'auenimento douerà essere l'altro moltiplicante, cioè il quad. 64. della differenza delle due quantità. Onde è chiaro, che il dutto dell'a differenza 8. delle due quantità, nella differenza 112. de' quadrati loro, partito per la somma 14. d'esse due quantità, l'auenimento* (*64. è il quadrato della differenza 8. delle due quantità.*) *Ma il doppio della somma de' quad. delle due quantità, manco ò meno il quadrato della differenza d'esse due quantità fa tanto, ò vogliamo dire è tanto quanto il quadrato della somma delle due quantità* (*perche essendosi mostrato nella quinta operatione a facciate 56. che il quad. della somma di due quantità con il quad. della differenza delle istesse due quantità, sono eguali al doppio della somma de' quadrati delle medesme due quantità, ne segue, che da ciascuna banda leuandosi il quadrato della differenza delle due quantità, all'hora il solo quad. della somma delle due quantità sarà eguale al doppio della somma de' quadrati, manco il quadrato della differenza delle due quantità*) *perilche il prodotto D. 272. due volte, partito per A 1. co. mäco il prodotto B. 32. partito per l'1. co. sarà eguale al quadrato di A. 1. co. cioè ad 1. ce.* (*ò vogliamo dire* D. due volte *manco* B. Cioè $\frac{\text{D due volte m̃ B}}{\text{A 1. co.}}$ *cioè* $\frac{544. \text{m̃ } 32.}{1. \text{co.}}$ *ch'è* $\frac{512.}{1. \text{co.}}$ *sarà eguale al quad. di A. 1 ± A cioè ad 1. ce.*) A. onde per leuare il rotto moltiplicando ciascuna parte, ò quã-

A

tità

tità per il denominatore, ò partitore comune A 1. & somma delle due quantità che si cercano; haueremo il doppio di D. manco il B. Eguale al cubo di A. somma delle due quantità cercate, cioè haueremo il doppio di D. manco B. Eguale ad 1. 3. Onde si vede, che il doppio del prodotto dalla somma delle due quantità, nella somma de' quadrati d'esse due quantità, cauatone il prodotto della differenza delle due quantità, nella differenza de' quadrati loro è Eguale al cubo della somma desse due quantità. Però essendo D. 272. dal suo doppio 544. cauando il B. 32. il restante 512. sarà il cubo di A. somma delle due quantità, però la R cuba di 512. cioè 8. sarà la somma delle due quantità. Dati dunque li prodotti B. 32. & D. 272. si trouano le due quantità. Perche douendo essere 8. la somma delle due quantità, & D. 272. il prodotto d'essa somma 8. nella somma de' quadrati delle due quantità, si vede che a partire questo 272. B. per 8. somma delle due quantità, l'auenimento 34. deue essere la somma de' quadrati delle due quantità. Et hora sapendo la somma delle due quantità essere 8. & la somma de' dui quadrati loro essere 34. si trouariano le due quantità nel modo mostrato nella festa Operatione. Cioè dal doppio della somma de' quadrati delle due quantità, cioè dal doppio di 34. ch'è 68. si caui il quadrato della sommadelle due quantità, cioè il quad. d'8. ch'è 64. & il restante 4. è il quad. della differenza delle due quantità, onde presa la R di 4. ch'è 2. questo 2. è la differenza delle due quantita, che cauata da 8. somma, la metà del restante 6. cioè 3. sarà la quãtità minore, & però 5. sarà la maggiore, ouero essendo 8. la somma delle due quantità con esso 8. partendo B 32. l'auenimento 4. deue essere ò vogliamo dire è il quad. della differẽza delle due quantità (*come si è mostrato nel discorso superiore*) però essa differẽza è la R di 4. cioè 2. onde le quãtità sono 4. (*metà di 8. somma loro*) ñi, la metà di 2. differenza loro, la minore cioè 3. & la maggiore 4. p 1. cioè 5.

Dalle cose dette si può deriuare, ò estrahere la seguente Regola nelli quesiti simili.

Dato il prodotto (*& chiamisi B*) che nasce a moltiplicare la differenza di due quantità, nella differẽza de' dui quadrati loro. Et anco il prodotto (*& chiamisi D*) che nasce a moltiplicare la somma delle due quantità, nella somma de'dui quadrati loro; Per trouare quanto sia ciascuna delle due quantità.

Dal doppio di D. si caui B. & del restante A. si pigli la R cuba, & sia C (*qual C è sempre la somma delle due quantità*) *con esso C. si parta D. & sia l'auenimento A* (*quale A è sempre la somma de' quadrati delle due quantità*) *dal doppio di questo A. si caui il quadrato di C, & sia il restãte quale R è sempre il quad. della differenza delle due quantita.*) Questo R. si faria anco trouato subito partendo B. per C. che l'auenimento è l'R; Di questo R. si pigli la R quadra, & sia S. quale S. sarà la differenza delle due quantità, essendo C. la somma loro, perilchè la metà di S. si giunga, & caui a lla metà di C, che li dui resultaati saranno le due quantità cercate; Et anco breuemente si potrà dire.

Dal doppio di D. si caui B. & del restante si pigli la R cuba, & sia C. con il quale C. si parta B. & dall'auenimento si pigli la R quadra, & sia S. la metà del quale S. si gionga, & caui alla & dalla metà di C che i due resultanti saranno le due quantità cercate.

Di quì mò si può anco deriuare la Regola lineale.

Per darne essempio in pratica si potria dire.

Si vogliono fare dui Giardini quadrati tali, che moltiplicando la somma delle due grandezze loro, via la somma di dui suoi lati, facci a punto la grandezza d vn campo lungo pertiche 17. & largo pertiche 16. Ma moltiplicando la differenza de' dui suoi lati, via la differenza delle loro grandezze, facci a punto la grandezza d'vn campo lungo pertiche 8. & largo pertiche 4. si domanda quanto sarà ciascuno d'essi dui Giardini per lato.

Delli dui campi le grandezze sono 272 & 32. però cõuiene trouare dui numeri tali, che la somma loro moltiplicata via la somma delli dui quad. loro facci 272. Et che la differenza loro moltiplicata via la differenza de' quadrati loro facci 32. Onde come insegna la regola; Dal doppio di 272. maggiore, cauaremo 32. minore, & del restãte 512. pigliaremo la R cuba ch'è 8. (*& questo 8. è la somma de' dui lati de i dui Giardini*) *con il quale 8. si parta 32. & ne viene 4. del quale si pigli la rad. quadra, ch'è 2.* (*& questo 2. è sempre la differenza de i due lati de i due Giardini*) hora la metà di questo 2. si giunga, & caui alla metà del 4. detto, che i dui resultanti 3. & 5. saranno i dui lati de i dui Giardini, però diremo che l vno sarà 3. pertiche per ciascun lato, & l'altro 5. pertiche per ciascun lato, & le loro grandezze saranno pertiche 9. & pertiche 25.

Hor veda lo Studente come applicando i quesiti astratti alle cose materiali, si possa conoscere la bellezza della Scienza, & mostrare che senz'essa faria impossibile a risoluere ancora quesiti Mecanici, che a prima vista non paiono molto difficili.

Si potria anco dire. Sono due Stanze quadrate tali, che fatto vn Pilastro egualmente grosso, la base del quale sia grande quanto il pauimento delle due Stanze insieme, & alto quanto è il com-

Digitized by Google

composto delle due lunghezze d'esse Stanze, egli si troua contenere canne 272. cubiche, ò corporee di grandezza; Et fatto vn'altro Pilastro egualmente grosso tale, che la sua base sia quanto è differenza delle due superficie delle due Stanze, & l'altezza sia quanto è la differenza delle due lunghezze di dette due Stanze, egli è grande canne 32. corporee, si domanda la lunghezza di cia scuna delle due Stanze.

Et dicendosi essere B. 10. & D. 20. per trouare ciascuna delle due quantità. Dal doppio di 20. ch'è 40. si caui B. 10. che il restante 30. è il cubo della somma delle due quantità, perilche essa somma sarà ℞ cuba 30. con la quale si parta D. 20. cioè ℞ cuba 8000. dutto della somma delle due quantità nella somma de'loro quadrati, che l'auenimento ℞ cuba $8\frac{0}{3}0$. sarà la somma de' quadrati delle due quantità. Dal doppio della quale, ch'è ℞ cuba $64\frac{0}{3}0$. si caui il quad. della somma delle due quantità, cioè il quad. di ℞ cuba 30. ch'è ℞ cuba 900. & resti ℞ cuba $213\frac{1}{3}$. m ℞ cuba 900. cioè ℞ cuba $33\frac{1}{3}$. (*che rad. cuba 900. in rad. cuba* $213\frac{1}{3}$. *ch'è rad. cuba* $64\frac{0}{3}0$. *entra volte rad. cuba* $2\frac{1}{3}0$. *cioè volte rad. cuba* $\frac{64}{2\frac{1}{3}}$. *ch'è* $\frac{4}{1}$. *ò vogliamo dire volte* $1\frac{1}{3}$. *onde essa rad. cuba 900. in quello, che resta a cauarlo da rad. cuba* $213\frac{1}{3}$. *entrara vna volta manco, cioè entrara solo volte* $\frac{1}{3}$. *perilche moltiplicando questo* $\frac{1}{3}$. *via rad. cuba 900. cioè rad. cuba* $\frac{1}{3}0$. *via rad. cuba 900. che fa rad. cuba* $\frac{0}{3}0$. *cioè rad. c.* $\frac{1}{3}0$. *cioè rad. c* $33\frac{1}{3}$. *questo sarà il restante; ouero per cauare rad. cuba 900. da rad. cuba* $213\frac{1}{3}$. *riducendole a forma di rotto di vna istessa denominatione, haueremo rad. c* $\frac{2}{3}0$. *& rad. c* $\frac{0}{3}0$. *che per essere il 27. & il 64. centenari, numeri cubi, si vede subito, che rad. c* $\frac{1}{3}0$. *entra nell'una rad. c 27. volte, cioè 3. volte, & nell'altra rad. c 64. volte, cioè 4. volte, & però nella differenza loro entrara 1. volta, si che 1. volta rad. c.* $\frac{1}{3}0$. *che fa pure rad. c.* $\frac{1}{3}0$. *cioè rad. c.* $33\frac{1}{3}$. *sarà il restante cercato.* Et questo è il quadrato della differenza delle due quantità. (*Qual quadrato della differenza delle due quãtità si trouaria anco subito come s'è detto di sopra, partendo B. 10. per detta somma delle due quant.ta rad. c. 30. che ne viene* 10. *cioè rad. c* $\frac{1}{3}0$. *che è rad. c.* $\frac{1}{3}0$. *cioè rad. c* $33\frac{1}{3}$.) Essa differẽza dunque delle due ℞ c. 30. quãtità sarà la ℞ quadra della detta ℞ cuba $33\frac{1}{3}$. (*ò rad. cuba* $\frac{1}{3}0$.) cioè sarà ℞ quadra cuba $\frac{1}{3}0$. (*ò vogliamo dire rad. quadra cuba* $33\frac{1}{3}$.) però la mità d'essa differenza delle due quantità sarà ℞ quadra cuba $\frac{1}{9}0$. cioè ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. che giunta, & cauata alla mità della somma delle due quantità, cioè alla mità di ℞ cuba 30. ch'è ℞ $3\frac{3}{4}$. ò vogliamo dire ℞ cuba $\frac{3}{8}0$. i dui resultanti ℞ c. $\frac{1}{2}0$. p ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}0$. Et ℞ cuba $\frac{3}{8}0$. m ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}0$. ò vogliamo dire ℞ cuba $3\frac{3}{4}$. p ℞ quadra cuba $\frac{3}{4}\frac{1}{8}$. Et ℞ cuba $3\frac{3}{4}$. m ℞ quadra cuba $\frac{3}{4}\frac{1}{8}$. saranno le due quantità.

(*Et posto B. 10. essendo poi D. 27. per trouare ciascuna delle due quantità. Noi pure come insegna la Regola da 74. doppio di D. cauaremo B. 10. & resta 64. la rad. cuba del quale cioè 4. è la somma delle due quantità con la quale partendo D. 37. l'auenimento* $9\frac{1}{4}$. *è la somma de i quadrati delle due quãtità, dal doppio del quale, cioe da* $18\frac{1}{2}$. *cauate 16. quad. di 4. somma delle due quantità resta* $2\frac{1}{2}$. *ch'è il quad della differenza delle due quantità. Qual* $2\frac{1}{2}$. *anco si saria trouato subito partendo B. 10. per 4. somma delle due quantità, che pure ne viene* $2\frac{1}{2}$. *quad. della differenza d'esse due quantità, però la rad. quadra di questo* $2\frac{1}{2}$. *cioè rad.* $2\frac{1}{2}$. *sarà la differenza delle due quantità; essendo la somma delle medesime due quantità il 4. trouato di sopra, onde la mità d'essa differenza, che viene* $\frac{1}{2}$. *gionta, & cauata a 2. mità del 4. somma loro, li dui resultanti 2.* p *rad.* $\frac{1}{2}$. *& 2.* m *rad.* $\frac{1}{2}$. *saranno le due quantità cercate.*)

Et ben si vede, che i loro quadrati sono $4\frac{1}{2}$. p *rad. 10. &* $4\frac{1}{2}$. m *rad. 10. la somma S. de quali è* $9\frac{1}{4}$. *Ma la differenza T. de' quali è rad. 40. questa moltiplicata via la differenza delle due quantità, cioe via rad.* $2\frac{1}{2}$. *fa rad. 100. cioe 10. ch'è il B. dato come si ricerca: Ancora la somma S.* $9\frac{1}{4}$. *moltiplicata via la somma delle due quantità, cioe via 4. fa 37. ch'è il medesmo 37. ch'è il D dato come pure si conuiene.*)

Le due quantità trouate con B. 10. & D. 20 sono ℞ cuba $3\frac{3}{4}$. p ℞ quadra cuba $\frac{3}{4}\frac{1}{8}$. Et rad. cuba $3\frac{3}{4}$. m ℞ quadra cuba $\frac{3}{4}\frac{1}{8}$.

La differenza loro è ℞ quadra cuba $\frac{3}{4}\frac{1}{8}$. due volte cioè ℞ quadra cuba $\frac{1}{6}\frac{0}{4}\frac{0}{8}$. cioè ℞ quadra cuba $\frac{1}{2}0$. cioè ℞ quadra cuba $33\frac{1}{3}$.

La somma loro è ℞ quadra $3\frac{3}{4}$. due volte cioè ℞ cuba 30.

Il quad. della quantità maggiore si compone da ℞ cuba $\frac{3}{1}\frac{3}{6}\frac{7}{4}$. & da ℞ cuba $\frac{3}{4}\frac{1}{8}$. ch'è ℞ cuba $\frac{7}{6}\frac{1}{4}\frac{3}{8}$. p ℞ cuba $\frac{3}{4}\frac{1}{8}$. che il numeratore 25. nel numeratore 675. entra volte 27. & è ℞ cuba, cioè entra volte ℞ cuba 27. ch'è quanto $3\frac{3}{4}$. però giontoli 1. fa 4. & questo 4. ch'è ℞ cuba 64. moltiplicato via ℞ cuba $\frac{3}{4}\frac{1}{8}$. fa ℞ cuba $\frac{1}{2}0\frac{0}{4}\frac{0}{8}$. cioè ℞ cuba $\frac{1}{2}0\frac{0}{3}$. cioè ℞ cuba $33\frac{1}{3}$.

Et di più vi è il doppio del dutto di radice cuba $3\frac{3}{4}$. in radice quadra cuba $\frac{3}{4}\frac{1}{8}$. ò vogliamo dire il dutto di radice cuba 30. in radice quadra cuba $\frac{3}{4}\frac{1}{8}$. Però

Il quad. della quantità maggiore è r.c. $33\frac{1}{3}$. p il dutto di r.c. 30. in r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{1}{8}$.

Digitized by Google

Il quad. della quantità minore è r.c.$33\frac{1}{4}$. m̃ il dutto di r.c.30. in r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$.

Onde la somma de' dui quad. delle due quantità è r.c.$33\frac{1}{4}$. due volte, cioè r.c. $\frac{2}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. ch'è r.c. $266\frac{2}{3}$. quale somma de' quad. moltiplicato nella sóma delle due qutità, ch'è r.c.30. fa r.c. 80000. cioè 20. come si propone.

La differẽza de' quad. delle dette due quantita è il dutto di r.c.30. in r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. 4. ne volte, cioè il dutto di r.c. 240. in r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. cioè il dutto di r.q.c. 57600. in r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. cioè il dutto di r.q.c. 1200. in r.q c. 25. ch'è r.q.c. 30000. Ilche moltiplicato nella differenza delle due quantita, ch'è r.q.c. $33\frac{1}{4}$. cioè r q.c. $\frac{3}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. fa r.q.c. 1000000. cioè r.c 2000. cioè 10. B. come si propone; Perilche siamo sicuri d'hauere bene operato, & le due quantita trouate essere a punto quelle, che si domandauano.

Se vorremo trouare la proportione, che hanno delle due quantita trouate, la maggiore alla minore, cioè r.c. $3\frac{1}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. a r.c. $3\frac{1}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. potremo operare cosi.

Delle due parti del Binomio, che descriue la q. maggiore, poniamo per comodita, che la parte minore r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. douenti la vnita, cioè 1. & veggasi, che douentara la parte maggiore r.c. $3\frac{1}{4}$. che percio r ducendola anch'ella a r.q.c. ella sara r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{6}$. cioè *(riduttala per comodita alla denominatione dell'altra)* sara r.q.c. $\frac{6}{4}\frac{c}{8}$. che in essa la rad. q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{6}$. *(cioe r.q.c. 25. in r.q.c. 675.)* entra p̃ r.q.c. 27. cioè a partire r.q. $\frac{6}{4}\frac{c}{8}$. p̃ r.q c. $\frac{1}{4}\frac{c}{6}$. ò vogliamo dire *(lassando il denominatore comune 48.)* a partire r.q.c. 625. p̃ r.q.c. 25. ne viene r.q.c. 27. ch'è r.q 3. onde la parte maggiore del binomio sara r.q.3. quando la parte minore sia 1. & però esso binomio sara r.3. p̃ 1. Perilche se r.c. $3\frac{1}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. si riduce a r.3. p̃ 1. Il Residuo r.c. $3\frac{1}{4}$. m̃ r.q c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. si ridurra al residuo r.3. m̃ 1. Et cosi dalla qutita maggiore alla minore, sara come da r.3 p̃ 1. a r.3. m̃ 1. Et se anco vorremo ridurle a proportione, che habbi l'antecedente rationale, potremo moltiplicare l'antecedente r.3. p̃ 1. ch'è binomio per il suo residuo r.3. m̃ 1. Et anco per l'istesso residuo moltiplicare il conseqẽte r.3. m̃ 1. Et si ridurranno a 2. & a 4. m̃ r. 12. Onde dalla quantita maggiore alla minore, sara come da 2. a 4 m̃ r. 12. Et anco partẽdo per 2. per ridurre l'antecedente all'vnita, haneremo per antecedente 1. & per consequente 2. m̃ r. 3. che mostrano la proportione ch'è della quantita maggiore alla minore.

Et se vorremo rtdurre la parte minore cioè il consequente ad 1. perche dalla parte minore alla maggiore è come da 2. m̃ r. 3. ad 1. moltiplicaremo l'antecedente, ch'è residuo per il suo binomio 2. p̃ r. 3. & fa 4. m̃ 3. cioè 1. per nuouo antecedente, & medesmamente moltiplicaremo il consequente 1. per l'istesso binomio 2. p̃ r. 3. & fa 2. p̃ r. 3. & questo è il nuouo consequẽte, perilche si dira, che dalla quantita minore alla maggiore è come da 1. a 2. p̃ r. 3.

Ma per ridurre la maggiore alla vnita al modo ordinario, & trouare, che douentaria, ò a che si ridurria la minore, cioè che cosa habbi da essere la parte minore, quando la maggiore sta 1. si dira per la Regola del Tre (*dovogliamo dire delle 4. quantita proportionali.*)

Per r.c. $3\frac{1}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. partasi
via r.c. $3\frac{1}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. suo residuo
fa r.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{4}$. m̃ r.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$.
cioe r.c. $4\frac{1}{6}$. *(ch'e il doppio di r.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$.)*
che a cauare r.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. da r.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{4}$. cioe da
r.c. $\frac{6}{4}\frac{7}{6}$. a lei tripla, resta solo il doppio
d'essa r. c. $\frac{1}{4}\frac{c}{6}$. cioe r. c. $\frac{1}{4}\frac{c}{6}$. ch'e r.c. $4\frac{1}{6}$.

r.c. $3\frac{1}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$.
via r.c. $3\frac{1}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$.
r.c. $\frac{2}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. p̃ r.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{6}$.
ch'e in somma r.c. $1\frac{0}{4}\frac{0}{6}$. cioe
r.c. $\frac{1}{4}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. cioe r. c. $33\frac{1}{4}$. perche
rad. c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. in rad. c. $\frac{2}{1}\frac{c}{4}$. entra volte
rad. c. 27. cioe volte 3. però nella somma loro entrara 4. volte, onde r.c $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. via 4. cioe via r.c. 64 *(ch'e quãto r.c. $\frac{2}{1}\frac{c}{4}$. via r.c. 4.)* & fa r.c. $33\frac{1}{4}$. fara la sõma loro. Ancora *(per la somma delli prodotti delle due moltiplicationi in croce)* al doppio di r.c. $3\frac{1}{4}$. e r.c. 30. cioe r.q.c. 900. quale moltiplicato via m̃ r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. che resulta *(schifando per comodita)* l'istesso, ch'e r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{6}$. via r.q.c. 300. fa r.q.c. $\frac{7}{1}\frac{0}{6}\frac{0}{0}$. cioe r.q.c. 468. $\frac{3}{4}$. & è m̃, quale cõ la r.c. $33\frac{1}{4}$. *(somma delle altre due moltiplicationi)* fa r.c. $33\frac{1}{4}$. m̃ r.q.c. 468. $\frac{3}{4}$. per il prodotto cercato, quale si parte per r.c. $4\frac{1}{6}$. & ne viene 2. m̃ r. 3.

r.c. $4\frac{1}{6}$. | r.c. $33\frac{1}{4}$. m̃ r.q.c. 468. $\frac{3}{4}$.
r.c. $\frac{1}{6}$. | r.c. $\frac{1}{6}\frac{0}{0}$. m̃ r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{8}{6}\frac{7}{6}$.
r.q.c. $\frac{6}{4}\frac{c}{6}$. | r.c. 8. m̃ r.q.c. 27
cioe 2. m̃ r. 3.

Se r.c. $3\frac{1}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. douenta 1. che douentaria r.c. $3\frac{1}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{c}{8}$. Onde moltiplicando la vnita *(seconda delle 3. quantita, in questa regola del 3.)* con la terza, il prodotto sara la istessa terza, quale si partira per la prima secondo l'arte, cioe moltiplicãdo il partitore ch'e binomio per il suo residuo *(acciò se ne produca vn partitore simplice, cioe non binomio,)* & anco per il medesmo residuo moltiplicando la quantita da partire per seruare sempre la proportione medesma

Digitized by Google

medesma nelle due quãtità partitore cioe, & da partire) che il partitore douerà r.c.4 $\frac{1}{2}$. (*quãtità simplice, ciò è d'un sol nome*) & la quãtità da partire douerà r.c.33 $\frac{1}{8}$. mẽ r.q.c. 468 $\frac{3}{4}$. Onde hora a partire quella per il partitore r.c.4 $\frac{1}{10}$. quãto alla r.c.33 $\frac{1}{8}$. ne viene r.c.8. cioè 2. Et quanto alla r.q.c.468 $\frac{3}{4}$. (*ch'è mẽ*) ridurremo il partitore r.c.4 $\frac{1}{10}$. a r.q.c. & sarà r.q.c. $\frac{6}{10}$ $\frac{1}{10}$. che in r.q.c. 468 $\frac{3}{4}$. cioè in r.q.c. $\frac{1}{10}$ $\frac{8}{10}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{1}{10}$. cioè (*lassando il comune denominatore*) r.q.c.625. in r.q.c.16875. entra volte r.q.c.27. ch'è r.q.3. però a partire mẽ r.q.c. 468 $\frac{3}{4}$. per r.q. c.4 $\frac{1}{10}$. ne viene mẽ r.3. onde il totale auenimẽto sarà 2. mẽ r.1. & questa è la parte minore, quãdo la maggiore sia 1. cioè delle due quãtità, la proportione della maggiore alla minore è come da 1. a 2. mẽ r.3. ò cõuersamẽte dalla minore alla maggiore, come da 2. mẽ r.3. ad 1. Et se li principiãti per essercitarsi ne le operationi numerali di questa sorte, vorranno fingendo di farne proua, ò chiarirsi se veramente le due quantità dette, hanno fra loro la sopradetta proportione, potranno dire; Douendo perciò essere r.c.3 $\frac{3}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{10}$. & r.c.3 $\frac{3}{4}$. mẽ r.q.c. $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{10}$. & 1. & 2. mẽ r 3. quattro quantità proportionali (*che si dice dalla prima alla seconda, s'essere la proportione, ch'è dalla terza alla quarta*) conuiene che a moltiplicare la prima r.c.3 $\frac{3}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{8}$. via la quarta 2. mẽ r.3. facci quanto è il prodotto della secõda r.c.3 $\frac{3}{4}$. mẽ r.q.c. $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{10}$. nella terza 1. qual prodotto è la medesma seconda r.c.3. $\frac{3}{4}$. mẽ r.q.c. $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{10}$. ma a punto il dutto della prima nella quarta è r.c.3 $\frac{3}{4}$. mẽ r.q.c. $\frac{3}{8}$ $\frac{1}{80}$. come si vede in margine, però siamo sicuri d'hauere operato bene, & che la proportio ne trouata conuiene veramente alle due quantità già stabilite.

℞ c.3 $\frac{3}{4}$ p̃ ℞ q.c.c. $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{8}$.	
via ℞ 2. mẽ ℞ 3.	
Prodotto. ℞ c.30. p̃ ℞ q.c.33 $\frac{3}{4}$.	
mẽ ℞ q.c.379. $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{6}$. mẽ ℞ c.3 $\frac{3}{4}$.	

A cauare ℞ c.3 $\frac{3}{4}$. da ℞ c.30. suo doppio, resta ℞ c.3 $\frac{3}{4}$. Et a cauare r.q.c.33 $\frac{1}{8}$. da ℞ q.c. 379. $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{6}$. (*a lei se qualche altra, cioè che la contiene* 1 $\frac{1}{10}$.) resta la mità d'ella ℞ q.c.33 $\frac{1}{16}$. cioè ℞ q.c. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{16}$. però il totale prodotto è ℞ c.3 $\frac{3}{4}$. mẽ ℞ q.c. $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{8}$. come conuiene.

℞ c.3. $\frac{1}{2}$. è ℞ q.c. $\frac{3}{1}$ $\frac{1}{6}$.	mẽ ℞ 3. è mẽ ℞ q.c. 27.
mẽ ℞ 3. è meno ℞ q.c. 27.	via ℞ q.c. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$.
6075	prodotto meno ℞ q.c. $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{6}$.
prodotto meno ℞ q.c. 379 $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{6}$.	ch'è meno ℞ c. $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$. cioè meno ℞ c.3 $\frac{3}{4}$.

Cauisi ℞ quadra cuba 33 $\frac{1}{8}$. da ℞ quadra cuba 379 $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{9}$.

100 6075

$\frac{1}{1}$ $\frac{6}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{0}{8}$. in $\frac{1}{1}$ $\frac{8}{0}$ $\frac{2}{0}$ $\frac{5}{1}$. entra volte $\frac{1}{0}$ $\frac{3}{1}$ $\frac{2}{0}$ $\frac{5}{1}$. cioè volte $\frac{2}{0}$ $\frac{2}{1}$ $\frac{0}{0}$. onde la minore ℞ q.c. entra nella maggiore ℞ q.c. per volte ℞ q.c. $\frac{7}{0}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{0}$. ch'è ℞ c. $\frac{7}{0}$ $\frac{1}{1}$. ch'è $\frac{3}{1}$. cioè volte 1 $\frac{1}{2}$. perilche essa minore entraria in quello, che resta a cauarla dalla maggiore 1. volta manco, cioè volte $\frac{1}{2}$ onde moltiplicando $\frac{1}{2}$. cioè ℞ q.c. $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{4}$. via essa minore, ch'è ℞ q.c. $\frac{1}{0}$ $\frac{0}{4}$ $\frac{0}{0}$. fa ℞ q.c. $\frac{1}{0}$ $\frac{0}{4}$ $\frac{0}{0}$. cioè ℞ q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{8}$. ch'è il restante cercato, & è meno, perche la quãtità maggiore è meno, & così vediamo, che a sommare, ò mettere insieme ℞ q.c.33 $\frac{1}{8}$. & meno ℞ q.c.379. $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{6}$. la somma ò cõposto loro è meno ℞ q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{8}$. & a sommare insieme ℞ c.30. & meno ℞ c. 3 $\frac{3}{4}$. fa ℞ c.3 $\frac{3}{4}$. però la somma delli 4. partiali prodotti, che compõgono il prodotto totale, è ℞ c. 3 $\frac{3}{4}$. meno ℞ q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{8}$.

Io vso molta diligenza in esporre minutamente queste operationi, acciò li principianti le intendano bene, & vi aquistino sicura prontezza; Che in ciò consiste gran parte dell'Arte de' numeri.

Il Cardano al Capitolo 66. numero 93. dell'Aritmetica, pone vn quesito simile, dicendo.

TRouinsi dui numeri, la differenza de' quali moltiplicata nella differenza de' quadrati loro facci 10. Et la somma d'essi dui numeri, moltiplicata nella somma de' quadrati loro facci 20. Et lo solue nel modo che segue, ampliato però, & dichiarato da noi (*che vsiamo ogni diligenza per il desio che habbiamo di giouare a gli Studenti*) come si vedrà.

Ponasi vn num. essere 1. $\frac{1}{2}$, & l'altro vna quantità, ò sia la vnità (*& si potria dire essere 1. A, ò simile*) sarà dunque la differenza 1. $\frac{1}{2}$ meno 1. (*supponendo 1. co. essere maggiore d'1.*) I loro quadrati sono 1. $\frac{1}{2}$, & 1. che la differenza loro è 1. $\frac{1}{2}$ meno 1. quale moltiplicata via la differenza de' dui numeri, ch'è 1. $\frac{1}{2}$ meno 1. produce 1. $\frac{1}{2}$ meno 1. $\frac{1}{2}$ meno 1. $\frac{1}{2}$ p̃ 1. Et questo deue essere

Digitized by Google

maggiore minore
1.ꝑ. 1
differenza 1.ꝑ meno 1.
1.ꝛ 1
differenza 1.ꝛ meno 1.

prodotto 1.ꝑ meno 1.ꝑ meno 1.ꝑ ꝑ 1. Eguale a 10.
1.ꝑ ꝑ 1.ꝛ ꝑ 1.ꝑ ꝑ 1. Eguale a 20.

eguale a 10. Dipoi moltiplicata la ſomma di detti numeri, cioè 1.ꝑ ꝑ 1. via la ſomma de' ſuoi quadrati cioè via 1.ꝛ ꝑ 1. fa 1.ꝑ ꝑ 1.ꝛ ꝑ 1.ꝑ ꝑ 1. Et queſto deue eſſere eguale a 20. Adunque perche 20. è doppio a 10. farà 1.ꝑ ꝑ 1.ꝛ ꝑ 1.ꝑ ꝑ 1. doppio ad 1.ꝑ meno 1.ꝛ meno 1.ꝑ ꝑ 1. perilche 1.ꝛ ꝑ 1.ꝑ farà l'⅓. di 1.ꝑ ꝑ 1. adunque ꝑ ꝛ ꝑ ꝑ 1. ſono eguali ad 1.ꝑ ꝑ 1. (*perche nelle due quantità 1.ꝑ 1.ce.ꝑ 1.co.ꝑ 1. Et 1.ꝑ m̃ 1.ce.m̃ 1.co.ꝑ 1. delle quali la maggiore è doppia alla minore, cioè quãdo la maggiore ſia 2. la minore è 1. O quando la maggiore ſia, ò importi 20. la minore ſarà, ò importarà 10. conſiderãdo che elle deriuano, ò ſi può dire, che deriuano la minore dal cauare 1.ce.& 1.co. da 1.ꝑ ꝑ 1. poiche eſſa minore è 1.ꝑ ꝑ 1. m̃ 1.ce. m̃ 1.co. Et la maggiore dal giungere 1.ce.ꝑ 1.co.a 1.ꝑ ꝑ 1. ſi cognoſce che ſi a queſta quantità A. 1.ꝑ ꝑ 1. ſi giunge G. 1.ce.ꝑ 1.co ſe ne forma la maggiore. Ma ſe alla iſteſſa quantità A. 1.ꝑ ꝑ 1. ſi caua la medeſima G. 1.ce.ꝑ 1.co. ſe ne forma la minore, ma la maggiore eſſendo doppia alla minore, ſe poniamo la maggiore eſſere 20. la minore douerà eſſere 10. La G. dunque giunta ad A fa 20. ma cauata da A fa 10. Cioè 20. è A ꝑ G. Et 10. è A m̃ G. però la differenza di A. m̃ G. ad A. ꝑ G. ſarà la iſteſſa, ch'è da 20. a 10. ma queſta è 10. & quella è G. due volte, cioè il doppio di G. (che a cauare A. m̃ G. da A ꝑ G. reſta G. ꝑ G.) però il doppio di G. importa 10. Onde eſſo G. ſimplice, importara ſolo 5. cioè la mità della differenza ch'è da 20. maggior quantità a 10. minore delle due date; Et perche A. 1.ꝑ ꝑ 1. giontoli G. 5. fà 20. conuiene che il ſolo A. 1.ꝑ ꝑ 1. ſia queſ 1.5. in che 20. ſupera G. 5. Onde quando la maggior quãtità ſia 20. & la minore 10. conuiene che A. ſia 15. & G. 5. Et perche 5. è l'½. di 15. vediamo che G. cioè 1.ce. ꝑ 1.co. conuiene eſſere l'½. d' 1.ꝑ ꝑ 1. Et che perciò 3.ce.ꝑ 3. ſono eguali ad 1.ꝑ ꝑ 1. Può dunque notare lo Studente, che ſe ad vna quantità A. ſi giunga, & caui vna iſteſſa G. & eſſendo li dui reſultanti ſomma, & reſtante S. & R. quãdo ci ſia nota la proportiõe di S. ad R. ſi potra anco trouare la proportione di G. ad A. facendo la conſideratione ſuperiore; Che dicendoſi per eſſempio ad A. 12. co. giunto G. 5. ne reſulta S. 12. co. ꝑ 5. Et cauato eſſo G. 5. da detta A. 12. co. ne reſulta R. 12. co. m̃ 5. Et la proportione di S. ad R. è tripla ſuper quadripartiens ſeptimas, cioè che ha per denominatore 3 ⅐. ſi domanda, che conuenienza è da G. 5. ad A. 12. co.

Noi eſſendo S. volte 3 ⅐ quanto R. vediamo che poſto S. 4 ⅐. R. douera eſſere 1. Et per adoprare intieri, vediamo che poſto S. 25. R. douera eſſere 7. ma S. è ſempre maggiore di R. nel doppio di G. onde perche S. 25. è maggiore di R. 7. in 18. conuerra che 18. ſia il doppio di G. & che però G. ſia la mità di 18. cioè 9. quando S. ſia 25. ouero R. 7. Onde S. 25. cioè A ꝑ G. ſaria A ꝑ 9. perilche il ſolo A. è 16. cioe quel 16. in che S. ſupera G 9. quando dunque G. è 9. A. deue eſſere 16. (ouero onde R 7. cioe A m̃ G ſaria A m̃ 9. perilche eſſo A è 16. cioe quel 16. che naſce a giungere 9. a 7.) & cosi vediamo, che la proportione di G ad A, è come di 9. a 16. Et per deriuarne la Regola, conſideraremo che ſegnati S. & R. con i numeri, che moſtrano la proportione loro, & hora ſono poſti eſſere 25. & 7. il G 9. è ſempre la mita di 18. differenza loro, & A 16. e ſempre la mita della ſomma loro (che A ꝑ G; & A m̃ G. cioe S. & R. fanno per ſomma A ꝑ A, cioe il doppio d' A) onde G ad A, conuerſamente ha ſempre la proportione, che ha la mita della differẽza di S. ad R. alla mita della ſõma di S. & R. & perciò che la totale differẽza alla totale ſõma; Onde di ſopra quando ad A 1.ꝑ 1. ſi giũſe ſet catò G. 1.ce.ꝑ 1.co. & ne deriuorno S. 1.ꝑ 1.ce.ꝑ 1.co.ꝑ 1. & R 1. m̃ 1.ce. m̃ 1.co.ꝑ 1. de' quali eſſendo S doppio ad R, poſto S. 2. R. ſaria 1. la differẽza loro è 1. & la ſõma 3. però da G ad A. cioe da 1.ce.ꝑ 1.co. ad 1.ꝑ 1.ce come da 1. a 3. cioe G il ⅓. di A. Et nell'eſſempio hora preſo di S. 12. co.ꝑ 5. & R 12.co. m̃ 5. dicendo da S. ad R. eſſere come da 25. a 7. però da G ad A, cioe da S. a 12.co. douere eſſere come da 9. a 16. veniamo a dire, che quando S fuſſe 9. le 12. co. ſariano 16, ma volendo che S numẽro reale ſia 5. & non 9. le 12. co. non ſaranno 16. ma 8 ⅘. on de la co. verria a valere ⅘. Perilche 12. co. ꝑ 5. ſariano 13 ⅘. per S. & 12. co. m̃ 5. ſariano 3 ⅘. per R, cioe S 1 ⅕. & R ⅘. che hanno proportione come 125. a 35. ò come 25. a 7. ò come 3 ⅐. ad 1. ch'è bene tripla ſuper quadripartiens ſeptima come ſi propoſe.)

Hora ſapendo che 3.ce.ꝑ 3.co. ſono eguali ad 1.ꝑ ꝑ 1. (*per peruenire ad Equatione nota*) partirmo ciaſcuna d'eſſe due quantita per 1.co. più 1. & ne deriuara 1.ce. m̃ 1.co. più 1. Eguale a 3.co. cioe 1.ce. più 1. Eguale a 4.co. (Et ciaſcuna delle due quantita 1.ꝑ ꝑ 1. & 3.ce. ꝑ 3.co. ſi può ſchiſare, ò partire per 1.co. più 1. Cioe 1.co. più 1. entra preciſe ſenza rotto in ciaſcuna d'eſſe due quantita, perche hauendo 3 ꝑ 3, & numero accompagnati a dui a dui, ò con il più, ò cõ meno, & che l'vna coppia ſia eguale all'altra, & che i dui numeri dell'vna coppia, ſiano eguali l'vno all'altro, & che anco i due numeri dell'altra coppia, ò parte dell'Equatione, ſiano pure

eguali

Digitized by Google

1.co. piu 1. | 13.ẽ piu 13.
13.ce.m̃ 13 co. piu 13.
13.ẽ
13.ẽ piu 13. ce.
resta m̃ 13.ce.
13.m̃ 13.ce.
m̃ 13.co.m̃ 13.ce.

resta 13.ẽ piu 13.nel quale 1.co.piu 1.partitore entra precise 13.uolte, però l'auenimẽto è 13.ẽ m̃ 13.ẽ p 13 13.ce.piu 13. Eguale a 21.co.

1.ce. piu 1. Eguale a $1\frac{8}{1\ 0}$.

da $\frac{4}{0}\ \frac{3}{0}\ \frac{1}{0}$. non si può cauare il numero 1. però la Equatione è impossibile.

eguali l'uno all'altro, con alcune auuertenze ancora, che nel progresso si conosceranno; all hora in ciascuna parte, entrard precise 1. co. piu 1. & cosi schisandoli, ò partendoli per 1.co. piu 1. si riduranno ad Equatione nota. Che per essempio; Hauendo 13.ẽ piu 13. Eguali ad 8.ce.piu 8.co. ciascuna d'esse due quantita si potra partire per 1.co. piu 1. Che in 8.ce. piu 8.co. entra precise volte 8.co. E e in 13.ẽ piu 13. entra precise volte 13.ce.m̃ 13.co.piu 13. Et cosi si hauera 13.ce.m̃ 13.co. piu 13. Eguale ad 8. co. Cioe 13.ce. piu 13. Eguale a 21. co. quale Equatione è impossibile; Et bene si conosce la impossibilita cosi derando, che la co. deue valere 1. ò piu d'una 1.non può valere, perche anco il ce. valeria 1.onde 13.ce. piu 13. fariano 26. & 21.co. fariano solo 21. Piu d'1.non può valere, poniamo $1\frac{1}{1\ 0}$. perche all'hora il ce. valeria $1\frac{2}{1\ 0}\ \frac{1}{0}$. cioe $\frac{1}{1\ 0}\ \frac{1}{0}$. piu della co. onde 13.ce. fariano piu di 13.co. & anco il 13. numero saria piu delle 8.co. che rimangono fino alle 21.co. che esse 8.co. valeriano solo $8\frac{8}{1\ 0}$. onde tanto piu li 13.ce. piu 13. saperiano le 21.co. Et dicendosi la co. valere piu, cioe poniamo $1\frac{1}{0}$. questo manco può essere, perche le 8.co. valeriano solo 12. ch'è manco del numero 13. ch'è con li ce. & oltre di ciò li 13.ce. valeriano piu di 13. co. Et dicendosi la co. valere 2. che cosi le 8.co. valeriano 16. che saperà il numero 13. in 3. all'hora il ce. valeria 4. cioe 2. piu della co. onde li 13. ce. saperiano le 13.co. in molto maggior quantita del 3. in che le 8.co. saperano il numero 13. & tanto piu occorreria questo, quanto piu si ponesse grande il valore della co. Et ponendosi il valore della co. un uno d'1. poniamo $\frac{1}{0}$. acciochè le 21.co. vaglino piu del numero 13. che valeranno 14. cioe 1. piu del numero 13. il ce. valeria $\frac{1}{0}$. onde li 13.ce. valeriano piu dell'1. che manca al numero 13. per arriuare al valore delle 21.co. Ne manco di $\frac{1}{0}$. può ponersi il valore della co. perche all'hora li 13.ce. piu 13. importariano piu delle 21.co.

L'istessa impossibilita si conosce auuenire, considerando la Equatione principale di 13.ẽ piu 13. Eguale ad 8.ce. piu 8. co. Che il valore della co. non può essere 1. perche all'hora l'una parte saria 27. & l'altra solo 16. (che il 3. valeria 1. & similmente 1. valeria il ce.) ne manco d'1. ne piu d'1. come può conoscersene lo Studente da se.

Et hauendo 4.ẽ piu 7. Eguale a 7.ce. piu 4.co. facendo noi essere li dui 7. insieme, & anco li dui 4. insieme si ridurra a 4.ẽ m̃ 4.co. Eguale a 7.ce. m̃ 7. Onde in ciascuna d'esse due quantita entrara 1.co. piu 1. & ne verrano 4.ce. m̃ 4.co. Et 7.co. m̃ 7. che saranno eguali fra loro, & accomodato il m̃ sara 4.ce. piu 8. Eguale ad 11.co. Cioe 1.ce. piu $1\frac{3}{4}$. Eguale a $2\frac{1}{4}$.co. Che la co. vale 1. Et anco può valere $1\frac{3}{4}$. Onde valè la 1. la co. & però 1. il ce. & 1. il ẽ 4.ẽ piu 7. faranno 11. Et il medesmo 11. saranno li 7. ce. piu 4.co. Ma la co. valendo $1\frac{1}{4}$. il ce. valera $3\frac{1}{1\ 6}$. & il ẽ valera $5\frac{1}{1\ 6}\frac{3}{4}$. onde 4.ẽ piu 7. saranno $21\frac{3}{1\ 6}$. piu 7. cioe $28\frac{7}{1\ 6}$. & 7. ce. piu 4. co. saranno $21\frac{7}{1\ 6}$. piu 7. cioe medesimamente $28\frac{7}{1\ 6}$.

1.co. piu 1. | 4.ẽ m̃ 4.co.
4.ce. m̃ 4.co.
4.ẽ
4.ẽ piu 4.ce.
resta m̃ 4.ce.
m̃ 4.ce. m̃ 4.co.

vi entra per m̃ 1.co.

Proua.

Auenimento 4.ce. meno 4.co.
Partitore 1.co. piu 1.

fa 4.ẽ meno 4.ce. piu 4.ce. meno 4. cose.
Cioe 4.ẽ meno 4. co. che si è partito.

4.ẽ piu 7. Eguale a 7.ce. piu 4.co. E come 4.ẽ m̃ 4.co. Eguale a 7.ce. m̃ 7. Et come schisando 4.ce. m̃ 4.co. Eguale a 7.co. m̃ 7. Cioe 4.ẽ piu 7. Eguale a 11.co. Cioe 1.ce. piu $1\frac{3}{4}$. Eguale a $2\frac{1}{4}$.co.

1.co. piu 1. | In 7.ce. meno 7.
7.co. meno 7.
7.ce.
7.ce. meno 7.co.
resta meno 7.co.
in m̃ 7.co. meno 7.

vi entra per meno 7.

Proua.

7.co. m̃ 7. auenimento.
via 1.co. piu 1. partitore.

fa 7.ce. meno 7.co. piu 7. co. meno 7.
cioe 7.ce. meno 7. che si è partito.

1. $\frac{3}{8}$. il quadrato è $1\frac{7}{6\ 4}$.
si caua $1\frac{3}{4}$.
resta $\frac{0}{0}$. la Re è $\frac{3}{8}$.

quale gionta, & cauata ad $1\frac{3}{4}$. ne resultano $1\frac{3}{4}$. & 1. che sono le due valute della cosa.

Habbiasi

Habbia 5.3 p̃ 3. Eguale a 5.ce.p̃ 3.co. Si riduce a 5.3 m̃ 5.ce. Eguale a 3.co.m̃ 3. Che hora 1.co.m̃ 1.nelli 5.3 meno 5.ce.entra volte 5.ce. Et nel 3.co.meno 3.entra volte 3. Onde 5. ce. sono eguali a 3.però il ce.vale $\frac{3}{5}$. Et la co.vale rad. $\frac{3}{5}$. Il cubo valerà rad. $\frac{27}{125}$. però 5.3 p̃ 3. saranno rad. $5\frac{3}{5}$ p̃ 3. Et 5.ce.p̃ 3.co.saranno 3.p̃ rad. $5\frac{3}{5}$ similmente. Ma auertra la co. può valere 1. (come si conosce vedendo che 5.& 3.numeri delli 5.3 & 3.da una banda sommano 8. come anco il 5.& 3.numeri delli 5.ce.& 3.co.dall'altra banda, che in questi così anco il ce. & il 3. & il 4, 5, & 8.che vi fussero valeria pure 1. Onde tanto importaria 1.quanto 1.co.1.ce.1.3,&c. & però il 5.3 v̄ 3.importano 8.come anco 5.ce.p̃ 3.cose.

Habbiasi 5.3 p̃ 3.ce. Eguale a 3.co.p̃ 5. Qui la co.vale 1.ma vsando il modo detto,si ridurrà a 5.3 meno 5. Eguali a 3.co.meno 3.ce. Di queste il R.ſiduo 1.co. meno 1.entraria nell'vna quantità 5.3. meno 5. che vi entra per volte 5.ce.p̃ 5.co.p̃ 5. ma non può entrare nell'altra 3.cose meno 3.ce.perche in essa il meno è il ce.maggiore dignità,ma nel partitore 1.cosa m̃ 1. il meno è il numero minore dignità,anzi è priuo di denominatione.

In esso 3.co. meno 3.ce. entraria bene 1.meno 1.co. & s'entra per volte 3. co. (che 3.co.via 1. meno 1.co fa 3.co.meno 3.ce.) ma questo 1.meno 1.co. non può poi entrare in 5. 3 meno 5. entraria bene in 5.meno 5.3.che s'entra per volte 5.p̃ 5.co p̃ 5.ce. Et cosi hauendo 5.meno 5.3. Eguale a 3.co.meno 3.ce. che deriuaria da 3.ce. p̃ 5. Eguale a 5.3.p̃ 3.co. si peruerria a 5.ce.p̃ 5.co.p̃ 5. Eguale a 3.co.cioe a 5.ce.p̃ 2.co. piu 5. Eguale a 0. ch'è impossibile. Et pur si vede, che 5.3. piu 3.co. possono essere eguali a 3.ce. piu 5. & che la co. vale 1.& cosi 1.vale il ce.& 1.vale il 3, (il che occorre come s'è detto, quando il 5.& 3. numeri dello quantità da vna banda sono eguali a 5. & 3. numeri delle quantità dall'altra banda, cioe che la somma 8. da vna banda è quanto la somma 8. dall'altra, onde hauendo 7.3 piu 4. Eguale a 5.ce.piu 6.co.perche 7.& 4. fa 11.come anco 5.& 6. la co.vale 1. Et quando anco le quantità da vna banda, fussero piu che le quantità dall'altra, pure che la somma de i numeri da vna banda, sia eguale alla somma de'numeri dall'altra, pure la co.valerà 1.& però il 3 al 4, il 5. & ogn'altra denominatione che vi fusse valerà 1. & saranno come si fussero simplici numeri senza denominatione; Onde dicendosi, 1 6. piu $3\frac{1}{2}$.ce. piu 8 $\frac{1}{2}$. è eguale a 5.4 piu $1\frac{1}{2}$.3. piu $6\frac{1}{2}$. co. piu $\frac{1}{2}$. done la somma de i numeri da ciascuna banda è un medesmo $13\frac{1}{2}$. si vede che il valore della co. può essere 1. Potria forsi anco hauere altra valuta, che di sopra doue si brusa 4. 3 piu 7. Eguale a 7. ce.piu 4.co. & ciascuna delle due somme era 11. & però la co. poteua valere 1. vedessimo che ella valeua anco $1\frac{1}{2}$.) circa che si può auertire, che valendo 1.la co.il partitore 1.co. meno 1. saria 1. meno 1.cioe 0. & la quantità da partire 5.3. meno 5. saria 5. meno 5. cioe 0. & perche 0. in 0. entra quante volte si vuole, cioe ò nessuna volta, ò 5. volte, ò 10. volte, ò altro numero di volte; poiche qual si voglia di questi auenimenti, moltiplicato con il partitore 0. produce 0. ch'è la quantità partita. però non è marauiglia se a partire 5. 3 meno 5. ch'è 0. per 1.co. meno 1. ch'è niente ne viene 5. piu 5.co. piu 5.ce. cioe non è marauiglia, che a partire 0. per 0. ne venga 5. p̃ 5 co. piu 5.ce. benche paia, che ne douerria venire ſmilmente 0. poiche si può dire, che ne venga che auenimento si vuole, cioe che come s'è detto, 0. in 0. entra quante volte si vuole, che quel numero di volte auenimento moltiplicato per 0. partitore fa pur 0. ch'è la quantità partita, ma perche ne venga mò piu 5. piu 5.ce. piu 5.ce. (che valendo la co. niente, saria 5 piu 0. piu 0. cioe 5.) che altra quantità, o niente, occorre, perche essendo la mirabile, & artificiosissima Dottrina Algebratica tale, che hà risguardo ad ogni cosa, che possa auuenire, ella fa essere l'auenimento tale, che sia il partitore quello che si vogli, & però vaglia la co. o quell'1. che può valere, o quel piu d'1. che si vogli, l'istesso auenimento sia sempre a proposito; Onde si poneremo, che la co. vagli 2. il partitore 1.co. meno 1. sarà 2. meno 1. cioe 1. & la quantità da partire 5.3. meno 5. sarà 40. meno 5. cioe 35. che pero (perche 1. in 35. entra volte 35.) l'auenimento douerà essere 35. & ben si vede, che l'auenimento Algebratico 5. piu 5.co. piu 5.ce. è 5. piu 10. piu 20. cioe 35. come bisogna. Et se la co. vaglia poniamo 7. il partitore 1.co. meno 1. sarà 7. meno 1. cioe 6. La quantità da partire 5.3. meno 5. sarà 1715. meno 5. cioe 1710. Et l'auenimento 5. piu 5. co. piu 5. ce. sarà 5. piu 35. piu 245. cioe 285. come è a punto quello, che nasce a partire 1740. per 6. ch'è pure 285. Et cosi occorre a qual si vogli altra valuta della cosa.

1. meno 1. cosa.

In 5. meno 5. 3.

5. piu 5. co. piu 5. ce.

5

5. meno 5. co.

5. co. meno 5. 3.

5. co. meno 5. ce.

5. ce. meno 5. 3.

5. ce. meno 5. 3.

Si può anco notare, che di sopra in 3.co. meno 3.ce. doue non entra 1.co. meno 1. si viene a supponere, che la co. vagli piu d'1. accioche 1.co. meno 1. sia qualche cosa, ma all'hora 3.co. meno 3.ce.

saria

Digitized by Google

saria manco di niente, perche il ce. valeria piu della co. & 3. ce. da cauare sariano piu di 3. co. Et cosi il partitore qualche cosa non potria entrare in quantità, che sia manco di niente (come anco non puo entrare in niente, potria bene in 3. co. meno 3. ce. entrare 1. m 1. co. & u' entraria per volte 3. co. ma cosi conuerria supponere che la co. vagli manco d' 1. acciochè esso partitore 1. m 1. co. sia qualche cosa, & che anco 3. co. meno 3. ce. sia pure qualche cosa, cioe che 1 ce. vagli manco che la co. Et se all' hora la quantità eguale a quelle 3. co. meno 3. ce fusse 5. meno 5. 3. che saria pure quantità reale, poiche 1. 3 saria manco d' 1. all' hora partendo questo 5. meno 5. 3 piu 1. meno 1. ne verria 5. piu 5. co. piu 5. ce. l'iche sarà eguale all' altro auenimento, ch' è 3. co. Onde si peraerria a 5. piu 5. co. piu 5. ce. eguale a 0. l'iche è impossibile, cioe quale Equatione è impossibile, & pure sappiamo, che quando 5. meno 5. 3. sono eguali a 3. co. meno 3. ce. Cioe che 5. piu 3. ce sono eguali a 3. co. piu 5. 3. la co. vale 1. perilche pare, che l' Algebra non faccia l' effitto suo di trouare il vero valore dell' co. che pure è 1. poiche non solo non si troua quell' 1. ma si perviene ad Equatione impossibile, cioe di 5. piu 5. co. piu 5. ce. Eguale a 0. perilche noti l' accorto Studente, che anzi di qui si scorge la marauigliosa integrità, & realità della Scienza, poiche ella nõ puo tollerare alcuno inconuenimento, ne impossibilità, ne seruirsi di mezo inconueniente, o impossibile per trouare il vero, cosi come le persone da bene, o Virtuose, non si seruono di mezi indiretti, o vietati, o vitiosi per acquistare ricchezze, honori, sanità, o dottrina, o altra cosa per se stessa buona; Onde nell' Equatione di 5. 3 piu 3. co. Eguale a 3. ce. piu 5. douendo essere 1. la valuta della co. ne potendo essere manco d' 1. (perche all' hora 5. 3 piu 3. co sariano manco di 3. ce. piu 5. (poiche se bene 3. ce. sariano manco di 5. co. & pero saranno manco di 5. che giuto a 5. saria manco di 8. come anco manco di 8. sariano li 5. 3 piu 3. co. piu saria quello, che mancaria alli 5. 3 piu 3. co. ad arriuare ad 8. che quello che mancaria a 3 ce. piu 5. ad arriuare ad 8. o vogliamo dire, che quello che mancaria a 3. ce. ad arrivare a 3.) noo nel pigliare per partitore 1. meno 1. co. veniamo a supponere che la co. vagli manco d' 1. acciochè 1. co. si possa cauare da 1. & resti qualche cosa per partitore, & perche questo supposito è impossibile, di qui è che l' Algebra mediate esso supposito impossibile, si ridurria anco ad una Equatione impossibile, cioe è 5. piu 2. co. piu 5. ce. Eguale a 0. come s' è visto; Anzi a punto da questa Equatione impossibile, conoscendo il supposito, o partitore preso essere impossibile, veniamo a chiarirci, che la co. non puo valere manco d' 1. come bisognaria che valesse a valore che 1. meno 1. co. fusse quantita reale.

Ancora perche hauendo pure 5. 3 piu 3. co. Eguale a 3. ce. piu 5. Questa Equatione non solo si puo ridurre a 5. meno 5. 3. Eguale a 3. co. meno 3. ce. come si è fatto di sopra, ma anco a 3. ce. meno 3. co. Eguale a 5. 3 meno 5. ciascuna delle quali parti si puo partire per 1. co. meno 1. che ne resultano li due auenimenti 3. co. Et 5. ce. piu 5. co piu 5. riflessi che nell' altro caso 5. ce. piu 2. co. p 5. Eguale a 0. Equatione impossibile, ci fa pure accorti l' Algebra, che anco questo supposito è impossibile, cioe che il partitore possa essere 1. cosa m 1. Et perche manco puo essere 1. meno 1. cosa come è veduto, pare che veramente la Equatione di 5. 3 piu 3. cose. Eguale a 3. censi piu 5. sia impossibile, poiche vsando modi pure intonuenienti, & secondo l' Arte si perviene ad Equationi impossibili. Onde noti l' accorto Studente, che considerando li qui partitori una cosa meno 1.

1 meno 1 cosa. *In* 5 meno 5. 3.

5. piu 5. co. piu 5. ce.
5.
5 meno 5. co.
resta 5. co.
5. co meno 5. 1.
5. co. meno 5. ce.
resta 5. ce. meno 5. 3.

5. 3 piu 3. co. Eguale a 3. ce. piu 5.
Si trasmute in
5. 3 meno 5. Eguale a 3. ce. meno 3. co.
Ouero in
5. 3 meno 3. ce. Eguale a 5. meno 3. co.
Ouero in
3. co. meno 3. ce. Eguale a 5. meno 5. 3.
Ouero in
3. ce. meno 5. Eguale a 3. ce. meno 5. 3.

1. co. piu 1. | *In* 3. co. meno 3. co.
Auenimento. 3. co. meno 3.
3. ce.
3. co. piu 3.
resta m 1.
m 3. co. m 3.
m 5. ce. m 4. co.
resta 5. co. meno 3. doue il partitore non puo entrare.
sia 1. co. meno 1. | *In* 5. 3. meno 5.
Auenimento 5. ce. piu 5. co. piu 5.

Digitized by Google

3.co. più 1. | In 3.ce. meno 3.co.
Auenimento. | 3.co. meno 3.
3.ce.
3.co. più 3.
resta m̃ 3.
m̃ 3.co. m̃ 3.
m̃ 3.co m̃ 3.

Ancora vi può entrare 1.co. meno 1. che v'entra per volte 3. co.

Però si haurà 3.co. Eguale a 5. ce. più 5. co. più 5. cioè 0. Eguale a 5 ce. più 2.co. più 5.
la quale Equatione è impossibile,

Et 1. meno 1. co. Accioche essi siano quantità reale, cioè che significhino qualche cosa; nell' 1. co. m̃ 1. conuerria che la co. importasse più d'1. accioche d'esso valore si potesse cauare l'1. & restasse qualche cosa; Et nell' 1. co. meno 1. conuerria che la co. importasse manco d'1. accioche cauando dall' 1. restasse qualche cosa, cioè cõ essi partitori douendo essere quantità reale, si viene in l'vno a supponere che la cosa vagli più, & nell'altro, che la co. vagli manco d'1. & perche cõ ciascuno d'essi suppositi, ò partitori, si peruiene ad Equa

tione impossibile, ciò ci fa accorgere, che la co. non può valere ne più d'1. ne manco d'1. perilche ò che la co. vale dunque preeise 1. ò che la Equatione principale è veramente impossibile (poiche ad essere impossibile conuerria concludere, che la co. non valesse ne 1. ne più ne manco d'1.) vedremo dunque se la co. possa valere 1. discendo, Valendo 1. la co. si 5. 3 più 3. co. importariano 8. Et però se li 3. ce. più 5. importino anch'essi 8. il valore della co. sarà 1. ma importano a punto 8. però la co. vale 1. Et ben si vede, che così ancora 5. meno 5. 3. saria eguale a 3. co. meno 3. ce. poiche l'vno sarà 5. meno 5. cioè 0. & l'altro 3. meno 3. cioè pure 0. & anco così 3. ce. meno 3. co. sarà pure eguale a 5. 3 meno 5. poiche l'uno sara 3. meno 3. cioè 0. & l'altro sara 5. meno 5. cioè pure niente. Onde siamo sicuri che 1. a co. vale 1. ma che non può valere ne più ne manco d'1. cioè che ella non può hauere più d'una valuta. Che alle volte può hauere due valute come si vide nell'Equatione di 4. 3 più 7. Eguale a 7. ce. più 4. co. doue la co. vale 1. Et anco può valere $1\frac{1}{4}$.

Et si può notare che in essa Equatione di 4. 3 più 7. Eguale a 7. ce. più 4. co. che si riduce a 4. 3 meno 4. cose. Eguale a 7. ce. meno 7. il partitore può anco essere 1. cosa meno 1. che li auenimenti saranno 4. ce. più 4. ce. & 7. co. più 7. eguali fra loro, che si ridurrà a 4. ce. eguale a 3. co. più 7. & la cosa valera $1\frac{3}{4}$. come anco si trouò quando si riduisse a 4. censi più 7. eguale ad 11. cose. Ma questa Equatione di 4. ce, eguale a 3. co. più 7. cioè di censi eguale a co. & numero, ha solo vna valuta della co. però con essa si troua solo la valuta $1\frac{3}{4}$. Che nell'altra di 4. ce. p 7. Eguale a 11. co. che può hauere due valute si trouò, & questa valuta $1\frac{3}{4}$. & anco la valuta 1. Et perche tanto conuiene che vagli la co. nell'Equatione di 4. ce. più 7. Eguale ad 11. co. quanto nell'Equatione di 4. ce. Eguale a 3. co. più 7. poiche la valuta della co. da loro mostrata, deue essere la valuta della co. nell'Equatione di 4. 3 più 7. Eguale a 7. ce. più 4. co. potiamo anco considerare, che cauando 7. da ciascuna parte, nella prima Equatione haueremo 4. ce. eguale ad 11. co. meno 7. ma per la seconda Equatione sappiamo, che 4. ce sono eguali a 3. co. più 7. però a quelle 3. co. più 7. saranno eguali le 11. co. meno 7. Cioè 8. co. a 14. & però la cosa valera $1\frac{3}{4}$.

4. 3 più 7. Eguale a 7. ce. più 4. co.
4. 3 meno 4. co. Eguale a 7. ce. meno 7.
4. ce. più 4. co. | 7. co. più 7.
4. 3 | 7. ce.
4. 3 meno 4. ce. | 7. ce. meno 7. co.
resta 4. ce. | resta 7. co.
4. ce. meno 4. co. | 7. co. meno 7.
1. co. meno 1.

Sarà 4. ce più 4. co. Eguale a 7. co, più 7.
cioè 4. ce. Eguale a 3. co. più 7.
Cioè 1. ce. Eguale a $\frac{3}{4}$. co. più $1\frac{3}{4}$.
la mità di $\frac{3}{4}$. è $\frac{3}{8}$. il suo quad. è $\frac{9}{64}$. giontо al num. $1\frac{3}{4}$. fa $1\frac{57}{64}$.
cioè $1\frac{3}{8}$. la sua rad. è $\frac{11}{8}$. cioè $1\frac{3}{8}$. che con $\frac{3}{8}$. mità del numero
delle co. fa $1\frac{3}{4}$. per il valore della cosa.

Ancora essa Equatione di 4. 3 più 7. Eguale a 7. ce. più 4. cose. Cauando 7. ce. da ciascuna parte si ridurra a 4. 3 più 7. meno 7. ce. Eguale a 4. cose. Et anco cauando 4. 3 da ciascuna parte si ridurra a 7. meno 7. ce. Eguale a 4. co. meno 4. 3. & ciascuna d'esse si potra partire per 1. meno 1. co. che ne verra 7. più 7. co. Eguale a 4. co. più 4. ce. Cioè 7. più 3. co. Eguale a 4. ce. come di sopra, & la co. valera pure $1\frac{3}{4}$. come di sopra.

Ma hauendo detto il partitore essere 1. meno 1. cosa, & trouando la co. valere $1\frac{3}{4}$. pare che il partitore sia impossibile, cioè non si possa dire 1. meno $1\frac{3}{4}$. perche saria meno $\frac{3}{4}$. ilche saria vero quan-

4.ce.piu 7. Eguale a 11. coſo.
4.cenſi. Eguale a 3.co.piu 7.
cauando 7.da ciaſcuna parte di ſopra li hauera.
4.censi. Eguale a 11.co.meno 7.
ma 4.ce.di ſotto è anco Eguale a 3.co.piu 7. però,
11.co.meno 7. Eguale a 3.co.piu 7.
Cioe 8.co. Eguale a 14.
però 1.co.vale 4 1/2.

quando la quãtità che ſi parte foſſe piu; poiche dicendoſi gl'auenimenti eſſere 7. piu 7.co.& 4.co. piu 4.ce. ciaſcuno delli quali è piu, ne ſeguiria, che a moltiplicare l'auenimento piu, con il partitore meno il prodotto foſſe piu; ilche non può eſſere; Ma anzi perche eſſi auenimenti ſono piu, & il partitore è meno, che moltiplicato fra loro fanno meno, veniamo a conoſcere, che ciaſcuna delle due quantità partite, cioe 7.meno 7.ce. & 4.co. meno 4.3 è meno, cioe che 7.ce. ſono piu di 7. Et ſimilmente, che 4.3 ſono piu di 4.co. ilche auenendo è neceſſario, che la co. vagli piu di 1. & però il ce. piu di 1. & il 3 piu della co. Et perche la co. vale 1 1/2. &

1. meno 1. co.

7.meno 7 ce.	4.co.meno 4.3.
7. piu 7.co.	4.co.piu 4.ce.
7.	4 co.
7.meno 7.co.	4.co.meno 4.ce.
reſta 7.co.	reſta 4.ce.
7.co.meno 7.ce.	4.ce. meno 4.3.

& il ce. 3 1/6 & il 3, 5/6 3/4. ben ſi vede, che 7.meno 7.ce. è 7.meno 21. 7/12. cioè meno 14. 7/12. Et che 4.co.meno 4.3 è 7.meno 21. 7/12. cioè meno 14. 7/12. ſimilmente; Che a partire qual ſi vogli d'eſſi per 1.meno 1.co. cioe per 1.meno 1. 1/4. ch'è meno 4/4. ne viene 19. 1/4. Cioe meno 3/4. in meno 14. 7/12. entra volte 19. 1/4. & è piu, ſignificando 7.piu 7.co. ouero 4.co. piu 4.ce. che ſono li dui auenimenti detti; Et ben ſi vede, che 7.piu 7.co. è 7.piu 12. 1/4. cioè 19. 1/4. Et che anco 4.co.piu 4.3, è 7. piu 12. 1/4. cioe ſimilmente 19. 1/4.

Et dicendoſi 4. 3 piu 7. cenſi ſono eguali a 7. coſe piu 4. pure anco ſi vede la coſa valere 1. ma riducendoſi a 3. 3 meno 4. Eguale a 7. coſe meno 7.ce non ſi vede, che vi entri alcuno di queſti partitori.

Et dicendoſi 4. 3 piu 4. ce. ſono eguali a 4.co. piu 4. che pure ſi vede la co. valere 1. ſi potrà partire ciaſcuna delle due quantità per 4. co. piu 4. che ne verrà 4. ce. Eguale a 4 cioe 1.ce. Eguale a 1. però il ce. vale 1.

Et dicendoſi 4.3 piu 4.ce. ſono eguali a 7. co. piu 7. ſi potrà partire ciaſcuna quãtità per 1. coſa piu 1. Et ne ne viene 4. ce. Eguale a 7. cioè 1. cenſo. Eguale a 1. 3/4. però il ce. valerà 1 3/4. & il 3 valerà rad. 5 3/4. onde 4. 3 piu 4. ce. ſaranno rad. 85 3/4. piu 7. Et 7. co. piu 7. ſaranno rad. 85 3/4. piu 7. ſimilmente.

1. coſa piu 1.

In 4.3 meno 4.	In 7.co.meno 7.ce.
4.ce.meno 4.co.	7. meno 7.co.
4.3	7.co.
4.3 piu 4.ce.	7.co.piu 7.
reſta meno 4.ce.	reſta meno 7.
meno 4.ce.meno 4.	meno 7.ce.meno 7.
meno 4.ce.meno 4.co.	meno 7.ce.meno 7.co.
reſta 4.co.meno 4.	reſta 7.co.meno 7.
doue non entra.	doue non entra.

1. coſa meno 1.

In 4.3. meno 4.	In 7.co.meno 7.ce.
Ne viene. 4.ce.piu 4.co.piu 4.	7. meno 7 co.
4.3	7.co.
4.3 meno 4.ce.	7.co.meno 7.
reſta 4.ce	reſta 7.
4.ce.meno 4.	7.meno 7.ce.
4.ce.meno 4.co.	7.co.meno 7.ce.
reſta 4.co.meno 4.	reſta 7. meno 7. co.
	doue non entra.

1. meno 1. coſa. In 4. 3 meno 4. non può entrare. Ma in 7. coſe meno 7. cenſi. Entra per volte 7. coſe.

Et ſi può notare, che in queſta Equatione di 4. 3 piu 4.ce. Eguale a 7.co piu 7. ſi vede che tal conuenienza ha la prima parte 4.3 dell'una alla prima parte 7.co. dell'altra, quale la ſeconda 4.ce. alla ſeconda 7. perche ſchiſando 4.3, & 7.co. per 1. co. ne reſulta 4.ce. Eguale a 7. Onde in tal caſo baſta ad egualiare vna ſola parte dell'vna alla ſua corriſpondente parte dell'altra, cioe 4.ce. a 7. che la co. ualerà rad. 1 1/4. coſi in queſta ſimplice Equatione di 4.ce. Eguale a 7. come nella compoſta detta. Et hauendo 5. 6 piu 7. 3 Eguale a 20. 4 piu 28. co. perche ſchiſando 7. 3, & 28. co. per 7. no viene 1. ce. Eguale a 4. onde tal proportione hà 5. 6. a 20. 4. quale 7. 3 a 28. co. Cioe 5. 6. 20. 4. 7. 3. 28. co. ſono quattro quantità proportionali (ilche ſi conoſce anco dal multi-

care

Digitized by Google

plicare le estreme 5.6, & 28.co fra loro, che fanno 140. 7, come anco è l'istesso 140. 7, il prodotto delle medie 20. 4 p 7. 3 moltiplicate fra loro) qui pure basta ad eguagliare solo 7. 3 a 28. co. ò (sbisfando per 7.co.) 1.ce. a 4.che la co.valerà 2. perilche il ce. vale 4. il 3 vale 8. il 4 vale 16. il 5 vale 32. & il 6, cioè il quadro cubo, ò cerso cubo vale 64. Onde 5.4 p 7. 3 saranno 320. p 56. cioe 376. & 20.4 p 28.co. saranno 320. p 56. cioe similmente 376. che li 5.6, saranno eguali alli 20.4, & li 7. 3 alle 28.co. come s'è detto. Et la causa di ciò è che quando quattro quantità sono proportionali, ancora permutatamente, & congiuntamente elle sono proportionali, onde essendo le quattro quantità 5.6, 10.4 7. 3, 28.co. proportionali, perche il dutto delle estreme è eguale al dutto delle medie, ancora permutatamente da 5.6, a 7. 3, sarà come da 20.4 a 28.co. & congiuntamente da 5.6 p 7. 3 a 20.4 p 28.co. come da 7 cu. a 28.co. Onde dicendosi 7.cu. essere eguali a 28. co. ancora 5.6 p 7. cu. conuerrà che siano eguali a 20.4 p 28. co. Perilche con ordine conuerso supposto, che 5.6 p 7. cu. siano eguali a 20.4 p 28. co. ò sbisfando per 5. co. dicendosi che 1.4 p 1 1/5. ce. sono eguali a 4. cu. p 5 1/5. perche queste quattro quantità sono proportionali, si viene a concludere che 1.4 è eguale a 4. cu. ouero che 1 1/5. ce. è eguale a 5 1/5. (cioe che 1. ce. è eguale a 4. cu.) & che perciò la cosa vale 1.

Similmente hauendo 8.4 p 4. cu. p 5. ce. Eguale a 32. ce. p 16. co. p 20. nelli quali considerato ciascuno essere diuiso in 3. parti, la prima alla prima, la seconda alla seconda, & la terza alla terza, hanno una istessa proportione, ch'è come da 1. ce. a 4. Essa Equatione sarà come se hauessimo 1. ce. eguale a 4. che perciò la co. vale 2. Et perche da ciascuna banda delle due quantità sono ce. leuato il minor numero de' ce. comunemente si diria, che 8.4 p 4. cu. sono eguali a 27. ce. p 16. co. p 20. ch'è l'istesso che la prima Equatione, onde perciò è come 1. ce. eguale a 4. & la co. vale 2. Che riducendosi la Equatione ad 1.4 si haurà 1.4 p 1 1/5. cu. eguale a 3 3/5. ce. p 2. co. p 2 1/5. Onde perche la co. vale 2. il ce. valera 4. il cu. valera 8. & il 4 valerà 16. perilche 1.4 p 1 1/5. cu. sarà 16 p 4. cioe 20. Et 3 1/5. ce. p 2. co. p 2 1/5. saranno 13 1/2. p 4. p 2 1/2. ch'è medesimamente 20. come bisogna.

Et hauendo 6.8 meno 9.6 piu 3.4 piu 9. cu. meno 4. ce. Eguale a 4.6 meno 6.4 piu 2. ce. piu 6.

6.8 meno 9.6 piu 3.4 piu 9. cubi meno 4. censi.
4.6 meno 6.4 piu 2. censi, piu 6. cose, meno 2 1/2.
6.8 piu 9.4 piu 9. cubi, piu 2 1/2.
13.6 piu 6. censi, piu 6. cose.
1.8 piu 1 1/2.4 piu 1 1/2. cu. piu 3/16. 1 1/2. 6/16. rad. 1 1/2. 6/16. Cioè in tutto 1 1/2 1/16. piu rad. 1/16.
2. 1/16.6 piu 1. censo, piu 1. cosa. 1 1/2 1/16. terzo 1/16. rad. 1/16. Cioè in tutto 1 1/16. piu rad. 1/16.
Vale 1.co. rad. 1/16.

1. ce.	16/16.	co. meno 2 1/16. Similmente inteso diuisa ciascuna delle due quantita in cinque parti la proportione delle parti dell'una, alle parti dell'altra sara la istessa, & però come da 9. cu. a 6. co. ò come da 9. ce. a meno 2 1/2. cioè come da 1. ce. a 2/9. però la co. valera rad. 4/9. Et in esse due quantita accomodando li meno si hauera 0. 8 piu 9. 4 piu 9. cu. piu 2 1/2. Eguale a 13. 6 piu 6. ce. piu 6. co. Et riducendo la Equatione ad 1. 8. si peruerra finalmente ad 1. 8 piu 1 1/2. 4 piu 1 1/2. cu. piu 4/9. Eguale a 2 1/2. 6 piu 1. ce. piu 1. co. donde sappiamo la co. valere rad. 4/9. però il ce. vale 2/3. il cu. rad. 8/27. al 4 vale 4/9. il 6 vale 8/27. & il 8 vale 1 8/27. onde 1. 8 piu 1 1/2. 4 piu 1 1/2. cu. piu 4/9. sara 1 8/27. piu 4/9. piu rad. 4/9. piu 4/9. cioe 1 8/27. piu rad. 4/9. E anco 2 1/2. 6 piu 1. ce. piu 1. co. sara 1 8/27. piu 4/9. piu rad. 4/9. cioe medesimamente 1 8/27. piu rad. 4/9. Et l'istesso occorreria in simili Equationi.)
1.4	4/9.	
1.6	6/9.	
1.8	8/27.	

Ma torniamo al principal quesito, che si procederia in infinito lassandosi condurre dall'aura delle Inuentioni. Che in esso quesito essendo peruenuti all'Equatione d'1. 2 p 2. Eguale a 4. 2. vedremo che la 2 vale 2. p R 3. Ouero 2. m R 3.

1. 2 piu 1. Eguale a 4. 2
la mitá è 2.
via esso 2.
fa 4.
si caui 1.
resta 3.
che la rad. è rad. 3. però
2. p rad. 3. ouero 2. m r. 3.
vale la 2.

Et se hauessimo posto la 2 essere il numero minore, & la quãtità 1. ò vnità, cioè 1. essere il numero maggiore, all'hora la differenza loro saria 1. m 1. 2. 1 loro quadrati sono 1. & 1. 2. & la differenza è 1. m 1. ce. quale moltiplicata via 1. m 1. differenza de' dui numeri peoduce 1. m 1. 2 m 1. 2 piu 1 2. Ilche è eguale a 10. Ancora moltiplicando 1. p 1. 2, somma de' dui numeri via 1. p 1. 2 somma de' loro quadrati, il prodotto 1. cu. piu 1. ce. p 1. 2 p 1. douerà essere eguale a 20. Et perche 20. è doppio a 10. saperemo che 1. cu. p 1. 2 p 1. 2 p 1. è di necessità doppio ad 1. cu. m 1. 2 m 1. 2 p 1. Et cosi facendo il medesimo discorso già fatto quando si pose il minor numero essere 1. & il maggiore

giore 1.ꝛ,peruerremo pure alla iſteſſa Equatione di 1.ꝛ p̃ 1. Eguale a 4.ꝛ doue la ꝛ vale 2.p̃ R̃ 3.ouero 2.m̃ R̃ 3. delle quali due valute hora la minore, cioè 2.m̃ R̃ 3.ch'è manco d'1.farà al noſtro propoſito, ponendoli la ꝛ eſſere il numero minore, quando la vnità cioè 1. ſia il maggiore ; Che nella prima poſitione doue ſi ſuppone d'eſſi dui numeri il minore eſſere 1. & il maggiore 1.ꝛ, diremo la ꝛ valere 2 p̃ R̃ 3. ch'è la ſua valuta maggiore nella Equatione detta ; Et coſi ſappiamo , che il numero maggiore al minore è come da 2. p̃ R̃ 3.ad 1. cioè ha la proportione, ch'è da 2.p̃ R̃ 3.ad 1. (Ouero che il minore al maggiore è come da 2.m̃ R̃ 3.ad 1.cioè hà la proportione, ch'è da 2.m̃ R̃ 3.ad 1.) Ilche conoſciuto ci ridurremo a fare hora queſt altro queſito; dicendo . Trouinſi dui numeri ò quantità nella proportione di 2. p̃ R̃ 3.ad 1. tali che la ſomma loro moltiplicata nella ſomma de'quadrati loro facci 20. Ouero Trouinſi dui numeri nella proportione di 2.p̃ R̃ 3.ad 1.(ò d'1.a 2.m̃ R̃ 3. ch'è la iſteſſa) tali che la differenza loro moltiplicata , nella differenza de'quadrati loro facci 10. Et per hora ſtando nel primo queſito di trouare due numeri nella proportione di 2. p̃ R̃ 3. ad 1.tali che la ſomma loro moltiplicata nella ſomma de'quadrati loro facci 20.poneremo il minore eſſere 1.co & il maggiore (2.p̃ R̃ 3.) ꝛ, (qui mò il Cardano ſegue a trouare i quadrati loro,ma del maggiore dice per errore di calcolo egli eſſere (7.p̃ R̃ 24.) ♎, ilche non è, & perciò peruenendo a (24.p̃ R̃ 72. p̃ R̃ 192. p̃ R̃ 216.) ꝛ eguali a 20.dice che partito il 20.per eſſa quantita de' cu la R̃ cuba vniuerſale (ò legata) dell'auenimẽto ſarà il numero minore (poſto 1.ꝛ,) & qui finiſce ; ma noi operando diligentemente, troueremo eſſo vero numero , ò quantità minore , & anco la maggiore; onde poſto il minore 1. & il maggiore 2.p̃ R̃ 3.) ꝛ,i loro qnadrati ſaranno 1.♎,& (7.p̃ R̃ 48.) ♎,la ſomma d'eſſi quadrati è (8. p̃ R̃ 48.) ♎, & queſta moltiplicata per (3. p̃ R̃ 3.) ꝛ fa (36. p̃ R̃ 432. p̃ R̃ 192.) cu. cioè (36.p̃ R̃ 1200.) cu.ilche è eguale a 20.& ſchiſando per 4.farà (9.p̃ R̃ 75.) cu. eguale a 5. perilche partendo 5.p̃ 9. p̃ R̃ 75. quantita de'cu. (che moltiplicati per il ſuo reſiduo 9. m̃ R̃ 75. fa 6. partitore ſimplice,& anco moltiplicato il 5.per l'iſteſſo reſiduo fa 45. m̃ R̃ 1875.) cioè partẽdo 45.m̃ R̃ 1875.per 6.& ne viene 7 1/2.m̃ R̃ 52 1/2.queſto è il valore d'1.cu.onde la ꝛ, ch'è R̃ cuba d'1.cu.valerà la R̃ cuba d'eſſo auenimento, cioè valerà R̃ c.L 7 1/2. m̃ R̃ 52 1/2. 1 & queſta ſarà la minor quantità poſta 1. coſa.

Et ſe ſtando nel ſecondo queſito, cioè dicendo. Trouinſi due quantità nella proportione di 2. p̃ R̃ 3.ad 1.tali,che la differenza loro moltiplicata nella differenza de'quadrati loro facci 10.

Poſta pure la minor quantità 1.ꝛ, & la maggiore (2.p̃ R̃ 3.) ꝛ, che i loro quadrati ſono 1.♎, & (7.p̃ R̃ 48.) ♎, la differenza de' quali è (6. p̃ R̃ 48.) ♎,queſta moltiplicata via (1. p̃ R̃ 1.) ꝛ, ch'è la differenza delle due quantità fa (18. p̃ R̃ 108. p̃ R̃ 48.) cu. cioe 18. p̃ R̃ 300.) cu. ilche è eguale a 10.& ſchifato per 2.ſi riduce a 9.p̃ 75.) cu.eguale a 5.come di ſopra,perilche pure la ꝛ, vale R̃ c.L 7 1/2.m̃ R̃ 52 1/2.1 & è la minor quantità. & per trouare la maggiore moltiplicaremo queſta per 2.p̃ R̃ 3.cioe per r.c.L 26.p̃ R̃ 675.1 che fa R̃ c.L 7 1/2.p̃ R̃ 52 1/2.1.Onde le due quan-

2.piu r.3.
via 7.piu r.48.ſuo qnad.
fa 26.piu r.675.ſuo cubo.
r.c.L 26.piu r.675.1
via r.c.L 7 1/2.m̃ r.52 1/2.1
prodotto r.c.L 195.m̃ 187.1/2.
piu rad. 37968 1/2.m̃ r.
35208 1/2.1.Cioe
r.c.L 7 1/2.piu r.52 1/2.1
Quadriſi r.c.L 7 1/2.piu r.52 1/2.1.
r.c.L 7 1/2.piu r.52 1/2.1.
56 1/2. r.52 1/2.
52 1/2. via r.225.
108 1/2. fa r.11718 3/4.
Il quad.è r.c.L 108 1/2.piu r.11718 3/4.1

r.675.via m̃ r.6 3/4 1/2.
421875.12.eſimi
140625. 4.
3 7 5 2.
50
17
fa m̃ 187 1/2.

26.via m̃ r.52 1/2. r.675.via 7 1/2.
r.676. r.56 1/2.
56 1/2. 168 3/4.
1352 4050
3380 3375
fa m̃ r.3520 8 1/2. far.37868 3/4.
42250 0 12 455625.12.
6 5 0 6 7 5

r.1/2. entra in queſta volte m̃ 650. & in queſt'altra volte 675.però nella diſ ferenza, cioe in quello che reſta a cauare la m̃ minore dalla maggiore, entrarà volte 25.onde 25.cioe r.625.via r.1/2.fa r.52 1/2.1. ch'è il reſtãte, cioe ch'è la ſomma d'eſſe due quantità, ò vogliamo dire, ch'è il valore di rad. 37868 3/4.m̃ rad.33208 1/2.

tità ſaranno r.c.L 7 1/2.piu r.52 1/2.1,& r.c.L 7 1/2.m̃ r.52 1/2.1. Et i loro quadrati ſaranno r.c.L 108 1/2.piu r.11718 3/4.1. Et r.c.L 108 1/2.meno r.11718 3/4.1. Potiamo hota per ſodisfare a gli

Digitized by Google

Moltiplichiſi 18.piu r.300.
via $7\frac{1}{2}$.m̃r. $52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$.
135.men.r.15625.
meno 125. 1 2 5.
fa 10.come biſogna.

r.300. via r. $56.\frac{1}{2}$. fa r.16875.

r.314. via men.r. $52.\frac{1}{2}\frac{1}{7}$. fa men.r.16875.

Studenti farne la proua; Et per breuità conſiderando, che la maggiore quantità alla minore ha la proportione di 2.piu rad.3.ad 1.li quadrati de i quali termini ſono 7.piu rad.48.& 1.conoſciamo,che il quad della maggiore al quad.della minore hà la proportione di 7.piu rad. 48. ad 1. onde il minor quad. entra nel maggiore volte 7. piu rad.48.però egli entrarà nella differenza loro vna volta manco,cioe volte piu 6. piu r.48. ma la minor quantità entra nel minor ſuo quad. per le volte da lei ſteſſa ſignificate, cioe volte r.c.L $7\frac{1}{2}$. meno r.$52\frac{1}{2}$. 7 però eſſa minor quantità entrarà nella differenza de'dui quadrati,per tante volte quanto è il prodotto, che naſce a moltiplicare r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$.7 via r.48.piu 6. Et queſto prodotto ſarà la differenza de'quadrati delle due quantità. Onde moltiplicando r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$.7 via r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$.7 via r.48.piu 6. (ch'è quanto moltiplicare il minor quad.via r.48. piu 6.) il prodotto ſarà la differenza de'dui quad.

Ancora per cauare la minor quantità dalla maggiore, conſideraremo che la minore entra nella maggiore volte 2.piu r.3.però ella entrarà nella differenza loro vna volta manco,cioe volte 1.piu r.3. Onde moltiplicando eſſa minore r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$.7 via r.3.piu 1.il prodotto ſarà la differenza delle due quantità,che moltiplicata via la differenza de'loro quadrati, cioè via r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$.7 via r.c.L $7\frac{1}{2}$.men,r.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$.7 via r.48.piu 6.deue fare 10. ma di queſte 5.quantità,che moltiplicate inſieme deuono produrre 10.le 3.r L.moltiplicate inſieme fanno $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$. *(cioe il cubo di r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$.7 che a moltiplicare tre quantità eguali fra loro,il prodotto è il cubo d'vna d'eſſe,onde a moltiplicare r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52.\frac{1}{2}\frac{1}{7}$. 7 via r.c. L $7\frac{1}{2}$.meno r $52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$.7 via r.c.L $7\frac{1}{2}$, meno r.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$. 7 il prodotto è il cubo di r.c.L $7.\frac{1}{2}$. meno r.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$.7 ma il cubo d'vna r. cuba è il numero ò quantità d'eſſa,libera dalla denominatione di r.cuba.però hauremo $7\frac{1}{2}$. m̃ r.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$.)* Et l'altre due r.48.piu 6.& r.3.piu 1.fanno, ò producono 18.piu r.300.quale moltiplicato via l'altro prodotto detto $7\frac{1}{2}\frac{1}{2}$.m̃ r.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$ fa 10, come biſogna, però ſiamo chiari, che la differenza delle due quantità trouate, moltiplicata nella differenza de' quadrati loro fa 10.

Ancora ſe delle 5.quantità dette,moltiplicaremo il prodotto delle due r.48.piu 6. via r.3. piu 1.qual prodotto è 18.piu r.300 via il prodotto di due dell'altre,ch'è rad.cuba L $108\frac{1}{2}$.men.rad. $11718\frac{3}{4}$.7 (il quad.cioe di rad.cuba L $7\frac{1}{2}$.meno rad.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$.7) & il prodotto di queſto 4. (quale è rad.cuba L 1800 piu rad.3000000.7 moltiplicaremo per l'altra quinta che rimane, quale è rad.cuba L $7\frac{1}{2}$. meno rad.$52\frac{1}{2}\frac{1}{7}$.7 il prodotto vedremo eſſere il 10.iſteſſo che conuiene. Quale operatione ſi è fatta in margine, accioche gli Studenti ſi faccino eſperti, & ſappiuo operare in eſſe facilmente,& con breuità.

Cubiſi 18.piu rad.300.
il quad.è 624.piu rad 300.volte 36
11232
10800
22032
648
624
1272
1272
r.1617984
via r.300
r. c. L 22032. piu rad. 485395200 7 r.3.entra in q̃ſta r.volte 10.via 1272.cioe volte 12720
via r.c.L $108\frac{1}{2}$.meno rad. $11718\frac{3}{4}$.7 r.3.entra in queſta r.volte $62\frac{1}{2}$.
176356
21032
7344
2386800
me.2385000
1800
3906.$\frac{1}{2}$.
6 $2\frac{1}{2}$
30
$62\frac{1}{2}$.
via $62\frac{1}{2}$.
25440
76320
6360
però il quad.di r.3.entra nel prodotto d'eſſe r.volte 795000 onde moltiplicato per 3. fa 2385000. & queſto è il prodotto d'eſſe rad. & è meno, eſſendo delle producenti rad.l'vna più, & l'altra meno.

$108\frac{1}{2}$.

Digitized by Google

$108\frac{1}{2}$.via 12720.via r.3.& è piu.
$108\frac{1}{3}$.
10176
12720
4240
Cioe 1378000. via rad.3. & è piu;
1377000.
la differenza è 1000 via r.3.& fa r.3000000.& è piu,

22032.via $62\frac{1}{2}$.via r.3.& è meno.
$62\frac{1}{2}$.
44064
132192
11016
Cioe 1378000. via rad.3. & è meno.

il ꝓdotto è r.c.L 1800.piu r.3000000 ⅂
da moltiplicare via r.c.L $7\frac{2}{3}$.m̄ r.$52\frac{1}{12}$.⅂
126 156250000
900
13500 1 2 5 0 0
meno 12500
1000

r.3240000
via meno r. $52\frac{1}{12}$.
27
16848
fa meno r.168750000
r.3000000
via r. $56\frac{1}{2}$.
fa rad.16875000

fa radice cuba L 1000. ⅂ cioe 10. come bisogna.

Ancora se la maggior quantità alla minore hà la proportione di 2. piu rad.3. ad 1. Quando la maggiore fusse 1.la minore saria 2. meno r.3.(che se 2.piu rad.3.douenta 1.all'hora 1.douentaria 2.meno rad.3. cioe se 2. piu rad.3. da 1. esso 1.daria 2.meno rad.3. che partito il prodotto d'1.via 1. cioe 1. per 2. piu rad.3. ne viene 2.meno rad.3.che questo Residuo auenimento moltiplicato con il suo binomio, ch'è il partitore fa 1. come anco 1.via 1.fa 1.) Hora posta la quantità maggiore 1.ꝛ, la minore sarà (2.meno rad.3.) ꝛ, li loro quadrati sono 1.ꝛ,& (7,meno rad. 48.) ꝛ;la loro differenza è (rad.48 meno 6.) ꝛ,che moltiplicata via (rad.3. meno 1.) ꝛ, differenza delle due quantità fa (18.meno rad.300.) ꝫ, & questo è eguale a 10. però la ꝛ valerà rad. L $7\frac{1}{2}$. piu rad.$52\frac{1}{12}$. ⅂ & questa è la maggiore delle due quantità; Ouero posta la maggiore 1.ꝛ, & la minore (2. meno rad. 3.) ꝛ,la somma loro sarà (3.meno rad.3.) cose, che moltiplicata via la somma de' quadrati loro, ch'è (8.meno rad.48.) ꝛ, fa (36. meno rad. 1200.) ꝫ, & questo sarà eguale a 20. però il ꝫ, & la ꝛ,valeranno come s'è detto (che schisato per 2. questo anco è (18,meno rad.300.) ꝫ eguale a 10. & moltiplicato ciascuna quantità per 18. piu rad. 300. si riduce a 24.ꝫ eguale a 18. piu rad.3000.) onde la quantità maggiore sarà rad.L $7\frac{1}{2}$. piu rad.$52\frac{1}{12}$.⅂ quale rad.L ⅂ è quanto rad. cuba $3\frac{3}{4}$. pin rad.quadra cuba $\frac{2}{4}\frac{5}{8}$. Et la quantità minore sarà il suo Residuo,cioe rad.cuba L $7\frac{1}{2}$.meno rad $52\frac{1}{12}$.quale è quanto rad.cuba $3\frac{3}{4}$.meno rad.q.c.$\frac{2}{4}\frac{5}{8}$.

(rad.48.meno 6.) ce
(rad. 3.meno 1.) ꝛ
(18.meno rad.300.) Eguale a 10.
18.meno rad 300
24.ꝫ. Eguale a 180.piu rad.30000.
1250.
1.ꝫ. Vale $7\frac{1}{2}$.piu rad.$52\frac{1}{12}$.
però 1. cosa. Vale rad.c.E $7\frac{1}{2}$. piu rad. $52\frac{1}{12}$. ⅂

Et nel quesito medesimo di trouare due quantità tali, che il dutto della differenza loro, nella differenza de' quadrati loro sia 19. Et che il dutto della somma loro nella somma de' quadrati loro sia 20. Se noi attendendo solo ad vna parte del quesito diremo.

Trouinsi due quantità tali,che il dutto della differenza loro,nella differenza de' quadrati loro sia 10. Et anco ponendo la maggiore delle due quantità essere poniamo 3. si dica la minore essere 1.cosa.

Et perche la differenza de' qœadrvti di due quantità è il dutto della somma loro nella differenza loro; Si potrà anco dire,che il dutto della differenza delle due quantità,nella differenza de' loro quadrati, è quanto il dutto della differenza loro, nel prodotto della differenza loro, nella somma loro, cioè è quanto il dutto del quad. della differenza loro nella somma loro. Onde essendo la minore 1. co. & la maggiore 3. la differenza loro sarà 3. meno 1.co.il suo quad.è 9.meno 6. co.p̄ 1.ce.che moltiplicato via 3.p̄ 1.co somma delle due quantiià fa 27.meno 9.co.meno 3.ce.p̄ 1.ꝫ. Et questo deue essere 10. Onde accomodando le parti haueremo 1.ꝫ p̄ 17.Eguale a 3.ce.piu 9.co. doue la co.vale alquanto manco di $1\frac{13}{25}$.ma piu d'$1\frac{51}{100}$.

Et ponēdo la minor quantità 3.& la maggiore 1.co.i loro quadrati sono 9.& 1.ce. la loro differenza

ferenza è 1.ce.meno 9.che moltiplicato vi 1.co. m 3.la differenza delle due quantità, il prodotto è pure 1.cu.meno 3.ce.m 9.co.p 27.& è eguale a 10.onde come prima si ridurra a 1.cu.p 17. Egua le a 3.ce.p 9.co.doue la co.vale alquanto manco di 4 1/3 ma alquanto piu di 4 1/6.

Et in questa Equatione d'1.cu.p 17. Eguale a 3.ce.p 9.co.la cosa si veae valere fra 1 1/2 1/6. & 1 1/2 1/3. Et anco può valere fra 4 1/6. & 4 1/3. perche nel Capitolo, ò Equatione di cu.& numero Eguale a ce.& co.la co.può hauere due valute.

Ma trouate le due valute della co. cioe ò sia la maggiore quantità 3. & la minore frar 1 1/2. & 1 1/2 1/6. ò sia la minore 3.& la maggiore fra 4 1/6.& 4 1/3.potrà bene essere, che la differenza delle due quantità, moltiplicata nella differenza de' dui quadrati loro facci 10.ma gia non seguirà poi che la somma loro moltiplicata nella somma de' quadrati loro facci 20. Poiche la positione fatta tende tutta, & si serue solo del 10. Et anco delle due quantità ne piglia vna a beneplacito, eb'è il 3.perilche la solutione seruiria solo alla prima parte del quesito.

Et se attendendo alla seconda parte, cioe formando vn quesito, che contenga solo la seconda parte diremo.

Trouinsi due quantità, la somma delle quali, moltiplicata via la somma de' loro quadrati facci 20.

Et se anco vorremo fingere, che la minore sia data essere 3.poneremo poi la maggiore 1.co.i loro quadrati sono 9.& 1.ce.& in somma fanno 1.ce.p 9.che moltiplicato via 1.co. p 3.somma delle due quantità fa 1.cu.p 3.ce.p 9.co.p 27.ilche sarà eguale a 20. Cioe 1.cu.p 3.ce.p 9.co.p 7.eguale a 0.ilche è impossibile. Et questo occorre perche il 27.che viene ad essere il cubo di 3. posto essere la minore quantità è maggiore di 20.onde conuerria che il 3.fusse tale, che il suo cubo non arriuasse a 20.

Ma dato che la maggior quantità fusse 3.posta la minore 1.co.la somma de' loro quadrati è 9. p 1.ce.che moltiplicato via 3.p 1.co.somma delle due quantità fa pure 27.p 9.co.p 3.ce.p 1.cu. Et questo è eguale a 20.perilche si peruiene alla istessa Equatione d'1.cu.p 3.ce. p 9.eo.p 7. Eguale a 0.ilche essendo impossibile ci mostra, che anco la maggior quantità può essere 3. Et ben si vede, che essendo la maggior quantità 3. quando anco la minore fusse molto piccola, & quasi 0. il solo quad. della maggiore che saria 9. (non che la somma de' quadrati d'ambeaue, che saria piu di 9.) moltiplicato in essa sola maggiore 3. (nõ che nella somma d'ambeaue loro, che saria piu di 3.) faria 27. (cubo d'esso 3.) ch'è molto maggiore del 20.dato, però essa maggiore, conuiene che sia manco della rad.cuba del 20.dato.

Et se ponessimo essa maggior quantità essere 2. & la minore 1. co. la somma de' loro quadrati saria 4.p 1.ce.che moltiplicato via 2.p 1.co.somma de'le due quantità fa 8.p 2.ce.p 4.co.p 1.cu. ilche è eguale a 20. cioe 1.cu.p 2.ce.p 4.co. Eguale a 12. doue la co.vale manco d'1 1/3. però la minor quantità saria manco d'1 1/3.

Et ponendosi la minor quantità 2.& la maggiore 1.co. ancora la somma de' loro quadrati, & la somma delle due quantita sariano le istesse, & però il prodotto loro saria l'istesso, & però la istessa Equatione, ma all'hora perciò la co. valeria l'istesso, cioe manco d'1 1/3. (perche quando quante si vogliono dignità sono eguali a numero, la co. non può hauere se non vna sola valuta, che non si può variare essa valuta, perche accrescendosi, ò scemandosi ne seguiria, che ancora il valore delle dignita Algebratiche si accrescesse, ò scemasse, & cosi la somma loro si accrescesse, ò scemasse, onde ella non potria poi essere eguale al numero dato, al quale esse dignita si dicono essere eguali.) Et cosi il 2.non saria la minore quantita delle due, ma anzi la maggiore. Et ciò auuiene perche nella positione di 2. & 1.co. si viene a dire, che delle due quantita l'vna è 2.& l'altra 1.co.ne in essa positione occore cosa che facci conoscere, ò astringa il 2. essere la maggiore, ò la minore, poiche & esse due quantita, si sommano insieme, & anco i quadrati loro, le quali somme sono sempre le istesse ne variano, ò sia il 2 minore d'1.cosa, ò sia maggiore, onde nel proporre il quesito basta dire, che delle due quantita l'vna è 2. & si cerca l'altra.

2 2.p 1.co.	maggiore 3. 3.m 1.co.	minore 3.maggiore 3.p 1.co.
4 p 4.co.p 1.ce.	quadrati 9. 9.m 6.co.p 1.ce.	9. 9.p 6.co.p 1.ce.
8.p 4.co.p 1.ce.	differenza. 6.co.m 1.ce.	differenza de quad.1.ce.p 6.co.
via 4.p 1.co.	differenza delle quantita 1.co.	differenza delle due quãtità 1.?
fa 32.p 24.co.p 8.ce.p 1.cu.	prodotto 6.ce.m 1.cu.eguale a 10.	prodotto 1.cu.p 6.ce.
Eguale a 20. Cioe	cioe 6.ce.eguale a 1.cubo p 10.	Eguale a 10.
1.cu.p 8.ce.p 24.co.p 12.		
Eguale a 0.		

Digitized by Google

Et ben si vede,che se la minore si dicesse essere 2. il quesito saria impossibile, perche quādo l'altra maggiore (& però piu di 2.) fusse poniamo 2 $\frac{1}{0}$ $\frac{0}{0}$. il suo quad. saria piu di 4. che con il 4. quad. di 2. saria piu di 8. che moltiplicato via la somma delle due quantita,ch'è piu di 4. saria piu di 32. ch'è molto maggiore del 20. dato.

Ma della istessa impossibilita ci faria accorgere l'Algebra, se dicenposi pure la minore essere 2. poneremo poi che la maggiore sia 2. p̄ 1.co. che così si perverrria ad 1.eu. p̄ 8.ce. piu 24.co. piu 12. Eguale a 0. ch'è impossibile.

Ancora nel primo quesito dove si dice che il dutto della differenza delle due quantità, nella differenza de i quadrati loro è 10. potremo usare questo istesso modo di positione, che volendo la maggiore delle due quantita essere 3. la minore si potra dire essere 3. m̄ 1.co. & si perverrria a 6. ce. Eguale ad 1.cubo piu 10. Che ponendo la minore 3. & la maggiore 3. piu 1.co. si perverrrig ad 1.cu. piu 6.ce. Eguale a 10.)

Hora auertiremo, che con la Regola data da principio, hauendo trouato le due quantità cercate, essere l'vna maggiore r.c. $3\frac{1}{4}$. p̄ r.q.c. $\frac{1}{8}$. Et l'altra minore, il suo Residuo, cioe r.c. $3\frac{1}{4}$. m̄ r.q.c. $\frac{1}{8}$. Et poi anco in altro modo vedendo la maggiore essere r.c. L $7\frac{1}{2}$. piu r. $52\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$. 7 & la minore il suo Residuo r.c. L $7\frac{1}{2}$. meno r. $52\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$. 7 veniamo a conoscere, che ò due diuerse solutioni può hauere il quesito, cioe che si possono trouare due quantità che facciano quanto si propone, & poi anco due diuerse da quelli, Ouero (come è veramente il vero) che le due seconde sono l'istesse che le due prime, cioe che r.c. L $7\frac{1}{2}$. piu r. $52\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$. 7 è quanto r.c. $3\frac{1}{4}$. piu r.q.c. $\frac{1}{8}$. Et che similmente il Residuo r.c. L $7\frac{1}{2}$. meno r. $52\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$. 7 è quanto il Residuo r.c. $3\frac{1}{4}$. meno r.q.c. $\frac{1}{8}$. Et per chiarircene cubaremo r.c. $3\frac{1}{4}$. piu r.q.c. $\frac{1}{8}$. & vedendo che fa a punto $7\frac{1}{2}$. piu r.c. $52\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$. quanto anco è il cubo di r. L $7\frac{1}{2}$. piu r. $52\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$. 7 siamo sicuri che dette due quantità sono eguali, ò vogliamo dire significano, ò vagliono l'istesso, & che perciò $7\frac{1}{2}$. piu r $52\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$. è binomio cubo (*non ostante che la differenza de' quadrati delle sue due parti, cioe 56* $\frac{1}{0}$. *&* $52\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$. *qual differenza è* $4\frac{1}{0}$. *non sia numero cubo, come secondo l'opinione comune de i famosi Scrittori doueria essere essa differenza, accio si potesse tentare se il binomio sia cubo,*) & la sua r. cuba è r.c. $3\frac{1}{4}$. piu r.q.c. $\frac{1}{8}$. Onde si deue con ogni affetto ringratiare sommamente Iddio, che ci habbi illustrato l'intelletto a peruenire a tale cognitione, & tanto altamente accresciere ornamento alla Dottrina delle quantità, O se fossero hora fra noi gli Eccellentissimi Nonio, & Bombelli, ingegni admirabili, & alcuni simili, che hanno apportato immenso splendore ad essa Dottrina, & in ciò penfato anzi tenuto per certo, che simili Binomij non habbino rad. cuba particolare, & essere impossibile passare piu auanti in ciò (*come ci scorge massime da quello, che scriue il Nonio nel fine della sua Algebra*) quanto, ò quanto si rallegrarebbono come veri, & ingenui amatori della Scienza, vedendosi passar pure questi termini, & ampliarla di tanto, oltre ancora al loro pēsiero. per non hauere essi stante la bruietà della vita, hauuto quell'occasione, che hora il benignissimo Iddio si è compiaciuto concedere a me, che non è dubio alcuno, che ancor'essi di continuo sarebbono passati auanti a nuoue, & sottilissime speculationi; Dhe voi Giouani nobili di progenie, comodi di ricchezze, & robusti per vigorosa fanita del Corpo, adoprate questa tanta copia di Stromenti concessiui così liberalmente dalla Natura, ad illustrare i vostri intelletti, a nobilitare i vostri nomi, ad apportare ornamento alle Scienze, ad operar sempre a gloria di N. S. Dio, & giouamento vniuersale; & non lassate passar giorno fine linea, come ne ammonisce il saggio Platone, perche il tempo mai ritorna indietro, ò stà fermo, & se quello che si portia fare hoggi si aspetti a fare domani, si viene a perdere quello che (*hauendo operato hoggi*) si faria poi domani, & così si resta con tal dāno non mai più ricompensabile; Accendete, accendete gl'animi vostri al vero honore, & per consequenza alla salute (*che come dice il dottissimo Tasso nella Gierusalemme liberata.* *LA VIA d'HONOR della SALVTE è via*) che si acquistano cō l'operare virtuosamente, & con l'ornarui di Scienze Illustri, gioconde, & proficue; Sdegnateui, Sdegnateui dico di far dimora nell'otio ignobile, vile, & infame, che tende ad estinguere con tutti i beni, la Illustre Fama, & fa venire in disprezzo a tutti i buoni; Vdite quello, che dice l'istesso giudiciosissimo Tasso.

„ *La sopra l'erto, & faticoso colle* *Della Virtù riposto è il vostro bene.*
„ *Chi non gela, & non suda, & non si estolle* *Dalle uie del piacer la non peruiene.*

Ma torniamo al nostro quesito, & con l'occasione datoci da esso, mediante l'aiuto Diuino esercitando il discorso naturale, vadasi speculando come si possa trouare la causa, & Regola da conoscere come essi Binomij, & Residui siano Cubi, & come se ne troui la loro radice cuba. Onde cominciando dal considerare il modo di cubare vna quantita composta, ò imaginata, componersi da dui nomi, poniamo d'hauere a cubare A piu B. il qual cu. è q̄llo, che nasce a moltiplica-

re esso A piu B via il quadrato del medesmo A piu B. Ma il quadrato d'esso A. piu B consta, ò si compone di tre prodotti, che sono il quadrato di A. Il doppio di A via B. Et il quadrato di B.

Cubisi A piu B.

A piu B
via A piu B

quad.di A. Doppio di A.via B. quad.di B.
via A. piu B.

primo cubo di A. Secondo A.via il doppio di A.via **B.** Terzo A.via il quad.di B.
ouero A.via A.via il doppio di B.
cioe il quad.di A.via il doppio di B.

Quarto B.via il quad.di A. Sesto Cubo di B.

Quinto B via il doppio di A.via B.
cioe il quad.di B.via il doppio di A.

Ma il Secondo, & Quarto sono quanto il quad.di A.via 3.volte, ò via il triplo di B.

Ouero (che resulta l'istesso) sono quanto il dutto di B.nel triplo del quad.di A.

Ancora il Terzo, & Quinto sono quanto il quad. di **B.** via il triplo di **A.** ò vogliamo dire sono quanto il dutto di A.nel triplo del quad.di B.

Onde il Cubo di A.piu B. cioe il Cubo d'vn Binomio consta di quattro prodotti, che sono.

Il Cubo del primo nome, ò prima parte.

Il Cubo della seconda.

Il dutto della prima, nel triplo del quadrato della seconda.

Il dutto della seconda, nel triplo del quadrato della prima.

quali tre prodotti moltiplicati di nuouo per A.piu B.cioe ciascun d'essi per A.& anco per B. li 6. pro dotti saranno come si vede in margine, quali breuemente si riducono solo in 4. che sono. Il cubo di A. Il cubo di B. A.nel triplo del quad.di B. Et B. nel triplo del quadrato di A. Onde si conosce, che quando vna quãtità è diuisa in due parti. Il cubo d'essa quantità è eguale a quesli quattro prodotti, cioe. Al cubo della prima parte. Al cubo della seconda parte. Al dutto della seconda nel triplo del quadrato della prima. Et al dutto della prima parte nel triplo del quad.della seconda.

Concluso questo, noi prefata sopradetta quantità, ò binomio rad.c $3\frac{3}{4}$. piu r.q.c. $\frac{3}{8}$ r. per trouare il suo cubo, ò per cubarla la intenderemo diuisa nelle sue due parti r.c. $3\frac{3}{4}$. Et r.q.c. $\frac{3}{4}$ r $\frac{3}{8}$. & con esse formaremo i quattro prodotti, che denono componere il cubo d'essa quantità; Onde

Il cubo di r.c. $3\frac{3}{4}$ prima parte sarà $3\frac{3}{4}$. Il cubo di r.q.c. $\frac{3}{4}$ r $\frac{3}{8}$. seconda parte sarà r. q. $\frac{3}{4}$ r $\frac{3}{8}$. Ancora il dutto della prima parte nel triplo del quadrato della seconda è $3\frac{3}{4}$. Et il dutto della seconda parte nel triplo del quad.della prima è r.$42\frac{1}{16}$. quali quattro prodotti ristretti, & accomodati insieme si riducono in somma a $7\frac{1}{2}$. piu r. $52\frac{1}{16}$. Et questo è il cubo del binomio dato r.c. $3\frac{3}{4}$. piu r.q.c. $\frac{3}{4}$ r $\frac{3}{8}$. Et così sappiamo il prodotto trouato, cioe $7\frac{1}{2}$. piu r. $52\frac{1}{16}$. essere veramente binomio cubo, & per sua r.cuba hauere vn'altro binomio composto di r.c. & r.q.c. che è il detto r.c. $3\frac{3}{4}$. piu r.q c. $\frac{3}{4}$ r $\frac{3}{8}$. Et perciò similmente il suo Residuo $7\frac{1}{2}$. m r. $52\frac{1}{16}$. è Residuo cubo, & la sua r.cuba, è il Residuo r.c $3\frac{3}{4}$. m r.q.c. $\frac{3}{4}$ r $\frac{3}{8}$.

Cubisi r.c.$3\frac{3}{4}$. piu r.q.c. $\frac{3}{4}$ r $\frac{3}{8}$.

Il cubo della prima prima parte è $3\frac{3}{4}$.

Il cubo della seconda parte è r.q. $\frac{3}{4}$ r $\frac{3}{8}$.

Il quad.della prima parte è r.c. $\frac{3}{1}$ r $\frac{3}{16}$.

Il suo triplo è r. c. $\frac{6}{1}$ $\frac{0}{1}$ $\frac{7}{16}$. che ridutto a r.q.c.è r.q.c. $\frac{6}{1}$ $\frac{0}{1}$ $\frac{7}{16}$. via r. q. c. $\frac{6}{1}$ $\frac{0}{1}$ $\frac{6}{16}$. quale moltiplicata via r.q.c. $\frac{3}{4}$ r $\frac{3}{8}$. seconda parte fa rad.quadra cuba 3075 46875 che prefane la sua rad. 16. via 16. via 16. cuba, si riduce a rad.q. $\frac{6}{1}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{5}{16}$. ò vogliamo dire r.$43\frac{3}{4}$ r $\frac{3}{16}$.

Il quad. della seconda parte è r. cuba $\frac{3}{4}$ r $\frac{3}{8}$. il triplo d'esso è r.c. $\frac{2}{1}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{5}{16}$. che moltiplicato via r.c. $\frac{3}{4}$ r $\frac{3}{8}$. prima parte fa r.c. $\frac{1}{1}$ $\frac{5}{4}$. via $\frac{2}{1}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{5}{16}$. che per essere il $\frac{2}{1}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{5}{16}$. quanto il quad. di $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{4}$. si vede, che esso prodotto si riduce a $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{4}$.

2025

$\frac{6}{1}$ $\frac{0}{1}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{5}{16}$. via $\frac{6}{1}$ $\frac{0}{1}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{5}{16}$. via $\frac{3}{4}$ r $\frac{3}{8}$.

16

6075
25
151875
2025
3796875
303750
3075 46875

6 7 5

216
91546
84763
6783875
6783875

60 7
60 7
3600 49
3 3
10800 147
7 60
75600 8820
8820
343
84763

Digitized by Google

2025.
sommisi rad. $\frac{15}{48}$. con rad. $\frac{675}{16}$.
entra per rad. 81. cioe 9. volte
1
però nella somma entra 10. volte
onde r. 100. via rad. $\frac{21}{48}$.
fa rad. $\frac{625}{12}$. via rad. $52\frac{1}{12}$.

670	5
670	5
448900	25
3	3
1346700	75
5	670
6733500	50250
50250	
125	
6783875	

cioe a $3\frac{3}{4}$. Onde li quattro prodotti sono $3\frac{3}{4}$. radice $\frac{25}{48}$. & radice $42\frac{3}{16}$. ma la somma delli dui primi è $7\frac{1}{2}$. & la somma delli dui seguenti è ℞ $52\frac{1}{12}$. & però in tutto fanno $7\frac{1}{2}$. piu ℞ $52\frac{1}{12}$. che è il Cubo della quantità data.

Auanti mò che si passi ad altra consideratione potranno auuertire gli Studenti, che dalla cognitione del facil modo di cubare vna quantità supposta, ò imaginata diuisa in due parti, cioè dal sapere, che quando vna quantità si diuida in due parti, il cubo d essa quantità si compone, ò vogliamo dire è eguale a quattro prodotti, che sono; Il cubo della prima parte; Il cubo della seconda. Il dutto della prima parte nel triplo del quad. della seconda; Et il dutto della seconda nel triplo del quad. della prima; Si può anco venire in cognitione come conuersamente si troui la r. cuba de' numeri grandi quãto si voglino, con modo facile, & che sempre restarà in mente, mentre resti in mente la qualità, ò proprietà detta della quantità diuisa in due parti; dal quale esso modo di pigliare la rad. cuba de' numeri depende; Et per mostrarlo con vn simplice essempio. Sia proposto poniamo 84548609. da pigliarne, ò trouarne la rad. cuba, in esso puntate le sue figure a tre a tre, cominciando da man destra (*perche il cubo delli numeri contenuti da vna sola figura, cioè che non passano 9. è al piu di tre figure, & il cubo delli numeri contenuti da due figure, cioè da 10. a 99. è al piu di 6. figure, ma almeno di 4. figure. Et delli numeri contenuti da 3. figure, è al piu di 9. figure, & almeno di 7. figure, cioè di 7. ò di 8. ò di 9. figure; Et delli numeri contenuti da 4. figure, è di 10. 11. ò 12. Et delli contenuti da 5. figure, è di 13. ò di 14. ò di 15. & cosi seguendo di tre in tre*) perche il numero dato riceue 3. punti, sapremo, che il numero che sia la ℞ del dato sarà contenuto da 3 figure, delle quali la prima sinistra sarà la ℞ cuba di 84. che è 4. & auanza 20. hora per trouare la secõda figura da ponere sotto all'8. puntato, noi fingeremo di douer pigliare la ℞ cuba di 84548. solamente che contiene i dui punti sinistri, & che perciò la sua ℞ cuba sarà vn numero contenuto da due figure, delle quali la prima sinistra è il 4. già trouato, quale rispetto alla seguente da trouarsi hà significato di decine, & però

84548609	A 40	B 3	a 430	b 8	Per formare il denominatore del rotto.
4 3 8	40	3	430	8	
64	1600	9	184900	64	438
20548	3	3	3	3	439
15507	C 4800	37 E	c 554700	192 e	192282
5041609	B 3	40 A	b 8	430 a	3
4520672	D 14400	1080 F	d 4437600	82560 f	576846
$438\frac{520937}{576847}$.	F 1080		f 82560		1
	G 27		g 512	denominatore	576847
	H 15507		h. 4520672		

Ouero
1314
439
576846
1

Proua trouando il cubo dell'intiero 438.

438	439
438	439
191845	192721
1534752	1734489
575532	578163
767376	770884
84027672	84604512
520937	84027679
8454860	576847

differenza delli dui cubi prossimi, che è il denominatore del rotto.

significa 40. Questo 40. insieme con la figura da trouarsi, ò sia ella 1. ò 2. ò 3. ò 4. ò altra sino a 9. (ò sia ella zero) contenirà il total numero, che è ℞ cuba dell'84548. qual numero saria ò 41. ò 42. o 43. ò altro sino a 49. onde considerato il numero di due figure continente la ℞ cuba da trouarsi essere diuiso in

Digitized by Google

so in due parti, che siano il 40. A noto, & il B ignoto, ma da trouarsi, & sapendo, che il cubo d'vna quantità diuisa in due parti è eguale a 4. prodotti, che sono il cubo di A. Il cubo di B. Il dotto di B. nel triplo del quad. di A. Et il dutto di A. nel triplo del quadrato di B. conosciamo che dall'84548. cauando vno di questi 4. prodotti, cioe il cubo di A 40. qual cubo è 64000, cioè 64 milliara, che cauato dall'84. milliara, resta 20. milliara, alquale accompagnato il 548. fa 20548. che è il totale restante, in questo restante douerranno contenersi gli altri 3. prodotti, che sono il dutto di B. nel triplo del quad. di A. Il dutto di A nel triplo del quad. di B. Et il cubo di B. conuerrà dunque che B. sia tale figura (più grande che sia possibile) che con essa formati detti 3. prodotti la somma si possa cauare dal 20548. cioè non ecceda esso 20548. (perche eccedendolo il B. preso saria troppo) ma che resti manco che sia possibile, accioche il B comebisogna sia la maggior figura che si possa trouare; Onde fatto il triplo del quad di A, cioè moltiplic. A. 40. in se stesso, che fa 1600. & questo p 3. che fa 4800. & sia C, questo C, moltipl. poi p il B. che si trouarà sarà vno delli 3. prodotti detti, quale C hora 4800 pche egli nel 20548. dal quale si hà da cauar la somma delli 3. prodotti entra solo 4. volte, conosciamo che il B. quale si cerca non può essere più di 4. ma douerà essere 4. ò manco di 4. cioè ò 3. ò 2. &c. Onde ponendo egli essere 4. moltiplicato via C 4800. fa 19200. per vno delli 3. prodotti, & chiamiamolo primo. Ancora per il secondo, il triplo del quad. di esso B 4. è 48. da moltipl. con A. 40. & fa 1920. che con il primo prodotto (senza anco porui il terzo, che saria il cubo di esso 4.) fa più del 20548. perilche si vede, che questo 4. è troppo, poneremo dunque il B. essere solo 3. che moltiplicato via C 4800. fa 14400. per il primo prodotto, & la potiamo chiamare D. Ancora il quad. di esso 3. B è 9. che triplato fa 27. & questo moltiplicato per 40. A fa 1080. che è il secondo prodotto, & si può chiamare F. Et il terzo è il cubo di 3. B. cioè 27. quali 3. prodotti sommati insieme fanno 15507. che si può cauare dal 20548. però 3. è il vero B cercato, da ponere sotto all'8. puntato. Et dal 20548. cauato il 15507. scrittoli sotto resta 5041. Onde sin hora sappiamo la R cuba di 84548. essere 43. & auanzare 5041. Ouero considerando, ò hauendo rispetto al totale 845486 9. potremo dire, che la R cuba di 84548. milliara è 43. decine, & auanza 5051. milliara. Seguendo mò a trouare la seguente figura da ponere sotto al 9. puntato, rispetto alla quale, & chiamiamola b. il 43. a lei sinistro è 43. decine, cioe 430 fingeremo pure, ò così staremo, che il num. totale, quale hà da essere R cuba dell'84548609 sia diuiso in due parti, che sono il 430. a, & il b ignoto, onde il cubo d'esso num. totale, sarà eguale alla sõma de' quattro prodotti ordinarij, cioè al cubo di 430. al dutto di b nel triplo del quad. di 430. a. Al dutto di 430. a nel triplo del quad. di b. Et al cubo di b; Onde dall'84548609. essendo cauato il cubo di 430. a (che è vno de' quattro prodotti) nel restante quale è 5041. milliara, & il 609. di più, cioe è 5041609. douerannò contenersi li altri tre prodotti ordinarij detti; Hora formato il triplo del quad. di 430. egli è 554700. quale moltiplicato con il b ignoto produrrà il primo de' tre prodotti, & considerato che questo 554700. nel 5041609. entra 9. volte, ma auanza poco, talmente che il secondo, & terzo prodotto gionti al primo, la somma loro eccederia il 5041609. conosciamo che b. non può attribuire a 9. onde posto che sia 8. lo moltiplicaremo con il triplo del quad. di a, & fa 4437600. che è il primo prodotto; Ancora moltiplicaremo il triplo del quad. di 8. b, con 430. & fa 82360, che è il secondo prodotto, & il cubo di 8. b, cioe 512. è il terzo prodotto, quale sommato con gli altri dui detti, fa 4520672, & questo si può cauare dal 5041609. però 8. è la figura cercata da scriuere sotto al 9 puntato, & anco si scriua il 4520672. sotto al 5041609. cauandolo da lui, che resta 520937. & questo è il fine della operatione non vi essendo altre figure da trouare, ò altri punti da sottoscriuerui altre figure (che quãdo vi fussero altri punti quanti si voglino, noi nel modo istesso ad vna ad vna andaressimo trouando le figure da scriuerli sotto, & quando alcuna d'esse figure che si trouassero fusse zero, cioe o. all'hora la operatione che si faceste con essa saria similmente zero, & perciò non accaderia a cercarne 13. prodotti, che essi fariano in somma niente, & cauati dal numero che si haueste restaria l'istesso numero, onde accompagnateli le 3. seguenti figure del numero dato si cercaria al modo solito la figura da ponere sotto alla terza di dette 3. figure, qual terza figura è quella dal punto.) Et così haueremo trouato, che la R cuba dell'84548609. è 438. & auanza 520937. con il quale auanzo postolo per numeratore sopra ad vna riga, se vorremo formare il rotto per trouare il denominatore quale poniamo essere il numero in che il cubo del 438. trouato è seperato dal cubo di 439. intiero prossimo seguente; noi (come potremo dedurre dal discorso, che intorno a ciò si farà qui sotto) moltiplicaremo il 438. per il 439. & triplaremo il prodotto, cioe lo moltiplicaremo per 3. Onde haueremo 438.439. 3. da moltiplicare fra loro, perilche la operatione riuscirà molto breue, se moltiplicaremo il 438. per 3. & il prodotto 1314. che si troua senza fatica, moltiplicaremo poi per l'altro numero 439. Ouero moltiplicaremo 439. per 3. & il prodotto 1317. si moltiplicarà per 438. che in qual si vogli modo l'vltimo prodotto sarà 576848. al quale si giunge sẽpre 1.

che

che è il Cubo di 1. in che il 439. supera il 438.& fa 576847. quale per denominatore scriueremo sotto alla riga,& diremo la rad.cuba propinqua di 845 48609. ellere 438 $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{7}{7}$. Et così con questo modo mentre non ne hauessimo à memoria alcun'altro potremo trouare la rad.cuba di qual si vogli numero dato; Onde vediamo quanto beneficio si caua dalla sola cognitione della proprietà della quantità diuisa in due parti nel trouarne il suo Cubo mediante esse due sue parti con li quattro prodotti da loro dependenti, facilissima proprietà da mantenere nella memoria,& però da ridurei a memoria ancora facilmente le cose da lei dependenti.

Andremo mò discorrendo, ò considerando come si possa trouar modo facile da venire in cognitione della differenza de' Cubi di dui numeri intieri proßimi, cioe distanti fra loro nella sola mità.

Poniamo d'hauere 5.& 6. intieri proßimi da trouare la differenza de i Cubi loro; Fingasi il 6. maggiore essere diuiso in 5. (numero minore) & 1. (differenza d'essi 5. & 6.) & perciò sapremo che il cubo di 6. totale si compone da'4. prodotti, che sono; Il cubo di 5. Il cubo d'1. (parti dette del 6.) qual cubo d'1. è sempre 1. Il triplo del quad. di 1. che è sempre 3. moltiplicato via il 5. che però è sempre il triplo di 5. Et il triplo del quad. di 5. che hora è 75. moltiplicato via 1. (che è l'altra parte del 6.) qual produce sempre l'istesso triplo del quad. dell'altra parte, cioe hora 75. Onde da questi quattro prodotti lenato il cubo di 5. la somma delli altri 3. sarà la differenza del cubo di 5. al cubo di 6. ma essi 3. prodotti sono 75. 15.& 1. che il 75. è il triplo di 25. quad. di 5. Et il 15. è il triplo dell'istesso 5 ma il primo si può dire essere il dutto di 5. via 5. via 3. Et il secondo il dutto di 5. via 3. ma per comodità, & resulta l'istesso, diremo essere il dutto di 1. via 5. via 3. Onde il dutto di 5. via 5.& anco il dutto di 1. via 5. che è quanto in somma il dutto di 5.& 1. cioe di 6. via 5.& fa 30. si hà da moltiplicare sempre per 3 cioe triplarlo, che hora fa 90. & questo è la somma di 75.& 15. alla quale si deue poi giongere 1. che è sempre il cubo di 1. & fa hora 91.& questo 91. è la differenza di 125. a 216. cubi di 5.& 6. Di qui dunque potremo dedurne la regola dicendo.

Per trouare la differenza, che è dal cubo d'vn numero dato,& sia A 5. dal cubo dello a lui prossimo seguente maggiore per vna vnità,& sia B. che è 6. Moltiplichisi il dato 5. per il maggiore di lui in vna vnità, che è il B 6. & il prodotto 30. si tripli,& fa 90. al quale si gionga 1. (cubo d'1. differenza di A. al B.) & fa 91. per la differenza del cubo di 5. al cubo di 6. Et questo sarà il modo di formare il denominatore del rotto da accompagnare all'intiero nell'estrattione delle radici cube essendo numeratore l'auanzo della operatione, che perciò la propinqua r.c.di 126. farà 5 $\frac{1}{6}$. di 127. farà 5 $\frac{1}{6}$. & così nelli altri.

Et notisi, che questo modo serue a trouare la differenza de' cubi di dui numeri distanti fra loro in vna vnità, benche essi siano rotti,& misti come si vogli, come saria poniamo fra $\frac{1}{2}$. & 1 $\frac{1}{2}$. ò fra 5 $\frac{1}{8}$. & 6 $\frac{1}{8}$. ò fra 58 $\frac{1}{2}$. & 59 $\frac{1}{2}$. &c. Che per essempio fra 24 $\frac{1}{2}$. & 25 $\frac{1}{2}$. il dutto di 24 $\frac{1}{2}$. via 25. $\frac{1}{2}$. è (24. via 25. fa 600. & $\frac{1}{2}$. via 24. & 25. fa 24 $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. fa $\frac{1}{4}$. ilche tutto si fa a mente, & in somma è 624 $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{4}$. cioe 624 $\frac{3}{4}$.) 624 $\frac{1}{4}$. altriplo del quale, che 1924 $\frac{3}{4}$. giunto 1. fa 1995 $\frac{3}{4}$. & questo è la differenza, che si trouaria fra 14706 $\frac{1}{4}$. cubo di 24 $\frac{1}{2}$. a 16581 $\frac{3}{4}$. cubo di 25 $\frac{1}{2}$.

Con la istessa considerazione inuestigaremo la differenza de'Cubi di qual si voglino altri dui numeri, poniamo di 5.& 13. supponendo il 13. diuiso in 5.& 8. che il cubo di 8. differenza di 5.& 13. è 512. Il triplo del quad. di 8. moltiplicandolo per 5. fa 8. via 8. via 3. via 5. Et il triplo del quad. di 5. moltiplicandolo via 8. fa 5. via 3. via 8. quali dui prodotti vanno sommati insieme; Et perche in l'vno, e in l'altro vi è 3. via 5. cioe il triplo di 5. che è 15. il primo sarà 8. via 8. 15. volte. Et il secondo 5. via 8. 15. volte, cioe 64.& 40. 15. volte, cioe 104. 15. volte, che fa 1560. al quale giunto 512. cubo dell'8. fa 2072. differenza de' Cubi di 5.& 13. Onde perche 8. via 8.& 5. via 8. è quanto 13. via 8. cioe il dutto del 13. totale in 8. differenza, qual dutto và moltiplicato per 15. triplo di 5. numero minore; Si vede per Regola potersi dire.

24 $\frac{1}{2}$.	25 $\frac{1}{2}$.
49	51
49	51
2401	2601
16807	13005
117649	132651
	117649
8 |	15002
	1875 $\frac{1}{4}$.

Dati dui numeri, (ò quantità) per trouare la differenza de i Cubi loro. Moltiplichisi il maggiore per la differenza de' dui numeri (cioe 24. via 9. (essendo i dui numeri dati 15.& 24.) & il prodotto (360.) si moltiplichi via il triplo del minore) cioe hora per 45.) & al prodotto (hora 16200.) si giunga il cubo della differenza de' dui numeri (cioe hora il cubo di 9. che è 729.) che la somma (hora 16910.) sarà la differēza de'cubi de'dui numeri dati; ò siano essi intieri, ò rotti, ò misti, ò altre quantità come si voglino, poiche il discorso astratto è fatto in vniuersale.

Digitized by Google

Tornando hora al noſtro Binomio A. $7\frac{1}{2}$. piu rad. $52\frac{1}{4}$. (quale ſappiamo eſſere cubo, & la ſua rad.cuba eſſere il Binomio B.rad.c.$3\frac{1}{2}$. piu r.q.c.$\frac{1}{8}$. vediamo che al ſolito cauando $52\frac{1}{4}$. quad.della parte minore da $56\frac{1}{4}$. quad. della parte maggiore reſta $4\frac{1}{6}$, quale non è numero cubo, cioe la r.c del quale non è num.ſimplice, ma è rad.cuba $4\frac{1}{6}$.& nel medeſimo r.c.$\frac{1}{6}$.4.ci accorgiamo eſſere differenti li dui quad. di r.c.$3\frac{1}{2}$. & r.q.c.$\frac{1}{8}$. che ſono le due parti del Binomio B. quali dui loro quad. ſono r.c.$\frac{1}{2}\frac{1}{6}$.& r.c.$\frac{1}{2}\frac{1}{8}$. (che r.c.$\frac{1}{2}\frac{1}{6}$.& r.c.$\frac{6}{2}\frac{1}{8}$. nella quale la r.c.$\frac{1}{2}\frac{1}{8}$. entra per r.c.27. cioe volte 3. & però nella differenza loro entrará vna volta manco, cioe entrará ſolo 2.volte, cioe per r.c.8. perilche moltiplicando r.c.8. via r.c.$\frac{1}{2}\frac{1}{6}$.che fa r.c.$4\frac{1}{6}$.queſta è la differenza d'eſſi dui quadrati.) Onde ſi può notare,che ſi come nelli Binomij(ò reſidui) cubi ordinarij compoſti di numero,& rad.quadra, ancora le loro rad. cube ſono compoſte di numero, & radice quadra; perche in eſſi Binomij cubi la differenza de' quadrati delle parti loro è num.cubo; Similmente nel ſopradetto $7\frac{1}{2}$.piu r.$52\frac{1}{4}$.perche la r.c. della differenza de' quad. delle due parti è rad.cuba $4\frac{1}{6}$. queſto ci moſtra,che quando egli ſia Binomio cubo conuerrá che la differenza delli quadrati delle due parti nel Binomio,che deua eſſere ſua rad.cuba ſia non numero ſimplice,ma r.c.$4\frac{1}{6}$.& perciò biſognará,che la ſua maggior parte ſia rad.cuba,& l'altra ſia rad. quadra riſpetto a queſta, cioe ſia r.q.cuba, coſi come nel Binomio $7\frac{1}{2}$.piu.rad.$52\frac{1}{4}$.la minor parte è rad.quadra riſpetto alla maggiore.

Cubiſi ℞ c.$3\frac{1}{2}$.p̃ ℞ q.c.$\frac{1}{8}$.al modo ordinario.

℞ c.$2\frac{1}{2}$.p̃ ℞ q.c.$\frac{1}{2}$.

℞ c.$\frac{1}{8}$.p̃ ℞ c.$\frac{1}{8}$.

la ℞ c.$\frac{1}{8}$. nell'altro entra volte ℞ cu. 27. cioe 3.volte, pero neila ſomma loro entrará volte 4. che per perciù 4. cioe ℞ c.64.via ℞ c.$\frac{1}{8}$.fa ℞ $3\frac{1}{2}$.

di ℞.cuba $3\frac{1}{2}$. il doppio è ℞ cuba 30. che è ℞ quadra cuba 900. quale via ℞ quadra cuba $\frac{1}{8}$.fa ℞ quadra cuba $\frac{1}{8}\frac{8}{8}\frac{7}{4}$.cioe ℞ quadra cuba $468\frac{3}{4}$. il quad.dunque del Binomio dato è ℞ cuba $33\frac{1}{4}$.p̃ ℞ quadra cuba $468\frac{3}{4}$.da moltiplicare via ℞ cuba $3\frac{1}{2}$.p̃ ℞ q.c.$\frac{1}{8}\frac{6}{4}$.

℞ cuba $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{0}{0}$. cioe ℞ cuba 125.cioe 5.quale con $2\frac{1}{2}$.prodotto delle ſeconde parti fa $7\frac{1}{2}$. & queſto con ℞ $52\frac{1}{4}$. ſomma de' dui prodotto tranſuerſali fa $7\frac{1}{2}$. piu radice $52\frac{1}{4}$.& queſto è il toral prodotto che è il cubo del binomio dato ℞.c.$3\frac{1}{2}$.p̃ ℞ q.c.$\frac{1}{8}\frac{6}{4}$.

Hora per venire all'inuentione del modo di trouare la ℞ cuba de' Binomij cubi ſimili ſia che ſi dica.

Pigliſi la ℞ cuba di $7\frac{1}{2}$. p̃ ℞ $52\frac{1}{4}$., noi perche queſto Binomio è contenuto da rotti lo moltiplicaremo per comodità per vn num.tale che gli riduca ad intieri, & perciò biſogna che nel ſuo quad.cioe in eſſo ri dotto a forma di ℞ entri il 12. denominatore del rotto $\frac{1}{4}$. della ℞ $52\frac{1}{4}$. & perciò il numero da adoprare potrá eſſere 6. che moltiplicato per il $7\frac{1}{2}$. lo riduce ad intiero 45.& eſſendo gli 236. moltiplicando con eſſo la rad.$52\frac{1}{2}$. la riduce tall'intiera rad. 1875.& coſi haueremo 45. p̃ rad. 1875 che ſará ſeſſuplo cioe 6.volte quanto il dato Binomio $A.7\frac{1}{2}$. p̃ rad.$52\frac{1}{4}$. ò vogliamo dire conuerſamente il Binomio A. dato ſará l'$\frac{1}{6}$.del C 45. p̃ rad.1875. Onde trouata che ſia la rad. cuba del C. la doueremo partire per la rad. cuba del 6. moltiplicante adoprato, cioe per rad. cuba 6. (perche la proportione d'vn cubo C. ad vn'altro cubo A. è triplicata, a quella che è dal lato del C. al lato dell'A) che l'auenimento ſará la rad.cuba del Binomio A dato.

625

℞ q.c.$\frac{1}{8}\frac{8}{4}\frac{7}{4}$.via ℞ q.c.$\frac{1}{8}\frac{6}{4}$.

16.

fa ℞ q.c.$\frac{1}{1}\frac{6}{4}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. cioe ℞ c.$\frac{1}{8}\frac{2}{4}$.

cioe $5\frac{1}{2}$.cioe $2\frac{1}{2}$.

℞ c.$\frac{1}{8}\frac{2}{4}$.è ℞ q.c.$\frac{1}{8}\frac{2}{4}\frac{1}{6}$.via ℞ q.c.$\frac{1}{8}\frac{8}{4}\frac{7}{4}$.

46875

3750

fa ℞ q.c.$\frac{1}{8}\frac{2}{4}\frac{1}{6}\frac{8}{4}\frac{7}{4}$.

cioe ℞ q.$\frac{7}{4}$.cioe ℞ q.$18\frac{3}{4}$.

625 3

℞ c.$\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{0}{4}$.è ℞ q.c.$\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{0}{4}\frac{0}{0}$.via ℞. q.c.$\frac{1}{4}\frac{8}{4}$.

fa r.q.$\frac{1}{2}\frac{5}{4}$.cioe r.q $8\frac{1}{4}$. 3.

rad.$18\frac{3}{4}$.ſommandola con rad.$8\frac{1}{4}$.cioe radice $\frac{7}{4}$.cõ rad.$\frac{1}{2}\frac{1}{4}$.cioe rad.$\frac{2}{2}\frac{5}{4}$.con rad.$\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{0}{4}$. la rad.$\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{0}{4}$. entra nell'vna 15. volte, & nell'altra 10.volte.pero nella ſomma loro entra 25.volte, onde 25. cioe rad.625. via rad.$\frac{1}{2}\frac{0}{4}$. fa r.$52\frac{1}{4}$. che è la ſomma.

Et perche la rad.cuba del dato Binomio A.è r.c.$3\frac{1}{2}$. piu r.q.c.$\frac{1}{8}\frac{6}{4}$. vediamo che moltiplicando queſto per detta r.c.6.il prodotto r.c.$22\frac{1}{2}$.piu r.q.c.$18\frac{3}{4}$.& chiamiamolo D.douerá eſſere la rad. cuba del C. 45. piu rad. 1875. andiamo dunque conſiderando come ſi deua operare acciò ſi troui queſta r.c.$22\frac{1}{2}$. piu r.q.c. $18\frac{3}{4}$. Onde nel 45. piu rad. 1875. cauando il quad. della minor par-

Digitized by Google

parte dal quad. della maggiore, cioe 1875. da 2025. & resta 150. la rad.cuba di questo 150. (se bene esso 150.non è numero cubo,cioe se bene la rad.cuba d'esso 150.nõ si può esplicare per simplice numero) cioe r.c.150.è a punto la differenza de'quadrati delle due parti r.c. $22\frac{1}{2}$. & r.q.c. $18\frac{1}{4}$.quali formano il Binomio D. (che essi quadrati sono r.c.$506\frac{1}{4}$ & r.c.$18\frac{1}{4}$. & r.c.$18\frac{1}{4}$.in r. c.$506\frac{1}{4}$.cioe r.c. $7\frac{1}{2}$.in r.c. $2\frac{1}{2}$.entra per r.c.27.cioe 3.volte,però entrarà nella differenza loro solo 2.volte,cioe per r.c.8.onde moltiplicando r.c.$\frac{7}{4}$.per r.c.8.il prodotto r.c.150.sarà la differenza loro.) Et perciò si può notare, che si come nelli Binomij (ò Residui) cubi compositi di numero, & rad.quadra, quali hanno per loro rad. cube Binomij pure, compositi di numero, & quadra auuiene,che in essi Binomij cubi la differẽza delli quad.delle loro due parti è numero cubo,cioe la sua rad.cuba è numero rationale,& perciò i Binomij che sono loro rad.cube, sono cõposti di numero,& rad.quadra (perche dico in essi la differenza de i quadrati delle loro due parti è numero cubo) similmente ancora nel sopradetto 45. piu rad. 1875. perche la rad.cuba della differenza de i quadrati delle sue due parti è non numero rationale, ma r.c. 150. questo ci mostra,che douendo esso C.45. piu rad.1875.essere Binomio cubo,& perciò hauere per rad.cuba vn Binomio D.conuerrà,che li quadrati delle due parti di esso D.siano differenti in detta rad. cuba 150.& che perciò la prima parte maggiore sia rad.cuba, & la seconda minore douerà essere, non rad. cuba (perche a cauare il quad.della minore, che sarà rad.cuba dal quad.della maggiore, che saria r.c.deue restare r.c 180. ne seguiria, che esse r.c.mostranti i quadrati d'esse parti fussero communicanti fra loro, potendosi cauare l'vna dell'altra, & perciò anco communicanti fra loro douerianno essere le rad cube, dalle quali deriuassero essi quadrati, cioe le r.c.mostranti le due parti del Binomio D. perilche esse due parti si potriano sommare insieme, & ridurre in vna sola r.c cioe in vna particolare quantità,o ide esso D.non saria Binomio, ma vna simplice quantità, ilche non può stare, poiche a cubare vna simplice r. c. ne resultaria vn numero (cioe il numero d'essa rad.cuba, che a cubare poniamo r.c.12. ne resulta 12.) & non alcun Binomio C. ò vogliamo dire; Quando si ponesse il Binomio D.essere contenuto da due rad.cube.& siano a,& b, li loro quadrati c,& d.che sariano pure rad.cuba, hauriano per numeri, dui numeri quadrati, & acciò che la minore d, si possa cauare dalla maggiore c, (douendo restare dalla sottratione rad.cuba (che hora saria rad.cuba 150.) conuiene che il numero di d, entri nel numero di c, per alcun numero cubo e, ma anco vi entrarà per alcun numero quadrato (poiche a partire numero quadrato per numero quadrato, l'auenimento di necessità quadrato) onde il numero cubo e, saria anco quadrato, & però quadro cubo, per il che del numero e,la sua rad.quadra sarà f.numero cubo;ma se a partire il quadrato e,per il quadrato d,ne viene c, ne segue,che a partire la rad.quadra di e,per la rad quadra di d,cioe a partire il numero a, per il numero b,ne venga la rad.quadra dell'auenimento e,& sia f, ma perche il numero e, è quadrato cubo,la sua rad.quadra f,sarà numero cubo;onde a partire il numero a,per il numero b, ne verrà f, numero cubo, perilche è chiaro, che a partire la rad.cuba a. per la rad.cuba b,ne viene vna rad. cuba, che hauerà per numero f cubo, & perciò essa rad. cuba si potrà esplicare per numero, & perciò la rad.cuba b, si potrà sommare con la rad.cuba a, (essendo elle communicanti, che la b, entra nella a, per il numero, che è rad. cuba del numero f,) onde il composto delle rad.cube a,& b,non sarà binomio,ma vna sola rad.cuba) ma rad.quadra rispetto ad essa rad.cuba,cioe douerìa essere r.q.c.(che è r di r.c.) così come nel Binomio C,la minor parte rad.1875.è rad.quadra rispetto alla maggiore 45. Veduto dunque,che delle due parti del Binomio D. da trouarsi, la maggiore deue essere & cuba,& la minore & q.c Et che la differenza de'quadrati loro (che saranno due & cube) deue essere & c.150.cioe $5\frac{1}{4}$.& più; Noi per trouare con giudicio esse parti,considereremo che il Binomio C 45.piu & 1875.è 88.& più,& perciò la sua rad. cuba è $4\frac{1}{4}$. & più,perilche il Binomio C,douerà significare, ò valere alquanto più di $4\frac{1}{4}$. Onde conuerrà trouare due quantità, cioe vna rad.cuba, & vna r.q.c. tali che la somma loro importi alquanto più di $4\frac{1}{4}$.& la differenza de'quadrati loro sia vna rad.cuba.che importi alquanto più di $5\frac{1}{4}$. cioe sia r.c.150. quale r.c.150. è comunicante à ciascuno delli dui quadrati d'esse due quantità, ò parti del D. ciascuno de' quali quadrati è vna r c. Cioe conuerrà diuidere $4\frac{1}{4}$. G & alquanto più in due parti tali N,& O,che i loro quadrati siano differenti in $5\frac{1}{4}$. & alquanto più T, & per farlo cõ qualche Regola, la potremo dedurre dall'Algebra supponendo vn questito simile in intieri, perilche poniamo che si dica. Diuidasi 10.in due parti tali, che la differenza de' loro quadrati sia 60. Noi per comodità posto la maggiore essere la mità di 10. & 1. ½ di più, cioe 5.più 1. ½, la minore

a rad.cuba 48.	b.rad.cuba 6.
c rad.cuba 2304.	d rad.cuba 36.
e rad.cuba 64.	
f rad.cuba 8.	
a rad.cuba 48.	b rad.cuba 6.
f rad.cuba 8 cioe 2.	

però rad.cuba 162. è il composto di a, & b.

sarà

Digitized by Google

sarà 5.meno 1.ꝛ,la differenza de'loro quadrati 25.piu 10.ꝛ,piu 1.ƶ& 25.m̃ 10.ꝛ,piu 1.ƶ,è 20.ꝛ, ilche è eguale a 60.dato,però la ꝛ vale 3 onde esse parti saranno 5.piu 3.& 5.m̃ 3.cioe 8.& 2. Et perche il 10. numero delle ꝛ con il quale si parte sempre il 60. dato è sempre il doppio del 10. da partire, vediamo la Regola essere questa.

Proposta vna quantità per diuiderla in due parti tali,che la differenza de'quadrati loro,sia vn numero dato.

Partasi esso numero dato per il doppio della quantità proposta,& l'auenimento si giunga,& caui alla mita di detta quantità proposta,che i dui resultanti saranno le due parti cercate.

Et se per diuidere il 10.ꝛ hauessimo posto la parte maggiore essere 1.ꝛ, & la minore 10.m̃ 1.ꝛ; Il quad.maggiore saria 1.ƶ,& il minore 100.m̃ 20.ꝛ piu 1.ƶ,che cauato da 1.ƶ, resta 20.ꝛ, meno 100.& è eguale a 60.onde accomodato il meno si haurà 20.ꝛ eguale a 160.& però la ꝛ valerà 8. che è la parte maggiore restando 2. la minore, & qui perche il 20. numero delle ꝛ,è pure il doppio di 10.proposto,& il 160.partito per 20.è il composto di 60.numero dato,con 100.quadrato del 10.proposto,vediamo che anco si può dare la Regola così.

Partasi la somma del numero dato con il quadrato del proposto, per il doppio del proposto, che l'auenimento sara la parte maggiore del numaro,ò quantita proposta.

Ma ponendo la parte minore essere 1.ꝛ, & la maggiore 10.m̃ 1.ꝛ, dal suo quad.100. m̃ 20.ꝛ, piu 1.ƶcauato 1.ƶ quad. della minore,resta 100.m̃ 20.ꝛ,& sara eguale a 60.onde cauato 60. da ciascuna parte, & accomodato il meno, haueremo 20.ꝛ eguale a 40. (Et qui si vede, che conuiene che il 60.dato sia minore del quadrato del 10. proposto, acciò il quesito sia solubile) però la ꝛ valera 2.& è la parte minore, restando 8. per la maggiore. Et di qui deriuando la regola si potra dire; Cauisi il numero dato dal quad.del proposto,& il restante,si parta per il doppio del proposto, che l'auenimento sara la parte minore.

Hora adoprando poniamo la prima di queste regolette per diuidere circa $4\frac{1}{7}$.che è il propoPo G.in due parti tali,che i quadrati loro siano differenti in circa $5\frac{1}{4}$.che è il dato. Partiremo circa a $5\frac{1}{4}$.dato,per circa $8\frac{1}{3}$.doppio del proposto G, che ne viene circa a $\frac{6}{10}\frac{3}{4}$. ma diciamo circa a $\frac{7}{10}$.da giongere,& cauare a circa a $\frac{8}{10}$.mita del circa $3\frac{1}{4}$.proposto,& ne resulta circa a $2\frac{3}{10}$.& circa a $1\frac{7}{10}$.per le due parti cercate,perilche il valore della ℔ cuba significante la parte maggiore del Binomio sarà circa a $2\frac{7}{10}$.& il valore della ℔ q.c. significante la parte minore sarà circa a $1\frac{7}{10}$. il quadrato dunque di questa parte minore valerà circa a $2\frac{1}{2}$. & perche sarà vna ℔ cuba ella potrà essere circa a ℔ cuba 16. (ma auertasi, che gia non può essere precise ℔ cuba 16. perche questa ℔.cuba 16. saria il quad.di ℔ cuba 4. & non il quad.di vna ℔ q.c.) Et perche questa ℔ cuba quadrato della parte minore ha da essere comunicate (come anco il quad. della parte maggiore) alla ℔ cuba 150 differenza de'quadrati d'esse due parti,cõuerrà che a partire l'vna per l'altra ne venga numero rationale, & però hora a partire rad cuba 150. maggiore per l'altra,ne douera venire numero rationale,& conuersamente con qual'che numero rationale partendo ℔ c.150.ne douera venire la ℔ c.che è quadrato della parte minore; Et perche la ℔ c. 150.si vede che contiene la circa a ℔ c.16.per circa ℔ c.9.ma diciamo per circa a ℔ c.8.che è.2. si vede questo numero rationale potere essere circa a 2. (come anco si può conoscere da principio considerando,che il circa $5\frac{1}{4}$. valore di ℔ c.150. contiene circa a 2.volte il circa $2\frac{1}{2}$. quadrato del circa $1\frac{7}{10}$ che si vede essere il valore della parte minore del Binomio D. che cerchiamo) posto dunque che sia 2. cioe ℔ c.8. con esso partiremo ℔ c.150. & ne viene ℔ c.$18\frac{3}{4}$. & questo douerìa essere il quad della parte minore del Binomio D. però essa parte minore saria ℔ q.c. $18\frac{3}{4}$. Et quanto alla maggiore giongendosi ℔ c.150. differenza de' quadrati delle due parti; a ℔ c.$18\frac{3}{4}$.quadrato della minore,& la somma sara 3. volte la minore (perche la ℔ c.150. la contiene 2. volte) cioe il dutto di ℔ c.$18\frac{3}{4}$. via ℔ c.27. & fa ℔ c.$506\frac{1}{4}$. che douerìa essere il quad. della ℔ c.che è parte maggiore del Binomio D.però conuerra che il $506\frac{1}{4}$.sia numero quad. acciò possa essere a proposito,ma a punto egli è quad.& la sua ℔ q.è $22\frac{1}{2}$.perilche vediamo, che ℔ cuba $22\frac{1}{2}$.moltiplicata in se stessa produrra detta ℔ c.$506\frac{1}{4}$. per suo quad. Onde questa ℔ c.$22\frac{1}{2}$. douerra essere la parte maggiore del Binomio D.egli dunque (essendo a proposito, cioe se il dato Binomio C. sia cubo) sara ℔ c.$22\frac{1}{2}$. piu ℔ q.c. $18\frac{3}{4}$. Lo esamineremo dunque, & vedremo se il suo cubo forma il C.& perche a puto lo forma saremo sicuri,che esso C.è binomio cubo, & che la sua ℔ cuba,è ℔ c.$22\frac{1}{2}$. piu ℔ q.c.$18\frac{3}{4}$. Questo mò partiremo per ℔ c.6.& l'auenimẽto ℔ c.$3\frac{3}{4}$.piu ℔ q.c.$\frac{3}{4}\frac{1}{8}$.sara la ℔ cuba del Binomio A.

L'accorto Studente accomodi mò questi discorsi, & ponga con ordine conueniente formandosene egli Regola succinta,perche io non hò potuto fare altro hauendo scritto in tempi discontinui, & con intelletto disordinato da continue eccessiue molestie, onde è anco marauiglia, ch'io habbi potuto fare tanto, ma legga,anco lo Studente il seguente discorso intorno al trouare

nare la radice cuba del sopradetto Binomio, quale hò trouato scritto in vn'altra mia bozza.

Per trouare il Binomio A, che hà da essere la R cuba del Binomio A 45. piu R 1875. perche i numeri 45. & 1875. (della R) che sono le parti del Binomio A. sono intieri, sapremo che anco i numeri della radice cuba, & radice quadra cuba delle due parti del Binomio R. che si cerca douueranno essere intieri, ò al piu misti con rotti d'$\frac{1}{2}$. nella rad. cuba, & con quarti nella radice quadra cuba, ma sariano bene poi di necessità intieri se il Binomio 45. piu radice 1875. si moltiplicasse per alcun numero paro, poniamo per 2. che ne resultaria 90. piu radice 7500. B. la radice cuba del quale saria il Binomio S. che si produceße a moltiplicare per la radice cuba di questo 2. cioe per radice cuba 2. il Binomio R. il rotto $\frac{1}{2}$. che fusse nella radice cuba del quale moltiplicato per 2. si leuaria, & il rotto quarti, che fusse nella radice quadra cuba d'esso moltiplicato pure per radice cuba 2. cioe per radice quadra cuba 4. si leuaria medesmamente. Onde se hauendo formato il Binomio B. 90. piu radice 7500. doppio all'A. 45. piu radice 1875. la radice cuba del quale B. douerà essere vn Binomio S. composto di radice cuba, & radice quadra cuba, i numero delle quali sue due parti saranno intieri, vorremo cercare esse parti, consideraremo, che i quadrati delle due parti del B. del quale si cerca la radice cuba, cioe 8100. & 7500. sono differenti fra loro in 600. la radice cuba della quale differenza è radice cuba 600. ilche ci mostra i quadrati delle due parti del Binomio S. che cerchiamo douere essere differenti fra loro in radice cuba 600. (che non arriua a $8\frac{1}{2}$.) Et perche il Binomio B. importa quasi 177. perilche la sua radice cuba importarà poco piu di $5\frac{1}{2}$. conuerrà che il valore delle due parti del Binomio S. sia poco piu di $5\frac{1}{2}$. & la prima parte sia radice cuba di numero intiero, & la seconda sia radice quadra cuba similmente di numero intiero, i quadrati delle quali parti sia differenti fra loro in manco di $8\frac{1}{2}$. Onde se poneremo la prima parte essere radice cuba 40. che è manco di $3\frac{1}{2}$. l'altra douerà essere piu di 2. (che resta fino al piu di $5\frac{1}{2}$.) però douerà essere piu di radice quadra cuba 64. i loro quadrati sono radice cuba 1600. & piu di rad. cuba 64. cioe circa a $11\frac{1}{2}$. & quattro in circa differenti, cioe in circa $7\frac{1}{2}$. che è molto manco dell'$8\frac{1}{2}$. in circa in che deuono essere differenti; però aggrandiremo la prima parte accioche il suo quadrato douenti piu differente dal quadrato dell'altra parte, che sarà poi minore, & perciò potremo ponere, che la prima parte sia rad. cuba 42. ò rad cuba 45. &c.

Ma per cercare queste due parti, che deuono formare il Binomio S. con saldo giudicio, consideraremo, che douendo elle essere tali, che il quadrato Q. della minore (hora radice quadra cuba 75. che per quadrato hà radice cuba 75.) cauato dal quadrato T. della maggiore (hora radice cuba 45. che per quadrato hà radice cuba 2025.) resti radice cuba 600. conuiene che il quadrato Q. sia comunicanta al quadrato T. accio si possa cauare esso Q. dal T. cioe conuiene che il Q. entri in T. per alcun numero astratto di volte, dal quale numero cauato la vnità, il numero astratto restante (cioe libero da denominatione di radice d'alcuna sorte) sarà il numero delle volte, che il medesmo quadrato Q. minore entra nella differenza d'essi quadrati, con il qual numero astratto poi moltiplicato il quadrato Q. minore, il prodotto sarà la differenza d'essi quadrati, onde hora douendo la differenza de' quadrati Q. & T. essere radice cuba 600. si vede che essa radice cuba 600. nasce dal moltiplicare il quadrato Q. per alcun numero astratto (ò sia egli intiero, ò con rotto) conuien dunque conuersamente, che a partire essa radice cuba 600. per quel numero astratto incognito ne venga il quadrato Q. della parte minore, onde essa radice cuba 600. è comunicante al quadrato Q. & perciò anco al quadrato T. hora mediante questa cognitione sapendo ancora che la parte minore deue essere alquanto piu di 2. cioe alquanto piu di radice quadra cuba 64. & però il suo quadrato alquanto piu di radice cuba 64. partiremo la radice cuba 600. per alcun numero cubo tale, che ne venga alquanto piu di 4. cioe alquanto piu di radice cuba 64. che preso radice cuba 8. cioe 2. essa radice cuba 8. in radice cuba 600. entra per radice cuba 75. che è piu di radice cuba 64. non eccedendo di molto il 4. come deue fare il quadrato Q. però posto il quadrato Q. essere radice cuba 75. la sua radice ò parte minore del Binomio S. sarà rad. quadra cuba 75. hora al suo quadrato, che è rad. cuba 75. giontorad. cuba 600. la somma douerà essere il quadrato della parte maggiore, onde per trouarla diremo rad. cuba 75. in rad. cuba 600. entra 2. volte, però nella somma d'ambedue ella entra 3. volte, & 3. cioe radice cuba 27. via radice cuba 75. fa radice cuba 2025. però questo saria il quadrato della prima parte, perilche bisogna, che 2025. sia numero quadrato, ma egli è ben quadrato, & la sua radice è 45. però la radice di radice cuba 2025. è radice cuba 45. & questa saria la prima parte, che importa poco piu di $3\frac{1}{2}$. quale con radice quadra cuba 75. che è poco piu di 2. fa poco piu di $5\frac{1}{2}$. come sappiamo douere essere il valore del Binomio S. perilche per chiarirci intieramente se questa radice cuba 45. piu rad. quadra cuba 75. trouato fia il vero Binomio S. ò radice cuba del dato B. lo cubaremo

Digitized by Google

& vedremo se forma il B. onde per formare la parte maggiore del Binomio, che sia il cubo di questo trouato, noi al cubo della parte maggiore rad cuba 45. qual cubo è 45. giongeremo il duplo del triplo del quad. della parte minore nella maggiore, cioe il dutto di rad cuba 45. nel triplo di rad. cuba 75. (che rad. cuba 45. via rad. cuba 75. fa rad. cuba 3375. cioe 15. che moltiplicato per 3. fa 45.) & è 45. quale con l'altro 45. cubo della prima parte fa 90. & questo 90. è a punto il numero, ò parte maggiore del Binomio B. dato. Et per formare la parte minore cubaremo la parte minore rad. quadra cu. 75. del Binomio S. & fa rad. 75. ancora moltiplicaremo detta parte minore per il triplo del quad. della parte maggiore, ouero il quad. della parte maggiore, qual quad. è rad. cuba 2025. lo moltiplicaremo per la parte minore r.q.c. 75. cioe r.q.c. 4100625. (ridotto la rad. cuba 2025. a r.q.c.) via r.q.c. 75. & fa r.q.c. 307546875. che si riduce a r.q. 675. quale moltiplicaremo per 3. cioe per r.q. 9. & fa R 6075. da giungere alla rad. 75. sopradetta, cubo della parte minore, che per farlo vediamo, che R 3. entra in R 75. per volte 25. che è 5. & in rad. 6075. entra per volte per 2025. che è 45. però nella somma entra volte 5. & 45. cioe volte 50. perilche moltiplicando essa essa rad. 3. per 50. cioe per rad. 2500. fa rad. 7500. per la somma cercata, & questa rad. 7500. è l'altra parte minore del Binomio, che è il cubo dell'S. quale rad. 7500. perche è a punto eguale alla parte minore del Binomio B. dato, conosciamo intieramente, che la sua rad. cuba è il Binomio rad. cuba 45. p̃ r.q.c. 1875. sopradetto.

Cubisi questo Binomio A rad. cuba 6. p̃ rad. cuba 2. composto da due rad. cube.

Il cubo della prima parte è 6. Il quad. della seconda parte è R cuba 4. che via la prima R cuba 6. fa rad. cuba 24. & questo triplato fa rad. cuba 648. Ancora il cubo della seconda parte è 2. Di più il quad. della prima parte è rad. cuba 36. che via la seconda rad. cuba 2. fa rad. cuba 72. & questo triplato fa rad. cuba 1944. perilche accompagnati insieme questi quattro prodotti, ma do uentaranno tre, sommando insieme li dui numeri 6. & 2. che fanno 8. haueremo rad. cuba 1944. p̃ rad. cuba 648. più 8. qual Trinomio è il cubo del Binomio A. rad. cuba 6. più rad. cuba 2. Et così vediamo che a cubare vn Binomio composto di due rad. cube, se non forma vn Trinomio contenuto da due rad. cube, & da vn numero rationale; Ma notisi la proprietà che visi scorge, & è che tal proportione è dal numero 6. al numero 2. delle rad. cube 6. Et rad. cuba 2. che formano il Binomio A. qual proportione è anco dal numero 1944. al numero 648. che formano le due rad. cube nel Trinomio cubo, & il suo numero rationale 8. che è la somma di 6. & 2. cubi delle due parti dell'A. viene perciò a formarsi dalla somma di dui numeri, che hanno fra loro la istessa proportione, qual hora è come da 3. ad 1.

Et perche si vede, che li 1944. & 648. nascono a moltiplicare li 72. & 24. per vn'istesso 27. & per ciò essi 72. & 24. hanno la istessa proportione delli 6. & 2. delli quali 72. & 24. il primo 72. nasce a moltiplicare il qual. del primo 6. per il secondo 2. Et il secondo 24. nasce a moltiplicare il quad. del secondo 2. per il primo 6. Si conosce, che di dui numeri M. & N. proposti a moltiplicare il quad. del primo M. per il secondo N. & nascane P. Et a moltiplicare il quad. del secondo N. per il primo M. & nascane R. questi P R. ritengono la istessa proportione che li proposti, cioe da P. ad R. sarà come da M. ad N. Ilche anco si può dimostrare così.

Siano proposti M. & N. ma (per comodità, & per più facile intelligenza dandoli nome di numeri, & non di lettere dell'Alfabeto, non per pigliare essi nomi di numeri come particolari numeri, ma come simplici nomi presi a beneplacito, douendo essere la dimostratione vniuersalissima al modo Mathematico) diciamo 5. & 7. i loro quadrati sono 25. & 49. de' quali il 25. primo, moltiplicato per 7. secondo fa 175. primo. Et il 49. secondo, moltiplicato per 5. primo, fa 245. secodo, si dice che da 175. primo, a 245. secondo è come da 5. primo a 7. secondo. Perche deriuando il primo 175. da moltiplicare il primo 5. per 5. & il prodotto per 7. che sono i dui numeri proposti; perche essi 5. & 7. moltiplicati insieme fanno 35. ne segue che a moltiplicare esso 5. primo per 5. & il prodotto per 7. è quanto se esso 5. primo in vna sola moltiplicatione si moltiplicasse per 35. che pure produce il 175. primo. Et deriuando il secondo 245. dal moltiplicare il secondo 7. per 7. & il prodotto per 5. che sono i medesmi dui numeri proposti, quali pure moltiplicati insieme, fanno il medesmo 35. detto, ne segue similmente, che a moltiplicare esso 7. secondo per 7. & il prodotto per 5. è quanto se esso 7. secondo in vna sola moltiplicatione si moltiplicasse per 35. che pure produce il 245. secondo. Onde si può dire, che a moltiplicare li proposti 5. & 7. ciascuno d'essi per vn'istesso numero 35. se ne producono 175. & 245. Ma quando quanti numeri, ò quantità si voglino, si moltiplicano per vn'istesso numero, ò quantità, i prodotti per ordine ritengono fra loro la istessa, ò istesse proportioni che hanno fra loro i moltiplicati, però è chiaro, che la proportione di 175. a 245. è come da 5 a 7. proposti.

Ci accorgiamo perciò, che dato vn Trinomio cubo, composto da due rad. cube, & da vn numero rationale, si può facilmente trouare il Binomio A. che sia la rad. cuba d'esso. Diuidendo il

numero

Digitized by Google

numero rationale del Trinomio in due parti, che habbino fra loro la proportione delli dui numeri delle due rad. cube d'esso Trinomio, che le rad. cube poi d'esse due parti trouate saranno le due parti che formano il Binomio A. Onde dato poniamo il Trinomio cubo rad. cuba 22815. p̃ rad. cuba 8775. p̃ 18. per trouare il Binomio A. sua rad. cuba, vedremo che proportione è da 22815. a 8775. che schifando essi numeri si ridurranno a 13. & 5. Et hora diuideremo il 18. numero del Trinomio in due parti, che habbino la proportione di 13. a 5. cioe diremo se 18. somma di 13. & 5. da esse parti 13. & 5. che darà per parti il 18. numero del Trinomio. Et darà 13. & 5. per l'che le rad. cube d'essi 13. & 5. cioe rad. cuba 13. & rad. cuba 5. saranno le parti che formano il Binomio A. però egli sarà rad. cuba 11. p̃ rad. cuba 5. & esso A. è la rad. cuba del Trinomio dato. Et anco senza schifare li numeri 22815. 8775. si può dire, se 31590. sóma loro, da essi 22815. 8775. sue parti, che darà 18. numero del Trinomio, & operando si vedrà che egli darà 13. & 5. però ℔ cuba 13. p̃ ℔ cuba 5. sarà il Binomio A. Ouero, perche del Trinomio le due ℔ cube, sono l'vna il triplo del dutto del quadrato della prima parte del Binomio A. nella seconda parte. Et l'altra è il triplo del dutto del quadrato della seconda parte del Binomio A. nella prima parte, partendo noi esse ℔ cube per 3. cioe per ℔ cuba 27. che ne deriuano ℔. cuba 845. & ℔ cuba 325. sappiamo che de i due numeri delle due ℔ cube, che sono parti del Binomio A. da trouarsi, il numero della seconda moltiplicato nel quadrato del numero della prima deue fare 845. Et che il numero della prima moltiplicato nel quadrato del numero della seconda deue fare 325. Et di più, che il numero della prima al numero della seconda deue hauere la proportione istessa, che ha 845. a 325. Onde si possa dire;

Trouinsi dui numeri nella proportione di 845. a 325. ò schifando di 169. a 65. ò (schifando di nuouo di 13. a 5. tali, che il dutto del quad. del primo nel secondo facci 845. Et che il dutto del quadrato del secondo nel primo facci 325. benche in questi casi i numeri che saranno atti al produ. re l'vno 845. saranno anco atti al produrre l'altro 325. Onde basta solo seruirsi d'vno de i dui dutti, poniamo del 325. Che posto essi numeri essere 13. ☍, & 5. ☌, il dutto di 25. ♋ quad. del secondo 5. ♋, in 13. ☍ primo, fa 325. ♋, & questo è eguale a 325. dato, però 1. ♋ è eguale ad 1. Et la ☍ vale ℔ cuba 1. cioe 1. onde i dui numeri posti 13. ☍, & 5. ☌ saranno 13. & 5. Et le loro ℔ cube, cioe rad. cuba 13. & rad. cuba 5. saranno le due parti del Binomio A. che è rad. cuba del Trinomio proposto.

Se vorremo formare delli Trinomij cubi composti da due ℔ cube, & da numero rationale, & cõpiaccia che il numero rationale sia vn dato numero, noi potremo diuidere esso numero in due parti ineguali come si vogli, & le rad. cube d'esse due parti accompagnate insieme, formaranno il Binomio A. che hà da essere rad. cuba del Trinomio da formarsi; Onde moltiplicando il quad. della parte maggiore del Binomio per la minore, il triplo del prodotto sarà la rad. cuba maggiore del Trinomio. Et moltiplicando il quad. della parte minore del Binomio per la maggiore, il triplo del prodotto sarà la rad. cuba minore del Trinomio; Onde volendosi poniamo che il numero rationale del Trinomio sia $1\frac{1}{4}$. Se lo diuideremo in $\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{8}$. il composto delle loro rad. cube, cioe rad. c. $\frac{3}{8}$. p̃ rad. cuba $\frac{1}{8}$. sarà il Binomio A. il Trinomio cubo del quale trouando al solito come s'è detto sarà ℔ c. $12\frac{3}{4}$. $\frac{3}{64}$. p̃ ℔ c. $9\frac{1}{16}$. $\frac{1}{64}$. p̃ $1\frac{1}{2}$.

Et diuidendo l'$1\frac{1}{4}$. in 1. & $\frac{1}{2}$. il composto delle loro ℔ cube, cioe ℔ cuba 1. piu ℔ c. $\frac{1}{2}$. cioe 1. p̃ ℔ cuba $\frac{1}{2}$. sarà vn Binomio A. il Trinomio cubo del quale trouato al solito sarà r. c. $13\frac{1}{2}$. piu ℔ cuba $6\frac{3}{4}$. p̃ $1\frac{1}{4}$.

Et pigliando 4. per numero rationale del Trinomio, diuidendolo poniamo in 3. & 1. il composto delle rad. cube de' quali gionte insieme, fanno ℔ c. 3. p̃ 1. questo sarà vn Binomio A. il Trinomio cubo del quale vedremo essere ℔ c. 243. p̃ ℔ c. 81. p̃ 4.

Et preso 10. per numero rationale del Trinomio se lo diuideremo in 8. & 2. le loro ℔ cube giõte insieme formaranno 2. piu ℔ c. 2. per Binomio A. il Trinomio cubo del quale sarà ℔ c. 3456. p̃ ℔ cuba 864. p̃ 10. ò vogliamo dire (ponendo la quantità mezzana in mezo) sarà ℔ cuba 3456. piu 10. piu ℔ cuba 864. & qui si vede il numero 10. essere maggiore d'vna delle due ℔ cube del Trinomio.

Ma se diuideremo il 10. in 9. & 1. il composto delle loro ℔ cube, cioe il Binomio A. sarà r. c. 9 p̃ 1. essendo il suo Trinomio cubo r. c. 2187. p̃ 10. p̃ r. c. 243.

Et diuiso il 10. in $9\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. il Binomio A. sarà r. c. $9\frac{1}{2}$. p̃ r. c. $\frac{1}{2}$. Et il suo Trinomio cubo sara r. c. $3218\frac{3}{8}$. p̃ 10. p̃ r. c. $64\frac{1}{8}$.

Et se per numero rationale del Trinomio pigliaremo $24\frac{1}{6}$. diuidendolo in 24. & $\frac{1}{6}$. Il Binomio A. sarà rad. cuba 24. p̃ rad. cuba $\frac{1}{6}$. & il suo Trinomio cubo sarà $24\frac{1}{3}$. p̃ r. c. 12592. p̃ r. c. 18. Che qui il numero $24\frac{1}{6}$. è la parte maggiore del Trinomio.

Ancora preso per numero rationale del Trinomio $32\frac{1}{64}$. se lo diuideremo in 32. & $\frac{1}{64}$. le loro rad.

Digitized by Google

ro rad. cube gionte insieme formaranno ℞ cuba 32.p $\frac{1}{4}$. che sarà il Binomio A. il Trinomio ò cubo del quale si vedrà essere $32\frac{1}{4}$. p ℞ cuba 332. p ℞ cuba $\frac{7}{8}$.

Et vediamo che simili Trinomij cubi composti da numero rationale, & due ℞ cube, possono hauere per ℞ cube diuersi Binomij A. composti, ò da ℞ cube, ò da ℞ cuba, & numero, ò da numero, & rad. cuba.

Et di sopra quando haueßimo il Binomio A. ℞ cuba 13. p rad. cuba 5. se lo partiremo per vna delle sue due parti, & sia per ℞ cuba 5. che ne verrà ℞ cuba $2\frac{3}{4}$. p rad cuba 1. cioe rad. cuba $2\frac{3}{4}$. p 1. questo Binomio B. sarà rad. cuba d'vn Trinomio, che nasca a partire quel Trinomio cubo ℞ cuba 22815. p rad. cuba 8775. p 18. per il cubo della rad. cuba 5. partitore adoprato, cioe per 5. (perche dal lato al lato è la rad. cuba di quella proportione, che è dal cubo al cubo, cioe poniamo dal lato 3. del cubo R. al lato 5 del cubo S. è quella proportione di $\frac{3}{5}$. che è rad. cuba di quella proportione di $\frac{3}{1}\frac{3}{2}\frac{7}{5}$. che è dal cubo R. 27. al cubo S. 125.) onde nascendone rad. cuba $182\frac{1}{3}\frac{3}{5}$. p ℞ cuba $70\frac{1}{3}$. p $\frac{3}{5}$. questo è il Trinomio cubo, che hà per ℞ cuba il detto Binomio B rad. cuba $2\frac{3}{5}$. piu 1.

Et se l'A. rad. cuba 13. piu ℞ cuba 5. haueßimo partito per l'altra parte rad. cuba 13. l'auenimento rad. cuba 1. piu ℞ cuba $\frac{1}{3}$. cioe 1. piu rad. cuba $\frac{1}{3}$. saria vn Binomio C. quale verria ad essere rad. cuba d'vn Trinomio T. rad. cuba $10\frac{5}{3}$. piu ℞ cuba $3\frac{1}{3}\frac{8}{5}$. piu $1\frac{1}{3}$. che nasce a partire il primo il Trinomio rad. cuba 22815. piu rad. cuba 8775. piu 18. per 13. cubo di detta radice cuba 13.

Et se dato esso Trinomio T. si volesse cercare la sua ℞ cuba, che non fosse nota, noi come s'è detto, diuideressimo il suo numero $1\frac{5}{3}$. in due parti tali, che habbino la maggiore alla minore la proportione di $10\frac{5}{3}$. a $3\frac{1}{3}\frac{8}{5}$. Et all'hora anco conuerrà (accioche il Binomio T. sia cubo) che il quadrato della minore moltiplicato per la maggiore facci $\frac{1}{3}\frac{3}{5}$. che è quello, che nasce a partire $3\frac{1}{3}\frac{8}{5}$. per 27. Ouero che il quadrato della maggiore moltiplicato per la minore facci $\frac{1}{3}\frac{3}{5}$. che è quello, che nasce a partire $10\frac{1}{3}$. per 27. Onde ponendo essa proportione di $10\frac{5}{3}$. a $3\frac{1}{3}\frac{8}{5}$. in intieri, che sarà fra $\frac{1}{3}\frac{3}{5}$. & $\frac{1}{3}\frac{7}{5}$. cioe fra $\frac{1}{3}\frac{7}{5}$. & $\frac{1}{3}\frac{7}{5}$. cioe fra 1775 & 675. cioe fra 351. & 135. cioe fra 39. & 15. cioe fra 13. & 5. & hora per diuidere $1\frac{5}{3}$. in due parti di tal proportione diremo fe il composto di 13 & 5. cioe 18. dà per parti 13 & 5. che darà $1\frac{1}{3}\frac{3}{5}$. cioe $\frac{1}{3}\frac{3}{5}$. & subito vediamo, che darà $\frac{1}{3}\frac{3}{5}$. & $\frac{5}{3}\frac{1}{5}$. cioe 1. & $\frac{1}{3}$. che le loro ℞ cu. cioe 1. & ℞ cuba $\frac{1}{3}$. douerranno essere le parti del Binomio A. che sia la rad. cuba del Trinomio T. quando egli sia cubo, per il che accioche esse due parti siano a proposito, cioe accioche si conosca il Trinomio T. essere veramente cubo, & che il Binomio 1. piu rad. cuba $\frac{1}{3}$. sia la sua rad cuba, cõuerrà che il quadrato della parte maggiore 1. moltiplicato per la parte minore rad. cuba $\frac{1}{3}$. facci l'$\frac{1}{3}$. di rad. cuba $10\frac{5}{3}$. che è la rad. cuba maggiore del Trinomio; Et che anco il quadrato della parte minore rad. cuba $\frac{1}{3}$. moltiplicato per la parte maggiore 1. facci l'$\frac{1}{3}$. di rad. cuba $3\frac{1}{3}\frac{6}{5}$. che è la rad. cuba minore del Trinomio; Onde moltiplicando 1. quadrato d'1. parte maggiore dell'1. piu rad. cuba $\frac{5}{3}$. per rad. cuba $\frac{5}{3}$. parte minore fa rad. cuba $\frac{5}{3}$. & questo è a punto l'$\frac{1}{3}$. di rad. cuba $10\frac{5}{3}$. ò vogliamo dire, & questo moltiplicato per 3. cioe per rad. cuba 27. fa a punto rad. cuba $10\frac{5}{3}$. parte maggiore del Trinomio, come anco moltiplicando rad. cuba $\frac{1}{3}\frac{2}{5}$. quad. di rad. cuba $\frac{1}{3}$. parte minore del Binomio per 1. parte maggiore, fa rad. cuba $\frac{1}{3}\frac{2}{5}$. che triplato fa a punto rad. cuba $\frac{9}{3}\frac{7}{5}$. cioe ℞ cuba $3\frac{1}{3}\frac{6}{5}$. parte minore del Trinomio, & cosi siamo sicuri che esso Trinomio è cubo, & che hà per rad. cuba il Binomio 1. piu rad. cuba $\frac{1}{3}$.

Cubiß. A. rad. cuba 960. ℞ q. c. 1800.

Il cubo della prima parte è 960. Il quadrato della seconda parte è rad. cuba 1800. Il suo triplo moltiplicato via la prima rad. cuba 960. fa rad. cuba 1800. via rad. cuba 960. via 3. Cioe rad. cuba 225. via 2. via rad. cuba 120. via 2. via 3. che è rad. cuba 2700. via 12. cioe 30. via 12. che fa 360. Et questo giunto a 960. cubo della prima parte fa 1320. che è la prima parte del Binomio C. quale hà da essere il cubo dell'A dato. Quale C. sarà anch'esso Binomio, poiche rad. cuba 1728000 cioe 120. dutto della prima parte rad. cuba 960. in rad. cuba 1800. quad. della seconda parte è comunicante a 960. cubo della prima parte. Ilche auuiene sempre, che il dutto della prima parte nel quadrato della seconda parte, & però il suo triplo è comunicante al cubo della prima parte. Ancora il cubo della seconda parte d'A. è rad. quadra 1800. Et il quad. della prima parte è ℞ cuba 921600. che ridotto a ℞ q. c. per moltiplicarlo via la seconda parte, fa ℞ q. c. 921600. via ℞ q. c. 921600. & questo moltiplicato via la seconda parte ℞ q. c. 1800. & il prodotto triplato, cioe moltiplicato per 3. fa ℞ q. c. 921600. via ℞ q. c. 921600. via ℞ q. q. c. 1800. via 3. Cioe ℞ q. c. 512. via ℞ q. c. 1800. via ℞ q. c. 512. via ℞ q. c. 1800. via ℞ q. 1800. via 3. Delli quali 6. prodotti, li 3. ℞ q. c. 1800. ℞ q. c. 1800. ℞ q. c. 1800. hauendo ciascun d'essi per numero vn medesimo

Digitized by Google

desmo 1800. & essendo tre, il prodotto loro viene ad essere il cubo d'vno d'essi, & però è la quadra 1800. annullandosi l'altro denominatore di rad.c. Et perche delle r.q.c. 512. & r.q.c. 512. ciascuno de'numeri loro è cubo, elle si ridurranno a r.q.8. Et r.q.8. & così si haurà r.q.8. via r.q.8. via r.q.1800 via 3. Ma r.q.8. via r.q.8. fa 8. & questo via 3. fa 24. però si ridurranno a r.q.1800. via 24. Et perche questo si hà da sommare con il cubo della seconda parte, che è rad.q. 1800. la somma farà vna volta di più essa rad quadra 1800. cioe farà 25. volte rad. quadra 1800. onde moltiplicando 25. cioe rad. 625. via rad. 1800. il prodotto rad. 1112500. farà l'altra parte del Binomio C. onde egli farà 1320 piu rad. 1112500. quale è il cubo dell'A. dato r.c. 960. piu rad. quadra cuba 1800.

Ancora per cubare facilmente il dato Binomio A. rad. cuba 960. piu r.q.c. 1800. noi potiamo in vece sua cubare vna parte d'esso, cioe partirlo per vn numero, ò quantità comoda a beneplacito, poniamo hora per rad. cuba 30. (che è r.q.c. 900.) che ne viene rad. cuba 32. piu r.q.c. 2. & chiamiamolo D. & cubare hora questo D. (che il cubo della prima parte è 32. Il quadrato della seconda parte è rad. cuba 2. che moltiplicato via la prima r.c. 32. fa r.c. 64. cioe 4. & questo triplato fa 12. da giogere al 32. cubo della prima parte, & fa 44. per prima parte del Binomio S. che farà il cubo del D.

Ancora il quad. della prima parte r.c. 32. è r.c. 1024. che ridotta a r.q.c. & moltiplicato per r° q.c. 2. seconda parte, & il prodotto triplato si haurà r.q.c. 1024. via r.q.c. 1024. via r.q.c. 2. via 3° che per comodità (partendo le due prime quantità per r.q.c. 2.) diremo essere r.q.c. 512. via r.q.c. 2. via r.q.c. 512. via r.q.c. 2. via r.q.c. 2. via 3. ma il dutto fra loro delle tre r.q.c. 2. è r.q. 2. Et r.q.c. 512. è r.q. 8. come anco l'altra r.q.c. 512. è r.q. 8. onde finalmente haueremo r.q. 8. via r.q. 8. via r.q. 2. via 3. Di queste il prodotto di r.q. 8. via r.q. 8. è 8. & moltiplicato via il 3. fa 24. & così haueremo r.q. 2. via 24. questo si hà da giongere al cubo di r.q.c. 2. seconda parte, qual suo cubo è r.q. 2. perilche 24. volte r.q. 2. con vn'altra volta r.q. 2. farà 25. volte r.q. 2. cioe r. 625. via r. 2. che produce r. 1250. & questo sarà l'altra parte del Binomio S. egli dunque sarà 44. piu rad. 1250. che è il cubo del D. r.c. 32. piu r.q.c. 2. Questo S. mò si douerà moltiplicare per il cubo della r.c. 30. con che si partì l'A. per ridurlo al D. cioe si moltiplicarà per 30. & fa 1320. piu r.q.c. 1125000. per il Binomio C. che è cubo dell'A. dato.

Si può anco auertire nel cubare il Binomio A. r.c. 960. piu r.q.c. 1800. che douèdo la prima parte del C essere q̃l num. (1320.) che si cõpone dal cubo della prima parte dell'A. che è il num. 960. & dal prodotto che nasce a moltiplicare il triplo del quad. della seconda parte, qual quad. & suo triplo è r.c. nella prima parte. che è r.c. cõuiene che il num. di questo prodotto, che è r.c. sia num. cubo, acciò esso prodotto si possa ridurre a num. semplice da giungere al cubo della prima parte, che pure è num. semplice, che nõ hauendo il Binomio A. dato (cõposto da r.c. & r.q.c.) questa qualità il C. cubo d'esso A. non saria Binomio (cõposto da num. & r.q.) ma saria quadrinomio; Et il Binomio A. dato haurà le conditioni dette, & il suo cubo sarà pure Binomio; Quando il num. della parte moltiplicato nel num. della seconda parte produrrà num. cubo (perche il quad. della seconda parte (che è r.q.c.) sarà vna r.c. dell'istesso num. quale douèdosi moltiplicare nella prima parte che è r.c. il prodotto che è r.c. acciò si possa ridurre a num. rationale, & che perciò il suo triplo non pure numero rationale perche si possa giongere con il cubo della prima parte, che sarà pure numero rationale) conuiene che il numero d'essa r.e prodotto sia numero cubo.) Onde preso vn numero cubo a beneplacito, & partitolo per qual numero ci piacerà, l'auenimento, & il partitore potranno essere l'vno, ò l'altro, il numero della r.c. & l'altro, ò l'vno il num. della r.q.c. che accompagnati insieme formaranno vn Binomio A, il cubo del quale sarà vn'altro Binomio C. contenuto da numero, & rad.q. auertendo però, che il partitore, che si adopri non sia numero cubo ne quadro cubo, ò tale, cioè delle dui partitore, & auenimento quello che si vorrà adoprare per radice cuba non sia cubo, perche all hora tal quantità si potria ridurre a numero rationale, & quello che si vorrà adoprare per r.q.c. non sia ne quadro, ne cubo, ne cubo, ne quadro, accio che essa r.q.c. nõ si possa ridurre a num. rationale a r.q. ne a r.c. ma sia veramẽte r.q.c. irrationale.

Per essempio preso poniamo 8. numero cubo, partendolo per 2. ne viene 4. però potremo adoprare il 4. come rad.c. (che per q.c. non si può adoprare, essendo egli quadrato, cioè non si può dire r.q.c. 4. che questo si ridurria a r.c. 2.) & il 2. come rad. quad. cub. & così il Binomio A. potrà essere rad.c. 4. p̃ r.q.c. 2. Et il suo cubo C. farà 10. p̃ rad. 98.

Ouero se pigliaremo per r.c. parte dell'A. quali vorremo, poniamo r.c. 10. & con il suo nu. 10. partiremo vn nu. cubo a beneplacito tale, nondimeno, che l'auenimento non sia ne quadro (che partendo 1000. che ne viene 100. che è quadrato) & sia poniamo 125. che ne viene $12\frac{1}{2}$. Ouero 8. che ne viene $\frac{8}{1}$. ouero 64. che ne viene $6\frac{4}{1}$. ouero $15\frac{5}{8}$. che ne viene $1\frac{9}{16}$. (ma questo non è a proposito, perche $1\frac{9}{16}$. è numero quadrato, & però r.q.c. $1\frac{9}{16}$. significaria r.c. $1\frac{1}{4}$.) all'hora

Digitized by Google

l'altra parte del Binomio A. saria ℞ q.c. $12\frac{1}{2}$.ò ℞ q.c. $\frac{4}{1}$. ò ℞ q.c. $6\frac{1}{2}$. Et cosi il Binomio A. saria rad. cuba 10. p̃ ℞ q.c. $12\frac{1}{2}$.ò rad. cuba 10. p̃ ℞ q.c. $\frac{4}{1}$.ò rad. cuba 10. p̃ ℞ q.c. $6\frac{1}{2}$. Et se essendo pure rad. cuba 10. vna parte del Binomio A. pigliaremo il numero cubo 8000. che partito per 10. ne viene 800. all'hora l'altra parte del Binomio A. sarà ℞ q.c. 800. & esso Binomio A. sarà rad. cuba 10. p̃ ℞ q.c. 800. ma essendo ℞ q.c. 800. maggiore di rad. cuba 10. si dirà ℞ q.c. 800. p̃ rad. cuba 10. & per formare il Binomio C. noi per adoprare numeri piccoli comodi, potremo partire questo A per rad. cuba 5. (che è ℞ q.c. 25.) & ne deriuarà ℞ q.c. 32. p̃ rad. cuba 2. & chiamiamolo B. & lo cubaremo chiamando il suo cubo D. quale poi moltiplicaremo per il cubo di radice cuba 5. cioè per 5. & il prodotto sarà il Binomio C. cubo dell'A. Onde per cubare il B. diremo il cubo della prima parte ℞ q.c. 32. è ℞ q. 32. Ancora il quadrato della seconda parte rad. cuba 2. è rad. cuba 4. da moltiplicare con la prima parte ℞ q.c. 32. cioè ℞ q.c. 16. via ℞ q.c. 32. & fa ℞ q.c. 512. che è ℞ q. 8. da triplare. & fa ℞ q. 72. che si giunge à ℞ q. 32. cubo della prima parte, & fa ℞ 2. via 6. via p̃ 4. cioè via 10. che fa ℞ q. 200. & è la prima parte del Binomio D. Et seguendo diremo, il cubo di rad. cuba 2. seconda parte del B. è 2. Ancora il quadrato della prima parte ℞ q.c. 32. è ℞ c. 32. da moltiplicare con la seconda parte rad. cuba 2. & fa rad. cuba 64. cioe 4. da triplare, & fa 12. questo si giunge al 2. cubo della seconda parte, & fa 14. per la seconda parte del Binomio D. & cosi egli sarà ℞ 200. p̃ 14. questo moltiplicaremo hora per 5. & fa ℞ 5000. p̃ 70. per il Binomio C. cubo dell'A. ℞ q.c. 800. p̃ ℞ c. 10.

Hora conuersamente se dato il Binomio C. ℞ 5000. p̃ 70. vorremo trouare la sua rad. cuba, cioè il Binomio A. diremo i quadrati di queste due parti del C. sono differenti in 100. però in rad. cuba 100. douerannno essere differenti i quadrati delle due parti dell'A, cioè in poco manco di 5. Et perche il C. importa poco più di 140. l'A sua rad. cuba douerà importare poco più di rad. cuba 140. che è poco più di 5. onde le parti dell'A. importariano circa a 3. & circa a 2. che faccino più di 5. & che i loro quadrati siano circa a 9. & circa a 4. che siano differenti in poco mãco di 5. Et perche la parte minore circa a 2. hà da essere ℞ cuba, & comunicante a rad. cuba 100. differenza delli quadrati delle due parti, se la poneremo ℞ cuba 7. ò rad. cuba 9. i quadrati rad. cuba 49. ò rad. cuba 81. non saranno comunicanti con ℞ cuba 100. ma ponendo la rad. cuba 10. vediamo che il suo quadrato rad. cuba 100. è comunicante con rad. cuba 100. differenza detta, che entra in essa 1. volta precise. Onde rad. cuba 10. potrà essere la parte minore del Binomio A. al quadrato della quale che è ℞ cuba 100. gionto ℞ cuba 100. differenza detta fa ℞ cuba 800. che saria il quadrato della parte maggiore, & però ella doueria essere la ℞ di questa rad. cuba 800. cioè doueria essere ℞ q.c. 800. che accompagnato alla ℞ cuba 10. farà ℞ q.c. 800. p̃ rad. cuba 10. quale doueria essere il Binomio A. Onde essaminandolo, & cubandolo vedremo, che il quadrato della parte maggiore è rad. cuba 800. quale moltiplicato con la minore rad. cuba 10. fa rad. cuba 8000. cioe 20. il suo triplo è 60. & gionto a 10. cubo della seconda parte ℞ cu. 10. fa 70. che è a punto la parte minore del Binomio C. Et cosi anco trouaremo, che seguendo al solito ne riuscirà la parte maggiore ℞ 5000. d'esso C. (che il cubo della parte maggiore è ℞ q. 800. Il quadrato della parte minore è rad. cuba 100. quale moltiplicato via la parte maggiore ℞ q. cuba 800. cioe ℞ q.c. 10000. via r.q.c. 800. fa r.q. 8000000. cioe r.q. 200. il suo triplo è r.q. 1800. da giõgere al quadrato detto della parte maggiore, cioe a r.q. 800. che la somma farà r.2. via 30. p̃ 20. cioè via 50. cioè via r.2500. che fa r.q. 8000.) perilche saremo sicuri il Binomio C. essere cubo, & che la sua r.c. è r.q.c. 800. p̃ r.c. 10. A. sopradetto.

Ancora essendo proposto il Binomio A. r.q.c. 3868. p̃ r.c. 12. volendo vedere se il suo cubo sarà ancor egli Binomio; moltiplicaremo il numero della r.q.c. con il numero della r.c cioe 3868. via 12. & produce 46516. quale vedremo se è numero cubo; che andando vn punto sotto al 6. destro, abbracciando il 46. sinistro, la r.c. del quale 46. sinistro è 3. B. con auanzo, potremo considerare senz'altra operatione, che douendo essere il 46516. numero cubo, perche egli termina in 6. conuerrà che la sua rad. cuba termini anch'ella 6. (perche il cubo di 6. è 6.) Onde conuerrà, che essendo la figura B 3. tutto il numero sia 36. però se 46516. sia numero cubo conuerrà esse la sua ℞ cuba sia 36. Onde cubaremo questo 36. che 36. via 36. fa 1296. & questo via 36. fa 46656. quale non è altrimenti il 46516. prodotto di sopra trouato, però egli non è cubo, & perciò ne anco l cubo del Binomio A. potrà essere Binomio. Et con questa considerationo potrà auuertire lo Studente, che quando alcun numero proposto termini in 1. se egli sarà numero cubo, la sua rad. cuba douerà terminare in 1. cubo d'essa rad. 1. Se il proposto termini in 2. la sua rad. cuba (essendo egli cubo, douerà terminare in 8. se in 3. la r.c. terminare in 7. se in 4. terminare in 4. se in 5. terminare in 5. se in 6. terminare in 6. se in 7. terminare in 3. se in 8. terminare in 2. Et se in 9. la r.c. douerà terminare in 9.

Cubisi r.q.5. p̃ r.q.3. Binomio A. composto da due r.q. Il suo cubo è questo quadrinomio C.

Digitized by Google

r.675.p̃r.405.p̃r.125.p̃r.27. Onde ſi vede, che in queſto quadrinomio compoſto da quattro r.q.douendo egli eſſere cubo, conuerrà che vi ſi trouino dui numeri cubi fra eſſi quattro numeri delle ſue quattro radici quadre,& all'hora le rad.cube d'eſſi dui numeri delle radici quadre d'vn Binomio A.che ſarà rad. cuba del quadrinomio C. ſe egli ſarà cubo; Onde hora fra i ſuoi quattro numeri eſſendouene due 125. & 27. cubi, preſe le loro rad.cube, che ſono 5.& 3.& dandoli nome,ò denominatione di r.q.formaremo r.5. p̃ rad.3. & queſto ſarà il Binomio A. che ſarà r.cuba del quadrinomio C.quando egli ſia cubo, per cubandolo ſe ne deriuarà il C. ſaremo ſicuri che eſſo C. ſia cubo.

Ma auuertaſi che eſſi quadrinomij coſi compoſti ſono realmente Binomij, che in queſto rad. 675.dutto della ſeconda parte r.1.nel triplo del quadrato della prima rad.5.h può ſommare con rad.227.cubo della ſecõda parte,& fa rad.972. (che rad.3.in rad.675.entra per rad.225.cioe 15. volte; & in rad.27. entra per rad.9. cioe 3.volte, però nella ſomma loro entrarà 18.volte,onde 18.cioe rad.324.via rad.3.fa rad.972.) Et rad.405.ſi può ſommare con rad.125. (che rad.5.entra in l'vna 9. volte, & in l'altra 5.volte, cioe nella ſomma loro entra 14. volte) & fa rad. 980. però eſſo quadrinomio ſi riduce a rad.980. piu rad. 972. Binomio C. cubo del dato radice 5. piu radice 3.

Et ſe dato il Binomio A. rad.5. p̃ rad.3. da cubare,noi ridurremo vno de'ſuoi dui nomi poniamo il primo rad.5. alla vnità partendo detto Binomio per eſſo ſuo primo nome rad. 5. egli ſi ridurrà ad 1. p̃ rad. $\frac{3}{5}$. Binomio B.quale ſarà facile da cubare, che il cubo della prima parte è 1. Il dutto d'eſſa prima parte nel triplo di $\frac{3}{5}$. quadrato di rad. $\frac{1}{5}$.ſeconda parte è $1\frac{2}{5}$.che con l'1.detto cubo della prima parte fa $2\frac{2}{5}$.per vna parte del D.cubo di detto B. Ancora il cubo di rad.$\frac{3}{5}$. ſeconda parte è rad.$\frac{27}{125}$.ò vogliamo dire è rad.$\frac{1}{5}$.volte $\frac{3}{5}$. Et il dutto del triplo del quadrato della prima parte 1.cioè di 3.nella ſeconda parte rad.$\frac{1}{5}$.è rad. $\frac{3}{5}$.3 volte, che gionto con rad.$\frac{3}{5}$. volte $\frac{3}{5}$.cubo d'eſſa ſeconda parte fa rad.$\frac{1}{5}$.volte $3\frac{3}{5}$.cioe rad. $\frac{1}{5}$.via rad.$\frac{3}{5}$.$\frac{3}{5}$.che fa r.$\frac{9}{5}$.$\frac{3}{5}$. cioe rad.$\frac{7}{5}$.$\frac{3}{5}$.che è l'altra parte del D.però queſto D.cubo del B.ſarà $2\frac{2}{5}$.piu rad.$\frac{9}{5}$.$\frac{3}{5}$.quale hora moltiplicaremo per il cubo di rad. 5. (partitore adoprato dell'A.) cioe per rad.125.che per comodità ſi può dire 5.via rad.5. & fa 14. via rad.5. p̃ rad.38.$\frac{3}{5}$.$\frac{3}{5}$. via 5. Cioe rad.196.via rad.5. piu rad.38 $\frac{3}{5}$.$\frac{3}{5}$. via rad. 25 che fa rad. 980. piu rad. 972. & è il Binomio C. cubo dell'A. dato.

Et ſe haueſſimo partito il Binomio A. per il ſuo minor nome rad.3. ſi faria ridutto a rad.1$\frac{2}{3}$. p̃ 1.B. che cubato, produce rad.1$\frac{7}{9}$. via 1$\frac{1}{3}$. p̃ rad.1$\frac{1}{3}$. via 3.cioe rad.1$\frac{1}{3}$. via $4\frac{1}{3}$. cioe rad.$\frac{1}{3}$.via rad.$\frac{1}{3}$.$\frac{6}{9}$.che fa rad.$\frac{9}{9}$.$\frac{3}{9}$.$\frac{9}{9}$. Et 1.p̃ 1.$\frac{1}{3}$.vi 3.cioe 1.p̃ 5. che fa 6. Et coſi il D. cubo del B. farà rad.$36\frac{3}{9}$ p̃ 6. quale ſi douerà moltiplicare per il cubo di rad.3. (partitore dell A per ridurlo al B.) cioe per rad.27.& fa rad 980.p̃ rad.972.che è il Binomio C.cubo dell'A.

Et ſe dato il Binomio C.rad.980.p̃ rad.972.ne trouaremo trouare la ſua rad.cuba, noi cauando il quadrato del minor nome dal quad.del maggiore vedremo che reſta 8.la rad.cuba del quale è 2. però 2. conuerrà che ſia la differenza de' quadrati delle due parti dell'A. qnale faria ancor lui compoſto da due rad.quadre a ſimilitudine del C.perche i quadrati delle parti d'eſſo C. conuiene che ſiano numeri rationali aecioche la loro differenza poſſa eſſere il 2.detto, che è numero rationale; Hora veduto che rad.980.p̃ rad.972.Binomio C.dato importa poco piu di 62. la rad.cuba del quale non arriua a 4.ſapremo che il valore dell'A.non può arriuare a 4. Onde conuerrà trouare due rad.quadre, i numeri,cioe i quadrati delle quali ſiano differenti in 2. & che la ſomma d'eſſe,cioe del valore loro non arriui a quattro,perilche ſubito ſi vede,che ſaranno rad.5. & rad.3. & coſi diremo il Binomio A.douere eſſere rad. 5. p̃ rad. 3. quando però il C. dato ſia cubo, come vedremo eſſere cubo,perche cubando rad.5.p̃ rad.3. ſe ne produce a punto rad.980. piu rad.972.

Et coſi ſi vede, che il cubo d'vn Binomio compoſto da due radici quadre è anch'egli Binomio compoſto ſempre da due rad..quadre, & che conuerſamente la rad.cuba d'vn Binomio compoſto da due rad. quadre è ſimilmente vn Binomio compoſto da due rad.quadre; Ancora che il cubo d'vn Binomio compoſto da numero,& rad. quadra è ſimilmente vn Binomio compoſto da numero,& r.q. Et che conuerſamente la rad.cuba d'vn Binomio compoſto da numero, & r.q.è ſimilmente Binomio compoſto da numero,& r.q. Et che ſe il Binomio è compoſto da r.q.& numero,ancora il ſuo cubo ſarà compoſto da r.q.& numero. Et conuerſamente che d'vn Binomio compoſto da rad.quadra,& numero,la ſua rad.cuba è Binomio ſimilmente compoſto da rad.quadra,& numero.

Cubiſi 3.p̃ r.q.c.5.Binomio A.compoſto da numero rationale, & da r.q.c. Il ſuo Cubo è queſto quadrinomio C.27.piu rad.5.piu (rad.q.c.5.via 27.).piu r.cuba 5.via 9. Cioe rad. qnadra cuba 193710244$\frac{1}{2}$. piu 27.piu rad.cuba 3645.piu rad.5. Onde ſi vede,che in eſſo Quadrino-

Digitized by Google

mio,composto da r.q.c.da r.c.da nu.& da r.q.douendo egli essere c.cõuerrà, che la sua r. c. sia vn Binomio A,composto da numero,& r.q.c.i dui nomi del quale saranno le rad.cube del nu . rationale,& della r.q.del quadrinomio,cioè le r.cubi di 27.& di r.5.che sono 3.& r.q.c.5. & gionte insieme formano 3 p̃ r.q.c.5.

Cubisi ℞.q.c.3 p̃ ℞. q.c.2.Binomio A.composto da due ℞.q.c.II suo cubo è questo quadrinomio C.r.3.p̃r.2.p̃ (r.q.c.9.via ℞.q.c.2.via 3.)p̃(℞. q.c.4.via ℞ q.c.3. via 3.) cioè ℞ q. c. 13122. più ℞ q.c.8748.p̃.r.3.p̃r.2. Onde si vede che in esso quadrinomio composto da due rad. q. cub. & da due rad. q. douendo egli essere cubo,conuerrà,che la sua rad.cuba sia vn Binomio A.composto da due ℞ q.c.i dui nomi del quale saranno le rad.cube delle due r.q.del quadrinomio, cioè le ℞ cube di rad.3.& di rad.3.che sono ℞ q.c.3. & ℞. q. c. 2. & gionte insieme formano ℞ q.c.3. più ℞ q.c. 2.

Et se partiremo il dato Binomio ℞ q.c. 3.più ℞ q.c. 2.per la sua prima parte ℞q.c.3.ne deriuarà r.più ℞ q.c. $\frac{1}{3}$.B.quale cubandolo ne deriuarà il quadrinomio ℞ q.c. 486. più ℞. cuba 18. più r.più rad. $\frac{1}{3}$.Questo mò si moltiplicarà per il cubo di ℞ q.c.3.partitore adoprato , cioè per rad.3.& se ne produce ℞ q.c.13122.più r.q.c.8748.più rad.3.più rad.2.che è il cubo d'A.

Ma partendo il Binomio A.per la seconda sua parte r.q.c.2.ne deriuarà rad.q.c.1 $\frac{1}{2}$.più 1.che che è il B.il Cubo del quale è questo quadrinomio D.r.1 $\frac{1}{2}$.più 1.più ℞.c.40 $\frac{1}{2}$.più r. q. c. 1093 $\frac{1}{2}$. quale si moltiplicarà per r.2. (Cubo del partitore r.q.c.2.)& se ne produrrà il cubo d'A. cioè il quadrinomio r.3.più r.2.più r.q.c.13122.più r.q.c.8748.

Cubisi r.3 più r.q.c.2.Binomio A.composto da r.q.& da r.q.c. Il cubo della prima parte è r.q. 27.Il cubo della seconda è r.q.2. Il quadrato della prima parte è 3.ò rad.q.9.cioè r. q. c. 729.da moltiplicare per la seconda parte rad.q.2.& fà r.q.c. 1458.quale si tripla, cioè si moltiplica per rad.q.c.729.& fa rad.q.c.1062882. Il quadrato della seconda parte è rad.cuba 2.ò r. q.c.4. da moltiplicare per la prima parte rad.3.ò per rad.q.c.27.& fà r.q. c. 108.quale si tripla,cioè si moltiplica per rad q.c.729.& fa rad.q.c.78732. Onde il totale cubo del Binomio A.farà rad.quad.c. 1016288 2.più rad.q.c.78732.più rad.q.27.più rad. q. 2. che è vn quadrinomio C. composto da due rad.q.c.& da due rad q. Onde si vede che in esso quadrinomio composto da due rad. q. c. & da due r.q.douendo egli essere cubo conuerrà,che la sua rad.cuba sia vn Binomio A,composto da vna rad.q & da vna r.q.c.i dui nomi del quale saranno le.℞ cube delle due r.q.che si trouano nel quadrinomio,cioè le rad.cube di r.q.27.& di rad.q.2.che sono r.q.c.27. cioè r.q.3. & r. q. c.2.& gionte insieme formano r.3.più r.q.c.2.

Et se dato il Binomio A r.3.più r.q.c.2.lo partiremo per la sua prima parte rad.3.ne deriuarà 1. più r. q. c. $\frac{1}{3}$. Binomio B.il cubo del quale è r.più rad.$\frac{1}{3}$.più rad.q.c.54.più r.q. c.4. (che è r.cuba 2.)questo quadrinomio 1.p̃r.$\frac{1}{3}$.p̃r.q.c.54.p̃r.c.2.che è il cubo del B.si moltiplichi hora per r.27.cubo della rad.3.partitore adoprato,& fà r.27.p̃r.2.p̃r.q.c.1062882.p̃r.q.c.78732. che è il quadrinomio C.cubo del Binomio A.dato.

Che partendo il dato A.per r.q.c.2.sua minor parte,egli si ridurrà a r. q. c. 13 $\frac{1}{2}$.più 1.B.il cubo del quale è r.13 $\frac{1}{2}$.p̃ 1. ℞ cuba 364 $\frac{1}{2}$.p̃rad.q.c.9841 $\frac{1}{2}$. questo quadrinomio D.moltiplicaremo hora per r.2.cubo di rad.q.c.2.partito,e adoprato.& se ne produce rad.27. p̃r.2. p̃rad. q. c. 1062882.p̃ rad.quad.c.78732.che è il Quadrinomio C.cubo d'A dato.

Si può auertire,che nel Quadrinomio C.i dui numeri delle sue rad q. c. ritengono frà loro la proportione istessa,che hanno i dui numeri delle sue due rad.q. cioè hora di 27. a 2. ò vogliamo dire perciò che hanno i numeri de i cubi delle due parti del Binomio A. dato (le quali essendo r.3.& r.q c.2.& però i loro cubi r.27.& rad.2.i num. d'esse sono 27.& 2.)perche il minore 78732. deriua da moltiplicare 108.via 729.qual 729.è sempre il q.c.di 2.& il maggiore 1062882. deriua da moltiplicare 1458.via 729 quale 729.è pure sempre l'istesso q.c.di 3 onde remosso questo 729.da ciascuna banda si vede,che il minore numero 78732.al maggiore 1062882.deue hauere la proportione di 108.a 1458.Di questi il 108.nasce à moltiplicare 27.cubo del 3. numero della rad.della prima parte via 4.dutto di 2.numero della rad.q c.della seconda parte nel medesimo 2. cioè il 108.nasce da moltiplicare 27.via 2.via 2. Et il 1458.nasce dal 729 quadro cubo del 3.numero della r.della prima parte,cioè da 27. via 27.che è il cubo del numero della prima par.via 27.moltiplicato via 2 numero della r.q.c.della seconda parte.Cioè 16108.è prodotto da 27. via 2.via 2.Et il 1458.è prodotto da 27.via 27.via 2.onde remosso 27.via 2.da ciascuna banda,resta dalla parte del 108.solo 2.& dalla parte del 1458.solo 27.onde dal 108. al 1458. viene ad essere come da 2.a 27.ma questi 2.& 27.ò 27.& 2.sono i num. delle rad.27.& r.2.cubi delle due parti radice 3.& r.q.c. 2.del Binomio A.dato però è chiaro,che i dui numeri delle due rad. q. c. del quadrinomio C.hanno fra loro la proportione delli dui numeri 27.& 2.delle due rad.q.che sono i cubi delle due parti del Binomio A. Onde il 27.essendo volte 13 $\frac{1}{2}$.quanto il 2.si conosce, che trouato

Digitized by Google

uato il numero 78732. della minor ℞. q.c. del quadrinomio (che nasce a moltiplicare il quadrato della parte minore, per il triplo della parte maggiore) moltiplicandolo per detto $13\frac{1}{2}$. il prodotto 1062882. sarà il numero della maggiore ℞ q.c. d'esso quadrinomio.

Cubisi ℞ 24. p̄ ℞ q.c. 54. Binomio A. composto da vna ℞ q. & da vna ℞ q.c.

Il cubo della prima parte è ℞ 13824. Il cubo della seconda parte è ℞ 54. quale è comunicante con ℞ 13824. (& però si possino sommare insieme.) Che 24. numero della ℞ q. è come da numero quadrato a numero quadrato con 54. numero della ℞. q.c. che v'entra per $2\frac{1}{4}$. che è numero quadrato, & la sua ℞ q. è $1\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire il 24. al 54. hà proportione quad. cioè di denominatore quadrato perche il dutto loro 1296. è numero quadrato (che hà 96. per ℞ q. ò pure perche a partire cosi il 24. come il 54. per vn medesimo 6. ne vengono 4. & 9. ambidui quadrati: Onde perche ℞ 24. via ℞ 24. via ℞ 24 è quanto ℞ 6. via 2. via ℞ 6. via 2. via ℞ 6. via 2. & li 2. via 2. via 2. fa 8. Et le ℞ 6. via ℞ 6. via ℞ 6. è quanto 6. via ℞ 6. haueremo 8. via 6 via ℞ 6. cioe 48. volte ℞ 6. Ancorà ℞ 54. è ℞ 6. via ℞ 9. cioe ℞ 6. via 3. cioe 3. volte ℞ 6. perilche sommata con l'altra, che è 48. volte ℞ 6. fa 51. volta ℞ 6. cioe ℞ 2601. via rad. 6. che produce rad. 15606. Et questo è la somma de i cubi delle due parti del Binomio A.

Et cosi si vede, che il numero della rad. quadra, al numero della ℞ q. c. haurà proportione come da numero quadrato a numero quadrato, ò vogliamo dire, che a moltiplicare l'vn numero per l'altro il prodotto fia numero quadrato; Ouero che a partire l'vn numero per l'altro, l'auenimento fia numero quadrato, all'hora i cubi delle due parti del Binomio dato, quali cubi saranno due rad. quadre, saranno comunicanti, ò commensurabili fra loro, & però si potrano sommare insieme, & ridurre ad vna sola quantità. Et seguendo il quadrato di rad. 24. prima parte è 24. & il suo triplo è 72. da moltiplicare per ℞ q.c. 54. seconda parte, cioe ℞ q.c. 1393 14069504. via ℞ quad. cuba 54. che fa rad. quad. cuba 752295975 3216.

676
176
rad. quadra cuba 331776
7961624
rad. quadra cuba 91102976
rad. quadra cuba. 54
1719226784
rad. quadra cuba 103195 60804
729
92876046316
7430083 80688
rad. quadra cuba 752295975 3216

rad. quadra cuba 2916
via rad. quadra cuba 729
26244
209952
rad. quadra cuba 2125764
via rad. quadra cuba (24. via 24. via 24.)
51018336
1224440064
rad. quadra cuba 29386561536
5184
72
62208
373247
373248
rad. quadra cubà 1393 14069504
via rad. quadra cuba 54
12538266 25536
radice quadra cuba 752295975 3216

Ancora il quadrato di ℞ q.c. 54. seconda parte è ℞ q.c. 2916. il suo triplo, cioe il suo dutto via ℞ q.c. 729. è ℞ q.c. 2124764. da moltiplicare per la prima parte, che è ℞ 24. cioe ℞ q.c. 13824. & fa r. q.c. 29386561536. & cosi haueremo per totale prodotto ò cubo del dato Binomio A. il Trinomio rad. 15606. p̄ r. q.c. 29386561536. p̄ r. q.c. 752295975 3216.

Et qui si può auertire, che i dui numeri delle due r. q.c. del Trinomio C. hanno fra loro la proportione de i due numeri delle due rad. quadre, che mostrano i cubi delle due parti rad. 24. & r. q. c. 54. del Binomio A. quali cubi sono rad. 13824. & rad. 54. & da 13824. a 54. è la proportione di 256. ad 1. & però trouato il numero della minore r. q.c. del Trinomio, moltiplicando per 256. ò vogliamo dire per 16. via 16. il prodotto sarà il numero della maggiore r. q. c. dell'istesso Trinomio C.

Ancora per cubare il dato Binomio A. rad. 24. p̄ r. q.c. 54. noi partendolo per rad. 24. n prima parte lo ridurremo al B. 1. p̄ r. q.c. $\frac{9}{4}$. cioe ad 1. p̄ r. q.c. $\frac{3}{2}$. cioe ad 1. p̄ r. c. $1\frac{1}{2}$. questo B.

sto B. mò cubaremo, & fa 1. p̄ $\frac{1}{16}$. p̄ (3. via r.c. $\frac{1}{16}$. cioe r.c. 27. via r.c. $\frac{1}{16}$. che fa rad. cu. 1 $\frac{11}{19}$. Et p̄ ℞ cuba $\frac{1}{256}$. via 3. cioe via rad. cuba 27. che fa rad. cuba $\frac{27}{256}$. Onde il cubo totale di B. è 1 $\frac{1}{16}$. p̄ rad. cuba 1 $\frac{11}{16}$. p̄ rad. cuba $\frac{27}{256}$. Trinomio D. da moltiplicare per il cubo di r. 24. n che è rad. 13824. & fa r. 15606. p̄ r.q.c. 29386561536. piu r.q.c. 7522959753216.

rad. $\frac{281}{256}$. cioe rad. 1 $\frac{23}{256}$. via rad. 13829
1728
54
fa rad. 15606

Et rad. cuba $\frac{27}{256}$. è r.q.c. $\frac{729}{256}$. via rad. 13824.
via 256

fa rad. quadra cuba | 729. via 13824. via 13824. via 13824.
esimo di 256. via 256
cioe esimo di 16. via 16. via 16. via 16.

Cioe fa rad. quadra cuba (729. via 864. via 864. via 54.

864
864
746496
39366
4478976
268738356
6718464
2239488
Cioe rad. quadra cuba 29386561536 t
470184984576
rad. quadra cuba 7522959753216 r

729
54
39366

Ancora rad. cuba 1 $\frac{11}{16}$. cioe rad. cuba $\frac{27}{16}$. via rad. 13824. Onde perche r. cuba $\frac{27}{16}$. è volte rad. cuba 16. quanto rad. cuba $\frac{27}{256}$. già adoprata a trouare il prodotto t si vede, che il prodotto che si cerca, & sia r si trouarà facilmente, moltiplicãdo il già trouato t per detta rad. cuba 16. che è r.q.c. 256. onde moltiplicando il numero della r.q.c. del t per 16. & il prodotto per 16. ne resultarà il numero della r.q.c. dell' r cercato.

Et se hauessimo partito il dato Binomio A. per la sua seconda parte rad. quadra cuba 54. si saria ridutto a rad. q.c. (24. via 24. via 24.) che è r.q.c. (4. via 576.) che è r.q.c. via 64. che è r.q.c. 256. cioe rad. cuba 16. che 54 è la prima parte del B. & l'altra saria 1. però il B. saria rad. cuba 16. p̄ 1. Et questo cubandolo fa 17. p̄ rad. cuba 6912. p̄ rad. cuba 432. che è il D. da moltiplicare per il cubo di r.q.c. 54. n qual cubo è rad. 54. & fa r. 15606. p̄ r.q.c. 7522959753216. p̄ r.q.c. 29386561536. che è Trinomio C. cubo del dato Binomio A.

Da quanto s'è operato nel cubare questi Binomij contenuti da r.q. & r.q.c. si conosce, che quãdo il numero della r.q. al numero della r.q.c. hauerà proportione di denominatore quadrato, all'hora il cubo del Binomio A. sarà vn Trinomio contenuto da vna r.q. & da due r.q. c. Che il Binomio A. all'hora si potra ridurre a Binomio contenuto da numero, & rad. cuba. Ma quãdo nel Binomio A. il numero della r.q. al numero della r. q. c. non habbi proportione come da numero quadrato a numero quadrato, all'hora il cubo d'esso Binomio A. sarà vn quadrinomio contenuto da due r.q. & da due r.q.c. Che detto Binomio A. all'hora si ridurria a Binomio contenuto da numero, & da r.q.c.

Ancora cubisi r.q.c. 24. p̄ r.q. 54. Binomio A. composto da due r.q.c.

Il cubo della prima parte è rad. 24. Il cubo della seconda parte è rad. 54. quale è comunicante con rad. 24. & però si possono sommare insieme, che 24. numero dell'vna, hà proportione con 54. numero dell'altra, come da numero quadrato a numero quadrato, cioe partendo 54. per 24. ò 24. per 54. ciascuno de' dui auenimenti 2 $\frac{1}{4}$. & $\frac{4}{9}$. è numero quadrato. Ouero moltiplicando insieme essi 24. & 54. il prodotto loro 1296. è numero quadrato. Et cosi si vede, che sempre che i dui numeri delle r.q.c. de' dui nomi, ò parti del Binomio dato produrranno numero quadrato, ò che partendo l'vno per l'altro ne venga numero quadrato, all'hora i dui cubi delle parti del Binomio si potranno sommare insieme; Onde hora rad. 24. & rad. 54. gionte insieme faranno r. 150. Dipoi il quadrato della prima parte, che è r.q.c. 576. moltiplicato via la seconda parte r.q.c. 54. & il prodotto triplato fa r.q.c. 22674816. Et il quadrato della seconda parte r.q.c. 2916. moltiplicato via la prima parte, fa r.q.c. 69984. & questo triplato (cioe moltiplicato via r.q.c. 729) fa r.q.c. 5108336.

(Et si può notare, che i numeri di queste due rad. quadre cube trouate, ritengono fra loro la pro-

Digitized by Google

rad.quadra cuba 576.
via rad quadra cuba 54.
fa rad.quadra cuba 729.
via rad.quadra cuba 729.
fa rad.quadra cuba 22674816.

rad.quadra cuba 2916.
via rad.quadra cuba 24.
fa rad.quadra cuba 69984.
via rad.quadra cuba 729.
rad.quadra cuba 51018336.

proportione che hanno 1 numeri 24.& 54. delle due r. q. c. parti del Binomio che si adoprano (perche il num. 31104. nasce da 24. via 24. via 54. Et il numero 69984. nasce da 54. via 54. via 24. onde dal primo al secondo,è come dal prodotto de'tre primi,al prodotto de'tre secondi,perilche cosi da i tre primi,come dalli tre secondi leuato vn 24.& vn 54.resta dalla prima banda solo 24. & dalla seconda solo 54. quali perciò mostrano che li dui prodotti,& perciò anco i tripli loro douerranno hauere la proportione d'essi restanti 24.& 54.che schisato douentano anco 4.& 9. cioe il maggiore côtiene il minore volte $2\frac{1}{4}$. ourro conuersamente il minore è li $\frac{4}{9}$.del maggiore,però trouato l'vno,si può facilmente trouar l'altro,che se haueremo il numero 22674816.lo moltiplicaremo per $2\frac{1}{4}$.cioe per $\frac{9}{4}$. cioe preso ne l'$\frac{1}{4}$.che è 5668704.lo moltiplicaremo per 9.& ne resultarà 51018336. Et bé si vede anco per la medesima causa nel cubo del Binomio r.q c.piu r.q.c.2.già trouato di sopra che i num. 13122. & 8748.delle due r.q.c. che entrano nel quadrinomio C. (cubo d'esso Binomio) hanno fra loro la proportione di 3.a 2.num. delle due r.q.c. del Binomio cubato, onde trouato il minore 8748. giongendo ad esso 4374. sua metà se ne formarà il maggiore 13122.) Et cosi queste tre quantità trouate poste insieme, formaranno r.q.c.51018336. piu r.q.c.22674816.piu rad.150.che è il Trinomio C.cubo del Binomio A.dato.

Et se partiremo il dato Binomio A.r.q.c.24.piu r.q.c. 54 per la sua prima parte r.q.c. 24. egli si ridurrà ad 1.piu r.q.c.$2\frac{1}{4}$.cioe ad 1.piu rad.cuba $1\frac{1}{8}$.Binomio B.quale cubandolo produrrà 2. $\frac{1}{2}$.piu rad.cuba $40\frac{1}{2}$.piu rad.cuba $60\frac{3}{4}$. che è vn Trinomio D. da moltiplicare hora per r.q.24. cubo del partitore adoprato,& se ne produrrà rad.150.piu r.q.c. 22674816. p̃r.q.c. 51018336. che il Trinomio C.cubo del Binomio A.dato.

Ma partendo il Binomio A.per l'altra sua parte rad. cuba 54. egli si ridurrà ad 1. piu r.q.c.$\frac{4}{9}$. cioe ad 1.p̃ r.c.$\frac{1}{3}$.Binomio B.quale cubato fa $1\frac{1}{3}$. piu r.c.18.p̃r.c 12.Trinomio D.da moltiplicare hora per r.54.cubo del partitore adoprato,& se ne produce r.150 p̃r.q c.come di sopra.

Et cosi si vede, che dato vn Binomio A. composto da due r.q.c. se i numeri d'esse hauendo fra loro proportione quadrata,cioe che il denominatore della loro proportione sia numero quadrato (che perciò egli si potrà ridurre a Binomio contenuto da num.,& rad cuba) all'hora il cubo d'esso Binomio farà vn Trinomio C. contenuto da vna r.q.& da due r.q.c.i due numeri delle qua li haueranno fra loro la proportione istessa quadrata,che hanno anco fra loro i due numeri delle due r.q.c che sono le due parti del Binomio A. Et la r.q.del C.farà ciò che nasce a sõmare insieme come r.q.le due parti dell'A. cioe il numero della r.q. del C. sarà quello che nasce a moltiplicare il numero della minor r.q.c.dell'A.in quello che resulta a quadrare il numero,che deriua a giongere 1.al numero,che è r.q del numero,che viene a partir il numero della maggior r.q.c. dell A. per il numero della minore sua r.q.c. Onde dato il Trinomio C. 150.piu r.q.c.22674816.piu r.q.c.51018336.da trouarne se egli è cubo la sua rad.cuba, che douerà essere vn Binomio composto da due r.q c.i numeri delle quali douerannno hauere proportio ne quadrata; fra loro, & quella istessa che hanno i numeri delle due r.q.c.del Trinomio C.dato, qual proportione paragonando il maggiore al minore,hà per denominatore D.$2\frac{1}{4}$.numero quadrato,che hà per rad.quadra $2\frac{1}{2}$.al quale gionto sempre 1.fa $2\frac{1}{2}$.il quad. del quale è $6\frac{1}{4}$.con questo $6\frac{1}{4}$.si douerà partire 150, numero della r q.del C.dato,& ne viene 24.che è numero della r.q.c.minore dell A. quale si moltiplichi per $2\frac{1}{4}$.denominatore D.detto, & fa 54. & questo douerà essere il numero della rad.q.c. maggiore dell'A. perilche egli sarà r.q.c.54. piu r q.c.24.cioe per trouare i dui numeri 54. & 24. delle due r.q.c.parti dell'A.conuien trouare due numeri tali,che partito il maggiore per il minore,ne venga il $2\frac{1}{4}$. num. quadrato è denominatore della proportione de i dui numeri delle r.q.c. del Trinomio C.& alla sua r.q. $1\frac{1}{8}$.gionto 1. & con il quad. $6\frac{1}{4}$. della somma moltiplicato il minore,il prodotto sia 150.numero della r.q.del Trinomio C.che per trouarli ponêdo il minore essere 1.ꝛ,il maggiore sarà $2\frac{1}{4}$.ꝛ,che a partire il maggiore per il minore,ne viene il $2\frac{1}{4}$.dato, la r. del quale è $1\frac{1}{2}$.& giontoli 1.fa $2\frac{1}{2}$.che quadrato fa $6\frac{1}{4}$. con il quale moltiplicato il minore 1.ꝛ, fa $6\frac{1}{4}$.ꝛ,& questo deue essere 150.però è eguale a 150.onde partito esso 150.per $6\frac{1}{4}$.numero delle ꝛ,l'auenimẽto 24.è il valore della ꝛ,& però è il numero minore,posto 1.ꝛ,& il maggiore posto $2\frac{1}{4}$.ꝛ,sarà 60.dalla qual positione,ò operatione Algebratica se ne può dedurre la regola ò modo simplice numerale sopradetto.

Ancora si vede nel cubare A. r.q.c.3. piu r.q.c.2. Binomio poco di sopra cubato, che dato vn Binomio A. contenuto da due r.q.c. inumeri delle quali non habbino proportione quadrata fra loro,

Digitized by Google

loro che perciò esso BinomioA non si potrà ridurre a Binomio cõtenuto da num.& ℞ cuba,ma si ridurrà bene a Binomio contenuto da numero,& r.q.c.all'hora il cubo del Binomio A.dato, non potrà mai essere Trinomio,ma sarà vn quadrinomio cõtenuto da due rad.quadre ,& da due rad. quadre cubc.

Ancora per acquistare maggior pratica dicendosi. Cubisi A.rad.3.piu r.q.c.12. Noi sapremo il cubo della prima parte essere rad.3. volte 3. Il della seconda è rad.12. cioe rad.3. volte 2. che con rad.3. volte 3. cubo della prima parte,fa rad.3.volte 5. & però la somma è rad.75. Onde si vede che essa somma si può trouare facilmente dicendo 3.numero della rad.quadra in 12.numero della r.q.c.cutra 4.volte (che è numero quadrato) la radice del quale è 2.che si giũge a 3. numero della r q & fa 5.numero da moltiplicare per la r.q.3.cioè r.25.via r.3. & fa r.75. che è la somma de'cubi delle due parti del Binomio.

(Et notisi,che questo modo si può notare sempre , quando anco a partire il numero della radice quadra cuba,per il numero della radice quadra non ne veniſſe numero quadrato , se bene all'hora la somma de'cubi delle due parti del Binomio non saria vna sola quantità, ma saria vn Binomio,come per essempio dato B.rad.3.piu radice quadra cuba 2.da cubare. potremo dire 3. numero della radice quadra , in 2. numero della radice quadra cuba, entra volte $\frac{1}{2}$. la radice quadra del quale è radice $\frac{1}{4}$. che si giunge a 3.numero della radice quadra, & fa 3. piu radice $\frac{1}{4}$ da moltiplicare per la radice quadra 3.& fa radice 27. pia radice 2. che è la somma de i cubi delle due parti del B. dato, ma non ci occorre vsare questo modo , quando il numero della radice quadra,nel numero della radice quadra cuba non entra per numero quadrato,poiche subito si conosce quanto è il Cubo di ciaſcuna delle due parti del B. & che essi dui cubi non si possono sommare insieme se non con il termine piu.)

Ancora il quadrato della parte minore r.q.c.12.è rad.cuba 12.il suo triplo è rad.cuba 324.che si moltiplica via rad.3.parte maggiore,cioe r.q c.104076.via r.q.c.27.& fa r.q.c.2834352. che è la r.q.c.minore del Trinomio C.che hà da essere il cubo dell A. Et perche il cubo di rad.3.parte maggiore dell'A.è rad. 27. & il cubo della parte maggiore è rad. 12. & di questi dui numeri di rad.il 12.minore entra nel 27.maggiore volte 2 $\frac{1}{4}$.con questo 2 $\frac{1}{4}$.moltiplicando il 2834352.numero della minore r.q.c. trouata del G.fa 6377292. & questo è il numero della r.q.c. maggiore del C. onde esso Trinomio C. cubo del Binomio A. dato sarà rad.75. piu r.q.c.2834352.piu rad. q.c.6177292.

2834352
via 2 $\frac{1}{4}$.
708588
6377292

Essendo ancora dato A. p̃ r.q.c. 32. ò vogliamo dire r q.c.32. p̃ rad.2.da cubare, diremo 2. numero della rad.quadra, in 32.numero della r.q.c. entra per 16.numero quadrato la rad. del quale è 4.da giungere a 2. numero della r.q.& fa 6.che moltiplicato per la r.quadra 2. fa rad quadra 72. che è la somma de i cubi delle due parti dell'A. Et poi il quad.della parte minore dell'A. è 2. il suo triplo è 6.da moltiplicare per la parte maggiore r.q.c. 32 cioe r.q.c.46656.via r.q.c.32. & fa r.q.c. 1492992. che è la r.q.c. minore del Trinomio C. (cioe quella che deriua dal quadrato della parte minore dell'A.) Et per trouare il numero della r.q.c. maggiore, diremo il cubo di rad.2.parte minore dell'A.è rad.8.& il cubo di r.q.c.32.parte maggiore è rad.32. di que sti il numero 8. della minore entra nel numero 32. della maggiore volte 4. Con questo 4.si moltiplichi il numero 1492992.trouato della minore r.q.c.del C.& fa 5971968.che è il numero della r.q.c.maggiore; Onde il Trinomio C.cubo del Binomio A.dato sarà r. 72 p̃ r.q.c. 1492992. piu r.q.c.5071968.

Et hauendo rad.3.piu r.q.c.3.Binomio A.da cubare ; Si vede che 3. numero della r q.c. entra volte 1.la rad.del quale 1.è 1.da giungere a 3.numero della r.q.c.& fa 4.da moltiplicare per essa rad.quadra 3.& fa rad.48.che è la somma de i cubi delle due parti dell'A. Ancora il quadrato di r.q.c.3.parte minore dell'A.rad.cuba 3.il suo triplo è r.cuba 81.da moltiplicare con rad.3. parte maggiore,cioe r.q.c. 6561.via r.q.c.27.& fa r.q.c. 177147.che è la r.q.c.minore del Trinomio C. Et per trouare l'altra maggiore diremo i cubi delle due parti dell'A. sono r.27. & r.3. il 3. num. della rad.minore in 27.numero della maggiore entra volte 9. però con questo 9. si moltiplichi il 177147. num.della r.q.c. minore del C. & fa 1594323.che è il numero della r.q.c. maggiore del Trinomio, però esso Trinomio cubo del Binomio A.dato,sarà rad.48. p̃ r.q.c. 177147. piu r.q.c. 1594323.

Et se ci fusse proposto il Binomio C.1320.piu rad.1125000. da pigliarne la rad. cuba;noi per adoprare numeri piccoli più comodi , potreſſimo partirlo per qualche numero comodo a beneplacito,& hora sia 10.che ne verrà 132.piu rad.11250. Et questo anco si può comodamente par tire per 3. (che perciò il principal C.verrà ad essere partito per 30 & ne viene 44. piu rad.1230. Di questo hora, & chiamiamolo D. potremo pigliare la ℞ cuba, che sia G. che perciò cauando

1250.

quadrato della minor parte da 1916 quadrato della maggiore resta 686. che la sua rad. cuba è rad. cuba 686. quale deue essere la differenza de' quadrati delle due parti del Binomio G. che cerchiamo. Et perche il D. importa circa a 79. il G. sua r. cuba douerà importare circa a rad. cuba 79. & delle sue due parti la prima essere rad. cuba di numero intiero (ò con rotto d'$\frac{1}{2}$.) il quadrato della quale superi il quadrato della seconda parte, che sarìa ℞ q. c. in rad. cuba 686. Onde dal cauare il quadrato della seconda parte, qual quadrato sarà rad. cuba dal quadrato della prima parte, che sarà pure rad. cuba douendo restare rad. cuba 686. conuerrà che cosi il quadrato della prima parte come il quadrato della seconda sia comunicante a detto restante rad. cuba 686. (& anco essi dui quadrati delle due parti doueranno essere comunicanti fra loro) & perche le rad. cube comunicanti fra loro sono tali, che hanno proportione fra loro come da numero cubo, a numero cubo, vediamo che la rad. cuba 686. differenza de' quadrati delle due parti deue hauere proportione a ciascuno d'essi dui quadrati, come da numero cubo, a numero cubo; questo auertito se diremo la prima parte del Binomio G. essere poniamo rad. cuba 30. il suo quadrato sarà rad. cuba 900, che paragonato a rad. cuba 686. non gli è comunicante, perche a partire rad. cuba 686. per rad. cuba 2. ne viene ℞ cuba 343. che è 7. numero rationale, per essere 343 numero cubo; ma a partire rad. cuba 900. per la istessa ℞ c. 2. ne viene ℞ c. 450. che non si può descriuere per numero rationale, non essendo 450. numero cubo, vediamo dunque che il quadrato della prima parte del G. deue essere tale, che partito il numero della sua ℞ c. per 2. l'auenimento sia numero cubo (come auuiene similmente a partire il 686. numero della ℞ c. 686. per 2. numero della ℞ c. partitore;) Onde potremo ponere che la prima parte sia ℞ c. 28. ò ℞ c. 32. ò ℞ c. 34. ò ℞ c. 36. ò simili quantità, che presso ℞ c. 28. il quadrato di 28. è 784. la metà 392. del quale non è numero cubo, & il quadrato di 36. è 1296. la metà 684. del quale non è numero cubo, ancora il quadrato di 34. è 1156. la metà 578. del quale non è numero cubo (non occorre tentare ℞ c. 26. ò altre minori perche i loro quadrati sono minori di r. c. 686. che deue essere la differenza detta de' dui quadrati.) Ma di 32. il quadrato è 1024. la metà del quale 512. è num. cubo, perilche presso per prima parte ℞ c. 32. il suo quad. ℞ c. 1024. è comunicante a ℞ c. 686. cauando dunque questa ℞ c. 686. da r. c. 1024. vedremo se poi il restante possa essere il quad. della seconda parte: Onde perche ℞ c. 2. in ℞ c. 1024. entra per ℞ c. 512. che è 8. Et la istessa ℞ c. 2. in ℞ c. 686. entra per r. c. 343. che è 7. vediamo che la medesima ℞ c. 2. entrarà nella differẽza loro tante volte, quanto è la differenza de' numeri 7. & 8. cioe 1. volta, però 1. volta ℞ c. 2. che produce la istessa ℞ c. 2. sarà la differenza di r. c. 1024. a ℞ c. 686. & però anco ℞ c. 686. sarà la differenza che è da ℞ c. 2. trouata a ℞ c. 1024. cioe a cauare ℞ c. 686. da ℞ c. 1024 restarà ℞ c. 2 perche dunque questi dui quadrati ℞ c. 1024. & r. c. 2. sono differenti fra loro nella ℞ c. 686. che ci bisogna, vedremo mò se le loro rad. quadre, che sono ℞ c. 32. & ℞ q. c. 2. possino essere le parti cercate del Binomio G. (che quanto alla grandezza loro ℞ c. 32. è poco piu di 3. Et ℞ q. c. è poco piu d'1. & però la somma loro è poco piu di 4. come si vede douere importare il Binomio G. che sappiamo douere importare circa a r. c. 79. che è pure poco piu di 4.) onde giongeremo il triplo del dutto del quad. della seconda parte nella prima, cioe 12. con 32. cubo della prima. & fa 44. che è a punto la prima parte del 44. p ℞ 1250. Binomio D. come bisogna. Et anco l'altra parte trouandola al solito vedremo essere la r. 1250. come si ricerca, & cosi concluderemo il Binomio D. essere cubo, & la sua r. cuba essere il G. r. c. 32. p ℞ q. c. 2.

Questo G mò moltiplicaremo per la ℞ c. del 30. con che fù partito il C. quando si riduste al D. & fa r. c. 960 p ℞ q. c. 1800. quale sarà la r. c. del dato C. 1320 p r. 112500.

Noti mò lo Studente tutti questi discorsi, & modi, ne i quali mi sono molto diffuso, acciò egli possa hauere esatta diligenza d'ogni cosa, & farsi esperto, & pratico nell'operare facile, & breue.

Cubissi Binomio A. r. c. 3. p ℞ q. c. 2. Il cubo della prima parte è 3. Il quadrato della seconda parte è r. c. 2. che moltiplicato per la prima r. c. 3. fa r. c. 16. N. qual prodotto N. perche non è comunicante con 3. cubo della prima parte, ne manco il triplo d'esso N. cioe r. c. 162. sarà comunicante con esso 3. & però non si potrà sommare con esso se non con il segno piu, formando 3. piu r. c. 162. Onde il cubo del dato Binomio A. non sarà altrimenti vn'altro Binomio. Et seguendo si dirà il cubo della seconda parte ℞ q. c. 2. è r. q. 2. Et finalmente il quadrato della prima parte, cioe r. c. 9. moltiplicato con la seconda r. q. c. 2. cioe rad. q. c. 81. via rad. quadra 2. fa rad. q. c. 162. & questo triplato. cioe moltiplicato via rad. quadra cuba 729. fa rad. q. c. 118098. che gionta a gl'altri tre prodotti trouati se ne forma 3. piu rad. cuba 162. piu rad. quadra 1 piu r. q. c. 118098. ò mettendogli per ordine rispetto al valore di esse quattro parti diremo, che sia r. q. c. 118098. piu rad. cuba 162. piu 3. piu rad quadra 2. & questo Quadrinomio Q. sarà il Cubo del dato Binomio A. Nel quale Quadrinomio composti di r. q. c. rad. cuba numero, & rad. quadra douendo essere cubo d'vn Binomio composto di rad. cuba, & rad. quadra c. si vede, che le due parti

di tal Binomio doueranno essere le rad. cube del numero, & della rad.quadra del quadrinomio, cioe la rad.cuba del 3.che è rad.cuba 3. Et la rad. cuba del rad.quadra 2.che è rad.cuba quadra 2.& cosi si formarà subito il Binomio rad.cuba 3.piu r.q.c.2.quale acciò sia veramente rad. cuba del quadrinomio,cioe acciò che il quadrinomio sia veramẽte cubo,conuerrà che l'altre due parti del quadrinomio si formino dal triplo del dutto della r.c.3. nel quad. di r.q.c. 2. Et dal triplo del dutto della r. q.c. 2.nel quadrato della r.c. 3,

Se partiremo il Binomio A,rad.cuba 3.piu r.q.c.2.per rad.cuba 3.ne verrà 1. piu r.q.c. $\frac{2}{3}$. B. il cubo del quale sarà quello R. che deriua a partire il quadrinomio Q. cubo del Binomio A.per 3. che è il cubo di rad.cuba 3.con il quale si è partito l'A.per deriuarne il B.onde partendo il Q.per 3.l'auenimento r.q.c. 16.piu rad.cuba 6.piu 1.piu rad.quadra $\frac{2}{9}$.sarà R.cubo di B.

13. rad.quadra 125. rad.cuba 169. via rad.quadra 5.
cioe 1ad.quadra cuba 28561
via rad.quadra cuba, 125.
rad.quadra cuba 3570125
Si tripli,cioe via rad.quadra cuba 729
rad.quadra cuba 2601621125

Ancora Cubisi rad.cuba 13.piu r.q.5. Binomio A.contenuto da vna rad.cuba,& da vna r.q. Qui si vede,che quãdo il Binomio A.è contenuto da vna r. q. & da vna rad. cuba,all'hora il Cubo d'esso Binomio è vn quadrinomio C. contenuto da numero radice quadra,rad.cuba,& r.q.c.del quale quadrinomio (quando egli sarà cubo) si troua la sua rad.cuba facilmente,perche ella è vn Binomio i dui nomi del quale sono la rad. cuba delli dui nomi del quadrinomio, che sono il numero, & la rad.quadra;perilche hora del 13. & del r.q.125. prese le rad.cube,che sono r.c.13.& r.q.5.& accompagnate insieme il composto rad. cuba 13. piu radice quadra 5, è il Binomio A. che è rad.cuba del quadrinomio dato.

rad. quadra 25. cioe 5. via rad. cuba 13. fa rad. cuba 1625. si tripla,& fa r.c.42875.

Il Cubo è r.cuba 43875.p̃ r.q.c.2602621125.p̃ 13. piu r.q.125.

Trouisi la rad.cuba di 945.piu rad.504008.A.& sia C. Il quadrato di 945.è 893025.dal quale cauato 504008.quadrato della minor parte resta 389017. la rad. cuba del quale è 73. numero rationale,però il C.che si cerca sarà anch'egli Binomio contenuto similmente da numero, & r.q. come è l'A. i quadrati delle quali sue due parti saranno differenti in 73. Et la somma d'esse due parti, cioè il valore del Binomio C. douerà essere la rad. cuba in circa di 1655. in circa,cioe manco di 12. (che il valore di A.è circa a 710.& 945.cioe circa a 1655.) perche si deue diuidere alquanto manco di 12.proposto in due parti tali, che i loro quadrati siano differenti in 73.dato (che perciò sappiamo il quadrato della parte maggiore douere essere piu di detto 73. & però ella piu di 8 $\frac{1}{2}$.) & perciò mediante la regola data nel fine di carte si partirà 73. proposto per quasi 24. doppio di quasi 12. proposto, & ne viene piu di 3. da giongere, & cauare a quasi 6. metà del quasi 12. proposto, & ne restano circa a 9. & 3. che saranno le due parti del quasi 12.

Et perche la prima parte deue essere numero rationale.& intiero,ò con rotto d'$\frac{1}{2}$. ella sarà,ò il 9.ò 9 $\frac{1}{2}$. (che 8 $\frac{1}{2}$. non può essere, perche il suo quadrato non arriua a 73. non che lo superi in modo che il restante possa seruire per quadrato della parte minore) quanto al 9 $\frac{1}{2}$. che hà per quadrato 90 $\frac{1}{4}$.& però supera il 73. dato in 17 $\frac{1}{4}$. che saria il quadrato della parte minore, & però ella saria rad. 17 $\frac{1}{4}$. cioe piu di 4. giongendola al 9 $\frac{1}{2}$. faria piu di 13 $\frac{1}{2}$.che supera il valore del C.quale non arriua a 12. però essendo l'A. Binomio cubo conuerrà che la parte maggiore del C. sia il 9.& perche dal suo quadrato 81.cauato il 73. (differenza de'quadrati) resta 8.cõuerrà che il quadrato della parte minore sia 8. & però che ella sia rad.8. Et cosi Binomio C.r.cuba dell'A. (quando A.sia cubo) douerà essere 9.p̃ r.8.che bene vale alquanto manco di 12. come deue. Et cubandolo ci chiariremo intieramente,che produce l'A.945.p̃r.504008.

Sia anco da cubare rad.8.piu rad.6.Binomio A.contenuto da due rad.quadre. Il cubo della prima parte è rad.512. cioe il prodotto del quadrato di rad.8. che è 8. via essa rad.8. Il quadrato della seconda parte rad.6.è 6.& il suo triplo è 18.che moltiplicato via la rad.8.prima parte (cioe rad.324.via rad.8.) fa rad.2592. Questo si potrà sempre sommare con il cubo della prima parte hora rad.512.perche essa rad.512.è 8.volte la rad.8.prima parte,& la rad.2592.è 3.volte 6.cioe 18.volte essa rad.8 che il numero 8.è sempre il numero della rad.della prima parte,& il numero 18.è sempre il triplo del numero 6.della rad.della seconda parte,onde la somma di rad. 512.cõ rad.2592.sarà 8.& 18 cioe 26.volte la rad 8.prima parte,& però sarà il dutto di rad.676. via rad.8.che fa rad.5408.per ilche vediamo,che in questi Binomij contenuti da due rad. quadre facil-

Digitized by Google

facilmente si troua essa somma del cubo della prima parte, con il dutto d'essa prima parte nel triplo del quadrato della seconda, giongendo il numero della prima parte, con il triplo del numero della seconda, & la somma che è numero rationale, moltiplicare con essa prima parte al solito (cioe esso numero rationale ridurre a forma di radice, per moltiplicarlo con la prima parte, che è anch'ella rad.) che il prodotto sarà la prima parte di C. cubo del Binomio A dato, qual C. sarà anch'egli vn Binomio contenuto da due rad. quadre come è l'A. l'altra parte di questo C. si troua pure facilmente per la medesma causa nel modo che s'è trouata la prima parte, cioe giongeremo il numero 6. della seconda parte d'A. con il triplo di 8. numero della prima parte, cioe cõ 24. che fa 30. & questo moltiplicaremo per la seconda parte rad. 6. (cioe radice 900. via rad. 6.) che fa rad. 5400. quale è la seconda parte del Binomio C. però egli sarà rad. 5408. piu rad. 5400.

Et se conuersamente dato il Binomio C. rad. 5408. piu rad. 5400. se ne volessi trouare la sua rad. cuba (essendo egli cubo) noi cauando 5400. quadrato della parte minore da 5408. quadrato della parte maggiore resta 8. la rad. cuba del quale è 2. questo 2. per essere numero rationale, cioe senza denominatione di alcuna radice, ci fà conoscere, che essendo il dato Binomio C. cubo, ancora sarà la sua rad. cuba vn Binomio simile a lui, cioe contenuto da due rad. quadre come è esso C. & tali, che i loro quadrati saranno differenti in 8. Hora considerando, che questo Binomio C. è, ò vogliamo dire importa circa a 147. vediamo che il Binomio A. sua rad. cuba importarà circa a r. cuba 147. cioe $5\frac{1}{4}$ & alquanto piu, onde le due parti del Binomio A. gionte insieme douerranno valere alquanto piu di $5\frac{1}{4}$. & i quadrati loro essere differenti in 2. diuideremo dunque $5\frac{1}{4}$. & alquanto piu in due parti tali, che i loro quadrati siano differenti in 2. & per farlo mediante la Aegola data noi con il doppio di $5\frac{1}{4}$. & alquanto piu che è $10\frac{1}{2}$. & alquanto piu, partiremo il 2. ouero (che resulta l'istesso) cõ il solo $\frac{1}{2}$. & alquanto piu partiremo la mità di 2. cioe 1. & ne viene $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. & alquãto mãco, che gionto, & cauato a $2\frac{1}{16}$. & alquãto piu mità del $5\frac{1}{4}$. ne resultano circa a $2\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{6}\frac{6}{4}$. & $2\frac{1}{1}\frac{7}{6}\frac{3}{4}$. che ridotti a forma di r. (come deuono essere le parti del Binomio A. a fin l'studine delle parti del C.) sono circa a rad. 8. & rad. 6. Queste importano circa a $5\frac{1}{4}$. come ci bisogna, & i loro quadrati sono differenti in 2. come conuiene, però essaminandole, cioe con esse formando il rad. 8. piu rad. 6. & cubandol'o; perche vediamo, che fa a punto rad. 5408. piu rad. 5400. che è il C. dato, diremo che il C. è cubo, & la sua rad. cuba essere rad. 8. piu rad. 6.

Partendo il Binomio C. rad. 5408, piu rad. 5400, per rad. 8. ne viene D. rad. 676. piu rad. 675. cioe 26. piu rad 675. Et per la 8ª cuba d'essa rad. 8. partitore, cioe per rad. 2. partendo il Binomio A. rad. 8. piu rad. 6. (rad. cuba del C.) l'auenimento B. rad. 4 p̃ rad. 3. cioe 2. p̃ r. 3. sarà la rad. cuba del D.

Et se partessimo il Binomio A. rad. 8. piu rad. 6. per 2. l'auenimento F. rad. 2. p̃ r. $1\frac{1}{2}$. sarà la r. cuba del Binomio G. che nasce a partire il C. per il cubo del 2. partitore dell'A. onde il G. saria rad. $8\frac{1}{4}$. p̃ rad. $8\frac{1}{64}$.

Hora vogliamo mostrare all'amoreuole, & giudicioso Studente, come si possa concludere dimostratiuamente, che quando alcun Binomio C. è cubo, all'hora di necessità la differenza de' quadrati delle due sue parti è il cubo della differenza de' quadrati delle due parti dell'A. che è la rad. cuba di esso C. però notisi il seguente discorso.

Cubisi 16. diuiso in 11. & 5. cioe in forma di Binomio cosi, 11. p̃ 5.

11 piu 5
sono differenti in 6

Cubo dell'11.	1331	125. cubo del 5.
dutto dell'11. nel triplo del quadrato di 5.	825	1815. dutto di 5. nel triplo del quadrato di 11.
	2156	1940.

la differenza è 216.

L'825. si forma da 5. via 5. via 3. via 11. Cioe da 5. via 3. via 11. che è 165. via 5.
Il 1815. si forma da 11. via 11. via 3. via 5. Cioe da 5. via 3. via 11. che è 165. via 11.

Trouisi la differenza de' Cubi di 11. & 5.

11. & 5. la differenza n è 6.
il triplo di 5. minore è 3. via 5. 11. via 6. via 3. via 5. fa 990. il cubo di n 6. è 216. la differenza de' cubi è 1206. cioe il cubo di n differenza delle due parti, & 990. di piu, & sia X.

Ma

Digitized by Google

Ma perche 5.& 11.sono differenti in 6. n ne segue, che la differenza del 1845.a 825.sia quanto 165.via 6.che fa 990. Z. Ma il 165.già si è detto essere il dutto di 11. via 5.via 3. però il 990. Z. è il dutto di 11. via 5. via 3. via 6. cioe questo dutto è la differenza de' dui numeri 825. & 1815.

Ancora il 990. X.che si trouò di sopra nel cercare la differenza de'cubi d'11.& 5.si forma dalli istessi quattro numeri moltiplicati insieme, cioe è il dutto di 11.via 5. via 3.via 6. perilche sempre quel 999.X.è eguale a questo 990.Z.

Ma la differenza 1206.de'cubi di 11.& 5.supera il suo 990.X. in 216. cubo del 6. differenza di 11.& 5.però superarà ancora l'altro 990.Z.differenza dell 825.al 1815.nel medesimo 216. Hora consideraremo che il 1256.si compone da 1331.cubo di 11.& da 825. Et il 1940. si compone da 125.cubo di 5.& da 1815.ma il 1331.è maggiore del 125.in 990.& nel 216. cubo di 6.n. (differenza d'11.& 5.) onde si può dire che 1331. si compone da 990. 125. & 216. Et però il 2156. da 990.125.216.& 825. Et quanto al 1940.egli si compone da 1815.che è quanto 990.& 825. Et anco da 125. onde si può dire che esso 1940. si compona da 990. 825. & 125. ma dalli istessi tre componenti;& da 216.di più,si compone il 2156.però il 2156.supera il 1940.nel 216.che è il cubo di 6.differenza di 11. a 5. Onde si conosce, che cubando vn Binomio A.& nascendone il Binomio C. all'hora la differenza delle due parti del C. sarà il cubo della differenza delle due parti dell'A.

Ancora dato vn Binomio A.11.piu 5.il cubo del quale sia il Binomio C.2156.piu 1940. auuerrà sempre, che i quadrati delle due parti del C. saranno differenti fra loro in vn numero che sarà il cubo della differenza de' quadrati delle due parti del Binomio A. onde hora che i quadrati d'11. & 5. cioe 121. & 25. sono differenti in 96. (che è quanto il prodotto della somma di 11.& 5. (cioe di 16.) via 6. differenza de' medesimi 11. & 5.) il cubo di questo 96. (cioe hora 884736.) verrà ad essere la differenza de'quadrati 2156.& 1940.che si troua facilmente moltiplicando la somma d'essi 2156. & 1940. cioe 4096 (che è il valore del Binomio G.) via 216.differenza loro,& fa 883476.

11. piu 5.
121. 25.
differenza 96.

Ma 156. 1940. N.
4648336. 3763600.
differenza 884736.
che è il cubo di 96.

Cubisi 96.
9216.
110592.
fa 884736.

La causa è,che essendo il 96. differenza de'quad. d'11. & 5.) il dutto di 16. (somma di 11.& 5.) via 6. (differenza loro.) Et essendo l'883476.differēza de quadrati di M.& N.il dutto di 4096. (somma di M.2156.& N.1940.)via 216. (differenza loro),perche il 4096. valore del composto di M.& N è dalla construttione il cubo di 16. valore del composto d'11. & 5. Et il 216.differēza di M.& N.è (come si è mostrato) il cubo di 6.differēza d'11.& 5. vediamo che a moltiplicare 6.via 16.che producono 96. si vēgono a moltiplicare fra loro le due ℞ cube di 4096.& di 216.che producono l'884736. ma quando i Cubi di dui numeri 16.& 6.si moltiplicano insieme il prodotto è anco il cubo del prodotto d'essi dui numeri 16 & 6.cioe è il cubo del 96. (come si dimostra in vniuersale nella propositione seguēte) perilche è chiaro,che l'884736.prodotto de'cubi di 16.& 6.è il cubo di 96.ma esso 884736. è la differenza de'quadrati di M.& N.& il 96.è la differenza de'quadrati di 11. & 5. però è similmente chiaro,che d'vn Binomio C.che sia il cubo d'vn dato Binomio A.la differenza de'quadrati delle due parti del C.è il cubo della differenza de'quadrati delle due parti dell'A.

Propositione.

SE siano date quante quantità si voglino da vna banda,& i loro quadrati,ò i loro cubi, ò i quadri quadrati;ò Relati,ò Quadri cubi,&c.dall'altra; Ancora i prodotti delli Quadrati,ò delli Cubi,&c.detti saranno similmente il Quadrato,ò il cubo, &c. del prodotto delle prime quantità date. Siano dati per lati quante quantità si voglino poniamo 3. 7. 5. 11. & i suoi quadrati siano 9. 49. 25. 121. Et i cubi 27. 343. 135. 1331. si dice che il dutto del primo quadrato nel secondo quad.sarà il quad.del dutto del primo lato nel secondo lato; Et il dutto del primo cubo nel secondo cubo sarà il cubo del dutto detto del primo lato nel secondo lato. Et similmente il dutto de i tre primi quadrati fra loro sarà il quadrato del dutto de i tre primi lati fra loro; Et il dutto de i tre primi cubi fra loro,sarà il cubo del dutto de'tre primi lati fra loro; Ancora il dutto delli quattro quadrati fra loro, sarà il quadrato del dutto de i quattro lati ad essi corrispondenti fra loro: Et il dutto de'4.cubi fra loro,sarà il cubo del dutto de'4.lati ad essi corrispondēti

fra

Digitized by Google

fra loro; Et cosi seguendo in infinito. Ilche tutto si dimostrará come segue. Presi i dui primi lati 3.& 7.il loro dutto è 21.cioe 3.via 7. I quadrati d'essi 3.& 7.sono 9.& 49.& il loro dutto è 441.ma perche 9. si produce da 3. via 3.& 49. si produce da 7.via 7.si può dire,che 9 via 49. cioe che 441. si produce da 3. via 3. via 7.via 7. ma vn 3.via 7.produce 21.& l'altro 3.via 7.produce pure 21.onde 21.via 21.è quanto 3 via 3.via 7.via 7. Ma ancora 9.via 49.è quanto 3.via 3.via 7. via 7. però 9. via 49. è quanto 21.via 21. Questo 21.via 21. è il quadrato del dutto di 3. via 7.però anco 9.via 49.cioe il dutto de i dui primi quadrati, qual dutto è 441 farà il quadrato del dutto de i dui primi lati 3.& 7. fra loro; Et seguendo alli Cubi di detti primi lati, quali cubi sono 27.& 343.& moltiplicati essi Cubi fra loro producono 9261.si dice questo 9261. essere il cubo di 21.prodotto di detti primi lati 3.& 7.perche il cubo 27. è il dutto di 3.via 9.& il 9. è il dutto di 3.via 3.onde il 27.viene ad essere il dutto di 3.via 3.via 3.Et per la medesima causa il 343. è il dutto di 7.via 7.via 7.Onde tâto importa il dutto di 27.via 343.quanto il dutto di 3.via 3.via 3.via 7.via 7.via 7.ò vogliamo dire di 3.via 7.via 3.via 7.via 3.via 7 mavn dutto di 3.via 7 è 21. però li 6.dutti detti,si può dire essere quâto 3.dutti di tre 21.cioe quâto 21.via 21.via 21.ma tre dutti di 21.fra loro producono il cubo di 21.onde tanto è il dutto di 27. via 343. quanto il Cubo di 21. Ma 21.è il dutto de'lati 3.& 7. però il dutto di 27. cubo di 3.in 343. cubo di 7.è quanto il Cubo del prodotto da essi lati 3.& 7.

Nel medesmo modo si potrá procedere a mostrare,che il numero.ò quantità prodotta dalla moltiplicatione fra loro de'quadri quadrati del 3.& 7.è il quadro quadaato di 21.prodotti delli istessi lati 3.& 7. cioe che esso prodotto di quadri quadrati detti è quanto il dutto di quattro 21. fra loro,cioe quâto 21.via 21.via 21.via 21.Et cosi il dutto de'primi relati di 3.& 7.farà il primo lato di 21.dutto d'essi 3.& 7. Et il medesmo similmente auuerrà ne i quadri cubi,ne i secondi relati ne i quadri,quadri quadrati. Ne i Cubi cubi; Et nelle simili seguenti dignità delle quantità in infinito. Questo veduto, facilmente si mostrará, che anco il ptodotto de i tre primi quadrati.ò de i tre primi cubi, fra loro è il quadrato, ò il Cubo de i tre primi lati fra loro, che essendo essi tre primi lati 3. 7. 5.& il dutto de'dui 3.& 7. essendo 21.intenderemo questo 21. come vn solo lato,& il 5.come vn'altro lato,& adoprareremo questi dui 21.& 5.in vece delli tre 3.7.& 5.che tanto è il prodotto de'dui 21.& 5.quanto è il prodotto delli tre 3.7.& 5. qual prodotto è 105. Et de i dui lati 21.& 5.siano i quadrati 441.& 25. che producono 11025. Et de i medesimi dui lati siano i Cubi 9261.& 125.che producono 1157625. onde per quello che di sopra si è mostrato concluderemo che il prodotto de'dui quadrati 441.& 25. è il quadrato del prodotto de i dui lati 21.& 5. Et il prodotto de i dui cubi 9271.& 125.è il cubo del prodotto istesso de i dui lati 21.& 5.ma il prodotto de i dui lati 21.& 5. è quanto il prodotto de i tre primi dati 3.7.& 5. Et il prodotto de i dui quadrati 441.25.è quâto il prodotto de i tre quadrati 9.49.25. Et anco il prodotto de i dui Cubi 9261.& 125.è quanto il prodotto de i tre Cubi 27.343.125. però il prodotto de i tre primi quadrati, è il quadrato del prodotto de i tre primi lati, & il prodotto de i tre primi cubi, viene ad essere il cubo del'istesso prodotto de i suoi tre primi lati.

3	9		27		
7) 21	49) 441		343) 9261		
5					
21					

21	441		9261		
5) 105	25) 11025		125) 1157625		

Hora presi questi 105. 11024.& 1157625. in vece d'vn sol lato; Et del suo quadrato, & del suo Cubo,ad esso lato accompagnaremo il seguente lato de i dati,& sia 11.& cosi formato il suo quad.& il suo cubo,&i prodotti de'dui lati,de i dui quadrati,& de dui Cubi,concluderemo pure nel medesmo modo,che il prodotto di questi dui quadrati, è il quad.del prodotto di questi dui lati, & il prodotto di questi dui Cubi, è il cubo del prodotto istesso di questi dui lati, & però che del prodotto de i quattro lati dati.il quadrato è il prodotto de i quattro quadrati, & il cubo è il prodotto de i loro quattro cubi. Et cosi con tal modo procedendo si concluderia il medesmo,essendo i lati dati,& 5.& 6.& 7.& quanti si vogliono in infinito; Et non solo ne i quadrati,& ne i Cubi de i lati,ma nelli quadri quadrati loro,nelli Relati,& ne gl'altri.

Cubisi questo &esiduo A.r.c.1 $\frac{1}{2}$.m̃ r.q.c.1 $\frac{1}{2}$.

Il cubo della prima parte è 1 $\frac{1}{2}$. Il cubo della seconda parte è m̃ r.q. 1 $\frac{1}{2}$. Il quadrato della prima parte è r.c.2 $\frac{1}{4}$.da moltiplicare via m̃ r q.c.1 $\frac{1}{2}$. seconda, cioe r.q.c. $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$. via m̃ r.q. c. $\frac{2}{3}$. che fa m̃ r.q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{2}{4}$. & questo si tripla, cioe si moltiplica via r.q.c. 729. & fa m̃ r.q.c. $\frac{1}{4}$ $\frac{9}{6}$ $\frac{8}{4}$ $\frac{3}{4}$. cioe m̃ r.q c. 1920 $\frac{3}{4}$. che è l'altro particolare prodotto.

Ancora il quadrato della seconda parte 4. m̃ 1.q·c.1 $\frac{1}{2}$. è r.c.1 $\frac{1}{2}$.da moltiplicare via la prima

Digitized by Google

r.c. $1\frac{1}{2}$. & fa r.c. 2. quale ſi tripla, & fa r.c. 54. che è l'vltimo particolare prodotto. Et perciò il prodotto totale, che è il cubo del Reſiduo A. ſarà r.c. 54. $\tilde{p}$. $1\frac{1}{2}$. $\tilde{m}$ & q. $1\frac{1}{2}$. $\tilde{m}$ r.q.c. $4920\frac{1}{2}$. che è vn Quadrinomio C. compoſto di $\tilde{p}$. & $\tilde{m}$, & di numero r.q.r.c. & r.q.c. In queſto Quadrinomio cubo C. compoſto di $\tilde{p}$, & $\tilde{m}$, ſi vede il numero $1\frac{1}{2}$. eſſere il numero della & c. del Reſiduo A. che è r. cuba d'eſſo Quadrinomio: Et che del $\tilde{m}$ r.q. $1\frac{1}{2}$. il numero $1\frac{1}{2}$. è il numero della $\tilde{m}$ r.q c. del medeſimo Reſiduo A. Et che perciò delli $1\frac{1}{2}$. & $\tilde{m}$ r.q. $1\frac{1}{2}$. preſo ſeparatamente la r.c. che ſarà r.c. $1\frac{1}{2}$. & $\tilde{m}$ r.q.c. $1\frac{1}{2}$. eſſe ſarãno le due parti che formano il Reſiduo A. che è r.c. del Quadrinomio; Et queſto auuiene perche eſſe due parti ſono quelle, che ſi cubano nel ſommare il Reſiduo A. & formano due parti del Quadrinomio; Et per chiarirci poi ſe il Quadrinomio dato ſia cubo, cõuien vedere ſe il triplo del quad. della r.c. $1\frac{1}{2}$. moltiplicato via la $\tilde{m}$ r.q.c. $1\frac{1}{2}$. formi la $\tilde{m}$ r. q.c. 4920. Et anco ſe il triplo del quad. della $\tilde{m}$ r.q.c. $1\frac{1}{2}$. moltiplicato via la r.c. $1\frac{1}{2}$. formi la r.c. 54. Et ſi può auuertire, che il r.c. 54. deue naſcere dal triplo del quad. della $\tilde{m}$ r.q.c. $1\frac{1}{2}$. pche il quad. d'eſſa meno r.q.c. è ſempre $\tilde{p}$. & è r.c. che moltiplicato via l'altra r.c. cioe via r.c. $1\frac{1}{2}$. produce pure r.c. Et auuertire ſimilmente, che il meno r.q.c. $4920\frac{1}{2}$. appartiene, ò deue naſcere dal triplo del quad. della r.c. $1\frac{1}{2}$. che ſi riduce poi a r.q.c. per moltiplicarlo via meno r.q.c. $1\frac{1}{2}$. qual moltiplicante perche è meno deue produrre meno, & è ſimilmente r.q.c. Et coſi facilmente ſi può conoſcere ſe tali Quadrinomij ſono cubi, ò nò, & eſſendo cubi quale ſia la ſua r. cuba.

Moltiplichiſi r.c. 12. via r.q.c. 12. Cioe r.q.c. 144. via r.q.c. 12. fa r.q.c. 1728. che ſi riduce a r.q. 12. Di quì ſi può auuertire, che moltiplicando vna r.c. via vna r.q.c. del medeſmo numero, il prodotto è ſempre r.q. dell'iſteſſo numero. Cioe a moltiplicare poniamo r.c. 19. via r.q.c. 19. fa r.q. 19. perche r.c. 19. ridotta a r.q.c. è r.q.c. (19. via 19.) & queſto moltiplicato via r.q.c. 19. fa r.q.c. (19. via 19 via 19. onde il numero del $\tilde{p}$. otto ſarà cubo, & la ſua r.c. ſarà il 19. peròche d'eſſo prodotto, che ſarà r.q.c. ſi potrà pigliare la r.c. che quanto al numero ſarà 19. & però queſto 19 ſarà ſolo r.q.

r.q.c. 19. via r.c. 19. cioe via r.q.c. 361.

fa r.q.c 6859. cioe r.q. 19.

Ma moltiplicando r.q. 19. via r.q.c. 19. il prodotto è 19. via 19. depomĩato da r. cuba, cioe r.c. 961. perche qui nel ridurne la r.q. 19. a r.q.c. ſi moltiplica 19. via 19. via 19. & il prodotto (che è r.q.c.) ſi moltiplica per 19. num. della r.q.c. & però il prodotto delli quattro 19. (che è r.q.c.) ſarà num. quad. onde preſane la r.q. che ſarà il dutto di dui 19. il num. dell'auenimento ſarà ſolo r.c.

Notino gli Studenti, che ſe beue alle volte nelle operationi ſi potria dare vna Regola breue, deriuandola da breue diſcorſo, noi ne facciamo diuerſe, & alcune lunghe, deducendone Regole diuerſe, & c. acciò eſſi ſi faccino eſperti. & in molti modi ſappiamo diſcorrere, & operare.

Ma laſſando il trattare di queſte quantità cube, & loro radici (che ſi potria procedere in infinito) paſſiamo ad altre ſpeculationi.

2 *Data la ſomma de i quadrati di due quantità, & la proportione del prodotto d'eſſe due quantità al quadrato della differenza delle medeſme due quantità, ritrouare eſſe due quantità.*

Sia B. ſomma de i quadrati delle due quantità 20. Et la proportione del prodotto d'eſſe due quantità al quadrato della differenza loro ſia come da R. ad S. Si domanda eſſe due quãtità.

Poniamo A. eſſere il prodotto delle due quantita, Adunque il quad. della differenza d'eſſe ſarà

Il dutto di S. in A. partito per R.

(*perche eſſendo da A. prodotto delle due quantità, al quadrato della differenza loro come da R. ad S. cioe eſſendo A. prodotto delle due quantita. Et il quadrato della differenza loro; Et R. & S. dal ſuppoſito, quattro quantità proportionali ne ſegue, che il dutto della prima A. nella quarta S. ſia eguale al dutto della ſeconda, quadrato della differenza delle due quantità nella terza R. onde partendo il dutto della prima nella quarta, cioe di A. in S. ò vogliamo dire, che reſulta l'iſteſſo di S. in A. per la terza R. l'auenimento ſarà la ſeconda, cioe il quadrato della differenza delle due quantità*) *al quadrato della differenza delle due quantità, giunto il doppio del prodotto d'eſſe due quantità, ne reſulta la ſomma de i quadrati delle due quantità. Adunque ſomma de i quadrati delle due tire per R. è quanto due volte*

Il dutto di S. in A.
Et di R. due volte in A.
da partire per R.

ſarà eguale alla ſuperficie B. 20. dato, quantità (che R. in A. due volte da partire per R. poſto eſſere il prodotto delle due quantità, poiche a moltiplicare A. per R. & partire il prodotto per l'iſteſſo R. ne ritorna A. ma in vece de dire A. due volte, qui ſi dice, ò ſi pone R. in A. due volte da partire per R. perche coſi torna comodo, douendolo giungere con il dutto di S. in A. che và anch'egli partito per il medeſimo R. Et

coſi

cosi il dutto di S. in A. da partire per R. è il quadrato della differenza delle due quantità. Et il dutto di R. in A. due volte da partire per R. è il doppio del prodotto delle medesime due quantità, quali quad. della differenza delle due quantità; Et doppio del prodotto delle istesse due quantità, giōti insieme cōpongono la sōma de' quad. delle due quātità (come si mostrò nel fine della secō da operatione, ò Problema 2 fac. & però saranno eguali al dato B. 20.) La quale Equatione ridotta a forma di proportionalità si potrà dire, che come è da S piu due volte R. ad R. così è da B. 20. ad A. da trouarsi rettangolo, ò prodotto delle due quantità, (perche hauendo il dutto di S. in A. piu il dutto di R. due volte in A. Il tutto da partire, ò esimo di R ò denominato da R, ò vogliamo dire che hà per denominatore R. Et essendo eguale a B. noi per leuare il rotto moltiplicando ciascuna delle due parti sinistra, & destra dell'Equatione per R denominatore della sinistra ci riduremo ad hauere il dutto di S. in A. piu il dutto di R. due volte in A. Eguale al dutto di R. in B. Et perche il dutto di S. in A. piu il dutto di R. due volte pure in A. si può dire essere il dutto di questa quantità S. piu il doppio di R. in quest'altra A. Et essendo tal dutto eguale al dutto di quest'altre due R. & B. fra loro, noi potiamo considerare esse 4. quantità come 4. quantità proportionali, ponendo quelle d'vn dutto per estreme prima, & quarta. Et quelle dell'altro dutto (al già detto dutto eguale) per medie, secōda, & terza, & stando cō quest'ordine S. piu il doppio di R. prima R. seconda B. terza, & A. quarta, si dirà, che come da S. piu il doppio di R. ad R. così è B. 20. ad A. posto essere il prodotto delle due quantità, che si cercano.) Onde dati S. R. & B. si trouaranno le due quātità. Che dato B. (somma de' quad. delle due quantità) 20. Et la proportione del prodotto delle due quantità al quad. della differenza loro, essendo come da R. 2. ad S. 1. Il doppio di R. con S. cioe 4. & 1. che fa 5. ad R. 2. sarà come da B. 20. ad A. prodotto delle due quantità; onde se 5. da 2. il B. 20 darà 8 & questo 8. sarà A. prodotto delle due quātità, il doppio del qual prodotto, cioe 16. cauato dalla somma de i dui quadrati loro, cioe da B. 20. il restante 4. è il quadrato della differenza delle due quantità, però la ℞ di questo 4. cioe 2. è la differenza delle due quantità. Et l'istesso 16. doppio del prodotto delle due quātità, giunto al medesimo B. 20. somma de' quadrati delle due quantità, il composto 36. sarà il quadrato della somma delle due quantità (come si mostrò nel secondo problema sopradetto) perilche la ℞ di questo 36. cioe 6. sarà la somma delle due quantità. Et la differenza delle istesse si è trouato essere 2. però la metà della differenza, giōto a 3. metà della somma che fà 4. mostrarà la maggiore delle due quantità cercate douere essere 4. Et il medesimo 1. cauato dall'istesso 3. che resta 2. mostrarà la minore douere essere 2. Et ben si vede che la somma di 16. & 4. quadrati loro fa il 20. B. dato, Et che la proportione di 8. prodotto d'esse due quantità à 4. quadrato di 2. differenza loro, è come da R. 2. ad S. 1. come si propone.

Et se stante la somma de i quadrati delle due quantità B. 20. il prodotto delle due quantità al quadrato della differenza d'esse due quantità fusse come da 1. ad 1. cioe fussero eguali, che S. cioe fusse eguale ad R. che però all'hora il doppio di R. gionto ad S. faria il triplo di R. all'hora ancora B. 20. saria triplo ad A. prodotto delle due quantità, & perciò esso prodotto saria $\frac{20}{3}$. cioe $6\frac{2}{3}$. il doppio del quale che è $13\frac{1}{3}$. giunto, & cauato a B. 20. somma de' quadrati delle due quātità i dui resultanti $33\frac{1}{3}$. & $6\frac{2}{3}$. saranno i quadrati della somma delle due quantità, & della differenza delle istesse due quantità, onde la somma delle due quantità sarà ℞ $33\frac{1}{3}$. & la loro differenza sarà ℞ $6\frac{2}{3}$. le mira del che sono ℞ $8\frac{1}{3}$: & ℞ $1\frac{1}{3}$. perilche la quantità maggiore sarà ℞ $8\frac{1}{3}$. p̄ ℞ $1\frac{1}{3}$. Et la minore sarà ℞ $8\frac{1}{3}$. meno ℞ $1\frac{1}{3}$. La differenza delle due quantità è due volte ℞ $1\frac{1}{3}$. cioe ℞ $6\frac{2}{3}$. Il suo quadrato è $6\frac{2}{3}$. ilche è eguale al prodotto delle due quantità come si propone.

La quantità maggiore è ℞ $8\frac{1}{3}$. piu ℞ $1\frac{1}{3}$. — Il suo quadrato è 10. piu ℞ $\frac{1600}{9}$.
La quantità minore è ℞ $8\frac{1}{3}$. m̄ ℞ $1\frac{1}{3}$. — Il suo quadrato è 10. men. ℞ $\frac{1600}{9}$.
Il prodotto delle due quantità è $8\frac{1}{3}$. meno $1\frac{1}{3}$. cioe $6\frac{2}{3}$. — la somma de i quadrati è 20. come si propone.

Il Cardano al Capitolo 66. nel quesito 94. scriue:

TRouinsi due quantita tali, che il prodotto sia eguale al quad. della differenza loro, & che la somma de' quad. loro sia 20. Et io risolue per Algebra con modo simile al seguente. Sia la maggiore $\frac{1}{2}.\text{z}+\text{m}$ & la minore 1. (che si potria anco dire 1. quātita, & trouar poi il valore d'essa què tita in num. di z+m ma pche questo riuscisia laborioso, perciò adoperaremo la simplice vnita) la differenza è $\frac{1}{2}.\text{z}+\text{m}$ 1. il quad. d'essa è $\frac{1}{4}.\text{z}$ m 1. z+ p̄ 1. ilche è eguale al prodotto delle due quantità cioè $\frac{1}{2}.\text{z}+\text{m}$ 1. che accommodādo la Equatione si hauera $\frac{1}{4}.\text{z}$ p̄ 1. Eguale a $1\frac{1}{2}.\text{z}+\text{m}$ & però 1. z p̄ 4. Eguale a 6. z. Onde la + vale 3. p̄ ℞ 5. ò 3. m̄ ℞ 5. ma la valuta maggiore ci serue, & $\frac{1}{2}.\text{z}+\text{m}$ sarà $1\frac{1}{2}.\text{z}+\text{p̄}$ ℞ $1\frac{1}{4}$. che $1\frac{1}{2}$. m̄ ℞ $1\frac{1}{4}$. saria poco per la quantità maggiore essendo posto 1. la minore. Et così quādo la

mino-

Digitized by Google

minore ſia 1.la maggiore poſta $\frac{1}{2}$. ꝛ ſarà $1\frac{1}{2}$.p̃ ℟ $1\frac{1}{2}$. Cioe la proportione della maggiore alla minore è come di $1\frac{1}{2}$.p̃ ℟ c. $\frac{1}{2}$.ad 1. Hora con nuouo queſito ſi dice.

Trouinſi due quantità nella proportione di $1\frac{1}{2}$. p̃ ℟ $1\frac{1}{2}$.ad 1.tali, che la ſomma de' quadrati loro ſia 20.Onde poſto la maggiore $(1\frac{1}{2}.$ p̃ ℟ $1\frac{1}{2}.)$ ꝛ. Et la minore 1. ꝛ, i loro quadrati ſono $(3\frac{1}{2}.$ p̃ ℟ $11\frac{1}{2}.)$ ƶ; Et 1.ƶ.cioe in tutto $(4\frac{1}{2}.$ p̃ ℟ $11\frac{1}{2}.)$ ƶ. Et queſto è eguale a 20. però la ꝛ vale ℟ $8\frac{1}{2}$.m̃ ℟ $1\frac{1}{2}$. & queſta è la minore quantità poſta eſſere 1.ꝛ, quale moltiplicato per 1. $\frac{1}{2}$.p̃ ℟ $1\frac{1}{2}$. numero delle ꝛ poſto eſſere la maggiore ſa ℟ $8\frac{1}{2}$. piu ℟ $1\frac{1}{2}$. & queſto ſarà la maggiore quantità.

Quero con l'Algebra pure per trouare la maggior quantità la poneremo eſſere 1.ꝛ, che la minore ſarà $(1\frac{1}{2}.$m̃ r.$1\frac{1}{2}.)$ ꝛ, acciò la maggiore alla minore habbi la proportione di $1\frac{1}{2}$.p̃ ℟ $1\frac{1}{2}$.ad 1. (che ſe $1\frac{1}{2}$. p̃ ℟ $1\frac{1}{2}$. maggiore douèta 1.l'1.poi minore douentarà $1\frac{1}{2}$.m̃ ℟ $1\frac{1}{2}$.) i loro quadrati ſono 1.ƶ. Et $(3\frac{1}{2}.$ m̃ ℟ $11.\frac{1}{2}.)$ ƶ. Et la ſomma loro è $(4\frac{1}{2}.$m̃ r.$11\frac{1}{2}.)$ ƶ,& queſto è eguale a 20. cioe 9.ƶ. Eguale a 90.p̃ r.4500. Onde la ꝛ vale r.$8\frac{1}{2}$.p̃ r.$1\frac{1}{2}$. & queſta è la maggior quantità.

Et ben ſi vede,che il prodotto d'eſſe due q.r.$8\frac{1}{2}$.p̃ r.$1\frac{1}{2}$. Et r.$8\frac{1}{2}$.m̃ r.$1\frac{1}{2}$.è $8\frac{1}{2}$.m̃ $1\frac{1}{2}$. cioe 6. $\frac{1}{2}$. Et la differenza d'eſſe due q.è r.$1\frac{1}{2}$.p̃ r.$1\frac{1}{2}$.cioe r.6$\frac{1}{2}$.il quadrato della quale è $6\frac{1}{2}$. & però è eguale al prodotto loro come ſi propone; Ancora i quadrati d'eſſe due q.ſono 10.p̃ r.$13\frac{1}{2}$.Et 10. m̃ r.$13\frac{1}{2}$.la ſomma de i quali è 20 come ſi propone.

Quero ſia la maggiore 1.ꝛ,& la minore 1.la differenza è 1.ꝛ m̃ 1.il quadrato della quale è 1.ƶ m̃ 2.ꝛ p̃ 1.Eguale al prodotto loro,che è 1.ꝛ,però 1.ƶ p̃ 1.è Eguale a 3.ꝛ. Onde la ꝛ vale $1\frac{1}{2}$. p̃ r.$1\frac{1}{2}$.ò $1\frac{1}{2}$.m̃ r.$1\frac{1}{2}$.ma la maggior valuta è a propoſito. Onde quando la minor q.ſia 1.la maggiore poſta 1.ꝛ, ſarà $1\frac{1}{2}$.p̃ r.$1\frac{1}{2}$. Quero poſta la minore 1.ꝛ, & la maggiore 1.la differenza è 1. m̃ 1.ꝛ,il ſuo quadrato è 1.m̃ 2.ꝛ p̃ 1.ƶ. Et è eguale al prodotto delle due q.che è 1.ꝛ però 1.ƶ p̃ 1.è eguale a 3.ꝛ come prima; Et la ꝛ vale pure $1\frac{1}{2}$.p̃ r.$1\frac{1}{2}$.ò $1\frac{1}{2}$.m̃ r.$1\frac{1}{2}$.ma la maggior valuta hora è a propoſito,onde quando la maggior quantità ſia 1.la minore ſarà $1\frac{1}{2}$.m̃ r.$1\frac{1}{2}$. Et ſeguẽdo ad operare come di ſopra ſi troueranno le due quantità.

Ma per deriuarne facilmente la Regola numerale,& anco la lineale ſia che ſi dica.

Trouinſi due quantità tali, che il prodotto loro al quadrato della differenza loro habbi la proportione di 3.a 10.cioe che il quadrato della differenza loro ſia volte $3\frac{1}{3}$.quanto il prodotto loro; Et di più che la ſomma de' quadrati loro ſia 20. Et troueremo la maggior quantità eſſere r.$6\frac{7}{8}$. p̃ r.$3\frac{1}{8}$. Et perciò la minore douerà eſſere il ſuo Reſiduo, cioe r.$6\frac{7}{8}$. m̃ r.$3\frac{1}{8}$. accioche la ſomma de quad.loro ſia 20.che il quad.della maggiore è $6\frac{7}{8}$.p̃ $3\frac{1}{8}$.cioe 10.piu il doppio del dutto di r.$6\frac{7}{8}$. in r.$3\frac{1}{8}$. & però il quad. della minore, che hà da eſſere il reſtante ſino a 20. ſarà 10. manco il doppio del dutto delle iſteſſe due r.$6\frac{7}{8}$.& r.$3\frac{1}{8}$.i quad. delle quali gionte inſieme deuono fare 10.onde conuiene che eſſo minore ſia r.$6\frac{7}{8}$.m̃ r.$3\frac{1}{8}$.

Pono la minore 1.ꝛ. Et la maggiore 1.la differenza è 1.m̃ 1.ꝛ,il ſuo quad è 1.m̃ 2.ꝛ, p̃ 1.ƶ. Il loro prodotto è 1.ꝛ,che moltiplicato per $3\frac{1}{3}$.fa $3\frac{1}{3}$.ꝛ,& queſto è eguale al detto 1.m̃ 2.ꝛ,p̃ 1.ƶ. Cioe 1.ƶ p̃ 1. Eguale a $5\frac{1}{3}$.ꝛ perilche la ꝛ vale $2\frac{1}{3}$.p̃ r.$6\frac{1}{9}$.Quero $2\frac{2}{3}$.meno r.$6\frac{1}{9}$. Onde la minor quantità ſarà $2\frac{2}{3}$. meno r.$6\frac{1}{9}$. quando la maggior ſia 1. Et ben vediamo la differenza loro eſſere r.$6\frac{1}{9}$. meno $1\frac{1}{3}$. il ſuo quad.è $8\frac{8}{9}$. meno r.$67\frac{1}{9}$. Et il loro prodotto è $2\frac{2}{3}$. meno r.$6\frac{1}{9}$. che moltiplicato per $3\frac{1}{3}$. fa $8\frac{8}{9}$. meno rad.$67.\frac{8}{9}\frac{1}{9}$. che è quanto il quadrato ſopradetto della differenza loro.

Hora

$1\frac{1}{2}$.p̃ ℟ $1\frac{1}{2}$. Et 1. Il prodotto è $1\frac{1}{2}$.p̃ ℟ $1\frac{1}{2}$. La differenza delle due q.è $\frac{1}{2}$.p̃ ℟ $1\frac{1}{2}$.cioe ℟ $1\frac{1}{4}$.p̃ $\frac{1}{4}$.il quadrato della quale è $1\frac{1}{2}$.piu ℟ $1\frac{1}{4}$. eguale al prodotto d'eſſe due q.come biſogna.

$(4\frac{1}{2}.$p̃ ℟ $11\frac{1}{2}.)$ ƶ. Eguale a 20.
$4\frac{1}{2}$.m̃ ℟ $11\frac{1}{4}$.
cioe 9.ƶ. Eguale a 90.m̃ ℟ 4500.
cioe 1.ƶ. Eguale a 10.m̃ ℟ $55.\frac{1}{9}$.
cioe 1.ꝛ. Eguale a ℟ L 10.m̃ ℟ $55.\frac{1}{9}$.

5 5 109.
$5\frac{1}{3}$. $3\frac{1}{3}$. differenza $44\frac{4}{9}$.
$8\frac{1}{3}$. $1\frac{1}{3}$. la ſua ℟ è $6\frac{2}{3}$.

Cioe ℟ $8\frac{1}{3}$. meno ℟ $1\frac{1}{3}$. vale la ꝛ, & è la minore quantità.
℟ $8\frac{1}{3}$.m̃ ℟ $1\frac{1}{3}$.
via $1\frac{1}{3}$.p̃ ℟ $1\frac{1}{3}$. fa ℟ $8\frac{1}{3}$. p̃ ℟ $1\frac{1}{3}$.
℟ $\frac{1}{3}$.via ℟ $\frac{1}{3}$.fa ℟ $\frac{1}{9}\frac{1}{3}$.da cauarne ℟ $\frac{1}{3}$.ꝛ, & reſta ℟ $\frac{1}{9}\frac{0}{3}$.cioe ℟ $8\frac{1}{3}$.
la ſomma delle due moltiplicationi tranſuerſali è ℟ $\frac{1}{3}$.ꝛ.m̃ ℟ $\frac{2}{3}$.ꝛ. ma ℟ $\frac{1}{3}$.ꝛ in eſſe entra volte 5.& volte 3.però nella loro differenza entra volte 2.& volte 2.cioe ℟ 4. via ℟ $\frac{1}{3}$.ꝛ, fa ℟ $\frac{1}{3}$.cioe ℟ $1\frac{1}{3}$.che è il valore d'eſſo reſidno.

Hora faremo nuoua positione; Sia la maggiore quantità 1.ꝛ, però la minore sarà ($2\frac{1}{2}$. m̃ ℞ $6\frac{1}{0}$.) ꝛ (che se 1.maggiore da $2\frac{1}{2}$. m̃ ℞ $6\frac{1}{0}$;per la minore, se mò la maggiore douerà essere 1 cosa, la minore similmente douerà l'istesso $2\frac{1}{2}$. m̃ ℞ $6\frac{1}{0}$. ma sarà ꝛ) i loro quadrati sono 1.ƨ. Et ($13\frac{1}{2}$. m̃ ℞ $173\frac{7}{8}$.) ƨ la somma de'quali è ($14\frac{1}{0}$. m̃ ℞ $173\frac{6}{8}\frac{7}{1}$. ƨ, & è eguale a 20. onde partendo il 20. per il numero de'ƨ, ne verrà il valore del ƨ, & la ℞ sarà il valore della cosa.

Qui il prodotto di 20. via $14\frac{1}{0}$. và poi partito per $28\frac{*}{0}$. che è doppio al $14\frac{1}{2}$. però all'auenimento sarà similmente il doppio di 20. onde esso auenimento sarà 10.

Ancora moltiplicare per 20. & partire il prodotto per $28\frac{*}{0}$. è quanto moltiplicare per 1. & partire per 1. $\frac{*}{0}$. che è $\frac{6}{0}$. però douendo moltiplicare radice $173\frac{6}{8}\frac{7}{1}$. per 10 & partire il prodotto per $28\frac{*}{0}$. questo tutto sarà quãto partirla per $\frac{6}{0}$. cioe per ℞ $\frac{*}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{2}\frac{5}{0}$. che ne resulta ℞ $85\frac{1}{1}\frac{5}{0}$.

$14\frac{1}{0}$. p̃ ℞ $173\frac{6}{8}\frac{7}{1}$. via $14\frac{1}{0}$. m̃ ℞ $173\frac{6}{8}\frac{7}{1}$.

$6\frac{1}{0}$.

196 $\frac{*}{8}\frac{1}{0}$.

$202\frac{1}{8}\frac{5}{0}$.

$173\frac{0}{8}\frac{7}{1}$.

partitore $28\frac{*}{0}$.

20

via $14\frac{1}{2}$. p̃ ℞ $173\frac{6}{8}\frac{7}{1}$.

℞ $\frac{*}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{2}\frac{5}{0}$. in ℞ $\frac{*}{8}\frac{0}{1}$.

25. 1.

256. 880.

16. 55.

1375.

ne viene ℞ $84\frac{1}{1}\frac{5}{0}$.

però il ƨ vale 10. p̃ ℞ $85\frac{1}{1}\frac{5}{0}$.

da 100.

resta $14\frac{1}{0}$. la sua ℞ è $3\frac{1}{2}$. che giunto, & cauato a 10. ne resultano $13\frac{1}{2}$. & $6\frac{7}{8}$. le loro mità sono $6\frac{7}{1}$. & $3\frac{1}{8}$. & le ℞ d'esse gionte insieme fanno rad. $6\frac{7}{8}$. p̃ ℞ $3\frac{1}{8}$.. ilche è la ℞ del Binomio valore del ƨ, però questa ℞ $6\frac{7}{8}$. p r $3\frac{1}{8}$. è il valore della ꝛ, & è la maggiore quantità. Et la minore sarà il Residuo di questa, cioe r. $6\frac{7}{8}$. m̃ r. $3\frac{1}{8}$. che la somma delli dui quadrati fa il 20. dato. Quero, quando la maggior quantità sia 1. la minore è $2\frac{1}{2}$. m̃ r. $6\frac{1}{0}$. essendo mò la maggiore r. $6\frac{7}{8}$. p̃ r. $3\frac{1}{8}$. quanto douerà essere la minore. Et vedremo, che sarà r. $6\frac{7}{8}$. m̃ r. $3\frac{1}{8}$. che è il Residuo del Binomio continente la maggiore.

✻ Qui mò si può notare, che $2\frac{1}{2}$. m̃ r. $6\frac{1}{0}$. è vna quantità, che moltiplicata per il Binomio r. $6\frac{7}{8}$. p̃ r. $1\frac{1}{8}$ produce il Residuo d'esso Binomio, cioe produce r $6\frac{7}{8}$. m̃ r. $3\frac{1}{8}$.

Et se dicesimo quale è quella quãtità, che moltiplicata poniamo per il Binomio 8. p̃ r. 40 produca il suo Residuo 8. m̃ r. 40. (ò quale è quella quantità, che moltiplicata per il Residuo 8. m̃ r. 40. produca il suo Binomio 8. p̃ r. 40.) noi la potremo trouare mediante l'Algebra, ponendo ch'ella sia 1. ꝛ. Quero, partendo simplicemẽte il Binomio dato B. & il suo Residuo R. che l'aueuimẽto Q. sarà la quantita cercata $4\frac{1}{2}$. m̃ r. $7\frac{1}{0}$. quale moltiplicata via il B. produca il suo residuo 8. m̃ r. 40.

Et conuersamẽte il Binomio della quantita, cioe $4\frac{1}{2}$. p̃ r. $17\frac{7}{2}$. faria la quantita, che moltiplicata via il residuo 8. meno rad 40. produrria il suo Binomio 8. p̃ r 40.

Et si può notar che in questi casi la quantita Q. è tale, che il quadrato della maggior patte supera il quad della minore in

1 | $2\frac{1}{2}$. m̃ r. $6\frac{1}{0}$. (r. $6\frac{7}{8}$. p̃ r. $3\frac{1}{8}$.

via $2\frac{1}{2}$. m̃ r. $6\frac{1}{0}$.

8

r. $\frac{*}{1}\frac{*}{0}$. via r. $\frac{5}{1}\frac{1}{8}$. Et via r. $\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. m̃ r. $\frac{5}{1}\frac{5}{0}$. via r. $\frac{5}{1}\frac{5}{0}$. Et via r. $\frac{2}{1}\frac{5}{8}$.

1 1 3025 1375

440 200 378 $\frac{1}{8}$. 171 $\frac{7}{8}$.

fa r. $48\frac{8}{0}$. & rad. $22\frac{1}{0}$. m̃ r. $42\frac{1}{7}\frac{1}{1}$. Et m̃ r. $19\frac{7}{1}$.

A b B a

r. $\frac{5}{1}\frac{5}{2}$. in r. $\frac{*}{1}\frac{*}{0}$. entra per r. 64. cioe 8. volte; Et in r. $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{7}{1}$. entra per r. 25. cioe 5. volte, che cauato da 8. resta 3. che è r. 9. da moltipiicare per r. $\frac{5}{1}\frac{5}{2}$. & fa r. $\frac{5}{1}\frac{1}{8}$. cioe r. $6\frac{7}{8}$. & questo è la sõma di A. & a, cioè quãto importa r. $48\frac{8}{0}$. m̃ rad. $19\frac{7}{1}$. rad. $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. in rad. $\frac{3}{1}\frac{0}{2}\frac{7}{1}$. entra per r. 3025. c oe volte 55. & in ℞ $\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{0}{0}$. che è r. $\frac{1}{1}\frac{6}{2}\frac{0}{7}$. entra per r. 1600 cioe volte 40. che cauato da 55. resta 15. da moltiplicare con r. $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. & fa r. $\frac{2}{1}\frac{5}{2}\frac{5}{1}$. cioè r. $3\frac{1}{8}$. & questo è m̃, & è la somma di r. $22\frac{1}{0}$. b. con m̃ r. $42\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. B. cioè il loro composto è m̃ r. $3\frac{1}{8}$. quale con r. $6\frac{7}{8}$. trouato per somma di A. & a, fa r. $6\frac{7}{8}$. m̃ r. $3\frac{1}{8}$. che è il prodotto della nostra moltiplicatione, quale partito per 1. ne viene l'istesso, & però ella è la quantità minore.

con 8. p̃ r. 40. si parta 8. m̃ r. 40.

8. m̃ r. 40. 8. m̃ r. 40.

24. partitore. 104. m̃ r. 10240. $426\frac{1}{2}$.

ne viene $4\frac{1}{2}$. m̃ r. $17\frac{8}{2}$.

che moltiplicata via 8. p̃ r. 40.

produce il Residuo 8. m̃ r. 40.

Digitized by Google

1 & però ella sia Binomio, ò Residuo di numero, & ℞ ella sarà quadrata. Ancora il prodotto della minor parte d'essa, nella minor parte del Binomio B. è sempre quanto il prodotto della maggior parte del Binomio B. in 1. manco della maggior parte della quantità Q. accioche moltiplicando poi la maggior parte del Binomio, per tutta la intiera parte maggiore della quantità Q. questo prodotto superi il prodotto p. nella maggior parte del Binomio B. Ma poi il prodotto 1. della maggior parte del Binomio B. nella minor parte della Q. deue fare quanto il prodotto della minor parte del Binomio B. in 1. più della maggior parte della quantità Q. acciò che il prodotto poi della maggior parte del Binomio B. nella sola maggior parte della Q. ha superato dal prodotto della maggior parte del Binomio nella minor parte della Q. (quale è meno) in vna volta la minor parte del Binomio cioe acciochè a cauare il prodotto hora di $4\frac{1}{4}$. via rad. 40. dal prodotto di 8. via rad. $17\frac{7}{9}$ che è meno, resti rad. 40. ma che sarà meno.

$3\frac{1}{4}$. (cioe 1. manco di $4\frac{1}{4}$.) via 8. deue fare quanto ℞ 40. via ℞ $10\frac{7}{9}$. perilche esse due ℞ hanno fra loro proportione quadrata douendo produrre numero rationale.

$3\frac{1}{4}$.	℞ $17\frac{7}{9}$.	$1600\frac{0}{0}$.	fa ℞ $64\frac{0}{0}$. cioe $8\frac{0}{0}$.
via 8	via ℞ 40.		
fa $26\frac{1}{2}$.	fa $28\frac{1}{2}$.		

Et ancora $5\frac{1}{4}$. via ℞ 40. deue fare quanto 8. via ℞ $17\frac{7}{9}$.

$1\frac{1}{4}$. cioe ℞ $\frac{2560}{0}$. via ℞ 40. fa ℞ $\frac{102400}{0}$. cioe ℞ $1137\frac{7}{9}$.

8. cioe ℞ 64. via ℞ $\frac{4096}{0}$. fa ℞ $\frac{102400}{0}$. cioe ℞ $1137\frac{7}{9}$.

✠ Per farne la proua diremo il quad. della maggior quantità è 10. p̄ (r. $6\frac{7}{9}$. via r. $1\frac{1}{8}$. 2. volte.)

Il quad. della minore è 10. m̄ r. $6\frac{7}{9}$. via r. $3\frac{1}{8}$. 2. volte, però la somma d'essi dui quadrati è 20. come si propone.

Il rettangolo delle due quantità è $6\frac{7}{8}$. m̄ $3\frac{1}{8}$ cioe $3\frac{3}{4}$.

La differenza delle due quantita è rad. $3\frac{1}{8}$. 2. volte, cioe r. $12\frac{1}{2}$. il suo quad. è $12\frac{1}{2}$. il quale il $3\frac{3}{4}$. rettangolo loro hà la proportione di 15. a 50. cioe di 3. a 10. come si propone.

Dall'operatione Algebratica di questo quesito, se ne può dedurre la seguente Regola numerale per risoluere i quesiti simili.

Al denominatore della proportione, che hà il quadrato della differenza delle due quantità, al prodotto loro si giunga sempre 2. (che come si vede nella Operatione Algebratica al $\frac{1}{4}$. ♯, si gionge sempre 2. ♯, & fa le $5\frac{1}{4}$. ♯, che sono sempre eguali ad 1. ☉ più 1. & dal quadrato della metà M. della somma si cauì sempre 1. (che è dal quadrato della metà del numero delle ♯, cauare il numero sempre 1. che è con 1. ☉,) & la ℞ del restante si cauì dalla metà M. & il resultante si chiami N. (che nella Operatione è la quantità minore quando la maggiore fia 1.) Dipoi al quadrato di questo N. si giunga sempre 1. (che nella Operatione Algebratica si vede, che posto la maggiore 1. ♯, & la minore il numero delle ♯ significato da N. (cioe hora ($2\frac{1}{4}$. m̄ r. $6\frac{7}{9}$.) ♯. Si giongono i loro quadrati insieme, & il cõposto che è ☉, è sempre eguale alla somma data (hora 20.) de' quadrati delle due quantità, & però in questa Equatione di ☉ eguale a numero si parte sempre il numero (hora 20.) per il numero de' ☉, & la r. dell'auenimento è il valore della ♯, & però è la maggior quantità posta 1. ♯, quale moltiplicata poi per l'N. il prodotto è la minore) & con la somma si parta la somma data de' quadrati delle due quantità, che la Radice dell'auenimento sarà la quantità maggiore, quale si moltiplichi per N. che il prodotto sarà la minore.

Per essempio essendo la somma de' quadrati delle due quantita 20. Et la proportione del prodotto delle due quantita al quadrato della differenza loro come da 2. ad 1. per trouare le due quantita. Essendo dal quadrato della differenza loro al loro prodotto come da 1. a 2. & però il suo denominatore $\frac{1}{2}$. li giongeremo il 2. per regola, & fa $2\frac{1}{2}$. la sua mita M. è $1\frac{1}{4}$. il quadrato di questo è $\frac{25}{16}$. da cauarne sempre 1. & resta $\frac{9}{16}$. la sua Radice, che è $\frac{3}{4}$. si caua da M. $\frac{4}{4}$. & resta $\frac{1}{4}$. che è N. al quadrato del quale N. che è $\frac{1}{16}$. si gionge sempre 1. & fa $1\frac{1}{16}$. con il quale si parte il 20. somma data de' quadrati delle due quantità, & ne viene 16. la rad. del quale è 4. & questa è la quantita maggiore, quale si moltiplica per N. $\frac{1}{4}$. & fa 2. & questo 2. è la quantita minore.

Et nel secondo essempio essendo pure la somma de' quadrati delle due quantita 20. ma il prodotto d'esse due quantita eguale al quadrato della differenza loro, cioe la proportione del prodotto loro al quadrato della differenza loro come da 1. ad 1. & però anco dal quadrato della differenza loro al prodotto loro come da 1. ad 1. il denominatore della qual proportione è 1. noi per trouare le due quantita al detto denominatore 1. giongeremo il 2. per regola, & fa 3. la sua mitá M. è $1\frac{1}{2}$. il suo quadrato è $2\frac{1}{4}$. da cauarne sempre 1. & resta $1\frac{1}{4}$. la ℞ del quale, che è ℞ $1\frac{1}{4}$. si caua

Digitized by Google

ſi caua da M. $1\frac{1}{2}$. & reſta $1\frac{1}{2}$. m̃ R $1\frac{1}{9}$. che è l'N. al quadrato del quale N. che è $3\frac{1}{2}$. m̃ R $11\frac{1}{4}$. ſi gionge ſempre 1. & fa $4\frac{1}{2}$. m̃ R $11\frac{1}{4}$. con il quale ſi parte il 20. ſomma data delli quadrati delle due quantità, & ne viene 10. più R $55\frac{5}{9}$. la R del quale cioe R $8\frac{1}{2}$. più R $1\frac{1}{2}$. è la maggior quantità, quale moltiplicata per N. $1\frac{1}{2}$. meno radice $1\frac{1}{4}$. produce radice $8\frac{1}{2}$. meno radice $1\frac{2}{3}$. (Reſiduo della radice $8\frac{1}{2}$. più radice $1\frac{2}{3}$. Binomio detto maggior quantita) & queſto è la minore quantita; Ouero trouato la maggiore quantità eſſere rad. $8\frac{1}{2}$. più rad. $1\frac{1}{2}$. che hà per quadrato 10. più rad. $55\frac{5}{9}$. queſto ſi caui da 10. ſomma data de' quadrati delle due quantità, & reſta 10. m̃ rad. $55\frac{5}{9}$. che è il quadrato della quantità minore, però la ſua r. cioe r. $8\frac{1}{2}$. m̃ r. $1\frac{1}{2}$. ſarà la quantità minore.

Con $4\frac{1}{2}$. m̃ r. $11\frac{1}{4}$. partaſi 20.

$4\frac{1}{2}$. p̃r. $11\frac{1}{4}$. — $4\frac{1}{2}$. p̃r. $11\frac{1}{4}$.

9. — 90. p̃r. 4500.

auenimanto 10. p̃r. $55\frac{5}{9}$. da pigliarne la rad. 100.

10 — 10 — $44\frac{4}{9}$. 4 0 0 0. 2 0 4.

$6\frac{1}{2}$. — $6\frac{2}{3}$.

$16\frac{1}{2}$. — $3\frac{1}{3}$. è la maggior quantità.

via N. $1\frac{1}{2}$. m̃ rad. $1\frac{1}{4}$. — Cauiſi il dutto di $1\frac{1}{2}$. via rad. $1\frac{1}{4}$. cioe de rad. $\frac{9}{4}$. via r. $\frac{5}{9}$. dal dutto di rad. $8\frac{1}{2}$. via rad. $1\frac{1}{4}$. cioe di rad. $\frac{35}{4}$. via rad. $\frac{5}{9}$. che è m̃, & il reſtante ſarà meno. Qui perche i dui prodotti de' denominatori 3. & 4. in ciaſcun dutto è vn'iſteſſo 12. terremo conto ſolo de' numeratori, & haueremo 9. via 5. & 25. via 5. & laſſando i dui 5. eguali, attenderemo al 9. & al 25. che rad. 9. in rad. 25. entra per rad. $\frac{25}{9}$. che è $\frac{5}{3}$. però nel reſtante, ò differenza de' dui dutti entrara 1. volta manco, cioe ſolo volte $\frac{2}{3}$. che è rad. $\frac{4}{9}$. da moltiplicare hora via il minor dutto, cioe via rad. $\frac{4}{9}$. via rad. $\frac{5}{4}$. che fa rad. $\frac{5}{9}$. (perche rad. $\frac{4}{9}$. ſuo connerſo fa rad. 1. che via rad. $\frac{5}{4}$. poi fa pure rad. $\frac{5}{9}$.) però a cauare il dutto di rad $\frac{9}{4}$. via rad. $\frac{1}{4}$. & è piu del dutto di rad. $\frac{35}{4}$. via r. $\frac{5}{4}$. & è meno reſtarà r. $\frac{5}{4}$. cioè rad. $1\frac{2}{3}$. & è meno.

Ancora cauiſi il dutto di r. $1\frac{1}{4}$. via r. $1\frac{2}{3}$. cioe di r. $\frac{5}{4}$. via r. $\frac{5}{3}$. & è meno, dal dutto di $1\frac{1}{2}$. via r. $8\frac{1}{2}$. cioe di r. $\frac{35}{4}$. via r. $\frac{25}{4}$. che il reſtante ſarà piu. Qui perche il prodotto de' denominatori è vn iſteſſo 12. tenendo conto ſolo delli numeratori, perche il dutto di 5. via 5. è quanto il ſolo 25. del $\frac{25}{4}$. reſtarà ſolo nel maggiore il numeratore 9. però il minor prodotto entrarà nel maggiore per 9. cioe 3. volte, & però nella differenza loro entrarà ſolo 2. volte, onde moltiplicando il minore per 2. cioe per rad. 4. haueremo rad. 4. via rad. $\frac{5}{9}$. via rad. $\frac{5}{4}$. cioe rad. 5. via rad. $\frac{5}{9}$. che fa rad. $8\frac{1}{2}$. però a cauare il dutto di rad. $1\frac{1}{4}$. via rad. $1\frac{2}{3}$. dal dutto di $1\frac{1}{2}$. via rad. $8\frac{1}{2}$. reſta rad. $8\frac{1}{2}$. (Et ben ſi vede, che rad. $\frac{1}{4}$. via rad $\frac{5}{4}$. fa rad. $\frac{5}{4}$. cioe rad. $2\frac{1}{2}$. che è la mitá di rad. $8\frac{1}{2}$. da cauarſi da volte $1\frac{1}{2}$. eſſa rad. $8\frac{1}{2}$. onde cauando $\frac{1}{2}$. volte rad. $8\frac{1}{2}$. (che è la rad. $2\frac{1}{4}\frac{1}{4}$.) da volte $1\frac{1}{2}$. eſſa rad. $8\frac{1}{2}$. reſtarà ſolo 1. volta la medeſima rad. $8\frac{1}{2}$. & però ſarà la iſteſſa rad. $8\frac{1}{2}$.) Et coſi habbiamo anco con la moltiplicatione de' N. nella maggior quantità trouato che il prodotto è il ſuo Reſiduo rad. $8\frac{1}{2}$. meno rad. $1\frac{2}{3}$. & è la quantità minore.

Di quì anco ſi potrà eſtrahere al ſolito la Regola lineale.

Ma eſtrahendo la Regola numerale dal diſcorſo primiero, noi per comodità al 20. ſomma de' quad. delle due q. daremo nome di B. Et alli 3. & 10. termini della proportione che deue hauere il rettangolo delle due q. al quad. della differenza loro daremo nome di R. & S. & la Regola potrà eſſere queſta. Giongaſi 6. doppio di R. con S. 10. & fa 16. qual 16. ad R. 3. hà ſempre la proportione che hà B. 20. al rettangolo delle due quantità, qual rettangolo chiamaremo A. però moltiplicaremo R. 3. via B. 20. & il prodotto 60. partiremo per il 16. che l'auenimento $3\frac{3}{4}$. chiamaremo S. rettangolo delle due quantità; Il doppio di queſto A. cioe $7\frac{1}{2}$. ſi caui da B. 20. & il reſtante $12\frac{1}{2}$. è ſempre il quadrato della differenza delle due quantità, però eſſa differenza ſarà rad. $12\frac{1}{2}$.

Ancora l'iſteſſo $7\frac{1}{2}$. ſi giunga al medeſimo B. 20. che la ſomma $27\frac{1}{2}$. è ſempre il quadrato della ſomma delle due quantità, però eſſa ſomma loro ſarà rad. $27\frac{1}{2}$. Onde l'vna ſarà il compoſto della mitá della ſomma giontoli la mita della differenza, cioe ſara rad. $6\frac{7}{8}$. più rad. $3\frac{1}{8}$. Et l'altra ſara la mita della ſomma, manco la mita della differenza, cioe ſara rad. $6\frac{7}{8}$. meno rad. $3\frac{1}{8}$. Cioe la maggior quantita è vn Binomio, & la minore è il ſuo Reſiduo. Con Regola breue dunque ſi potra dire.

Dati R. & S. termini della proportione, che ha il rettãgolo di due q. al quad. della differẽza loro;

Et dato B.sõma de'quad.loro; Questo B.si moltiplichi per R.& il prodotto si parta per il rõposto di S & doppio di B. Et il doppio dell'auenimento si giunga,& caui al B.& di ciascuno de i dui resultanti M.somma,& N. reitate si pigli la ℞ quadra,che all'hora la somma delle mitá loro sará la quantita maggiore, & quello che resta a cauare la mitá della minore N. dalla mitá della maggiore M.sará la quantitá minore.

Et dicendosi si vogliono fare due Camese quadre A.& B.tali,che li dui piani,ò superzeie d'esse siano in tutto grandi come è il sito,ò superficie della loggia a b c d; Et che facendo un'altra Camera C.quadra, che sia per lato tanto quanto è la differenza del lato della Camera A. al lato della B. Et anco facendo vn Andito D.quadrangolo rettangolo, che per lunghezza habbia vn lato della Camera A. & per larghezza vn lato della Camera B il piano,ò superficie di quest'Andito al piano della Camera quadra C.habbi la conuenienza,ò proportione, che há retta R.alla retta S.ò che há la superficie M. alla superficie N.

Noi seruendoci della Regola numerale,quale applicaremo alle linee,pigliaremo per vnitá lineale vna retta a beneplacito,& sia V.rispetto alla quale poniamo che R. sia 3.& S.10. Et che a b sia 5.& a d 4.che cosi il quadrangolo rettangolo a b c d.sara 20.qual numero di 20.conuiene ridurre a linea,moltiplicando la a b via la b c,che sará alla V vnitá prima. Et a b 5.& b c 4. seconda,& terza,trouare la quarta proportionale,& sia b g.

Ancora se fussero date non le rette R.3.& S.10.ma le due superficie M.& N.10. & 100. ò 3.& 10.conuerria ridurre i numeri loro a linee nel medesimo modo,quali linee se fussero li 30.& 100 numeri grandi, essi si possono abbreuiare,ò schisare, pigliando solo la mitá, ò l'$\frac{1}{2}$. ò l'$\frac{1}{4}$. ò l'$\frac{1}{8}$. ò l'$\frac{1}{16}$. ò l'$\frac{1}{32}$. ò altra parte, ò parti cosi dell'vna come dell'altra, acciò resti sempre fra loro la proportione istessa delli numeri delle due superficie,ò linee grandi; Cosi anco quando le prime linee fussero molto corte,elle per comodita si possono allungare,doppiandole,ò treppiadole,&c. Hor sia che i numeri delle due superficie date M.& N.ò preti come sono,ò abbreuiati siano ridotti nelle due rette R. S. che rispetto alla vnita diremo essere 3.& 10. (che gli diamo i nomi di numeri per comoditá, non giá perche nell'operare Geometrico astratto sia dibisogno conoscerle per numero.) Questo inteso noi come insegna la Regola,moltiplicaremo il 10.per R.3.cioe all'V.vnitá prima a 20.& R.3.secõda,& terza,trouaremo la quarta proportionale,& sia h i 60. qua le si há da partire per il composto di R. & doppio di S. cioe per 16. Ilche è a 16. partitore prima 60.da partire.& Vnitá,seconda,& terza,trouare la quarta proportionale, & sia la 3$\frac{3}{4}$. il doppio della quale,che sará la 7$\frac{1}{2}$.si giunga,& caui alla, & dalla 20.& siano i resultati la 27$\frac{1}{2}$. & la 12$\frac{1}{2}$. di ciascuna delle quali si pigli la ℞ quadra,che sono la media proportionale fra 27$\frac{1}{2}$.& la Vnitá; Et la media proportionale fra la 12$\frac{1}{2}$.& la Vnitá,cioe sono le ℞ 27$\frac{1}{2}$. Et ℞ 12$\frac{1}{2}$.che gionto insieme; Et cauata anco la minore dalla maggiore,& delli dui resultanti prese le mita haueremo le ℞ 6$\frac{7}{16}$.piu ℞ 3$\frac{1}{16}$. Et ℞ 6$\frac{7}{16}$.mñ ℞ 3$\frac{1}{16}$.che sono le due quantitá cercate,cioe i lati delle due Camere quadre A.& B.

La proua del che potrá anco essere (oltre il bastare a dire, che la Regola deriua dalla certissima Dottrina Algebratica) la applicatione delli numeri di mano in mano alle linee che si adoprano,& vedere poi se le quautitá che si trouino faccino quanto si ricerca.che non lo facendo que sto saria segno di hauere operato male.& conuerria veder doue,& emendare l'errore.che perciò per sicurezza nell'operare,è ben fatto alle linee di mano in mano dar nome di numeri(& che siano quelli numeri,che realmente se le conueniriano operando per numero)che è anco piu comodo che il nominarle con le lettere dell'Alfabeto.

Et perche si há da pigliare vna retta a beneplacito,che serua per vnitá lineale,sará molto espediente,& si facilitará la operatione,se pigliaremo per vnitá lineale vna delle rette,che si adoprano nel Quesito,poniamo la R che perciò si douentará 1. Onde la S. douentará 3$\frac{1}{4}$. Et le a b, b c douentaranno 1$\frac{1}{4}$.& 1$\frac{1}{4}$.perilche la grandezza 20.della loggia,douentará 2$\frac{1}{2}$. Et per schiuare anco l'hauere a nominare le superficie M. N.ò le linee R. & S. particolarmente sará bene, che diamo tali numeri alle a b,b c,formanti le superficie rettangolo a b c d 2$\frac{1}{2}$. che elle riteghino fra loro la proportione delle R.1.& S.3$\frac{1}{4}$. cioe trouaremo due rette nella proportione di 1.& 3$\frac{1}{4}$.il prodotto delle quali sia 2$\frac{1}{2}$. che poste elle essere 1.*, & 3$\frac{1}{4}$.*, il prodotto loro 3$\frac{1}{4}$.*.*,sará eguale 2$\frac{1}{2}$. & però 1.* sara ℞ $\frac{2}{3}$, Et 3$\frac{1}{4}$.*, sará ℞ 7$\frac{1}{2}\frac{1}{3}$. Et hora potremo formare il Quesito con piú breuitá dicendo.

Si vogliono fare due Camere quadre P. Q. tali, che li dui piani,ò superficie loro in tutto siano quanto è la superficie della Loggia rettangola B. Et che facendo vn'altra Camera C.quadra, quale per lato sia quanto la differenza del lato della Camera P. al lato della Q. Et anco facendo vn Andito D.rettãgolo,che per lunghezza habbi vn lato della Camera P.& per larghezza vn lato della Camera Q. il piano di questo Andito, al piano della Camera quadra C.habbi la conue-

nienza

Digitized by Google

nienza, che hà la larghezza della loggia B. alla sua lunghezza S. si domandano i lati delle due Camere P. Q.

Ma hora si deue notare, che le linee R. & S. non essendo più 1. & $3\frac{1}{4}$. che haueuamo supposto, ne apparendo vestigio d'altre linee nel Quesito che delle radici $\frac{1}{2}$. & radici $7\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$. noi potremo adoprare vna di queste per vnità lineale. Et se vorremo che il rettangolo B. habbi la grandezza 20. prima intentione, & non $2\frac{1}{9}$. che non occorre, tromaremo i lati a questo 20. conuenienti nella proportione di 3. a 10. ò di 1. a $3\frac{1}{3}$. che hauendo $3\frac{1}{4}$. censi, eguale a 20. cioe 10. ℞ eguale a 60. il censo valerà 6. & però la ℞ sarà r.6. per il lato minore, ò larghezza R. essendo poi la lunghezza S. $\frac{20.}{℞ 6.}$ cioe r.$66\frac{2}{3}$. Et hora pigliando per vnità lineale la R rad. 6. vorremo operando come $\frac{20.}{℞ 6.}$ insegna la Regola numerale, cioe

Moltiplicaremo il numero 20. per radice 6. R. cioe per la vnità lineale; Ma notisi, che volendo noi hora, che radice 6. R. douenti vnità, il radice $66\frac{2}{3}$. S. non sarà più radice $66\frac{2}{3}$. rispetto a detta vnità, ma conuerrà accomodare il suo numero di modo, che si trasmuti in nuouo numero, si come radice 6. si è trasmutato in 1. però diremo; Se radice 6. douenta 1. che douentarà radice $66\frac{2}{3}$. & vedremo, che douentarà radice $11\frac{1}{9}$. cioe $3\frac{1}{3}$. come a punto sappiamo douere essere S. rispetto alla vnità attribuita hora ad R. Et perche a moltiplicare hora R. 1. via S. $3\frac{1}{3}$. produce $3\frac{1}{3}$. sapremo, che hora il rettangolo B. sarà di superficie $3\frac{1}{3}$. Onde il numero d'esso rettangolo, cioe $3\frac{1}{3}$. sara l'istesso, che è il numero di S. $3\frac{1}{3}$. & però schiuaremo la operatione cõ la quale si riduce in linea il numero d'esso rettangolo B. che faria trouando alla vnita prima alla R. 1. & S. $3\frac{1}{3}$. seconda, & terza, la quarta proportionale, poiche essa quarta viene ad essere la S. terza $3\frac{1}{3}$. si come la seconda R. 1. è la vnita istessa prima. Hora questa quarta proportionale, cioe S. $3\frac{1}{3}$. si ha da partire per il compotto di S. & doppio di R. che è $5\frac{1}{3}$. ilche è a $5\frac{1}{3}$. partitore prima $3\frac{1}{3}$. S. da partire, & vnita R. seconda, & terza, trouare la quarta proportionale, che vedremo essere la $\frac{5}{8}$. il doppio della quale, cioe la $1\frac{1}{4}$. si giunge, & caua al numero della B. cioe a $3\frac{1}{3}$. (che è l'istesso della S. $3\frac{1}{3}$.) & ne resultano la $4\frac{7}{3-\frac{1}{2}}$. Et la $2\frac{1}{1-\frac{1}{2}}$. di ciascuna delle quali si piglia la radice quadra, che è fra la vnita R. & la $4\frac{7}{3-\frac{1}{2}}$. trouare la media proportionale; Et anco fra la vnita R. & la $2\frac{1}{1-\frac{1}{2}}$. trouare la media proportionale, & vedremo esse medie, ò radici di $4\frac{7}{3-\frac{1}{2}}$. & di $2\frac{1}{1-\frac{1}{2}}$. essere radice $2\frac{7}{4-\frac{1}{2}}$. & radice $2\frac{1}{1-\frac{1}{2}}$. la minore delle quali, cioe radice $2\frac{1}{1-\frac{1}{2}}$. si giunge, & caua alla maggiore radice $4\frac{7}{3-\frac{1}{2}}$. & di ciascuno delli dui resultanti, che sono radice $4\frac{7}{3-\frac{1}{2}}$. più radice $2\frac{1}{1-\frac{1}{2}}$. Et radice $4\frac{7}{3-\frac{1}{2}}$. meno radice $2\frac{1}{1-\frac{1}{2}}$. si piglia la mità, & haueremo radice $1\frac{7}{4-\frac{1}{8}}$. più radice $\frac{1}{4-\frac{1}{8}}$. Et radice $1\frac{7}{4-\frac{1}{8}}$. meno radice $\frac{1}{4-\frac{1}{8}}$. & queste sono le due linee cercate, cioe i lati delle due Camere quadre P. & Q. domandati. Et esperimentando questi numeri vedremo li quadrati loro essere $1\frac{1}{4-\frac{1}{8}}$. più (il doppio di radice $1\frac{7}{4-\frac{1}{8}}$. via radice $\frac{1}{4-\frac{1}{8}}$.) Et $1\frac{1}{4-\frac{1}{8}}$. meno (il doppio di radice $1\frac{7}{4-\frac{1}{8}}$. via radice $\frac{1}{4-\frac{1}{8}}$.) & però la somma loro essere $3\frac{1}{4}$. che è la grandezza del rettangolo B. (che saria 20. quando si diceße R. vnità essere radice 6. & S. posta $3\frac{1}{3}$. essere radice $66\frac{2}{3}$.) Ancora il rettangolo, ò prodotto di detti dui numeri, ò quantità (delle quali essendo la maggiore Binomio, si vede la minore essere poi il suo Residuo) è $1\frac{7}{4-\frac{1}{8}}$. meno $\frac{1}{4-\frac{1}{8}}$. cioe $\frac{1}{8}$. La differenza delle medesime due quantità è ℞ $\frac{1}{4-\frac{1}{8}}$. due volte, cioe ℞ $\frac{2-1.}{4-\frac{1}{8}}$. il quad. della quale è $2\frac{1}{4-\frac{1}{8}}$. & a questo il prodotto $\frac{1}{8}$. hà la proportione di 15. a 50. cioe di 3. a 10. che è la istessa di R. ad S. come si ricerca, però siamo sicuri d'hauere operato bene. Hora di qui potremo deriuare la Regola breue lineale, & dire.

Essendo data la proportione del rettangolo de' dui lati delle Camere quadre P. Q. al quadrato della differenza de' medesimi dui lati essere come da R. ad S. lati angolari continenti la loggia rettangola B. la superficie della quale è eguale alla somma delle superficie delle due Camere quadre P. Q. Per trouare il lato della P. & il lato della Q. Giungasi la linea S. con il doppio della R. & alla somma che sia prima alla R. & alla S. che siano seconda, & terza, si troui la quarta proportionale, quale si doppij, & ne venga G. Ouero (che resulta il medesmo;) Giungasi la linea R. con la mità di S. & alla somma presa per prima alla R. & alla S. prese per seconda, & terza, si troui la quarta proportionale, & sia G. quali si giunga alla S. & anco si caui dalla istessa S. & ne deriuino E. & F. poi fra la R. & la E. si troui la media proportione, & sia H. Ancora fra la R. & la F. si troui la media proportionale, & sia. Poi si giunga I. ad H. & ne resulti L. Ancora si caui I. da H. & ne resulti M. Di più si pigli la mità di L. & sia N. & la mità di M. & sia O. che all'hora N. & O. saranno i lati cercati, l'vno, cioe N. della maggiore delle due Camere quadre P. Q. l'altro cioe O. dell'altra Camera minore.

Così anco nella Regola numerale si può dire. Giongasi R. 3. con la mità 5. di S. 10. è con la

somma 8. si parta il dutto di R. 3. nel numero 20. del rettangolo dato, & ne viene $7\frac{1}{2}$. questo si giunga, & caui al numero 20. del rettangolo dato, & di ciascuno delli dui risultanti $27\frac{1}{2}$. & $12\frac{1}{2}$. si pigli la R quadra, delle quali la minore si giunga, & caui alla maggiore, & di ciascuno delli dui risultanti si pigli la mitá, che esse due mita faranno i due lati cercati, l'vno dell'vna delle due Camere quadre P. Q. l'altro dell'altra.

Ancora nella Regola lineale senza nominare linee proportionali, ne dire trouinsi le medie fra R. & E. Et fra R. & I. che forsi gl'operanti non l'haueriano imparato, ò non lo sapriano fare, si potrá esplicare in parole ciascuna delle due operationi intieramente, onde dando la Regola si potrá dire.

Giongasi la linea R. con la mitá di S. & al composto C. r. si accompagni in lungo la R. & la somma per comoditá si chiami C. v. che la R. verrá ad essere la r. v. Ancora alla C. r. dal termine C. principio d'essa, si accompagni angolarmente come fi vogli la linea S. & si chiami hora C. t. poi si segni la retta t. r. alla quale dal punto n. si tiri vna retta equidistante, & si segni x. doue ella concorre con la C. t. allungata dalla banda del termine t & si noti questo allungamento t. x. ma hora essa t. x. per comoditá si chiami G. quale si giunga, & caui alla S. & la somma sia s. o. & il restante r. o. a ciascuna delle quali si giunga in lungo la R. che hora chiameremo o. n. & siano i compositi s. o. n. Et r. o. n. sopra a ciascuno de' quali presi come diametri, si segni vn mezo cerchio, & a ciascuno d'essi dal punto o. si eleui vna retta perpendicolare nel semicircolo segnando i punti m. & u doue arriuano alla circonferenza, & siano esse perpendicolari la maggiore o. m. che chiamaremo H. & la minore o. u. che chiamaremo I. Poi si giunga, & caui I. da H. & ne resultino L. somma maggiore. Et M. restante minore. Et ciascuna d'esse L. & M. si divida in due parti eguali, che alli hora la mitá di L. & sia N. sará il lato d'vna delle due Camere quadre P. Q. & la mitá di M. & sia O. sará il lato dell'altra d'esse due Camere quadre.

A Doprarемo hora questo luogo con vn essempio del partire per vn Trinomio.

Per R. 10. p R. 2. p 1. partati 41.

via R. 3 o. m R. 2. p 1. facendo vna parte m. 1. via R. 10. m R. 2. p 1. fa l'istesso, & questo

fa 10. m 2. p R. 40. p 1.	via 9 m R. 40.
cioe 9. p R. 40.	R. 810. m R. 162. p 9 m 20. p R. 80. m R. 40.
via 9 m R. 40. suo Residuo	R. 490. p 89 m R. 162. m 11.

fa 41. partitore che nel 41. da partire entra per volte 1.

ma dicendo 9. p R. 40.

via R. 10. m 9

fa meno 41. partitore quale in 41. da partire entra per volte meno 1. (che meno 1. auenimento via meno 41. partitore fa piu 41. che si parte) hora moltiplicando meno 1. con R. 10. meno rad. 2. piu 1. fa meno R. 10. piu R. 2. meno 1. Et questo via rad. 40. meno 9 fa meno 20. piu rad. 80. meno rad. 40. piu rad. 810. meno rad. 162. piu 9. Cioe rad. 490. piu rad. 80. meno rad. 162. meno 11. come prima per l'auenimento.

Et cosi vedemo, che se bene nel ridurre il Partitore, ò sia Trinomio, ò Quadrinomio, ò Binomio, ci veniße moltiplicato per qualche quantitá che produceße per partitore vn meno in cambio d'vn piu, potiamo nondimeno seruircene a partire la quantitá data, auuertendo che a partitore piu per meno, ne vien meno (perche a moltiplicare meno, auenimento via meno partitore fa piu, quantitá che si parte).

Ma partire meno per meno, ne vien piu, perche a moltiplicare piu auenimento, via meno partitore fa meno (quantitá che si parte); Quando poi il partitore è piu, l'auenimento è della qualitá della quantitá che si parte, & però a partire piu per piu, ne viene piu. Et a partire meno per piu, ne viene meno.

Quero

Per r. 10. p r. 2. p 1. si parta 41.

via r. 10. m r. 2 m 1. facendo che due quantitá partiali siano m.

fa 10 m r. m r. 8. m 1.

cioe 7. m r. 8.

via 7 p r. 8. suo Binomio.

fa 41. partitore rationale, che in 41. da partire entra volte 1. da moltiplicare via rad. 10. meno

meno rad.2.meno 1. che fa rad.10. meno rad.2.meno 1. & questo via 7. meno rad.8.fa rad.490. piu rad.80. meno rad.162.meno 11.che è l'auenimento.

r.10.m̃ r.2.m̃ 1.
r. 8. p̃ 7.

fa r.80.m̃ 4.m̃ r.8.p̃ r.490.m̃ r.98.m̃ 7.
cioe r.490.p̃ r.80.m̃ r.162.m̃ 11.

Ouero

r.10.p̃ r.2.p̃ 1. r.10. p̃ r.2.m̃ 1.
via r.10.p̃ r.2.m̃ 1. via 11 m̃ r.80.

10.p̃ r.80.p̃ 2.m̃ 1. fa r.1210.p̃ r.242.m̃ 11.m̃ r.800. m̃ r.160. p̃ r.80.
cioe 11. p̃ r.80. cioe r.490.p̃ r.80.m̃ r.162.m̃ 11.che l'auenimento.

fa 41.partitore rationale.

IL FINE.

Fr.Paulus M.Donzellus Sac.Theol.Mag.& Theolog.Illustriss.& Reuerendiss. D.Card.Archiepiscopo reuisor.

Imprimatur
Fr.Hierony.Onuphr.Consultor Sanctiss.Inquisitionis pro Reuerendiss. P. Inq.Bonon.

Digitized by Google

Digitized by Google

E.15

CONCORDIA PARVÆ RES CRESCVNT.

ALGEBRA APPLICATA.

Doue si mostra la vtilissima applicatione d'essa alla inuentione delle cose recondite nelle diuerse Scienze, & Arti.

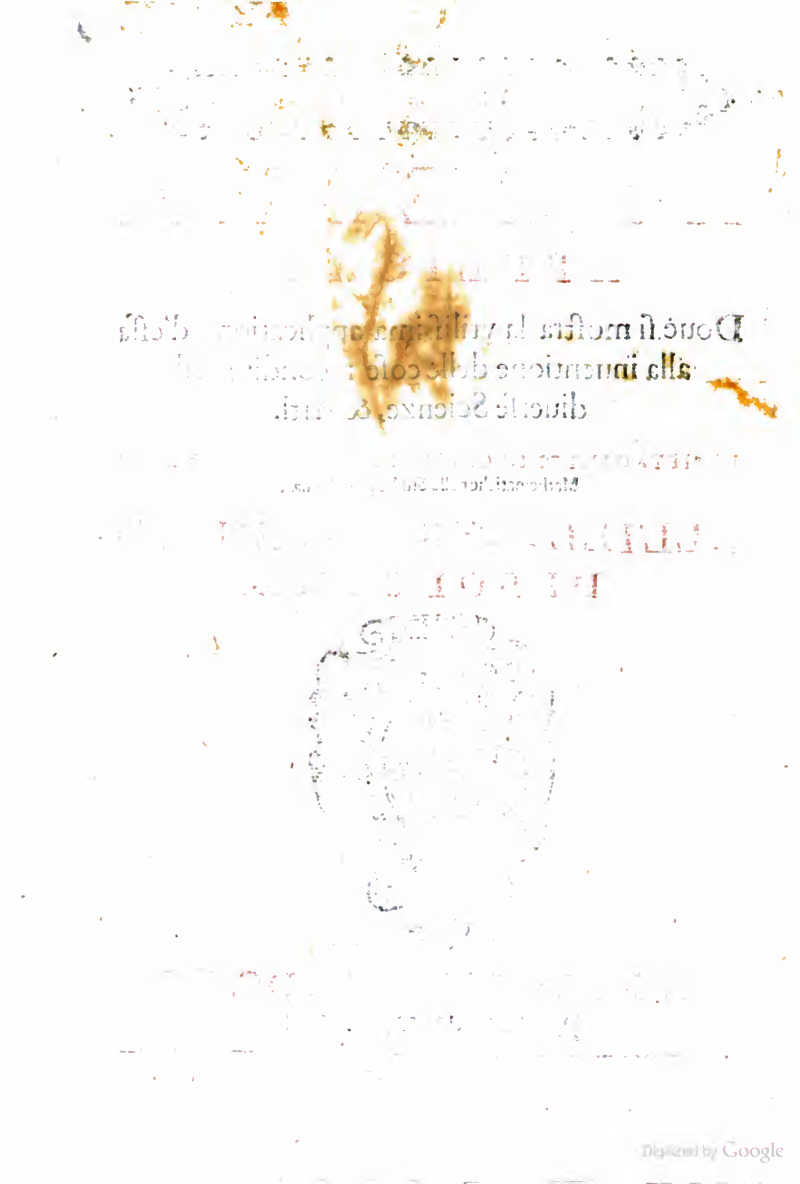
DI PIETROANTONIO CATALDI LETTORE DELLE SCIENZE Mathematiche nello Studio di Bologna.

ALL'ILLVSTRISS. SENATO DI BOLOGNA.

IN BOLOGNA, M. DC. XXII.
Per Nicolò Tebaldini.

Con Licenza de' Superiori.

Digitized by Google



Digitized by Google

Illustriss. Signori Padroni Colendiss.

L'ALGEBRA Dottrina mirabile delli numeri è tale, che mediante essa ingegnosamente si riloluono i Quesiti, che nelle più recondite parti delle scienze, & Arti possino occorrere, & perciò vtilmente si può applicare á qual si vogli Artificio. Dalla poca cognitione mo di questa Dottrina è auuenuto che si teneua che fusse infruttuosa & inutile, & di più molto difficile, & oscura; Onde si veniua ad esser priuo del giocondo profitto che da lei si può conseguire: Hora io desiderosissimo di giouare all'vniuersale quanto più posso, & ampliare le scienze di numeri, & linee á proficuo loro ornamento hò in questa particolare Dottrina composte molte opere che la possono rendere facile, & chiara à ciascun nobile intelletto vago di cognitioni piene di marauigliose sottilità, & sono li Elementi delle Quantità irrationali, li Elemẽti delle Quãtità Algebratiche, l'Algebra proportionale, l'Algebra Triangolare, la Regola della Quantità, ò Cosa di Cosa, la Nuoua Algebra proportionale, Et l'Algebra discorsiua numerale, & lineale; Et se bene sono andato applicandola, & mostrãdo il molto vigore di essa Algebra, nella mia Difesa d'Archimede, Trattato Geometrico, & altre opere, nondimeno in questa si mostra come ella in vniuersale possa seruire, & applicarsi, & perciò le hò posto nome d'Algebra Applicata, quale riuerentemente dedico, & presento à questo Illustrissimo Senato, & in particolare á ciascuna delle SS. VV. Illustriss. si perche il debito, & intento mio è che quanto da me deriua le possa essere grato, si ancora perche molto bene pare che si conuenga indrizzare Opera di Scienza bellissima, & vtilissima ad ogni artificio à SS. Illustriss. che è in vniuersale, & in particolare sempre pensano, & operano à commune beneficio, & hanno l'occhio à tutte le cose che possino apportare profitto, & ornamento alla nostra Patria, alla quale, & insieme alle SS. VV. Illustriss. prego da N. S. Dio continui accrescimenti di vera, & salutare felicità.

Di VV. SS. Illustriss.

Humilissimo, & deuotissimo seruitore

Pietroantonio Cataldi.

Digitized by Google

Delle cose che si contengono in quest'opera dell'Algebra Applicata deriuandole da essa Algebra.

Inuentione & Regola del trouare i casi, ò parti delle base, & l'altezza, ò perpendicolare nelli Triangoli. — à facciate 2

Auertimenti nel misurare le Terre con lo squadro. 6

Diuersi modi di trouare la grandezza de' Triangoli mediante i lati loro 8

Diuerse considerationi intorno alli Quadrilateri, & diametri loro. 13

Come di 4. Quantità proportionali data la somma delle estreme, & la somma delle medie, & il denominatore della proportione della prima alla seconda si troui ciascuna d'esse, 23

Come la mirabile operatione mostrata Geometricamente da Claudio Tolomeo Alessandrino Egitio nel principio del primo libro del suo Almagesto intorno alli Quadrilateri inscritti nel Cerchio si possa deriuare, & più universalmente dalla Dottrina Algebrica. 24

Molte sottelità nelle inuentioni delle grandezze de' Triangoli

Come dalle operationi Algebriche nelli quesiti occorrenti si deriuino le semplici operationi Numerali & le Lineali, & le loro dimostrationi Geometriche 28

Come nella Astronomia la Regola di calcolare gl'aspetti de' Pianetti si deriui dall'Algebra 33

Come mediante la Dottrina Algebrica si conosca che la Regola del tre, ò vogliamo dire delle 4. quantità proportionali si può esequire con due partitioni 38

Come dall'Algebra si deriui facile, & sicura Regola nelle operationi delli Baratti mercantili 41

Come dall'Algebra si deriui la Regola alli quesiti di corpi d'Oro, d'Argento, & misti per trouare le qualità, & quantità loro, alla similitudine della inuentione d'Archimede Siracusano nel trouare le parti dell'Oro, & dell'Argento che erano nella Corona del Re Herone, Et altri quesiti simili in diuerse materie, con Regole da componere diuersimisti, adoprando le diuerse materie date 49

Essempij dell'operare Algebrico in quesiti di edificij, In Militari per le ordinanze, in Mercantili, Et in altre cose diuerse. 51

Come mediate l'Algebra si trouino Regole per misurare Distanze, & Altezze 68

Alcuni quesiti diuersi, & come si riduchino alla astrattione 79

Le figure pertinenti à questa Opera sono nel foglio X, & faciata del Y. alle quali seguono alcuni quesiti Triangolari 87

Il Fine della Tauola.

Digitized by Google

In DEI æterni Omnipotentis nomine.

ALGEBRA APPLICATA.

HAVENDO con l'aiuto Diuino espedito il Trattato dell'Algebra numerale, & lineale mostrãdone la origine discorsiua. Hora accioche l'accorto Studente conosca che si può andar seruendo d'essa Dottrina in molte occasioni occorenti, & per risoluere diuerse domande, ò quesiti in diuerse sorte di Scienze, & Arti applicandola con giudicio ad esse, noi in questo Trattato che chiameremo perciò ALGEBRA APPLICATA, formaremo alcuni esempij di quesiti diuersi. Et cominciando dalle cose Geometriche vedremo come mediante la sola cognitione Algebratica si possa cõ la notitia della base, & lati del Triangolo trouare la sua perpendicolare, ò altezza. Onde procedendo al sotito con il naturale discorso guidati dal fauoreuole lume Diuino consideraremo, che in qual si vogli Triangolo, la somma del quadrato dell'altezza, o perpendicolare, con il quadrato del caso maggiore, (o parte maggiore della base, se ella sia diuisa in due parti cadendo la perpendicolare (che viene dalla cima del Triangolo) dentro ad esso Triangolo sù la base, come auuiene sempre, che gl'angoli alla base siano acuti) forma il quadrato del lato maggiore, Et similmente la somma del quadrato dell'istessa altezza con il quadrato del caso minore forma il quadrato del lato minore, perilche remosso da ciascuna manda, ò leuato il quadrato dell'altezza, si vede che la differanza de' quadrati de dui lati è sempre eguale alla differenza de i quadrati de i dui casi, Et perciò quando i dui lati del Triangolo sono eguali fra loro, & conseguentemente eguali i quadrati loro, ancora i quadrati de i dui casi sono eguali fra loro, & perciò eguali essi dui casi fra loro, & ciascuno d'essi casi è la mità de la base.

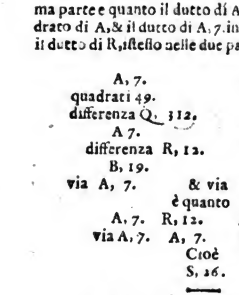
Questo intesо, suppostо il Triangolo a r n, i lati a r, & a n, del quale siano 15. & 13. & la base r n, 14. Per trouare i casi (acciò poi essi mediante si venga incognitione dell'altezza, & conseguentemente della grandezza) conuerrà diuidere 14 base in due parti tali che la differenza de' quadrati d'esse sia 56. qual 56. è la differenza di 225. & 169. quadrati de i dui lati 15. & 13. Onde posto la parte r c maggiore 1. cosa, & perciò la minore c n, 14. meno 1. cosa, cauato 196. meno 28. cose più 1. censo quadrato di questa, da 1. censo, quadrato di r c, il restante 28. cose meno 196. douera essere 56. & però sara eguale a 56. che accomodato il meno 196. si hauera 28. cose eguale a 252. perilche la cosa valera 9. onde r c, posta 1. cosa sara 9. & c n, posta 14. meno 1. cosa sara 14. meno 9. cioè 5. Et perche in questo operare si vede che il 28. numero delle cose e sempre il doppio del 14 base, Et che del 252. composto da 196. & 56. il 196. è il quadrato di 14. base, & il 56. è la differenza de' quadrati di 15. & 13. lati, quale 252. partito per 28. ne viene il 9. caso maggiore, Si conosce che di qui deriuando la Regola numerale a quetti quesiti si potra dire. Al quadrato della base si giunga la differenza de' quadrati de i dui lati, & la somma si parta per il doppio della base che l'auenimento sara la parte maggiore della base, che si chiama caso maggiore.

Figura 1. Ma se auuertiremo che douendo partire 252. composto dal 56. & dal 196. quadrato di 14. base, per 28. doppio d'esso 14. noi potiamo partire per 28. il 56. da se, & ancora il 196. da se, & poi somare insieme i dui auenimenti che la somma loro sara l'auuenimento cercato.

Et che a partire il 196. per il doppio di 14. di che egli è quadrato, ne nasce sempre di necessita conuersamente la mita d'esso 14. cioe la mita della base, ci accorgeremo che più breuemente si può dire. Partasi la differenza de' quadrati de i dui lati per il doppio della base, & l'auenimento si giunga alla mita della base che la somma sara il caso maggiore, o parte maggiore della base. Et se ancora auuertiremo, che la differenza de' quadrati di due quantita si troua facilmente senza formare essi dui quadrati, poiche ella e il prodotto che nasce a moltiplicare la somm d'esse due quantita via la differenza delle medesime due quantita, (che essendo A, 7. & B, 19. la differenza de quadrati loro 99. & 361. quale e Q, 372. si troua moltiplicãdo S, 26 somma di detti A, 7. B, 19. via la differenza loro D, 12. Perche inteso B, 19. diuiso in A, 7. prima parte, & R, 12. seconda, la somma de' dui dutti di B, 19. in ciaseuno delle sue due parti A, 7. R, 12. (che sono 133. & 228. & fanno in somma 361.) e eguale al dutto di esso B, 19. nella somma delle sue due parti A, 7 R, 12 cioe al dutto di B, in se stesso, o vogliamo dire al quadrato di esso B. Ancora il dutto di B, 19. in A, 7. (sua pri-

Digitized by Google

ma parte e quanto il dutto di A,7. iſteſſo nelle due parti dette A,7. & R,12. cioe e quanto il quadrato di A,& il dutto di A,7. in R,12. Di più il dutto di B,19. in R,12 ſua ſeconda parte, e quanto il dutto di R,iſteſſo nelle due parti dette A,7. & R,12. Onde coſi li quattro dutti particolari di A, in A,di A,in R,di R,in A, & di R, in R, (cioe il quadrato di A, il quadrato di R, & il dutto di A,in R,due volte) come ancora il ſolo quadrato di B, ſono eguali alli dui dutti di B,in A,& in R, fue due parti, perilche ancora eſſi quattro dutti particolari ſono eguali, o importano tanto, quanto il ſolo quadrato di B. Queſto quadrato dunque di B, ſupera il ſolo dutto di A, in A, cioe il quadrato di A, nelli reſtanti tre dutti che ſono di A,7. in R, 12 di R,12.in A.7.& di R,12. in R,12. Ma a dui di queſti dutti che ſono di R,12. in A,7.& di R, 12.in R,12.e eguale il ſolo dutto di R,12.nella ſomma di A,7.& di R,12.cioe nel B,19.cõpoſto da A, & R, Onde eſſi tre dutti vengono ad importare quanto queſti dui che ſono di A,7.in R,12.Et di R,12. in B,19. o vogliamo dire di R,in A, & in B. Ma alli dui dutti di R, in A,& di R,in B, è a punto eguale il ſolo dutto di R,12.nel cõpoſto,o ſomma S,26. di detti A.7.& B,19 Onde ancora queſto ſolo dutto di R,12.di differenza di A.7.& B,19. nel com



posto,o ſomma S,26.di eſſi A,& B,ſarà eguale alli tre dutti particolari detti,che compredono la differenza del quadrato di B,maggiore al quadrato di A,minore; cioe ella differenza de' quadrati di A,& B, e eguale, o importa quãto il dutto della ſomma d'eſſe A,& B, nella differenza loro. Et perche hauendo diuiſo B,19.in A,7. & R,12. ſi e veduto che il quadrato d'eſſo B, e eguale à 4. dutti particolari,che ſono di A,in A,di A, in R,di R, in A, & di R, in R, cioe al quadrato di A, al quadrato di R,al dutto di A,in R,due volte, conoſciamo che quando vna quantità e diuiſa in due parti come ſi vogli,il quadrato d'eſſa quantità e ſempre eguale à i dui quadrati delle ſue due parti,& al doppio del dutto dell'vna parte nell'altra) Onde la differenza del quadrato di 15. al quadrato di 13.ſi troua moltiplicando 28.ſomma d'eſſi 15. & 13.via 2.differenza delli medeſimi 15.& 13.& fa 56. Noi per trouare i dui caſi,o parti della baſe potremo dire. Diuidaſi 14.baſe(ſomma de' caſi i quadrati de' quali deuono eſſere differenti in 56.dutto di 28.ſomma de' lati via 2.differenza loro)in due parti tali che la differenza loro moltiplicata via eſſo 14 faccí 56 (poiche la differenza de' quadrati de' caſi ſi troua ſimilmente moltiplicando la ſomma d'eſſi caſi via la differenza de gl'iſteſſi caſi;Ma dicendo coſi,noi con il ſimplice giudicio potreſſimo trouare eſſe parti,perche ſe la differenza loro moltiplicata via 14. loro ſomma hà da produrre 56. conuerrà che eſſa differenza ſia 4.che deriua a partire il 56.per 14. Et eſſendo la differenza loro 4. cauato queſto 4. dal 14.ſõma loro che reſta 10.la mitá di queſto 10 cioe 5.ſarà la minor parte,& però 4.di più cioe 9.ſarà la maggiore, Onde può lo Studente conoſcere come il giudicio naturale ſpeculando,& paſſando di cognitione incognitione troui facili Regole nelle coſe, che altramente haueriano biſogno di difficili Dimoſtratione Geometriche.come a punto anueria nel trouare i caſi,o parti della baſe nelli Triangoli mediante la 13.propoſitione del ſecondo libro d'Euclide,quando cioe eſſi caſi ſono parti della baſe, cadendo la perpendicolare dentro al Triangolo sù la baſe; O mediante la 12 propoſitione,quando la perpendico are cadeſſe di fuori, & non sù la baſe. che all'hora il caſo minore e tutto fuori della baſe, qual baſe viene ad eſſere parte del caſo maggiore, & però ſerue a moſtrare la differenza d'eſſi caſi; cioe all'hora la baſe e la differenza de' caſi, & non altramente la ſomma d'eſſi (Perilche poſto le parte maggiore eſſere 1.coſa,& la minore 14.meno 1. coſa cauata da 1.coſa maggiore,reſta 2. coſe meno 14. qual reſtante. o differenza loro moltiplicato via il 14.fa 28.coſe meno 196.& deue eſſere 56.perilche haueremo 28.coſe meno 196.eguale a 56.cioe 28.coſe eguale a 252.come prima,onde la coſa valerà 9.che ſarà la parte, o caſo maggiore poſto 1.coſa,Et di qui eſtrahendo la Regola numerale potremo dire. Data la baſe del Triangolo,& ciaſcuno delli dui ſuoi lati, per trouare le due parti della baſe d'uiſa dalla retta che partendoſi dalla cima del Triangolo,o angolo formato da i lati arriui perpendicolarmente alla baſe. Moltiplichiſi la ſomma de i dui lati via la differenza loro,& il prodotto ſi parta per il doppio della baſe(oue-

10,&

Digitized by Google

ro,& la mitá del prodotto si parta per la base,) & l'auenimento si giunga alla mitá della base, che la somma sará la parte maggiore della base,o il caso maggiore. Onde essendo la base 18.& i lati 16.& 10.Moltiplicando 16. loro somma via 6. loro differenza, & del prodotto 156. presa la mitá che è 78.la partiremo per 18.base che ne viene $4\frac{1}{3}$.(Ouero di 26.& 6.la somma,& differenza de lati moltiplicaremo l'vno per la mitá dell'altro;cioè 26.via 3.0 13.via 6.& il prodotto 78. partiremo per 18.base che ne viene $4\frac{1}{3}$.)quale giongeremo a 9.mitá della base,& fa $13\frac{1}{3}$. per il caso maggiore. & il resto della base 18.cioe $4\frac{1}{3}$. sará il caso minore. Et notisi che quando il dutto della mitá de' lati via la loro differenza(cioe la loro differenza de quadrati delli dui lati)e eguale al quadrato della base all'hora si vede il lato minore essere perpendicolare alla base, & perciò la base tiene per caso maggiore,ne vi è caso minore,come per esempio occorre nel Triangolo a cu, (rettangolo)che i lati sono 10.& 8.& la base 6. Il che ancora ci saria mostrato dalla Regola nume Fig.2. rale,che partendo 36.(dutto di 18.somma de' lati via 2. differenza loro) per 12. doppio della base ne viene 3.qual 3.gionto a 3.mitá della base fa 6. & questa somma 6.e il caso maggiore,quale occupa tutta la base, & pereiò non vi è caso minore.

Il medesimo si conosce con la Regola giudeiale di sopra notata, che douendosi diuidere 6.in due parti tali che il dutto della differenza loro in esso 6.produchi 36. differenza de quadrati delli dui lati; Essendo 6 la somma delle due parti,perche a partire con esso 6.il 36.da prodursi,ne deriua 6.conosciamo che 6.sará la differenza delle medesime due parti,onde cauato 6. differenza da 6.somma resta niente la mitá del qual niente restante è,0,& questo,o cioe niente è la parte minore,però il resto fino a 6.cioe il 6.totale,sará la parte maggiore,Et però vediamo la parte,o caso maggiore occupare tutta la base, cioe non vi essere caso minore, Et consequentemente il lato minore essere l'altezza del Triangolo.

Et nel Triang. d n o,che hà 9.per base,& i lati sono 17.& 10.& e ottusangolo alla base, cioe hà Fig.3. vn'angolo ottuso n,formato dalla base, & lato(minore) d n,onde il caso maggiore e piú lungo della base,& il caso minore non e parte della base, ma resta tutto fuori del Triangolo, & similmente resta fuori del Triangolo l'altezzo d'esso, Pur'anco la data Regola numera e seruirá a trouare i casi,se bene nessun d'essi e parte della base,che partito 189.(dutto di 27.somma de' lati 17.& 10.via 7.differenza loro) per 18. doppio della base ne viene $10\frac{1}{2}$. quale giunto a $4\frac{1}{2}$. mitá della base fa $15.$ il caso maggiore, Ma perche questo e maggiore della base 9 vediamo che il caso minore e tutto fuori della base,& e quel 6.nel quale la base 9.e superata da 15.caso maggiore.

Et operando Algebraicamente. Se dicendo, Diuidasi 9. in due parti tali che la differenza de' loro quadrati,o il dutto della somma loro 9.via la loro differenza fia 189.differenza de' quadrati de' lati 10.& 17.Si pona come di sopra la parte maggiore essere vna cosa,& la minore 9 meno 1.cosa questa cauata da 1.cosa maggiore restará 1.cosa meno 9.quale moltiplicato via 9.somma loro fa 18.cose meno 81.Et questo e eguale a 189.però haueremo 18.cose eguale a 270.onde la cosa valerá 15.Et questo 15.sará la parte maggiore,quale cauata da 9. perche la minore fú posta 9.meno 1.cosa resta 9.meno 15.cioe meno 6.perilche la parte minore sará meno 6.cioe alla base manca 6.per comprendere ancora o fare l'altra parte minore: Et se bene questa resolutione pare strauagante, pure si vede che dicendo vna parte maggiore essere 15. e la minore m, 6 la somma loro cioe 15 meno 6.fa 9. Et la differenza loro(cioe a cauare meno 6.da 15.resta 21.)e 21.che moltiplicato esso 21.via 9.fa 189. come bisogna. Ouero delle due parti del 9. essendo l'vna 15. & l'altra meno 6.i loro quadrati sono 225. & 36. (che meno 6.via meno 6. fa piu 36.)quali sono fra loro differenti in 189.come bisogna ; Ma la strauaganza occorre, perche dicendo la somma loro essere 9 & la differenza 21.questo e cosa fuori d'vso,& che pare impossibile; cioe che la differenza di due quatitá sia maggiore di quello che e il composto,o somma loro, il che se bene nelle vsate quantitá reali non si concederia,nondimeno considerata la natura del piú,& del meno(vsati, & necessarij nelle operationi delle quantitá incomensurabili fra loro) e cosa che può stare, & che non induce inconueniente alcuno, Et se ne può ancora dare esempio nelle cose fattibili.considerando,che sedi dui Compagni negotiando,vno habbi fatto credito,o guadagno di 15.cecchini Et l'altro debito,o perdita di 6. cecchini Queste due attioni fatte da ambidui gionte insieme fanno credito,o guadagno di 9.cecchini, Et la differenza di quello che ha fatto l'vno a quello che ha fatto l'altro è 21.cecchini(che se facendo,o guadagnando il primo 15. il secondo hauesse fatto,o guadagnato 6. la differenza di queste due attioni, e guadagni saria 9. Et se facendo il primo 15 il secondo hauesse fatto niente,cioe 6.manco di prima,la differenza hora di queste due attioni saria 15.cioe il 6 detto piú del 9.differenza di prima, Onde se facendo il primo 15.il secondo fa 6. manco di niente(perche il perdere,o scapitare 6. e fare esso 6. manco di niente, che niente si fa quando non si guadagna ne si perde)cioe si allontana ancora piú dal 15.quanto e lontano il 6.dal niente la differenza d'esse due attioni sará il composto di 15. & 6. cioe sará 21.Et cosi vediamo il proce-

procedere sagace del piu, & meno nelle quantità essere non repugnante, ma cõsonante a quello che può occorrere, intesõ, & preso come conuiene . Ma perche il 189. differenza de quadrati de' lati deue essere prodotto da duij numeri delli quali l'vno e la somma de' casi, & l'altro e la differenza loro, noi non sapendo se la base riceuerà in se ambidui i casi, cadendo la perpendicolare dentro al Triangolo, e se riceuerà precise il caso maggiore cadendo la perpendicolare nell'estremo del la base, & essendo perciò perpendicolare il lato minore ; Ouero se la base sarà parte del caso maggiore cadendo la perpendicolare fuori del Triangolo, & perciò essendo il caso minore tutto fuori della base) perciò schiuandosi il parlare che potria parere insolito nel cercare i casi, pocremo dire . Di due quantità, (che sono la somma, & la differenza de' casi) quali moltiplicate fra loro producono 189. (differenza de quadrati da' lati) l'vna e 9. base (quale e sempre, o la somma, o la differenza de' casi, si domanda l'altra, Quale altra si vede che deue essere quello che nasce a partire il 189. per la base 9. cioe sarà 21. Onde 9. & 21. saranno la somma, & la differenza de i casi; Et perche la somma di due quantità (considerandole al modo ordinario) e maggiore che la differenza d'esse, perciò il 21 maggiore sarà la somma, & consequentemente il 9. sarà la differenza, che cauato da 21. resta 12. & perciò la sua mità 6. sarà il caso minore, & il resto fino a 21. cioe 15. sarà il caso maggiore, quale essendo maggiore di 9. base, si conosce egli passare fuori del Triangolo, & tanto quanto importa il 6. caso minore, & perciò la perpendicolare anco' ella cadera fuori del Triangolo ; Et cosi verremo a trouare i casi del Triangolo cada la perpendicolare, o altezza d'esso come si vogli .

Et se di sopra nella positione Algebratica haueßimo detto non 1 c, caso maggiore, o parte maggiore della base 14. ma 1 c, minore essere 1. cosa all'hora 1 c, maggiore saria 14 meno 1. cosa & cauato il quadrato di 1. cosa dal quadrato di 14, meno 1. cosa; cioe 1. censo da 196. meno 28. cose pur 1. censo, che restaria 196. meno 28. cose, Ouero cauando 1 cosa minore da 14. meno 1. cosa maggiore, & il restante, o differenza 14. meno 2. cose moltiplicando via 14. somma d'essi casi che fa pure 196. meno 28. cose per differenza de' quadrati d'1. cosa, & di 14. meno 1. cosa, questo 196 meno 28. cose saria eguale a 56. che deue essere la differenza de quadrati de' casi, come e disse Fig. 4. renza de quadrati de' lati perilche accomodato il meno, & leuato 56. da ciaßcuna parte ßi haueria 28. cose eguale a 140. Onde partito 140. per 28. numero delle cose, ne viene 5. per valore della cosa, che sarà il caso minore posto 1. cosa. Dal quale operare deriuando la Regola numerale se potrà dire . Il dutto della somma de' lati via la differenza loro ßi caui dal quadrato della base, & il restante ßi parte per il doppio della base, ouero, & la mità ßi parta per la base che l'auenimento sarà il caso minore . Che in vn Triangolo essendo la base 8. & i dui lati 10. & 6. per trouare i casi mediante questa Regola . Cauaremo 64. dutto di 16. somma de' lati in 4. differenza Jo 10, da 64. quadrato di 8. base, & resta niente, qual niente partiremo per 16. doppio della base, & ne viene niente, però niente sarà il caso minore, & il resto fino ad 8. base; cioe tutto l'8. sarà il caso maggiore, Et cosi ßi vede il lato minore 6. essere l'altezza del Triangolo . Ancora in vn Triangolo essendo la base 9. & i lati 17. & 10. per trouare i casi Cauaremo 189. dutto di 27. somma de i lati in 7. differenza loro da 81. quadrato della base, Et se bene ordinariamente ßi diria che non ßi può noi nondimeno seruendoci del termine meno, diremo che resta meno 108. (che e quanto a dire, Fig. 5. che accioche la sottrattione ßi faccia al modo ordinario vi manca 108.) quale meno 108. partiremo per 18. doppio di 9. base, (o partiremo meno 54. mità del meno 108 per solo 9. base,) & ne viene meno 6. & questo meno 6. sarà il caso minore, che e quanto a dire che alla base manca 6. per il caso minore, Onde egli sarà fuori del Triangolo, & però il caso maggiore sarà composto di questo 6. caso minore, & dal 9. base; cioè sarà 15. Et in questo Triangolo se senza seruirci della Regola numerale ßi operaße per Algebra ponendo il caso minore essere 1. cosa, & il maggiore 9. meno 1 cosa, che cauato 1. cosa da 9. meno 1. cosa resta 9. meno 2. cose per la differenza loro, qual le moltipl'icata via 9. somma loro fa 81. meno 18. cose, & questo saria eguale a 189. differenza de quadrati de' lati 17 & 10. (o vogliamo dire dutto da 27. somma in 7. differenza de' lati,) onde accomodato il meno, & leuato 81. numero minore da ciaßcuna banda ßi haueria 18. cose piu 108. eguale a niente, quale Equatione saria impoßibile, poiche il solo 108. non che insieme con le 18. cose e qual'che cosa; cioe quantità reale, nondimeno perche siamo auuertiti che in questi casi il meno ti può seruire, leuaremo il numero 108. da ciaßcuna banda, & cosi haueremo le 18 2. eguale a meno 108. Onde la 2. valerà meno 6. però il caso minore posto 1. 2. sarà meno 6. & il maggiore posto 9. meno 1. 2. sarà 9. manco meno 6. il che significa 15. (somma di 9. & 6.) perche se 6. maggiore di niente in 6. & niente; cioe, 0 e maggiore di meno 6. in 6. si conosce che 6 e maggiore di ßi, 6. in 12. perilche se da 9. a cauarne 6. resta 3. dal medesmo 9. a cauarne meno ßi, 6. cioe 12. di manco restarà questo 12. di piu del 3. che restaua; cioe restarà 15 O vogliamo dire, Essendo che da vna quantità quanto manco se ne caua resta tanto piu, Se di 9. a cauarne 6. A, resta 3 R, cioe se

9. meno

9.meno 6.significa 3.dal medesimo 9.a cauarne o,B,cioe a cauarne 6.manco di A,restarà il medesimo 6.di piu di quello che restaua prima,ma prima restaua 3.R, però hora restarà 3.R, & 6.cioe in tutto 9.S,& però di 9 a cauarne o,cioe 9.meno o,significa 9.S,Similmente se di 9 a cauarne o,resta 9.S,a cauarne mò meno 6 che e 6 di manco di o,che se ne cauaua, conuiene che hora resti questo 6.di piu che non restaua,ma restaua 9.S,però hora restarà 9.S, & 6. di piu cioe restarà 15. Et così conosciamo che di 9.a cauarne meno 6.resta 15.cioe che 9.manco meno 6.significa 15. qual 15.si trouà a sommare il 9.cõ il 6.& la somma è piu,cioe è 15. Cioe (per concludere brevemente l'istesso) Da 9.a cauarne meno 6. resta 6.di piu che non restaria a cauarne niente, ma a cauarne niente restaria l'istesso 9.però a cauarne meno 6.restarà ello 6. piu di 9. cioe restarà la somma di 9. & 6. che è 15. Delche o bene che ne sia auuertito lo Studente,acciò possa piu facilmente considerare quello ch'importi,& come si possano vsare questi piu, & meno.

Et se d'vn Triangolo la base fusse 13.& i lati 40.& 51.pure posto il caso minore 1.cosa, & il mag
Fig.6. giore il restante della base 13.cioe 13.meno 1.cosa la somma loro 13.moltiplicata via la differenza loro 13.meno 1.cose fa 169.meno 26.cose, & questo saria eguale a 1001.dutto di 91 somma de' lati via 11.differenza loro,che accomodato il meno,& leuato il 169.da ciascuna parte si haueràl 26. cose piu 832. eguale a niente perilche leuato l'832. da ciascuna banda acciò l'Equatione ei possa seruire,si haueràl 26. cose eguale a meno 832.& la cosa valerà meno 32. però meno 32.sarà il caso minore, & perciò egli sarà fuori della base (cioe oltre la base vi bisognarà 32. che importa il caso minore per formare il caso maggiore.) Et il maggiore posto 13.meno 1.cosa sarà 13.manco meno 32.cioe 13.piu 32.che è 45.& così la base 13.verrà ad essere la differenza de' casi. Et il caso minore si comprenderà, o sarà parte del caso maggiore. Che se accorgendoci da principio in esso Triangolo di lati 51.& 40.& di base 13.che la perpendicolare cade di fuori, & però il caso minore essere fuori della base, posto lo 1.cosa, il caso maggiore poiche comprende esso caso minore 1.cosa,& la base 13.di piu sarà 1.cosa piu 13.o 13.piu 1.cosa la somma loro saria 2.cose piu 13.che moltiplicata via 13.loro differenza (che e la base) fà 26. cose piu 169. & questo saria eguale a 1001.ducto di 91.somma de' lati via 11.differenza loro. Onde leuato 169. da ciascuna parte si haueria a 26.cose eguale a 832.& la cosa valeria 32.però il caso minore posto 1.cosa sarà 32.che è fuori del la base,& il maggiore saria 32.piu 13.cioe 45. Et così non ei occorreria altra considerazione di ñ,essendo la nostra suppositione conforme a quello che auuiene in esso Triang.

Et se essendo pure i lati del Triangolo 51.& 40.la base fusse 77. Similmente per trouare il caso minore si cauaria 1001. dutto della somma de'lati via la differenza loro dal quadrato della base 77.che è 5929.& il restante 4928. si partiria per il doppio della base,che l'auenimento 32. saria il caso minore. Quero esso 4928. si partiria per la base 77. che ne viene 64. la metà del quale; cioe Fig 7. 32.sarà il caso minore,& però 45.sarà il maggiore, & ciascuno d'essi sarà parte della base, & la perpendicolare caderà dentro ai Triangolo.

Et se nella positione Algebratica nel cercare i casi si ponerà il maggiore essere la metà della base piu 1.cosa, Et però il minore la metà della base meno 1.cosa (ilche potrà seruire quando la base comprenda ambidui i casi,essendo ciascun d'essi parte della base, o quando il maggiore occupa tutta la base precise non vi essendo caso minore,che così non si occupa da essi piu della base. Che quando vi fusse caso minore,& che egli fusse fuori della base,all'hora perche la base verria ad essere nõ la somma ma la differenza de' casi,si diria il caso maggiore essere 1.cosa piu la metà della base,Et il caso minore 1.cosa meno la metà della base;che così la somma loro saria 2.cose, Et la differenza loro saria la base,)Che perciò nel Triangolo de' lati 15.& 13.& di base 14.il caso maggiore si ponerà 7.piu 1.cosa,& il minore 7.meno 1.cosa,che cauato 49. meno 14. cose piu 1.censo quadrato del caso minore da 49 piu 28.cose piu 1.censo quadrato del caso maggiore resta 28.cose,per differenza loro; Quero che la differenza de' casi sarà 2.cose,quale moltiplicata via 14.base fa 28. cose. Questo 28.cose sarà eguale a 56.differenza de quadrati de' lati; Onde partito esso 56.per il 28.numero delle cose (qual 28.si conosce essere sempre il doppio della base) ne viene a.per il valore della cosa,perilche il caso maggiore sarà 7.piu 2. Et il caso minore 7.meno 2. cioe saranno 9 & 5. Et da tale operatione sideriuaria questa Regola numerale.

Il dutto della somma de' lati via la differenza loro si parta per il doppio della base(o vogliamo dire che risulta l'istesso,)Il dutto della metà della somma de' lati via la loro differenza, o il dutto della somma de' lati,via la metà della loro differenza si parta per la base,& l'auenimento si giunga & caui alla metà della base che i dui resultanti saranno il caso maggiore,& il caso minore. Nel Triangolo dunque di lati 10 & 8 & base 6.la somma de' lati è 18.la metà di 2.loro differenza è 3. che moltiplicata via 18.fa l'istesso 18.quale partito per 6 base ne viene 3.questo 3.giunto, & cauato a 3.metà della base resultano 6.& 0,però 6.sarà il caso maggiore, & 0,il minore.

Et nel Triang. di lati 20.& 7.& base 9.la somma de' lati è 27.la metà di 7.differenza loro è 3 ½.

Digitized by Google

che moltiplicato con 27. fa 94 $\frac{1}{2}$. qual e partito per 9 base ne viene 10 $\frac{1}{2}$. Questo giunto, & cauato a 4 $\frac{1}{2}$. mità della base ne resulta 15. Et meno 6 però il caso maggiore sarà 15. Et il minore sarà meno 6. cioe alla base mancaria 6. per riceuerlo, o vogliamo dire sarà fuori della base, & sarà 6. Ma perche saputo il caso maggiore si sà ancora subito mediante esso il minore, o sia egli parte della base, o niente, o fuori della base, Et in questo modo di ponere il caso maggiore essere la mità della base piu 1. 1. Ouero 1. cosa piu la mità della base, che in somma e la medesma quantità, & serue sempre a trouare il caso maggiore sia il Triangolo come si vogli, basterà che la Regola dica.

Data la base, & i lati del Triangolo per trouare il caso maggiore, moltiplichisi la somma de' lati via la mità della loro differenza, & il prodotto si parta per la base, & l'auenimento si giunga alla mità della base, che la somma sarà il caso maggiore. Et cosi lo Studente si può accorgere che, o mediante il discorso naturale, o mediante le Regole che si estrahono dell'Algebra si possono trouare i casi nelli Triangoli, Et perciò ci liberiamo dalla fatica d'intendere la propositione 12. & 13. del secondo libro de gl'Elementi d'Euclide, & ancora poi dalla fatica di cercare come da esse due propositioni si possono dedurre le Regole da trouare i casi; Et conosciamo che l'Algebra e Dottrina per se stessa, che non hà bisogno di propositioni, o Dimostrationi Geometriche per sostentarsi.

Saputo il caso maggiore moltiplicando poi la somma che nasce a giongerlo con il lato maggiore, via la differēza d'essi dui caso maggiore, & lato maggiore, il prodotto sarà il quadrato della perpendicolare, (cioe la differenza del quadrato del caso maggiore, al quadrato del lato maggiore, (Onde la perpendicolare sarà la radice d'esso prodotto, ouero saputo il caso minore, moltiplicando la somma d'esso, & lato minore via la differenza d'essi caso minore, & lato minore, il prodotto sarà il quadrato della perpendicolare (cioe la differenza del quadrato del caso minore, al quadrato del lato minore) onde la perpendicolare sarà la radice d'esso prodotto, qual perpendicolare, o altezza del Triangolo moltiplicata via la mità della base, o la mità della perpendicolare via la base, il prodotto sarà la grandezza del Triangolo.

Ancora con la notitia de i dui lati, & base, cioe con la notitia di ciascuna delle tre linee rette, che terminano il Triangolo, si può trouare la grandezza d'esso Triangolo senza cercare la perpendicolare seruendoci pure della cognitione Algebratica delche essendosene data la Regola numerale estratta dalla Algebratica nella mia aggiunta alla nuoua dimostratione della settima propositione del primo libro de gl'Elementi d'Euclide ad essa rimetto il Lettore; Onde qui seguirò a mostrare come da essa Regola si possa in pratica misurando i terreni cauare molta comodità però stia lo Studente attento a quanto segue.

Auertimento nel misurare le Terre con lo Squadro.

NEl formare i gran quadrangoli nel terreno da misurare basta che vno delli suoi quattro angoli sia retto, fatto con diligenza, gl'altri tre non importa che angoli siano, Et perciò essendo poniamo l'angolo c n o, nella figura del margine retto, potiamo poi con le due rette o r, x c, accostarci piu, & manco a i confini, o termini del Terreno da misurare a beneblacito, o come si venga comodo, poiche mediāte la notitia delle due rette c n, n o, che formano l'angolo retto n, si puo trouare la lunghezza della retta transuersale o c, & all'hora considerato il Triangolo c o r, che hauerà i tre lati noti, essi mediante si trouarà la sua grandezza, quale giunta alla grandezza del Triangolo rettangolo c n o (che e la mità del dutto di c n, via n o,) la somma sarà la grandezza del quadrilatero c n o r, alla quale giunte le grandezze delli Triangoli rettangoli, & capitagliati che sono nel terreno, oltre il gran quadrangolo, la somma totale sarà la grandezza della figura, o terreno misurato.

Qui si intende posta la Figura segnata 1. che è con l'altre nel libro particolare delle figure.

Et se nel quadrilatero non fusse alcuno angolo retto, o per non hauer Squadro, o stromento da farlo sicuramente, o per altro rispetto, ne meno si potesse misurare alcuna delle due diagonali, o diametri del quadrilatero, o per non si potere comodamente andare per linea retta da vn'angolo al suo angolo opposito, o per altro rispetto, noi nondimeno cercaremo di trouare la lunghezza d'vna d'esse diagonali, & sia nel quadrilatero a r g n, con artificio, & lo potremo fare nel modo seguente.

Fig. 2. Misurato ciascuno delli 4. lati del quadrilatero (il che in campagna si vien facendo mentre si vengono dando come si dice le botte formando i capitagliati, & Triangoli rettangoli fuori del quadrilatero, quali arriuano alli confini della figura, o terreno proposto) da vn'angolo d'esso,

Digitized by Google

d'esso, & sia a,si tiri vna retta che arriui ad'vno de i dui lati oppostoli r g, ouero n g,come si vogli, hor sia la a c, quale si misuri diligentemente, come ancora la c n, parte della n g,acciò ancora si sappia l'altra parte e g, che e il restante della totale n g,Hora imaginato dal medesimo angolo a, andare all'oppoſito g,la diagonale a g, & confiderati i dui Triangoli a n c, & a c g,le due base de i quali siano intese essere le due rette n c,& c g,che sono in vna istessa retta, o dirittura n g.perche essi dui Triangoli arriuano ad vno istesso punto, o cima a, verranno ad hauere vna medesima altezza, (quale loro comune altezza saria la retta che dalla cima, o punto a, arriuasse perpendicolarmente alla n g,allungata verso doue,& quanto occorresse)sopra alla quale essi dui Triangoli hanno le basi loro,onde mediante i lati c a,a n,del Triangolo c a n,& sua base c n,trouara essa altezza & il punto s,doue ella cade sù la base n c,ouero oltre alla c n,verso n, nell'allungamento della e n, quando l'angolo a n c,fusse ottuso,o fuori della n c,verso g. quando l'angolo a c n, fusse ottuso, sapremo quanto sia dal punto s,al g,cioe quanto sia la retta s g, quale con l'altezza detta a s nota, forma l'angolo retto a s g.perilche mediante esse due rette a s, s g,si troua la a, loro subtēsa a g, che e diagenale, o diametro nel quadrilatero e n g r, Onde hauendolo diuiso ne i dui Triangoli a n g,& a g r,ciascuno de i quali hà i suoi tre lati noti, essi mediante trouaremo le loro grandezze, & perciò si saprà la grandezza del quadrilatero somma loro.

Et se non ci fusse comodo d'arriuare al lato n g,partendoci dall'angolo a, o per la molta lontananza, o per altro rispetto, noi ci partiremo da quale altro punto si vogli del lato a n, poniamo Fig.3. dall'm,& tirata la retta m c,la misuraremo cō diligēza,come ancora la m n,& la n c,per saper poi la m a, residuo della n a;& la c g, residuo della n g, poi dal punto e, imaginata la retta e a, peruenente all'angolo a, trouaremo con artificio la sua lunghezza seruendoci del modo sopradetto,cioe cōsiderati i 2.Triangoli a m c,& m n e, intesa la a m,esser e base dell'i.& la m n,base dell'altro,che sono in vna istessa dirittura,o linea retta,& arriuano ad vno istesso pūto,o cima, o sommità c,& però hanno vna medesima altezza,quale sarà la retta che dall'angolo, o cima comune c, arriui perpendicolarmente alla retta a n,(aliungata se occorra,)& ha la c s,mediante la quale c s, & la s a,che fa angolo retto con essa dal supposito,o costruttione, trouaremo la subtensa a e,ad'esso angolo retto. Et poi seguendo come di sopra trouaremo ancora la lunghezza della a g, vno delli diametri del quadrilatero.

Potressimo ancora formato il Triangoletto m n e,& misurati diligentemente i suoi tre lati (lasFig.4. ciando la a e,)imaginarsi non dal punto e, al l'angolo a, ma dal punto m,all'angolo g,tirata la retta m g, Et conſiderare i dui Triangoli a c m,& c g m,pigliando la n c, per base dell'vno, & la e g, per base dell'altro,che sono in vna istessa dirittura,o linea retta,quasi dui Triangoli peruenenno con la loro sommità (oppoſta alla base)ad'vn medesimo punto m, pilche vēgono ad hauere vna medesima altezza, onde trouata essa altezza mediante la notitia delli tre lati m e, e n, n m, del Triangolo e m n,& sia la m s,giunto il suo quadrato con il quadrato della s g, alla quale detta m s, e perpendicolare la somma sarà il quadrato della m g,però la radice quadra d'essa somma ci mostrarà la lunghezza d'essa m g, Et all'hora imaginato dal punto g.all'angolo a,tirata la diagonale,o diametro del quadrilatero, & conſiderati li dui Triangoli g m n,& g a m, che hanno le basi n m,& m a,ad vna medesima dirittura, o in vna istessa retta a n, & le cime in vn'istesso punto g, & però hanno vna istessa altezza,& sia la g s,trouaremo essa altezza nel Triangolo g m n, mediante i suoi tre lati noti (ouero perche sappiamo l'altezza m s, moltiplicando a via la mità della base g n,nel Triangolo totale g m n, il prodotto sarà grandezza d'esso Triangolo g m n, & questa sua grandezza partēdola poi per il doppio del suo lato m n, conſideratolo hora per sua base, l'auenimento sarà la lūghezza della g s, perpēdicolare a detta m n,o sua dirittura presa per base,)& poi giunto pure il quadrato d'essa g s,con il quadrato della s a,(che fa angolo retto con essa nel Triangolo rettangolo g s a.la radice quadra della somma sarà la subtensa a g,che e la diagonale cercata,o diametro del quadrilatero.

Sebene il modo sopradetto e per se stesso chiaro, nondimeno per maggior comodità,sicurezza,& intelligenza delli principianti alli quali in particolare si cerca sodisfare,non ostante la molta facica,& lunghezza dello scriuere, si sono posti qui sotto i calcoli occorrenti nella figura presa per esempio, Vi si faccino dunque pratici,& acquistino salda intelligenza del tutto, perche nel be ne intendere i principii, & origine, o fondamento del Dottrina consiste l'attitudine alla speculatione, & augumento d'essa.

Fig.5. Nel Triangolo e m n, per trouarne la grandezza volendo adoprare il modo mostrato nel principio di questo Trattato, potremo trouare il caso maggiore m o della base m n, segata dal la perpendicolare e o, moltiplicando la somma de'dui lati 169. 150. via la differēza loro;cioe 319. via 19 che fa 6061.,& questo partiremo per il doppio della base; cioe per 338.che ne viene 14 $\frac{1}{2}$. quale si giunga alla mità della base,cioè a 154 $\frac{1}{2}$.& fa 119.& questo e il caso maggiore, Hora per trouare

Digitized by Google

trouare la perpendicolare c o, cauaremo il quadrato del caso maggiore dal quadr. del lato maggiore c m. cioe giongeremo c m, 169. con m o, 119. & la somma 288. moltiplicaremo via la differenza d'essi 169. 119. che e 50. & fa 14400. il che e la differenza de' quadrati del caso maggiore, & lato maggiore, & però e il quadrato della perpendicolare, onde essa perpendicolare sarà la radice di 14400. cioe sarà 120. la mità della quale; cioe 60. si moltiplicarà via la base 209. & fa 12540. il che e la grandezza del Triangolo c m n.

c m, 169.
c n, 150.

somma 319.
via 19. differenza

418 | 6061.

$14\frac{200}{418}$.
$104\frac{1}{2}$.

m o, 119.
m c, 169.

somma 288.
via 50. differenza

fa 14400.
c o. 120
la mità 60.
via 209. base

12540. grandezza.

Ouero
c m, 169.
via c n, 150.

25350.
con $180\frac{1}{2}$.

fa $25530\frac{1}{2}$.
si caua $21840\frac{1}{2}$.

resta 3690
25350. dutto de' lati

somma 29040
restante 21660

differenza loro 19.
suo quadrato 361
la mità $180\frac{1}{2}$.

base 209
suo quadrato 43681.
la mità $21840\frac{1}{2}$.

14520
10830

157251600
. . . . .

grandezza. 1 2 5 4 0

13

100

Altro modo antico
lati 169 differēza de
150 i lati alla
209 mità del giro.

giro. 528 95. 114. 55
la mità 264
via 55 10830

14520
10830

157251600
. . . . .

1 2 5 4 0
e la grandezza del Triangolo.

Ma se vorremo adoprare la Regola data nella mia aggiūta alla nuoua dimostratione della settima propositione del primo libro d'Euclide; Presi pure per lati c m, 169. & c n, 150. Et per base m n, 209. Moltiplicaremo i dui lati 169. & 150. insieme, & producono 25350. al quale giōgeremo $180\frac{1}{2}$. mità di 361. quadr. di 19 differenza d'essi dui lati, & fa $25530\frac{1}{2}$. dalche cauaremo $21840\frac{1}{2}$. mità del quadrato di 209. base, & resta 3690. questo giongeremo, & cauaremo a 25350. sopradetto dutto de' dui lati, che ne resultano 29040. & 21660. le mità de i quali; cioe 14520. & 108. 30. si moltiplicano insieme, & del ꝓdotto 157251600. si piglia la radice quadra, che e 12540. & questo e la grandezza del Triangolo. Noti lo Studente che se bene nel dare questa Regola si disse (Auuertendo di fare base la linea mezana, o la minore, quando la mità del quadrato della maggiore non si potesse cauare da detta somma;) cioe dalla somma del dutto de' dui lati con la mità del quadrato della differenza d'essi lati, nondimeno noti dico che nō ostante detto auuertimento si può ancora in tali casi far base ancora il lato maggiore, ma all'hora conuerrà poi valersi del termine meno, come si vede fatto nelli dui esempij posti qui sotto per maggiore comodità de gli Studēti.

Fig. 6.

lati 133.
& 171

22743. prodotto
con 722. mità
del quadrato della differenza de' lati.

fa 23465.
si caua 45000. mità del quadrato della base

resta m̄, 21535. che si giunge, & caua
a 22743. prodotto de i lati

somma 1238.
restante 44278.
le loro mità sono. 22139.
& 604.

prodotto. 13371956.

la radice e quasi $3\ 6\ 5\ 6\frac{1405}{1828}$.

che e la grādezza 41
del Triangolo. 494

5620

differenza de lati 38.
la mità e 19.

il suo quad. e 361.
il doppio e 722.

Fig. 7. 15. via 17 fa 251. giontoli 2. mità di 4. quadrato della differenza de' lati fa 257. dal quale si caua 450. mità di 900. quadrato della base, & resta meno 193. Questo si giunge, & caua a 255. prodotto de' lati

ch:

che a giongerlo fa 62.(perche se a giongere al 255.poniamo 5.fa 5.di piu;cioe fa 260.a giongerli solo niente che e 5.maneo di quello,che se gli giongua farà ancora esso 5.manco di quello, che faceua.ma faceua 260 però farà solo 255. istesso, ma a giongerli meno 193. che e 193.manco di niente,farà ancora 193.manco di quello che faceua.ma faceua 255.però farà solo 62.) Et a cauar lo resta 418.(perche se da 255.a cauarne poniamo 5.resta esso 5.di manco;cioe resta,o ne resulta 250 a esuar ne mò solo o,che e 5.maneo di quello,che se ne cauaua restarà hora 5 di piu di quello che restaua,ma restaua 250.però restarà hora 255.cioe l'istesso 255.Ma a cauarne meno 193.che è 193.maneo di niente restarà ancora 193.piu di quello che restaua,ma restaua 255.però hora restarà 193.di piu di 255.cioe restarà 448.che è 193. di piu di 255. cioe che è il compoſto di 255.& 193.)Hora le mità di queſti dui 62.& 448 cioe 31.& 224.ſi moltipliçano inſieme, & del prodotto 6944.ſi piglia la radice che è quaſi 83 $\frac{5}{6}$.& queſto è la grandezza del Triangolo.

30.via 15 fa 450
Fig.8. con 112 $\frac{1}{2}$. mità
del quadrato della differenza de' lati

fa 562 $\frac{1}{2}$.
ſi caua. 144 $\frac{1}{2}$. mità
del quadrato della baſe

reſta 418. che ſi
giunge,& caua a 450. dutto de' ſati

ſomma. 868. reſtante 32.
le mità ſono. 434. Et 16.
il prodotto loro è,6944. che è il quad.
della grandezza;però ella è quaſi 83 $\frac{5}{6}$.

17.via 30.fa 510.con 84 $\frac{1}{2}$. mità di 169
Fig.9. quadr. di 13.differenza de' lati fa 594.
$\frac{1}{2}$.ſi caua 112 $\frac{1}{2}$ mità del quadra. della
baſe, & reſta 481 che ſi giunge, & caua a 510.
dutto de i dui lati,& ne reſultano 992. & 28. Di
queſti le mità 496. & 14. ſi moltiplicano inſie-

me,& del prodotto 6944.ſi piglia la radice, & e quaſi 83 $\frac{5}{6}$. & queſto e la grandezza del Triangolo.

Sia ancora il Triangolo ſeguente.

39. differenza 18.ſuo quadr. 324.
Fig.10. via 21. la mità e 162.
819.
162.

ſomma 981.
ſi caua 392. mità del quadrato della baſe.

reſta 589. che ſi giunge,& caua
a 819. dutto de i dui lati.

la ſomma è 1408 G.Et il reſtāte è 230.R.le'loro mità ſono 704.M.Et 115 T.& il prodotto di q̃ste è 80960.la $\frac{8}{1}$ del quale cioe quaſi 284. $\frac{3}{4}$ è la grandezza del Triangolo.

25.

304.

Hora ſe in queſto operare conſideraremo che ad'819. giongendo 162. (mità del quadrato di 18. differenza de lati,)& dalla ſomma 981. cauando 392. (mità del quadrato della baſe 28) che reſta 589 reſulta tanto,quanto a cauare 162.da 392.che reſta 230. & queſto cauarlo poi dall'819 che reſta pure 589.Quale 589.poi ſi caua dall'iſteſſo 589 (dutto de lati,& reſta pure 230. douendo;cioe cauare 230.da 819.& il reſtante 589.cauarlo di nuouo dal medeſmo 819. conuerrà che reſti l'iſteſſo 230.che ſe 230.e differente da 819 in 589. ancora 589. fara differente dal medeſmo 819.nel 230.detto,Si verrà a conoſcere che queſto 230.R,ſi troua facilmente cauādo 162.mita del quadrato della diff.renza de lati da 392.mità del quadrato della baſe,(& queſta ſottratto ne ſi può ſempre fare perche la differenza de lati è ſempre minore della baſe, accioche la ſomma della baſe con il lato minore ſia maggiore del lato maggiore, cioe acciochè due delle tre linee del Triāgolo quali ſi voglino ſiano piu lunghe della terza,)& perche d'eſſo 230. R,ſi piglia poi la mita che è 115.T,conoſciamo che ſe in vece di cauare 162.da 392 (che reſta il 230,) noi cauaremo la ſola mità di 162.cioe 81.che è il quadrato della mità della differenza de lati,dalla ſola mità di 392.cioe da 196. che è il quadr. della mità della baſe, il reſtante douerà eſſere il 115.T, Ancora perche la ſomma 1408. G, è compoſta da 819. dutto de dui lati.& 589. che è minore d'eſſo dutto 819 nel 230.R,(come pure hora ſi è cōcluſo)vediamo che ſe a 819.ſi giungeſſe non 589.ma vn'altro 819 che ſupera il 589. in 230.vediamo dico che ancora la ſomma di 819.& 819 cioe il doppio di 819.che è 1638.ſuperaria la ſomma di 819.& 589.cioe il 1408.nel 230. in che 819.che ſi è giunto al dutto de lati ſupera il 589.che ſe li douena giōgere,onde ſi conoſce che cauādo 230. (che reſta a cauare il doppio del quadrato della mità della differenza de lati dal doppio del quadrato della mità della baſe)dal doppio di 819.dutto de lati,il reſtāte ſara il 1408.chiamato ſōma G, Et pche di queſto 1408. ſi piglia poi la mità che è 704. M,ſi vede,che ſe cauaremo la ſola mità di 230.cioe il ſolo 115.T,(che ſi può trouare facilmente,o breuemente, come ſi è detto) da vn ſo-

Digitized by Google

lo 81 9.dutto de lati,il reſtante douerà eſſere il 704. M, quale 704. poi moltiplicato con 115.T, produce l'80960.quadrato della grandezza del Triangolo,Di qui dunque abbreuiando la Regola già data poremo dedurne quell'altra dicendo.

Dati i tre lati del Triangolo per trouarne la grandezza, Dal quadrato della mitá d'vno d'eſſi lati ſi caui il quadrato della mitá della differenza de gl'altri dui lati , & il reſtante T, ſi caui dal dutto delli dui lati detti,& il reſtante M, ſi moltiplichi con il T, che la radice del prodotto ſarà la grandezza del Triangolo.

Per eſempio del Triangolo che ha per i dui lati 17,& 15.& per l'altro lato,o baſe 10. Dal quadrato di 15.mitá della baſe ſi caui il quadrato d'1. mita della differenza delli altri dui lati 17. & 15.cioe ſi caui 1.da 225.& reſta 224 T, quale ſi caui da 255. dutto delli dui lati dati, & reſta 31. M,quale ſi moltipl.chi con 224.T, & del prodotto 6944. ſi pigli la radice quadra quale e quaſi 83 $\frac{1}{4}$.& eila ſarà la grandezza del Triangolo . Et operando mediante queſta Regola non occorrerà mai adoprare,o valerſi del meno,perche la differenza de dui lati del Triangolo è ſempre minore dell'altro lato , o baſe,onde il quadrato della mitá della differenza de' dui lati , ſarà ſempre minore,& ſi potrà cauare al modo ordinario dal quadrato della mitá dell'altro lato,o baſe.

Et ripigliato il Triangolo di baſe 28.& lati 21.& 39.nel quale adoprando queſt'vltima Regola per trouarne la grandezza ſi cauarà 81. (quadrato di 9. mitá di 18. differenza de' lati 21. & 39.) da 196.(quadrato di 14.mitá della baſe 28.)& il reſtante 115.T,ſi cauarà da 819.dutto de' lati 21 & 39 & il reſtante 704.V,ſi moltiplicarà con il T, 115.che del prodotto 80960.la radice quadra è la grandezza del Triangolo. Conſiderando che il 115.T, e la differenza delli quadrati di 9.A, & 14.B,delli quali il 9.A,e la mitá della differenza de dui lati,& il 14.B, è la mitá dell'altro lato,o baſe. Et ſapendo che la differenza de' quadrati di due quantitá ſi troua ancora a moltiplicare la ſomma loro via la differenza loro,vedremo che giongendo 9.A,mitá della differenza de dui lati con 14.B,mitá della baſe,che è l'altro lato,& la ſomma 23.C, moltiplicando per la differenza di 9.a 14. che è 5.D, il prodotto ſarà l'iſteſſo 115.T, che naſceria a cauare il quadrato di 9. A,dal quadrato di 14.B. Et perche di queſti dui 23.C.& 5.D,produceranno il 115.T, il 23. C,e la ſomma di 9.A,con 14.B,mitá della baſe,Et il 5.è la differéza di 9.A,al 14.B,cioe,& il 5.D, è quel lo,che manca al 9.A,per arriuare a 14.B,mitá della baſe,vediamo, che il 23.C,con il 5.D,deuono fare quanto 14.B,& 14.B,cioe il 23.C,& il 5.D,(de quali l'vno 23.C,ſupera la mitá della baſe inqual 9.A,nel quale l'altro 5.D,è conuerſamente ſuperato dalla mitá iſteſſa della baſe,)gionti inſieme deuono componere la baſe 28. Et cora perche delli 14.B, & 9.A, che compongano il 23 C, il 14.B,è la mitá della baſe,& il 9.A,e la mitá di 18.differenza de i dui lati 21. minore,& 39.maggiore,ſi vede che ſe al 21.lato minore ſi giunge il 9. A, mitá de' 18. in che egli è differente da 39. lato maggiore,il compoſto 30.farà la mitá della ſomma delli lati 21.& 39.cioe la mitá di 60.(perche il 30.compoſto detto e minore del 39. in quell'iſteſſo 9. A, in che eſſo 30. e maggiore del 21. Onde 30 & 30.deue fare quanto 21,& 39.)& ſe a queſto compoſto 30. (conoſciuto eſſere la mitá della ſomma di dui lati)ſi giungeſſe il 14,mitá della baſe,conoſciamo, che il reſultante 44 M,faria la mitá del giro del Triangolo,cioe di 88.Et perche il maggior lato 39. e compoſto da 30 mitá della ſomma de dui lati 21,& 39 & da 9.A,mitá della differenza loro,cioe perche il 39.e maggiore della mita della ſomma de dui lati nel 9 A,& il 30.e minore di 44.M,mita del giro del Triangolo nel 14.B,mita della baſe che reſta a componere la mita del giro,vediamo che il 39.e minore del 44. M,in quell'iſteſſo in che il 9.A,è minore del 14 B,cioe è minore in 5.D,il D, dunque è ſempre la differéza che è dal lato maggiore delli dui alla mitá del giro;cioe a cauare il lato maggiore dall'M,mitá del giro del Triangolo reſtará ſempre D,Ancora perche 23.C,è maggiore di 5.D in due volte 9.cioe in due volte la mitá de la differenza che è dal 21. lato minore a 39. lato maggiore(poiche 23.C,è maggiore di 14.mitá della baſe in 9 mitá della differenza de dui lati,Et 14. mitá della baſe è maggiore di 9 D,nel medeſmo 9.onde dalla 23.al 5.vi è differéza di 9.& 9.che ſi il doppio di 9.)vediamo che la differenza de dui lati; cioe 18.gionta a 5 D,forma 23. C, ma il lato minore gionto con 18.differenza d'eſſo al lato maggiore forma eſſo lato maggiore,& il lato maggiore giontо a 5.D,forma 44.M,mitá del giro, Onde il lato minore con 18 differeza de lati,& co 5.D,formará 44 M. Ma tanto e 23.C, quanto 18. differenza de lati,& 5 D, però ancora queſto 23 .C,con il lato minore formará 44.M, Onde 23.C, viene ad eſſere la differenza del lato minore 21.ad M. 44. cioe C, ſará ſempre quello in che il lato minore delli dui è minore della mitá del giro, Et coſi ſappiamo che 5.D,è ſempre la differenza del lato maggiore 39.alla mitá M,del giro, Et che il 23.C,e ſempre la differenza del lato minore delli dui alla medeſma mitá M,del giro, Ancora perche 23. C, con 5. D, formano ſempre la baſe 28. Et eſſa baſe 28 con la mitá del compoſto de dui lati,(cioe con 30.& ſa 58.)e maggiore di 44.M,compoſto dal 30.& mitá della baſe,nell'altra mitá della baſe,cioe in 14,ſi vede che il 23,C,& 5.D,che fanno 28.baſe,ſará tãto

minore

Digitized by Google

minore di 44.M,in quanto 14. mità della base è minore di 30. mità del compoſto de dui lati; cioè in 16.F, Et perche 23.C,con 5.D,& 16.F,(coſi come la base 28. & 16.F,) compongono 44. M, il ſolo 5.D,con 16.F,faranno tanto minori di 44.M.quanto importa 23.C, ma queſto 23.C,ſi è veduto eſſer quello in che il lato minore 21.e minore di 44.M, (perche 23.C, con 21.lato minore fanno il 44.M,)però ſi conoſce che 5.D,con 16.F,compongono ſempre il lato minore 21. Onde tanto è la ſomma di 5.D,con 16.F,quãto e la differenza di 23.C,a 44. M.(mità del giro del Triangolo,)O vogliamo dire quãto è quel o che reſta a cauare 23.C,da 44 M.poiche con eſſa ſomma come detto reſtante ſo mano il 21.lato minore; Di più 5.D,con 23.C, & 16.F, compongono 44. M, Et ancora 39.lato maggiore con 5.D,compongono il medeſimo 44.M,(poiche 5.D,e quello in che il 39. lato maggiore e minore del 44. M.) onde ne ſegue che li ſoli dui 23.C,& 16. F,compõghino il ſolo 39.lato maggiore, Et coſi delle 44.quantità 44.M,16.F,23.C,& 5.D.la M.è lamità del giro la F, è la differenza d'eſſa mità del giro alla base,la C,e la differenza della medeſima mità del giro al minore delli dui lati, Et la D, e la differenza della iſteſſa mità del giro al maggiore delli detti dui lati, Di più la C,con la D,compongono ſempre la base, la D, con la F,compongono ſempre il minore delli dui lati, Et la C,23.con la F,16.compongono ſempre i maggiore delli medeſimi dui lati, Et le tre differenze F,16.D, 5. E,23.compongono ſempre la M 44.mità del giro, perilche tutte quattre eſſe quãtità M,F,C,D,compongono il total giro, o ſomma della base,& dui lati del Triangolo. Ancora perche nella Regola data per trouare la grandezza del Triangolo ſi moltipleano inſieme li dui lati 39. & 21. che producono 819.potremo conſiderare che 44.M,mità del giro ſi compone da 39.lato maggiore,& da D,5. Et il 21.lato minore e'il compoſto di 16.F,& 5.D,onde tanto e il dutto di 44.M,via 16.F,quanto il dutto delle due parti 39.& 5.D,del 44.M,in eſſo 16.F,perilche tanto e dire 44.M,via 16.F,quanto 39.lato maggiore,& 5.D,via 16.F,o vogliamo dire per comodità,& 16.F,via 5.D, Di piu 16 F,& 23. C, compogono il 39. Onde tanto reſulta la moltiplicatione di 39. lato maggiore via 5.D,quanto le due di 16.F,via 5.D,& di 23.C,via l'iſteſſo 5.D. Da queſto diſcorſo conoſciamo che 39.via 16.F,& 39.via 5.D,importano tahto quanto 44.M,via 16.F,& 23. C,via 5.D. Di piu perche 16 F,& 5 D,compongono 21.lato minore, tanto importa la ſola moltiplicatione di 39.via il totale 21.quanto le due di 39.via 16.F,& 39.via 5 D, Ma a queſte due moltiplicationi ſono ancora eguali le due già dette di 44.M.via 16.F,& 23.C,via 5.D, però ne ſegue che alla ſola moltiplicatione di 39.via 21.lati detti ſiano eguali le due di 44.M.via 16 F,& di 23. C,via 5.D. Onde ſe il dutto delli dui lati 39.& 21. che fa 819. importa tanto quanto i dui dutti l'vno di 23.C,via 5.D,& l'altro di 44. M,via 16.F ſi conoſce,che eſſo 819. dutto delli dui lati e tanto maggiore dell'vn dutto, o moltiplicatione di quanto importa l'altro dutto,o moltiplicatione. Perilche dall'819 dutto de dui lati cauandone l'vna delle due moltiplicationi,o dutti il reſtante di neceſſità deue eſſere l'altro dutto,(o eguale all'altro) Ma a moltiplicare 23.C,via 5. D,ſe ne produce 115.T,che è l'vno de dui dutti,& queſto ſi caua dall'819 dutto de lati, & reſta 704.V, però 704.V,viene ad eſſere l'altro dutto di 44.M,via 16.F, Et perche il 704.V qual'e hora chiamaremo dutto di M,in F,ſi moltiplica via 115.T,dutto di C,in D,& il prodotto 80960. che chiamaremo P,e il quadrato della grandezza del Triangolo, vediamo che eſſo P, viene ad eſſere quello che naſce a moltiplicare il dutto di M,in F,via il dutto di C,in D,cioe 704.V, via 115.T,) ma le quattro quantità M.44 F,16.C,23.D,5.che moltiplicate fra loro producono P,(& ſe bene ſi è detto che il dutto di M,in F,ſi moltiplica nel dutto di C,in D,faeendo cioe tre moltiplicationi cõ eſſe quattro quantità,tanto ſi può dire, o reſulta l'iſteſſo moltiplieando eſſe quattro quantità fra loro,come ſi vogli in 3. moltiplicationi pure cioe, o la prima quantità via la ſeconda,& il prodotto via la terza,& il prodotto via la quarta. Ouero il prodotto della prima quantità nella ſeconda, via la qaarta,& il prodotto via la terza,Ouero la terza,via la quarta, & il prodotto,via la ſeconda,& il prodotto,via la prima; Ouero la prima via la terza, & il prodotto, via il prodotto della ſeconda nella quarta,Ouero la prima,via la quarta, & il prodotto,via il prodotto della ſeconda nella terza,&c. Perche di quante quantita ſi voglino da moltiplicare fra loro,& trouarne il totale

	44	23
via	16	via 5

Si diuide in 39 Et 5 via 16. via 16. Et 23. via 5.ſi haueranno queſti tre. Però hora in vece delli dui 44.

	39	16 23.
via	16	via 5 via 5

Ma queſti dui ſono quanto il compoſto di 16. & 23. cioe 39. via 5. però in vece di queſti dui poſto 39. via 5. haueremo poi queſto 39.via 5. Et il primo 39.via 16.

39	39	Ma queſti dui
via 16	via 5	ſono quanto il
però 39		cõpoſto di 16.
via 21		& 5. cioe 21.
		via 39. però li
che fa 819		principali dui
		44. via 16. &

23.via 5. ſi riducono ad eſſere,o importare quanto il ſolo dutto di 39.via 21.

Digitized by Google

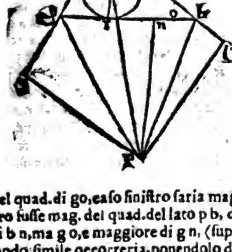
tale prodotte,pure che ciaſcuna d'eſſe ſi adoperi vna volta a moltiplicare, non importa che ordine ſi tenga nelle loro moltiplicationi,quali ſaranno ſempre vna moltiplicatione di manco di quel lo che è il numero delle quantità da moltiplicare,cioe quando le quantità fuſſero 10. le moltiplicationi ſariano 9.Se le quantità fuſſero 9. 8. 7. 6. 5. 4.ouero 3 le moltiplicationi ſariano 8.7. 6. 5. 4. 3. ouero 2. Et ſe le quantità fuſſero ſolo due,le moltiplicationi ſariano ſolo vna,o vi ſaria ſolo vna moltiplicatione)ſi è già moſtrato eſſere la mità del giro del Triangolo,la differenza che è da eſſa mità del giro della baſe,(o vogliamo dire ad vna delle tre linee rette che circondano il Triangolo,)Et le due differenze che ſono fra la iſteſſa mità del giro a l'vn lato, & all'altro, o vogliamo dire a ciaſcuna dell'altre due linee,che circondano il Triangolo;cioe eſſe 4. quantità eſſere la mità del giro del Triangolo,Et le tre differenze,che ſono da ciaſcuna delle tre rette,o lati che termi nano il Triangolo a detta mità del ſuo giro,però ſi conclude che d'vn Triangolo preſa la mità M, del ſuo giro,& da eſſa cauato ciaſcuno delli tre lati,o rette che lo circondano,& le tre differenze, & la mità M,del giro, come quattro quantità ſeperate moltiplicate fra loro (in tre moltiplicatione;cioe)il prodotto ſarà il quadrato della grandezza del Triangolo ; Onde per trouare la grandezza del Triangolo ſi può dire . Cauiſi ciaſcuno delli tre lati del Triangolo dalla mità del ſuo giro,& li 3.reſtanti inſieme con detta mità del giro , cioe eſſe quattro quantità ſi moltiplichino fra loro,& del prodotto ſi pigli la rad.quadra,che ella ſarà la grandezza del Triangolo. Et queſta è la Regola antica del trouare la grandezza del Triangolo mediante la notitia delli ſuoi tre lati . La dimoſtratione Geometrica della quale è la ſeguente.

Sia il Triangolo d g b,al quale per comodità,dando i numeri alli ſuoi lati ſia d g. 17.d b,25.& b g. 18.che il ſuo giro ſarà 70 & il ſemigiro 35.in eſſo ſi inſcriua il cerchio a r i,(diuidendo dui de ſuoi angoli pontamo g,& b,in due parti eguali con le rette g c, b e, nel concorſo delle quali,& ſia il punto c,ſarà il centro del cerchio, dal quale a ciaſcuno delli tre lati del Triangolo tirate le perpendicolari c a,e i,c r,elle ſaranno i ſemidiametri del cerchio, che ſono eguali fra loro(che conſiderati i dui Triangoli rettangoli g a c, g r c, perche di piu l'angolo a g c,dell'vno è eguale all'angolo r g c,dell'altro dalla conſtruttione,& hanno il lato g c.commune,ne ſegue(per la 26. propoſitione del primo libro d'Euclide)che ancora il lato g a, dell'vno ſia eguale al lato g r, dell'altro,& il lato c a. al c r, Et per la medeſma cauſa conſiderati i dui Triangoli rettangoli b i c. b r e,che hanno il lato b c,comune,& l'angolo c b i,dell'vno eguale all'angolo c b r,dell'altro(per la diuiſione fatta del totale angolo d b g, in due parti eguali) ne ſegue che il lato b i, dell'vno ſia eguale al lato b r,dell'altro, & il e i, al e r.ma ancora e a, è eguale alla iſteſſa retta e r, però ancora a i, ſarà eguale à e a,onde le tre perpendicolari e a,e i, e r, ſemidiametri detti ſaranno eguali fra loro, Et inteſo ancora dal centro c,all'altro angolo d,tirata la retta c d,haueremo i dui Triangoli rettangoli c a d,ci d.nelli quali i dui lati a c,cd,dell'vno ſono eguali alli dui lati i c,e d,dell'altro,& però il reſtante lato a d,dell'vno,ſarà eguale al reſtante lato i d.dell'altro, l'angolo a d e, all'angolo i d e,(perilche il totale angolo g d b,del Triangolo principale d g b,ſarà ancora c g i diuiſo per mezo dalla c d,) & l'a e d,all'i e d.Et perche a moltiplicare la perpendicolare e a, (o ſemidiametro) nel Triangolo d e g,via la mità della baſe d g,ſe ne produce la grandezza d'eſſo Triangolo d e g.Et a moltiplicare la perpendicolare e r, (o ſemidiametro) nel Triangolo g e b, via la mità della baſe g b,ſe ne produce la grandezza d'eſſo Triangolo g e b, Et ſimilmente a moltiplicare la perpendicolare e i,(o ſemidiametro)nel Triangolo b e d,via la mità della baſe b d,ſe ne produce la grandezza d'eſſo Triangolo b e d,ne ſegue che a moltiplicare vna d'eſſe tre perpendicolari, o ſemidiametro, via la mità della ſomma d'eſſe tre baſi;cioe via la mità del giro del principal Triangolo d g b, il prodotto ſia la grandezza di tutti tre li Triangoli detti , & perciò ſia la grandezza del totale Triangolo d g b. Onde conuerſamente partendo la grandezza del totale Triangolo d g b. quale è 210.per la mità del giro;cioe per 35.l'auenimento 6 ſarà i. ſemidiametro del cerchio inſcritto li;cioe ciaſcuna delle tre rette e a,e r,e i,ſarà 6. Et perche le,Iei rette contingenti il cerchio nelle quali dalle tre perpendicolari ſono diuiſi i tre lati del Triangolo d g b.ſono a due a due eguali fra loro,cioe la d a,alla d i,la g a,alla g r,& la b r, alla b i,ne ſegue che coſi le tre d a,a g,b r, ſiano la mità del giro del Triangolo,come le altre tre d i,g r,b i. Onde ſe d a,a g, cioe il lato d g,17. con b r,ſia 35.mità del giro del Triang. ſi conoſce,che la ſola br,ſarà 18.differẽza del lato d g.a 35.mità del giro del Triangolo,& però ancora b i,(a detta br,eguale)ſarà 18. Et perche il lato b d,e 25.reſtarà i d,7 & perciò d a,eguale ad i d,ſarà pure 7. onde eſſendo il lato d g,17. reſtarà la a g,10.& però la g r,(eguale alla a g,)ſarà 10.che eſſendo il totale lato g b,28.la r b,reſtarà 18.come ancora già habbiamo trouato; Et perche d i, i b, & g r, ſanno vn ſemigiro del Triangolo d g b.ſi vede che g r, 10.(ouero g a,)è la differẽza del lato d b,25.al ſemigiro 35. Et ſimilmẽte perche b r,r g,& d a,ſanno vn ſemigiro del Triangolo i ſteſſo d g b, ſi vede che d a 7. (ouero d i,) è la differenza del lato b g,a 8.al ſemigiro 35. Ancora perche d a,a g, & b r, ſanno pure vn ſemigiro del Triangolo

med eſmo

medesimo d g b,si conosce che b r. 18 (ouero b i,è la differenza del lato d g, 17. al semigiro 35. onde le tre differenze dette;cioè g r, 10. a d, 7. & b r, 18. sono le istesse che compongono ancora un semigiro del Triangolo d g b,cioe la somma delle tre differenze,che sono dalli tre lati del Triangolo al suo semigiro è medesimamente quanto è l'istesso semigiro. Questo inteso allunghisi il lato d g, 17. verso g,fino in q,di modo che g q,sia eguale à, b r,ouero b i, 18. che cosi tutta la d q,sarà 35. eguale al semigiro del Triangolo d g b, Et ancora si allunghi il lato d b, 25. verso b, fino in l, di modo, che b l, sia eguale à g r, ouero g a, 10. che cosi tutta la d l, sarà 35. ancor'ella eguale al semigiro del Triangolo d g b,& però ancora eguale alla d q, A questa d q,dal punto q, & ancora alla d l,dal punto l,si tiri una perpendicolare finche elle concorrano insieme,& sia in p,& ancora si allunghi la retta d c,per il centro e,fino che arriui al detto punto c, che ui necessita essa retta d e p, concorrerà nel punto istesso p, concorso delle perpendicolari q p,l p, perche considerati i dui Triangoli rettangoli d q p, d l p,nelli quali ancora l'angolo q d p,dell'vno,è eguale all'angolo l d p,dell'altro,come si è dimostrato di sopra,& il lato d q,dell'vno,è eguale all'o,a lui corrispondente lato d l,dell'altro,ne segue(per la 26. propositione del primo d'Euclide) che ancora il lato q p,dell'vno sia eguale al lato l p,dell'altro,& la subtensa d p,dell'vno, eguale alla subtensa d p, dell'altro che è vna istessa retta,& però termina nel puto comune ad ambidui li lati qp lp,cioe nel puto p,(ouero(che resulta l'istesso)si tiri dal q,alla dq,o dall'l,alla dl,(& sia dall'l,) la perpendicolare l p,& si allunghi la d e,per c,finche concorra con questa perpendicolare,& sia in p,dal quale al puto q,si tiri la p q,che ella sarà eguale alla p l, & perpendicolare alla d q, perche considerati i dui Triang. d l p,d q p,doue i dui lati q d,d p,dell'vno con il suo angolo sono eguali alli 2. lati l d,d p, dell'altro cõ il suo angolo,ne segue,che ancora la base q p,dell'vno sia eguale alla l p,dell'altro,& l'angolo q,all'l,& però retto)Ciascuno mò di questi dui Triang. rettangoli d q p,d l p, è equiang. & però simile,& di lati proportionali a ciaseuno delli dui Triangoli rettangolipiccoli d a c, d i e.

Hora dalla base b g,cominciando dal punto b,si seghi la b n,eguale alla g r,(ouero alla b l,)che è dall'altra banda della base,ouero(che resulta l'istesso)dal punto g, si segni la g n, eguale alla b r, (ouero alla g q,dall'altro banda della base,che cosi b n,sarà 10. come g r,Ouero g n,sarà 18. come b r,essendo r n,intermedia 8. a questo punto n, & ancora alli dui g, & b,termini della base b g, dal punto p,si tirino le rette p n,p g,p a,conssiderando il Triangolo p g b, & intesa per base la b g, alla quale dall'angolo oppostoli p, la tiratauì p n, si prouarà esserui perpendicolare dicendo, Intesi i dui Triangoli rettangoli b l p, g q p, nelli quali il lato q p, 30. dell'vno è eguale al lato l p, 30. dell'altro;perche il g q, 18 dell'vno è maggiore del b l, 10. dell'altro, & però il quadrato 324. di g q, è maggiore del quadrato 100. di b l,(& in 224.)ancora il quadrato di g p, che è quanto li dui quadrati di p q, g, sarà maggiore del quadrato di b p,che è quanto li dui quadrati di p l, l b, & in tanto in quanto il quadrato di g q, supera il quadrato di b l, (cioe in 224.) ma g n,è eguale à g q,& b n,è eguale à b l, & però il quadrato di g n,è eguale al quadrato di g q. & il quadrato di bn,è eguale al quadrato di b l,però il quadrato del lato g p,nel Triangolo g p b,supera il quadrato di b p,in tanto, in quanto il quadrato di g n,parte maggiore della base g b,supera il quadrato di b n,restante parte minore d'essa base g b,perilche esse due parti g n, b n,sono i dui cafi delle base,& perciò la p n,e perpendicolare ad essa base(che se l'Aduersario negando la p n,essere perpendicolare alla bg,dicesse la retta che partèdoti dall'ang. p,sia ppendicolare alla bg,(o sua dirittura)andarà in altro luogo che in n,sia che egli dica che vada in o,che cosi essendo p o,la ppendicolare,& però l o,g o,i 2. casi ne seguirìa che il quad.



del quad. di go,caso sinistro saria mag. del quad. di l o,caso destro in quãto il quad. del lato pg,sinistro fusse mag. del quad. del lato p b, destro,& però in quãto il quad. di g n, e maggiore del quadr. di b n,ma g o,e maggiore di g n, (supponendo hora il punto o,essere fra n,& b, che il medesimo in modo simile occorreria,ponendolo doue si vogli)però il quadrato di go,superarà ancora di più il quadrato di b n,che nõ è quello in che esso quadrato di b n, e superato dal quadrato di g n,& perche b o, e minore di b n,& però il quadrato di b o, e minore del quadr. di b n,ne segue che il quadrato di g o,superarà il quadrato di b o,in piu di quello in che egli supera il quadrato di b n,& però tanto maggiormente il quadrato di g o,superarà il quadrato di b o,in piu di quello che il quadrato di g n,supera il quadrato di b n, & però in più di quello che il quadr. del lato g p, supera il quadrato del lato b p,il che è cõtro il supposito;non potrà dunque il punto o,essere diuerso dall'n,

& però la p n, sarà perpendicolare alla base b g. come si voleua mostrare; Hora considerati i dui Triangoli rettangoli g q p, g n p, perche i dui lati g q, g p, dell'vno sono eguali alli dui lati g n, g p, dell'altro, ne segue che il restante lato q p, dell'vno sia eguale al restante lato n p dell'altro. & gli angoli dell'vno, a gl'angoli a loro corispondenti dell'altro; cioè il q g p, all'n g p, & il g p q, al g p n, Et perche nel quadrilatero q g n p, i suoi quattro angoli sono eguali a quattro retti essendi i dui g q p, g n p, retti, gl'altri dui q g n, q p n, insieme saranno eguali a gl'altri doi retti restanti, & intesa la retta b g. cadere su la q d, i dui angoli b g q, b g d, giooti insieme sono eguali a dui retti, & però eguali alli dui q g n, q p n, onde remosso da ciascuna banda il comune ang. q g n, restarà il solo ang. q p n, però la mita dell'vno, cioe l'ang. g p q, (ouero g p n, sarà eguale alla mitá dell'altro che (inte so, o imaginato la retta g c,) e l'angolo d g c, (ouero il c g b,) perilche conosciamo li dui Triangoli rettangoli g a c, p q g. essere equiangoli, & simili, & però di lati proportionali. Et nel medesmo modo si conoscerá il Triangolo rettangolo c i b. (intesa la retta b c,) essere equiang. & però simile, & di lati proportionali al Triangolo rettangolo b l p, perilche tal proportione è da c a, 6. ad a g, 10. quale è da g q, 18. a q p, 30. onde di queste quattro quantitá proportionali il prodotto della prima c a, 6. nella quarta q p, 30. sarà quanto il prodotto della seconda a g, 10. nella terza g q, 18. (che ciascun d'essi è 180.) come ancora il prodotto di c i, 6. in l p, 30. è eguale al prodotto di i b, 18. nella b l, 10. onde se il quadrato di a c, cioe 36. sarà paragonato a ciascuno d'essi dui prodotti 180 180. egli a ciascuno d'essi haverá vna medesima proporzione; cioe dal quadrato di a c, al dutto di a c, in q p, e come dall'istesso quadrato di a c, al dutto di a g, in g q, Et perche la proportione del quadr. di a c, (36.) al dutto (180.) di a c, (6.) in q p, (30.)e come della linea a c, 6. alla q p, 30. (che, hauendo i dui rettangoli di a c, in a c, & di a c, in q p, vna istessa altezza a c, la proportione del primo rettangolo al secondo, sarà come da a c. base del primo a q p, base del secondo; Ouero perche essendo moltiplicate le due quantitá a c, q p, per vna istessa quantitá a c, la proportione del primo prodotto (quadrato di a c,) al secondo (rettangolo di a c, in q p, e come della prima quantitá a c, alla seconda q p,) Ancora il quadrato istesso di a c, all'altro prodotto di a g, in g q, sarà come della linea a c, alla q p, Et perche per essere i dui Triangoli rettangoli d a c, d q p, simili, & di lati proportionali, la proportione di d a, a d q, e come e di a c, a q p, tal proportione sarà da a 7. a d q, 35 quale e dal quadrato 36. di a c, al prodotto di a g, 10. in g q, 18. Et perche di queste quattro quantitá proportionali la prima è da a, 7 & la quarta e il prodotto 180. di a g, 10. in g q, 18. tanto resultarà a moltiplicare d a, 7. prima, via il prodotto 180. di a g, in g q, (che fa 1260.) quanto a moltiplicare il quadrato di a c, cioe 36. terza per d q, 35. seconda (che fa pure 1260.) Et essendo quelli dui 1260. dutti di d a, nel dutto di a g, in g q. Et dutto del quadrato di a c, in d q, eguali l'vno all'altro, moltiplicando ciascuno di essi per vna istessa quantitá d q, 35. ancora i dui resultanti 44100. & 44100. saranno eguali fra loro, che sono il dutto di d a, 7. nel prodotto di a g, 10. in g q, 18. moltiplicato per d q, 35 ouero, vogliamo dire, il prodotto da d a, in a g, g q, & d q, moltiplicate insieme, Et il dutto del quadrato di a c, cioe 36. in d q, 35. moltiplicato per d q, 35. ouero vogliamo dire, il prodotto da a c, a c, d q, & d q. moltiplicate insieme, ma d q, via d q, fa il quadr. di d q, cioe 1225. cosi come a c, via a c, fa il quadrato di a c, però tanto e dire a c, via a c, via d q, via d q, quanto e dire il quadrato di a c, via il quadrato di d q, Onde a moltiplicare il quadrato 36. di a c, nel quadrato 1225. di d q, fa tanto, quanto a moltiplicare insieme d a, a g, g q, & d q, (cioe 7. via 10. via 18. via 35)ma di queste quattro quantitá la d q. 35. e il semigiro del principale Triangolo d g b, & le d a, 7. a g, 10. g p, 18. sono le tre differenze, o restanti che si trouano a cauare ciascuno delli tre lati b g, b d, d g, del Triangolo d g b, dal suo semigiro; però tanto si produce a moltiplicare delle tre differenze, & semigiro fra loro, quanto a moltiplicare il quadrato di a c, nel quadrato di d q, ma il dutto del quadrato di a c, nel quadrato di d q, e quanto il quadrato del dutto di a c, in d q, (perche moltiplicando a c, 6. & d q, 35. per vn medesmo a c, 6. i dui resultanti 36. quadrato di a c, & 210. dutto di a c, in d q, hanno la proportione istessa di a c, a d q, Et ancora moltiplicando a c, 6. & d q, 35. per vn medesmo d q, 35. i dui resultanti 210. & 1225. hanno ancora essi la istessa proportione di a c, 6. a d q, 35. onde da 36. a 210. e come da 210. a 1225. essendo ciascuna di queste due proportioni, come da a c, 6. a d q, 35. cioe dal quadrato 36. di a c, al dutto 210. di a c, in d q, e come dall'istesso 210. dutto di a c, in d q, al quadrato 1225 di d q, perilche 36. 210. 1225. sono tre quantitá continue proportionali, & perciò il quadrato 44100. della media 210. e quanto il dutto 44100. della prima 36. nella terza 1225 ma 36. e il quadrato di a c, & 1225. e il quadrato di d q, & il quadrato di 210. e il quadrato del dutto di a c, in d q, però il dutto del quadrato di a c, nel quadrato di d q, e quanto il quadrato del dutto di a c, in d q,) Et di essi a c, & d q, la a c, 6. e il semidiametro del cerchio inscritto nel Triangolo, & d q, 35. e la mitá del giro d'esso Triangolo d g b, il prodotto 210. de' quali e la grandezza d'esso Triangolo; però il quadrato 44100. di questo 210. dutto detto è il quadrato della grandezza del Triangolo, & e quanto il dutto del quadrato di a c, nel quadra-

to

to di d q.al quale ſi e moſtrato eſſere eguale quel prodotto M, che reſulta a moltiplicare il ſemigiro del Triangolo, & le tre differenze delli ſuoi tre lati ad eſſo ſemigiro fra loro. Onde e chiaro che il prodotto M. del ſemigiro, & tre differenze dette, e quanto il quadr. della grandezza del Triangolo: perilche la radice quadra d'eſſo prodotto M, e la grandezza del Triangolo, come ſi voleua moſtrare, cioe ſi e moſtrato che nel Triangolo cauando ciaſcuno delli ſuoi tre lati dal ſuo ſemigiro, & le tre differenze, o reſtanti, & ſemigiro; cioe queſte quattro quantità moltiplicate inſieme, & del prodotto preſa la radice quadra, ella e la grandezza del Triangolo.

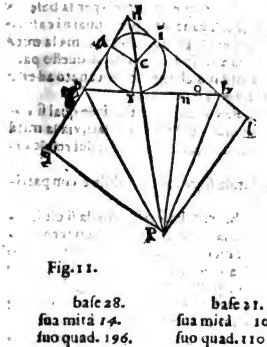


Fig. 11.

Et perche noi habbiamo dedutta, o deriuata eſſa Regola dalla ſola operatione Algebratica, & diſcorſo naturale ſi può accorgere lo Studeote del mirabile valore dell'a Dottrina Algebrica, poiche ella accompagnata al diſcorſo naturale (che ſi và illuſtrando nelle ſpeculationi che ſi fanno in eſſa) eſa venire incognitione delle coſe recondite nella Scienza di numeri, & linee, quali in altro modo hanno biſogno di molto ſottili inuentioni, & dimoſtratio ni, alle quali a pena ſono atti i piu eccellenti ingegni Mathematici.

Quero adoprando la Regola vltimamente dedutta dalle ſuperiori conſiderationi ſeruendoci della mità del giro, & delle tre differenze delli tre lati del Triangolo ad eſſa mità del giro.

giro 88
ſua mità 44. differenze 5. 23. 16.

base 28.	base 21.	base 39.
ſua mità 14.	ſua mità 10 ½.	la mità 19 ½.
ſuo quad. 196.	ſuo quad. 110 ¼.	ſuo quad. 380 ¼.
ſi caua 81.	ſi caua 30 ¼.	ſi caua 12 ¼.
reſta 115. T,	reſta 80. T,	reſta 368. T,
dutto de lati 819	dutto de lati 1092	dutto de lati 588.
reſtante 704. V,	reſtante 1012. V,	reſtante 220 V,
via 115. T,	via 80. T,	via 368. T,
radic. 80960. e la grandezza del Triangolo.	radic. 80960. e la grandezza del Triangolo,	radice 80960 e la grãdezza del Triangolo.

220.
5060.
rad. 80960. e la grandezza.

Si conoſce ancora che dicendoſi I tre lati d'vn Triangolo ſono 21. 28. 39. cioe gira in tutto 88. ſi vuol diuidere queſto ſuo giro in quattro parti tali che elle moltiplicate fra loro il prodotto ſia la grãdezza d'vn quadrato che habbi ciaſcun lato eguale alla grandezza d'eſſo Triangolo (che e quanto a dire ſia il quadrato della grandezza del Triangolo) ſi domanda eſſe quattro parti; Si riſponderia elle eſſere 44. 23. 16. 5. cioe la mita del giro, & le tre differenze che ſono da ciaſcuno delli tre lati ad eſſa mità; Ma dicendoſi ſimplicemente, Va Triangolo gira 88. Quero vorei fare vn Triangolo che giri 88. & diuidere queſto ſuo giro in quattro parti tali, che elle moltiplicate fra loro il prodotto fuſſe la grandezza d'vn quadrato che haueſſe ciaſcun lato eguale alla grandezza del Triangolo; Non potreſſimo ponere i lati del Triangolo a beneplacito, pure che la ſomma di quali ſi vogliono dui di loro faſſe maggiore dell'altro; cioe fuſſe piu di 44. mità del giro, Et però il Triangolo potria eſſere Equilatero, ouero Equierure, o diuerſilatero, come ci piaceſſe, che de gli Equicrurij, o diuerſilateri, ſe ne potriano formare infiniti di tal giro 88.

Et perche dati i tre lati del Triangolo, per trouare la ſua grandezza mediante la perpendicolare, ſi e conoſciuto che la differenza de' quadrati delli dui lati, moſtra ancora, o vogliamo dire e ancora la differẽza de' quadrati delli duicaſi, Et la differenza de' quadrati di due quãtità e quanto il prodotto che naſce a moltiplicare la ſomma d'eſſe due quantità via la differenza loro, Onde ſapẽdo la ſomma, con eſſa partendo la differenza delli loro quadrati l'auenimento ſarà la loro differenza (che ſe ſapeſſimo la differenza delle due quantità con eſſa partendo la differenza de' quadrati loro, ne verria la ſomma delle due quantità,) Onde preſo il Triangolo di lati 17. 25. 28. & intela baſe il 28. (ſopra alla quale caderà la perpendicolare che venga dall'angolo oppoſto) contenuta dalli lati 17. 25. eſſendo ciaſcuno delli dui angoli alla baſe acuto) noi moltiplicaremo 42. ſom-

somma de' lati 17.& 25.per 8.differenza loro, & il prodotto 336. (che e la differenza de quadrati d'essi dui lati,& perciò e ancora la differenza de quadrati delli dui casi)partendolo per la base 28. (che hora e la somma de casi,) & dell'auenimento 12. (che hora sarà la differenza d'essi dui casi) la sua mità 6 giontà,& cauata a 14.mità della base,i dui relultanti 20.& 8.saranno i dui casi, Di qui si vede che le non la totale differenza de dui quadrati de casi, o lati, ma la sola sua mità partiremo per la base hora somma de casi, l'auenimento sarà la mità della differenza de casi che si gionge, & caua alla mità della base somma de casi per trouare essi casi, ma la mità della differenza de quadrati de' lati si trouarà a moltiplicare le mità della somma de' lati via la differenza loro cioe hora nel Triangolo preso moltiplicando 21.via 8.che fa 168.& questo partito per la base 28 l'auenimento sarà il 6.mità della differenza de casi che si giunge,& caua a 14 per trouare i casi 20 & 8. Onde se moltiplicaremo non la mità della somma de lati via la loro differenza, ma la mità della somma de' lati,via solo la mità della differenza;cioe hora 21.via 4. che fa 84. & questo partiremo per la sola mità della base;cioe per 14.l'auenimento sarà il 6.che gionto,& cauato ad esso 14.fa per resultanti 20. & 8. casi cercati; Onde dandosi la Regola si potrà dire.

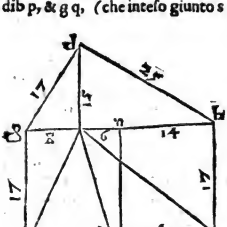
D'vn dato Triangolo con la mità P,della base (inteso per base vna delle sue tre linee qual si vogli)partasi il prodotto che nasce a moltiplicare la mità della somma delli suoi dui lati, via la mità della differenza loro,& l'auenimento A,si giunga,& caui alla mità P,della base,che i dui resultanti saranno i dui casi.

Qual Regola deriuata dalla speculatione del discorso naturale si può anco stabilire con particolare dimostratione Geometrica, & è la seguente.

Preso il Triangolo d g b,per comodità di lati noti d g,17.d b,25. & base g b, 28.ella si diuida per mezo in n.& dall'angolo d,oppostoli,se li tiri la perpendicolare d e, Ancora dal suo termine g,finitto se li tiri dalla parte opposta del Triangolo la perpendicolare g q, eguale al lato destro d b,25.& dal termine b,destro la perpendicolare b p,eguale al lato finitro d g,17.Et dalla g q,si seghi la parte g m, eguale alla b p, o lato g d, 17. & la m q, 8. si diuida a due parti eguali 4.& 4.in s & si tirino le rette e q.e p,p m,& la q p,quale si diuida per mezo in r, come ancora la g b,in n.Et dal punto r,si tirino le rette r s,r e,& r n, segnando il punto t.doue la m p,e diuisa dalla r n, Hora perche il Triangolo d e g.e rettangolo, come ancora il d e b, ne segue che il quadrato del lato d g sia eguale a'i dui quadrati del caso g o, & della perpendicolare e d. Et similmente il quadrato del lato d b,e eguale alli dui quadrati del caso b e,& della perpendicolare e d,onde tesmosso comunemente il quadrato della perpendicolare e d, si vede che in quanto il quadrato del lato piu corto d g,e minore del qtadrato del lato piu lungo d b, in tanto a punto il quadrato del caso piu certo g e,sarà minore del quadrato del caso piu lungo b e,cioe la differenza de quadrati delli dui casi,e la istessa che la differenzza de quadrati delli dui lati;però il composto del quadrato del caso minore g e,insieme cõ il quad. del lato mag. d b,sarà eguale al cõposto del quda. del caso maggiore e b,insieme con il quadrato del lato minore g d,ma perche g q.è dalla costruttione) eguale al lato maggiore d b,& b p,e eguale al lato minore g d, ne segue che il composto delli dui quadrati di g q,& g e,& però il quadrato di e q,sia eguale al composto delli dui quadrati di b p,& b e,& però al quad. di e p perliche e q, & e p, che hãno i quadrati eguali saranno eguali fra loro,il Triangolo dunque q e p.ha i dui lati q e,e p,eguali,onde la retta e r,che dall'angolo e,viene a mezo la base qp,in r,sarà perpendicolare ad essa q p.(o vogliamo dire,perche i tre lati del Triangolo q e r,sono eguali alli tre lati del Triangolo p e r,ciascuno allo a lui corispõdente(essi dui Triangoli saranno Eqniangoli,& perciò l'angolo e r q.dell'vno sarà eguale allo a lui corispondente e r p. dell'altro,perliche ciascuno d'essi dui angoli sarà retto, & la e r, perpendicolare alla q p.) Et perche le due rette g m,b p,eguali sono ancora equidistanti(essendo ciascuna d'esse perpendicolare alla g b,)ancora le due g b,& m p,saranno fra loro eguali,& equidistanti,onde nel parallelogrãmo g b p m,essendo li angoli g, & b, retti,i retti ancora saranno li dui restanti opposti o b p m, & g m p,& però ancora retto il p m q,Et confiderato il Triangolo rettangolo q m p,nel quale ciascuno delli dui lati q m,& q p,e diuiso per mezo in s,& r, dalla retta s r,ella (per la seconda propositione del sesto libro d'Euclide)sarà equidistante all'altro lato, o base p m, onde l'angolo r s q,sarà ancora egli retto,& li dui Triangoli rettangoli q s r.q m p,che hanno ancora l'angolo q,comune saranno simili,& di lati proportionali,perliche si come q s,le la mità di q m,o q r, e la mità di q p, ancora s r,sarà la mità di p m, & però eguale alla g n, & a lei equidistante, onde il quadrilatero g n r s sarà parallel'o grammo rettangolo,& la n r,eguale, & equidistante alla g s, & però ancora il quadrilatero m t r s,di lati equidistanti, & che ha li angoli m, & s,retti, hauerà ancora retti li dui m t,s r t,& eguali li lati contrapositi;cioe t r,ad m s,& s r,ad m t,r t,dunque sarà 4.& m t, 14 come g n.& ancora t p,sarà 14 come n b,essendo tutti li angoli al t,retti,Hora cõderato il Triangolo rettangolo p t r, la somma delli suoi angoli t r p, s p r, sarà quanto vn retto, & però eguale all'an-

Digitized by Google

all'angolo c r p, che è retto, perilche leuatone comunemente il c r p, il reſtante t p r, ſarà eguale all'o r c, onde nelli dui Triangoli rettangoli t n r, r c p, doue ancora l'angolo n r c, dell'vno è eguale all'angolo t p r, dell'altro, eſſi ſaranno equiangoli, & ſimili, & di lati proportionali, perilche la proportione di p t, 14. (eguale ad n b, 14. mitá della baſe) á t r, 4. (eguale ad m s, 4 mitá di m q, differenza di b p, a g q, cioe differenza del lato d g, al d b,) ſará come di r n, 21. (mitá della ſomma di b p, & g q, (che inteſo giunto s q, alla b p, il compoſto ſará eguale alla g s, ſi come g m, é eguale alla b p, & m s, ad s q, onde g s, ſará la mitá della ſomma delle g q, b p, & perció delli dui lati d g, d b, del Triangolo g d b.) cioe mitá della ſomma de lati d g, d b,) ad n c, (differenza di ciaſcuno delli dui caſi g c, 8. & c b, 20. alla mitá g n, (ouero n b, 14.) della baſe; cioe la mitá della baſe, la mitá della differenza de lati, la mitá della ſomma de lati, & la linea c n, che chiamaremo A, differenza di ciaſcuno delli caſi alla mitá della baſe ſono quattro quantitá proportionali, perilche a moltiplicare inſieme la ſeconda, & terza, che ſono la mitá della differenza, & mitá della ſomma delli dui lati, & il prodotto partirlo per la prima, che è la mitá della baſe, l'auenimento A, ſará la quarta; cioe la differenza di ciaſcuno de caſi alla mitá della baſe, perilche eſſo auenimento A, gionto, & cauato alla mitá della baſe i dui reſultanti ſaranno i dui caſi, che è quanto ſi voleua dimoſtrare.



e p, rad. 689 m p, 28 r p, rad. 212 n r, 21 g b, 28 17 77 99. 49
c q, rad. 689 p t, 14 r q, rad 212 g s, 21 g d, 17 4 7 9 7
e r, rad. 477 m t, 14 p q, rad. 848 g q, 25 d b, 25 11
t r, 4 10 | 68 63
16 quadr. di m, n, 121. Fig. 12. 77
5 quadr. di d n, 53 $\frac{7}{9}$. n r, 6 $\frac{4}{5}$. 14
6 | 80 quadr. di m d, 67 $\frac{5}{9}$. 7. è il caſo
13 $\frac{4}{5}$. m d, rad. 67 $\frac{5}{9}$. minore.
6. 19 $\frac{4}{5}$. ad 7 $\frac{4}{5}$. n d, via c a, rad. 36 fa rad. 2420. grandezza del Triangolo m n a.

28 d a, a g, r b, ſemigiro 35. ma d g, è 17. però b r, è 18. & coſi 18. ſará b i, ma b d, è 25. però d i, ſará 7. & coſi d a, ma d g, è 17. però g a, ſará 10. & coſi g r.
25
17
70
d a, 7. g a, 10.
18. 10. 7. 35. d i, 7. g r, 10. b n 10. fatta eguale á g r, però n g, ſará 18. eguale á b r, 18.
245
180
44100
. . .
2 1 0. grandezza da partire
3 5. ſemigiro partitore.
6. ſemidiametro auenimẽto
b i, 18.
b r, 18.
a c, 6.
i c, 6.
r c, 6.
d a, } cõtingenti il cerchio eguali
d i, } d e, ſará rad. 85. però d p, á d c, quintupla (come d q, á d a,) ſará rad. 2125
g a, } contingenti eguali
g r, } g q, 18. eguale á b r, però d q, 35. ſemigiro
b i, } contingenti eguali
b r, } b l, 10. eguale á g r, però d l, 35. ſemigiro
q p, 30. quintupla ad a c, 6. ſi come d q, 35. è quintupla á d a, 7.
l p, 30. quintupla ad i c, 6.
L'angolo d q p, è fatto retto, & coſi il d l p, però il Triangolo rettangolo d l p, è ſimile, & eguale al d q p, & ciaſcun d'eſſi è ſimile al d a c, & al d i c.

Hora (doppo l'hauere acquiſtato la intelligenza delle Regole dette da trouare la grãdezza delli Triangoli) tornando al noſtro quadrilatero hauẽdo veduto che il Triangolo c m n, agnolare di eſſo quadrilatero è grande 1254 eſſo mediante trouaremo la ſua altezza c s, che venga dall'angolo, o cima t, alla baſe m n, ſo ſua dirittura sù la quale dirittura è ancora la baſe del Triangolo a m e, della iſteſſa altezza, quale altezza, o perpendicolare ſi potria an-

Digitized by Google

cora trouare senza hauer nota la grandezza del Triangolo; cioe cercando il caso maggiore m s, ouero il minore n s, che si trouariano mediante i dui lati, & base noti come si è già mostrato,) & si farà partendo detta grandezza 11540. per 209. base che ne viene 60. & questo è la mità dell'altezza, onde il suo doppio 120. farà l'altezza cercata c s, ma per trouare quanto il punto s. sia lontano dall'm. termine del lato maggiore sù la base, cioe per trouare la lunghezza del caso maggiore s m. cauaremo il quadrato di detta altezza dal quadrato del lato maggiore, (& esso restante farà quello che nasce a moltiplicare 289. somma via 49. differenza loro; cioe 14161.) che il restante 14161. e il quadrato del caso maggiore s m però s m, farà 119. onde essendo m a, 596. tutta la s a, farà 115, al quadrato della quale giunto il quadrato della c s, & della somma 525625. presa la radice che è 725. questa farà la a c. Hora confiderato il Triangolo a c n, & preso per sua base la n c, che è nella sua dirittura, o congiunta in linea retta con la e g, che si confidera base del Triangolo a eg, & hanno vna istessa cima a, & però vna istessa altezza, o perpendicolare a S, si trouarà essa altezza comune mediante i lati n a, a c, & base c n, noti del Triangolo n a c, o cercando prima la sua grandezza, o prima i casi, che se vorremo seruirci della grandezza ella si saprà subito intesa base la a n. 805. & questa moltiplicando per 60. mità di c s, 120 perpendicolare ad essa base a n, in detto Triangolo n a c n, che fa 48300. per la grandezza del Triangolo a c n, qual grandezza partiremo hora per 150. n c. che hora vogliamo che serua per base del medesmo Triangolo a c n, & ne viene 322. il doppio di che è 644. & questo farà la perpendicolare a S, ad essa base n c, (o sua dirittura) peruenente dalla cima, o angolo opposto a, cioe farà l'altezza comune delli dui Trian-

Fig. 13. goli n a c, e a g. Et per conoscere quanto è lontano il punto S, termine d'essa altezza dall'angolo g, trouaremo il caso maggiore n S, angolare al lato maggiore n a. 805 nel Triangolo n a c, nel quale detta a S, è perpendicolare, & perciò cauaremo il quadrato di a S, 644. dal quadrato di a n. 805. cioe 414736. da 648025. & del restante 233289. pigliaremo la radice quadra che è 483. & questo 483. è il caso maggiore, che comincia al punto n. Et perche esso 483. è piu di 150. n c. base di esso Triangolo n a c, conosciamo che detta perpendicolare cade fuori del Triangolo, & della base n c, sù la c g, lontano dal c. verso g. quanto è la differenza di n c, 150. base ad n S. 483. caso maggiore; cioe 333. che saria la c s, caso minore (il quadrato del quale con il quadrato della perpendicolare a S, deuono componere precise il quadrato di a c, lato minore, & ben si vede che 114889. con 414736. fa 525625. che è precise il quadrato di 725. a c,) conoscuto questo caso maggiore n s, essere 483. lo cauaremo dalla totale n g. 662. & il restante 179. farà la S g, (ouero cauando e S, 333. da e g. 512. il restante 179. farà la S g,) il quadrato della quale S g. giongeremo con il quadrato della altezza a S, & della somma 466777. (che è il quadrato di a g) pigliaremo la radice, che è quasi 668 $\frac{5}{8}$ $\frac{5}{6}$. & questo è la a g, cercata diametro nel quadrilatero proposto.

s a, 715	a S, 644.	c S, 333.	
715	644.	333.	
511225. quad. di s a,	414736. quad. di a S,	110889. quad. di c S,	
14300. quad. di c s,	618025. quad. di a n,	414736. quad. di a S,	
525625. quad. di a c,	233289. quad. di n S,	525625. quad. di a c,	
725. a c,	483. c S,		
72	288		
S g, 179.			
179			
32041. quad. di S g,			
414736. quad. di S a,			
446777. quad. di a g,			
668			
111			

668 $\frac{5}{8}$ $\frac{5}{6}$ quasi è a g,

Hora aciò lo Studente vegga con quale arte si sono accomodati i numeri nel quadrilatero alle rette a n, m n, n g n e, acciochè nella operatione occorrano di continuo numeri interi, & rationali (che poi in fine nel determinare la lunghezza del diametro a g, non importa se bene ella non è intiero rationale) si dice che principiando dal Triangolo m e n, per determinare i suoi lati si è imaginato la perpendicolare e o, & confiderato il Triangolo rettangolo e o n, si è posto ella perpendi-

Fig. 14. colare e o, essere vn numero intiero a beneplacito, & sia 12. & per hauere gl'altri dui lati in intieri si sono trouati dui numeri intieri i quadrati de quali siano differenti in 144. quadrato del 12. che per hauerli si potrà ponere che la differenza de' lati loro sia vn intiero a beneplacito, & sia 6. con il quale si parta il 144. & ne viene 24. il che farà la somma loro dalla quale cauato la differenza 6. resta 18. la mità del quale 18. è intiero cioe 9. & farà il lato minore o n, onde la subtensa e n, farà 15. couien mò dall'altra banda verso m, trouare i lati o m, e m, pure in intieri.

Digitized by Google

tieri, i quadrati de quali deuono essere differenti nell'istesso 144. quadrato della c o, onde di nuouo postò che la differenza de' lati loro sia vn'altro numero intiero poniamo 4. con esso partito il 144 ne viene 36. per la somma loro, dalla quale cauato il 4. differenza resta 32. che la mità e 16. intiero, per il lato minore, essendo poi la subtensa c n, 20. Ouero ponendo che la differenza de' lati de quadrati di m o, m c, sia 5. con esso partendo il 144. ne viene 28 $\frac{4}{5}$. per la somma loro dal che cauando il 5. resta 23 $\frac{4}{5}$. la mità 11 $\frac{9}{10}$. del quale è il lato minore, & perciò 5. di piu cioe 16 $\frac{9}{10}$. sarà la subtensa, ma perche questi numeri sono rotti, & noi vogliamo de gl'intieri, potremo moltiplicare ciascuno delli numeri detti, per alcun numero che leui i rotti, & sia per hora 10. & douentaranno m c, 169. m o, 119. o c, 120. o n, 90. & n c, 150. Et cosi la retta m n, sarà 209 essendo n c, 150 & c m, 169. Et per stabilire le a m, & a c, in intieri. Considerando il Triangolo rettangolo c o a, & essendo 14400. il quadrato di c o, conuerria che i quadrati de i dui lati c a, a o, siano differenti in esso 14400. però preso per differenza d'essi dui lati poniamo 10. con esso partito il 14400. ne viene 1440. che sarà la somma loro dalla quale cauato il 10. differenza resta 1430. che la mità 715. è il lato minore a o, però la subtensa sarà 725. Et dal 715 a c, leuato 119. m o, il restante 596 sarà il numero di a m, Et i tre lati a c. 725. c n, 150. a n, 805. del Triangolo a c n, saranno ancora tali che la perpendicolare cadente dall'angolo a, sarà numero intiero, & cosi i casi alla base. (che quando vi occorresse rotto potressimo accrescere tutti i numeri con la moltiplicatione d'essi in vn denominatore comune a beneplacito, & cosi ridurli a intieri da seruirsi poi di loro) la c g, poi senza vsarui arte non ci curando noi che il diametro a g, da lei dependente sia intiero rationale si potrà ponere vn intiero a beneplacito, che perciò l'habbiamo posta 512. essendo la totale n g, 672.

Può ancora auuertire il Misuratore che se andando sù per la base P S, nel terreno, & dando (come si suol dire) le botte a gl'angoli del contorno della figura; cioe misurando le rette che dalla PS, & a lei perpendicolari arriuino a gl'angoli del confino, occorra che sia impedito in alcun luogo, o per acque, o per colli, o per boschi, o in altro modo talmente che stando sù la P S, non si

Fig. 15. possa vedere ad angoli retti il confino al quale si vorria andare, o non si possa adoprare, o hauere lo squadro, egli pure, ciò non ostante potrà artificiosamente trouare essa perpendicolare, che douendo poniamo misurare vna retta che perpendicolare alla P S, peruenga all'angolo m, (& doueria essere la o m,) essendo l'interuallo o m, impedito, arriuato in c, (o altro punto dalla P S.) doue si possa vedere, & andare per il diritto ad'esso angolo m, egli potrà andar misurando la c m, & dall'm, ritornando sù la P S, dall'altra banda andare diritto con il schiuare gl'impedimenti, & misurando finche arriui a detta P S, & sia in n, & notate queste c m, & m n, misurare ancora la c n, poi nel Triangolo c m n, di tre lati noti trouare i casi, c o, o n, & la perpendicolare o m. cercata, & cosi essendo note o m, & c o, & prima la c b, si farà nota la grandezza dal capotagliato b c o m, & poi in q, misurata la perpendicolare q l, mediante essa q l, & le o m, o q, si haue

Fig. 16. rà la grandezza del capotagliato m o q l, Et cosi seguire a gl'altri, Ancora dall'a, misurata la perpendicolare a t, & dall'angolo t, passando auanti dirittamente fino al confine in r, all'hora per trouare la grandezza del Triangolo r d t, dal quale già sarà noto il lato t r, potrà misurare ancora l'r d, & il d t, & cosi hauendo noti i tre lati si trouarà la grandezza del Triangolo, & poi del capotagliato a r b c, & cetera.

Si potria ancora nõ si vedendo il termine m, ang. del confino in alcun luogo della c q, quando si arriui in b, misurare la bm, & tornando in giù dall'altra banda venir misurãdo la m l, & peruenuto in l, andare perpẽdicolarmente in q, alla c q, & misurato la c q, q l, & le dette c b, b m, m l, q̃sto bastaria a trouare la grãdezza della figura c b m l q, perche imaginata la retta b l, che diuide essa figura nel capotagliato b c q l, & nel Triangolo b l m, la grandezza del capotagliato sarà nota moltiplicando la mità della somma delle due perpendicolari

bm, 34.
lm, 42.
bl, rad. 1480

giro, 76. piu rad. 1480.

mità 38 piu rad. 370.

38. meno rad. 370. differenza alla b l,

prodotto. 1444. meno 370.
cioe. 1074.

differenza del semigiro al lato b m. rad. 370. piu 4.
al lato b l, rad. 370. meno 4.

prodotto 370. meno 16.
cioe 354.
via 1075.

prodotto. 380196.
quasi 616 $\frac{185}{308}$. è la grãdezza del Triãgolo
80
740.

Digitized by Google

dicolari c b,q l,via la base e q,cioe 11.via 38.che fa 418. Ancora trouata la b l,base del Triangolo m l (cioe l'altro lato trasuersale del caporagliato, & e la subtensa all'angolo retto b l, del Triangolo rettangolo imaginato b i l,girando,o fingendo la retta l i, equidistante, & però eguale alla q c,che ancora la c i,di necessità sarà eguale alla q l,8,onde la i b restante della c b,14. sarà 6. & il suo quadrato 36. giunto al quadrato di 38 i l,cioe a 1444.fa 1480.per il quadrato di b l,però essa b l,sarà radice 1480.cioe quasi $38\frac{1}{60}$.) haueremo noti i suoi tre lati,mediante i quali si farà ancora nota la grandezza del Triangolo, & e quasi $616\frac{1}{2}\frac{8}{60}\frac{5}{60}$. che giunta alla grandezza del caporagliato b e q l, la somma $1034\frac{1}{60}$. in circa sarà la grandezza della total figura c b m l q.

Et quando non si potesse andare dentro al quadrilatero, ma solo di fuori, & intorno, potressimo imaginato allungarò vno delli suoi quattro lati quale ei piaccia, o venga comodo, Fig.17. poniamo l'a s,in g, dal g tirare vna retta fino all'angolo t,potendo,o nno al lato a t,doue si vogli poniamo in l, & dall'angolo r,si tira venire vna retta fino al punto l, si trouarà la lunghezza d'essa con artificio de numeri, nel modo mostrato; cioe hauendo già note per la misuratione loro le tre rette che formano il Triangolo esteriore l a g, & intesa base d'esso la g a,che è nella dirittura de la a r,(quale a r,si intenda base del Triangolo l a r,che hà la sua cima nel punto istesso l,) dalla cima l, imaginata alla sottotendente base tirata vna perpendicolare r, & sia l s,trouaremo quanto ella cade lontano dal punto angolare g,cioe quanto sia il caso maggiore g s,& canatolo dalla g r, sapremo la lunghezza della retta s r,il quadrato della quale giunto al quadrato della perpendicolare l s, della somma presa la radice, ella sarà la r l. Di poi imaginata la diagonaler t,o diametro del quadrilatero, considerando il Triangolo r a l, ciascuno de i tre lati del qua le è noto,& intesa base la a l,che è sù la retta a t,dalla cima r,tirara la perpendicolare r o, si trouì quanto sia lontano il pûto o dall'angolo l,cioe quanto sia la lunghezza del caso l o, & giuntala alla l t,nota, si saprà la lunghezza della t o,che fa angolo retto con detta r o, però detta somma de' quadrati di esse t o,o r, presa la radice quadra ella sarà la lunghezza cercata del diametro r t.

Et se nel quadrilatero si tirasse vna retta a beneplacito,che segasse i dui lati contrapositi,come si vogli,& sia c d. se ne tiraremo vn'altra che seghi quella, & vno de i lati a lei angolari Fig.18. doue si vogli,& sia m n,misurando tutte esse rette, & parti loro, potremo poi mediante i tre lati noti del Triangolo d m n,venire in cognitione della sua altezza,o perpendicolare che dalla cima peruenga alla base d n, & le parti d'essa base, o casi, & perciò la distanza d'essa perpendicolare a ciascuno de li dui punti n,& t,& poi ancora la c n,ouero la c n,ouero la c t, & finalmente il diametro a n, ouero l'r t.

Et se nel quadrilatero hauieremo noti i suoi quattro lati,& vno de i diametri, poniamo le a d, potremo con l'artificio de numeri trouare l'altro diametro t b, che mediante i tre lati noti del Triangolo t a d, trouaremo il caso d e, & però la restante e a, Et mediante i tre lati noti del Triangolo d a b,trouaremo il caso n a,& però sapremo la c n, Et considerati i dui Trian- Fig.19. goli rettangoli t e r,b n r,che hanno ancora gl'angoli all'r, contrapositi, & però eguali, conosceremo che essi sono equiangoli, & però di lati proportionali,onde la proportione della base e r,alla base r n, e come dall'altezza t e, all'altezza b n, perilche diuisa la totale e n, in due parti che habbino la proportione di t e,à b n,l'vna sarà la e r,& l'altra la r n, perilche poi mediante t e,& e r,sapremo la subtensa t r, & mediante b n, & o r, sapremo la subtensa b r, & conseguentemente la totale t b.

Si conosce ancora che nel quadrilatero hauendo noti i dui diametri,& tre de suoi lati,si può co l'artificio de numeri trouare la lunghezza dell'altro lato, & sia il c d,che se oltre alla notitia de diametri c m,a d, hauremo note ciascuna delle sue quattro parti, facilmente trouaremo esso lato c d,Perche inteso il Triangolo a e s, de i suoi tre lati noti, & preso per base la a s,trouaremo la sua altezza,o perpendicolare e n,& la lunghezza del caso n s,al quale giunto la s d,no- Fig.20. ta sapremo la n d, il quadrato della quale giunto al quadrato della à lei perpendicolare e n,la somma sarà il quadrato della sottotendenteli e d,onde la radice d'essa somma sarà la lunghezza cercata della c d. Et in questo caso, quando ancora non sapessimo la lunghezza del lato a m,ne meno dell'm d, pur che ci sia nota la lunghezza d'vn solo lato, & di ciascuna delle quattro parti de i dui diametri,potremo trouare la lunghezza di ciaseuno de gl'altri tre lati. Che hauendo noto il lato c a,esso mediante,& le tre parti a s, s d, s c,de i diametri trouaremo il lato e d,(come s'è detto) Ancora considerato il Triangolo e s d,di lati noti presa per base la e s,trouaremo la sua altezza d r,& il caso maggiore e t,ouero il minore s t,(fuori della base,) & presa la differenza di esse s t,alla parte s m,nota del diametro e m, restarà nota la t m,il quadrato della quale giunto al quadrato della perpendicolare t d,la somma sarà il quadrato della m d,perilche la radice d'essa somma sarà la lunghezza del lato d m, Di piu per trouare la lunghezza del restante lato m a, similmente considerato il Triang. che hà vn lato in linea retta con vn lato del Triangolo a m s,

del

del quale detta a m, è vno de' lati; cioe considerato il Triangolo d s m, (ouero l'a c s,) di tre lati noti, prela per base la d s, che è in linea retta con s a, vno de' lati del Triangolo a m s, dalla opposti cima m, imaginaremo la perpendicolare m q, & trouaremo la sua lunghezza, & la lunghezza del caso q s, quale giungeremo alla s a, nota, & haueremo la q a, al quadrato della quale giungeremo il quadrato della perpendicolare m q, & della somma fi pigliarà la radice, che essa radice sarà la lunghezza del lato a m, (che se ci seruissimo del Triangolo a e s, (che hà il lato c s, in linea retta con s m, vno de' lati del Triangolo a s m, nel quale è per lato la a m, cercata) presa per base la c s, dalla cima a, se li imaginaria tirata la perpendicolare a g, la lunghezza della quale si trouaria me diante i tre lati noti e a, a s, e s, & ancora si trouaria il caso c g, ouero il g s, & consequentemente la lunghezza di g m, che fa angolo retto con la perpendicolare e g a, per iche saria ancora nota la a m, sottotendente ad esso angolo retto:) Onde di due linee poniamo a d, e m, che si se-
Fig. 21. ghino fra loro saputo le quattro loro parti, & la distanza che è da vn termine dell'vna ad vn termine qual si vogli dell'altra, poniamo da m a d, si può trouare qual si vogli dell'altre tre distanze, che sono da i termini dell'vna a i termini dell'altra.

Ancora se del quadrilatero hauremo noti dui lati, ciascuna delle due parti dell'vn diametro, & l'altro diametro totale, potremo trouare ciascuno de gl'altri dui lati, & ciascuna delle
Fig. 22. due parti dell'altro diametro: Perche essendo i dui lati noti poniamo a c, a m, Se il diametro del quale ciascuna delle due sue parti è nota sia il sottotendentali e m, all'hora considerato il Triangolo m a e, formato da essi dui lati, & diametro di parti note, & intesa base esso diametro trouaremo la perpendicolare a r, & il caso c r, ouero r m, mediante il quale, & la notitia del a parte c s, ouero della s m, sapremo la differenza r s, il quadrato della quale giunto al quadrato della perpendicolare a r, la radice della somma sarà la a s, parte del diametro a d; onde cauatala da esso totale a d, diametro noto, douentarà nota la sua restante parte s d, con la cognitione delle quali parti, & cetera, si trouarà la lunghezza delli lati m d, e d, nel modo già mostrato.

Ma se hauendo noti i medesimi dui lati e a, a m, sapremo le due parti non del diametro e m, sot totendentali, ma le due parti del diametro a d, sapendo ancora il totale e m, all'hora considerato pure il Triangolo m a e, di tre lati noti, & preso per base il diametro totale noto e m, trouaremo la sua perpendicolare a r, il quadrato della quale si cauarà dal quadrato di a s, nota, & la radice del restante sarà la r s, quale giunta al caso e r, che si hauerà noto la somma sarà la parte e s, del diametro e m, & però sarà ancora nota la restante parte s m, onde haueremo note le quattro partidei dui diametri, & dui lati, però gl'altri dui lati ancora si potranno trouare facilmente nel modo mostrato.

Ma quando non hauessimo note distintamente le quattro parti de i diametri, ma solo ciascun diametro totale, & tre lati, noi potressimo venire in cognitione dell'altro lato, & di ciascuna delle quattro parti de i dui diametri, con l'aiuto dell'Algebra, che per esempio nel quadrila-
Fig. 23. tero c o r d, dati i tre lati e o, 16. o r. 44. & r d. 36. & ancora il diametro c r. 60. & l'o d, 64. noi considerato vn Triangolo contenuto da dui lati noti, & dal diametro sottotendenteli, poniamo il Triangolo o r d, & inteso per base il diametro o d, sopra ad esso dalla cima r, imaginata la perpendicolare r t, per trouare quanto ella cade lontano dal segamento s, poneremo che essa distanza t s, sia 1. cosa, & considerato il Triangolo r o d, di lati noti, preso per base la o d, sù la quale è la s t, dalla cima r, imaginata la perpendicolare r t, trouisi la sua lunghezza, che è ra dice 567. & ciascuno de i casi o t, r d, che o r. e 37. & t d, 27.

Ancora considerato il Triangolo c o r, che hà per base l'altro diametro c r, & i dui lati e o, o r, noti dalla cima o, imaginisi la sua perpendicolare o i, & si troui la sua lunhgezza, & ciascuno de i doi casi, che la perpendicolare è radice 295 $\frac{1}{2}$. il caso e i, 19 $\frac{1}{2}$. & l'i r, 40 $\frac{1}{2}$. Questo fatto venendo alla operatione Algebratica posto s t, 1. cosa, il suo quadrato 1. censo si giunga al quadrato di r t, nota, qual quadrato è 567. & la somma 1. censo piu 567. sarà il quadrato di s r, però essa s r, sarà radice L, 1. censo piu 567 L. Onde cauarala da i r, che sappiamo essere 40 $\frac{1}{2}$. il restante cioe 40 $\frac{1}{2}$. meno radice L, 1. censo piu 567. L, sarà la sola i s, il quadrato della quale con il quadrato di o i, continentemente angolo retto con essa, donerà formare il quadrato della o s, sottotendente a detto angolo retto o i s, ma il quadrato di o i, sappiamo essere 295 $\frac{1}{2}$. che con il quadrato di i s, fa 2503. piu 1. censo meno (radice L, 1. censo piu 567. L, volte 81.) & questo è il quadrato di o s, Questa o s, sappiamo ancora essere quello che resta a cauare t s, posta 1. cosa dalla totale t o, trouata essere 37. perilche o s, restaria 37. meno 1. cosa il quadrato della quale pereiò è 1369. meno 74. cose piu 1. censo; perilche egli viene ad essere eguale alla quantità sopradetta già trouata, che seguendo questa equatione alla quale siamo peruenuti, come si vede in margine trouaremo, che la cosa vale 138 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$. Et ancora 16 $\frac{1}{4}$. (che in questa equatione di censo, & numero eguale a cose, la cosa ha due valute,) ma nel nostro caso la 1. nó può valere il 138 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$. Cioè la valuta maggiore 138 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$.

Digitized by Google

non può seruire al nostro quesito, perche essendo la totale o t, 37. la sua parte s t, posta 1. cosa conuerrà essere manco di 37. Onde l'altra valuta minore 16 $\frac{1}{2}$. farà a nostro proposito, & così diremo la s t, essere 16 $\frac{1}{2}$. onde la o s, (restante della o t, 37.) farà 20 $\frac{1}{2}$. & la s d, farà 43 $\frac{1}{2}$. Conosciuto la o s, essere 20 $\frac{1}{2}$. dal suo quadrato 462 $\frac{1}{4}$. cauaremo 295 $\frac{3}{4}$. quadrato della o i, & il restante 136 $-\frac{8}{1}\frac{0}{0}$. farà il quadrato della i s, però essa i s, verrà ad essere radice 136 $-\frac{8}{1}\frac{0}{0}$. cioe 11 $-\frac{7}{1}\frac{0}{0}$. & questo giunto alla c i, 19 $\frac{1}{2}$. fa 31 $\frac{1}{2}$. che è la lunghezza della parte c r, del diametro c r, 60. però l'altra parte s r, farà 28 $\frac{4}{5}$. Et ben si vede per altra strada (giungendo il quadrato di s t, 16 $\frac{1}{2}$. con il quadrato di t r, radice 567. cioe giongendo 262 $\frac{1}{4}$. con 567. che fa 829 $\frac{1}{4}$. per il quadrato di r s, la radice del quale 829 $\frac{1}{2}$. è 28 $\frac{4}{5}$.) che essa s r, deue essere questo 28 $\frac{4}{5}$. che si conclude con la operatione Algebrica dal che siamo sicuri d'hauere operato bene. Hora nel Triangolo c s o, hauendo noto i dui lati c s, s o, & la base s o, rrouaremo l'altezza c g, perpendicolare ad essa base, & il caso s g, al quale giunto la s d, haueremo noto la d g, mediante la quale, & la à lei perpendicolare g c, trouaremo le c d, cercata, poiche essa c d, farà la radice della somma de' quadrati di d g, & g c, Se mò lo Studente andarà considerando li dui Triangoli rettangoli o c s, r c s, che hanno ancora gl'angoli all's. eguali f. a loro perche sono contrapositi de i dui diametri c r, o d, che si segano in detto punto s, conoscerà che perciò ancora l'altro angolo i c s, dell'vno è di necessità eguale all'altro angolo r c s, dell'altro, perilche essi dui Triangoli simili fra loro sono di lati proportionali, Onde come è dal l'altezza o i, all'altezza r t, così farà dalla base i s, alla base t s, & dalla subtesa s o, alla subtesa s r, Et così si saprémo le quattro quantità i s, t s, s o, s r, essere proportionali.

cr, 60.	co, 26.	or, 44.	
cd, 64.	or, 44.	dr, 36.	
	somma. 70.	somma 80.	
	differenza. 18.	8.	
cr, 60.	1260.	cd. 64.	640.
auenimento	21.	ne viene. 10.	
la mità è	10 $\frac{1}{2}$.	la mità è 5.	
mità di cr,	30.	mità di od,	32.
	ir, 40 $\frac{1}{2}$.	ot,	37.
	ic, 19 $\frac{1}{2}$.	td,	27.
quad. di co,	676.	quad. di rd,	1296.
quad. di ci,	380 $\frac{1}{4}$.	quad. di td,	729.
quad. di oi,	295 $\frac{3}{4}$.	quad. di rt,	567.
oi, radice	295 $\frac{3}{4}$,	rt, rad.	567.

St, 1.z. suo quad. 1.z quad. di rt, 567.

ot, 37. st, 1. cosa; però os è 37. meno 1. cosa il quad. di os, farà 1369, meno 74 z p, 1.z.

quad. di rs, 1.z. p 567, L, is, 40 $\frac{1}{2}$. meno radice L. 1. censo più 567. L,

quad. di is, 1640 $\frac{1}{4}$. più 1. censo più 567. meno (rad. L, 1. censo p. 567. L, volte 81.)

quadrato di io, 295 $\frac{3}{4}$.

quadrato di os, 2503. più 1. censo meno (radice L, 1. censo più 567. L, volte 81.) eguale à 1369. meno 74. cose più 1. censo;

Cioè 74 cose più 1134. eguale a radice L, 1. censo più 567. L, volte 81.

però $\frac{7}{8}\frac{4}{1}$. cose più 14. eguale a radice L, 1. censo più 567. L, Et quadrando ciascuna parte.

$\frac{5}{6}\frac{4}{1}\frac{7}{6}\frac{6}{1}$. censi più 25 $\frac{4}{8}\frac{7}{1}$. cose più 196. Sarà eguale à 1.z. p. 567.

Cioè 25 $\frac{4}{8}\frac{7}{1}$. cose eguale à $\frac{1}{6}\frac{0}{1}\frac{8}{6}\frac{5}{1}$. censi p. 371.

2073.

Cioè 167832. cose eguale à 1085. censi più 2434131,

Cioè 23976. cose eguale à 155 censi più 347783.

Cioè $\frac{3}{1}\frac{3}{1}\frac{0}{1}\frac{7}{1}\frac{6}{1}\frac{5}{1}$. cose eguale à 1. censo più $\frac{3}{1}\frac{4}{1}\frac{7}{1}\frac{7}{1}\frac{3}{1}\frac{3}{1}$.

11988	1738665.
11988	5215995.
107892	fi caua. 53898615.
131868	da 143712144.
1054944	resta 89823529.
143712144	. . . .
155. via 155.	la radice è 9477.
	145
	1326.

1036.

6561.	12 $\frac{6}{1}\frac{4}{1}$.
45927.	25 $\frac{2}{1}\frac{1}{1}$.

$\frac{1}{2}\frac{0}{4}\frac{6}{3}\frac{8}{4}\frac{3}{1}\frac{1}{4}\frac{1}{1}$.

155. esimi che si giunge, & caua alla mità del numero delle cose; cioè à 11988. 155. esimi, & ne resultano

$\frac{2}{1}\frac{1}{1}\frac{4}{5}\frac{6}{5}\frac{5}{1}$.

Digitized by Google

$2\frac{1}{3}+\frac{6}{5}$.& $\frac{8}{3}+\frac{1}{5}$.cioe $\frac{2}{3}+\frac{6}{5}$.& $\frac{8}{3}$.cioe 138 $\frac{1}{3}$.& 16 $\frac{1}{3}$.che sono le due va ute che può hauere la cosa.

portionali, & nella proportione di 0 i,radice 295 $\frac{3}{4}$.ad r t,radice 567.cioe(schisando per radice 7)da radice 42 $\frac{1}{2}$.a radice 81.cioe di 6 $\frac{1}{2}$.a 9.0 vogliamo dire di 13.a 18. Ma in esse quattro quantità proportionali sappiamo ancora che la somma delle 1 s,s ri,prima,& quarta è 40 $\frac{1}{2}$.(che elle compongono il caso 1 r,nel Trigolo o e r,) & che la somma delle t s,s o,seconda, & terza è 37. (che elle compongono il caso t o, nel Triangolo o r d,) onde per ritrouare la lunghezza di ciascuna di esse separatamente potremo seruendoci della sida scorta dell'Algebra,ponendo che la prima 1 s,sia 1.cosa, perilche la seconda t s,douerà essere 1 $\frac{1}{2}$.cose (poiche la proportione della prima alla seconda, o della terza alla quarta deue essere come da 0 i,ad r t, che è come da 13. a 18) Quero per schiuar rotti ponendo, che la prima sia 13.cose, la seconda douerà essere 18.cose: Et cauando la prima 13.cose dalla somma della prima,& quarta,cioe da 40 $\frac{1}{2}$.il restante 40 $\frac{1}{2}$.meno 13.cose verrà ad essere la quarta; Ancora cauando la seconda 18.cose da 37.somma della seconda,& terza il restante 37.meno 18.cose sarà la terza, ma di quattro quantità proportionali il prodotto della prima nella quarta è sempre eguale al prodotto della seconda nella terza; però moltiplicando 13.cose prima via 40. $\frac{1}{2}$.meno 13.cose quarta,il prodotto 516 $\frac{1}{2}$.cose meno 196.censi, douerà essere eguale a 666.cose meno 324.censi,che è prodotto da 18.cose seconda in 37.meno 18.cose terza; Onde essendo peruenuti a questa equatione accomodando il meno,& leuando le quantità minori dalle a loro simili,haueremo 155.censi eguale à 139 $\frac{1}{2}$.cose;cioe 310.cose eguale a 279. che la cosa valerà $\frac{3}{1}\frac{7}{0}\frac{0}{0}$. cioe $\frac{9}{1}\frac{0}{0}$. Onde la prima quantità is,posta 13.cose sarà $\frac{1}{4}\frac{3}{0}$.cioe 11 $\frac{7}{10}$.la seconda 18.cose sarà 16 $\frac{1}{2}$.la terza che fu 37.meno 18.cose sarà 37.meno 16 $\frac{1}{2}$.cioe 20 $\frac{5}{2}$. Et la quarta che fu 40 $\frac{1}{2}$.meno 13.cose sarà 40 $\frac{1}{2}$.meno 11 $\frac{7}{10}$.cioe 28 $\frac{4}{5}$.

Ma per estrahere più comodamente la Regola numerale dall'operare Algebrico,si potrà porre,che delle quattro quantità proportionali dette, la prima sia 1.cosa, che la seconda sarà 1.$\frac{1}{2}$. cosa la terza 37 meno 1 $\frac{1}{2}$.cosa, & la quarta 40 $\frac{1}{2}$.meno 1.z. che così il prodotto della prima nella quarta sarà 40 $\frac{1}{2}$.cose meno 1.z. Et il prodotto della seconda nella terza,che a questo conuiene essere eguale sarà 51 $\frac{1}{3}$.cosa meno 1 $\frac{1}{6}\frac{1}{0}$.censo,onde accomodato il meno,& leuati i simili haueremo $\frac{1}{6}\frac{1}{0}$.censi eguale a 10 $\frac{1}{6}\frac{1}{0}$.cose,Et sefuitato, o partito per 1.cosa si ridurrà a $\frac{1}{6}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$.cose eguale a 10 $\frac{1}{6}\frac{0}{0}$.che partito il numero 10 $\frac{1}{6}\frac{0}{0}$.per $\frac{1}{6}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$.numero delle cose,l'auenimento 11 $\frac{7}{10}$.sarà il valore della cosa,& perciò le quattro quantità poste 1.cosa, 1.$\frac{1}{2}$.cosa 37. meno 1 $\frac{1}{2}$.cosa,Et 40 $\frac{1}{2}$.meno 1.cosa saranno 11 $\frac{7}{10}$.16 $\frac{1}{2}$.37.meno 16 $\frac{1}{2}$. Et 40 $\frac{1}{2}$.meno 11 $\frac{7}{10}$. Cioe la prima 1 $\frac{7}{10}$.la seconda 16 $\frac{1}{2}$.la terza 20 $\frac{5}{2}$.& la quarta 28 $\frac{4}{5}$. Qui mò si vede che nel fine dell'Equatione il 10 $\frac{1}{6}\frac{0}{0}$.numero d'essa è sempre la differẽza A,che si troua fra 40 $\frac{1}{2}$.somma della prima,& quarta 2 5 1 $\frac{1}{2}$.che nasce a moltiplicare 37. somma della seconda, & terza via 1 $\frac{1}{2}$.D,denominatore della proportione che è dalla seconda alla prima, o dalla quarta alla terza,o vogliamo dire via 1 $\frac{1}{2}$.D,che si troua partendo la seconda per la prima,o la quarta per la terza,Et il $\frac{1}{6}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. numero delle cose è sempre la differenza B, che si troua fra il quadrato del denominatore D.certo alla vnità,con la quale differenza B,partita la A,l'auenimento è sempre la prima delle quattro quantità, onde si potrà dire.

Data la somma della prima,& quarta,Et la somma della seconda, & terza di quattro quantità proportionali,Et il denominatore della proportione della prima alla seconda, si possono trouare esse quattro quantità distintamente Regola. Con il conuerso D, del denominatore dato della proportione che è dalla prima alla seconda (qual conuerso è sempre quello che nasce a partire la vnità per esso denominatore,che perciò il conuerso poniamo di 3 $\frac{1}{2}$.denominatore della proportione tripla sesquialtera e $\frac{7}{2}$.che nasce a partire la vnità per esso 3 $\frac{1}{2}$.o $\frac{7}{2}$.cioe è $\frac{2}{7}$.rotto conuerso al $\frac{7}{2}$ & esso $\frac{2}{7}$.e il denominatore della proportione subtrupla sesquialtera conuersa alla detta tripla sesquialtera)& moltiplichi la somma della seconda. & terza, & poi si troui la differenza che è dal prodotto alla somma della prima,& quarta qual differenza si chiami A, Ancora si moltiplichi in se stesso il conuerso detto D,& si troui la differenza che è dal propotto,o suo quadrato alla vnità,& essa differenza si chiami B,con la quale si parta la differenza A,che l'auenimento sarà la prima quantità, mediante la quale si faranno notte le tre seguenti. Per esempio essendo 70. la somma della prima,& quarta,Et 110.la somma della prima,& terza,Et 2. il denominatore della proportione della prima alla seconda, Il conuerso D, di questo 2.e $\frac{1}{2}$. con il quale si moltiplichi 110.somma della seconda & terza,& produce 55.quale è differente da 70. somma della prima,& quarta in 15.che si chiama A. Ancora si quadri il D,$\frac{1}{2}$.& fa $\frac{1}{4}$.la differenza del quale alla vnità è $\frac{3}{4}$.che si chiama B,con questo $\frac{3}{4}$.B,si parta 15.A,& viene 20.qual 20.è la prima quantità,però la quarta sarà il restante sino a 70.cioe fara 50.Et perche il denominatore della proportione della

prima

prima alla ſeconda è 2. cioe a partire la prima per la ſeconda ne viene 2. conuerſamente a partir la prima 20. per queſto denominatore 2. ne douerà naſcere la ſeconda, ma a partire 20. per 2. ne viene 10 però ella ſarà 10. onde la terza ſarà il reſtante ſino a 110. cioe ſarà 100. Si può mò auuertire, che dicendoſi: Di quattro quantità proportionali la ſomma della prima, & quarta è 70. Et la ſomma della ſeconda, & terza è 110. domando eſſe quantità. Il queſito può hauere quante riſpoſte ci piaccia, perche non ci eſſendo dato il denominatore della proportione, che ſia dalla prima alla ſeconda, non ce ne potiamo ſupponere quanti vogliamo a noſtro beneplacito, Et ſi può notare che quando la ſomma P, della prima, & quarta foſſe eguale alla ſomma S della ſeconda, & terza, all'hora (ſia il denominatore D,) della proportione che è fra la prima, & ſeconda qual ſi vogli) la ſeconda di eſſe quattro quantità ſarà eguale alla quarta, & la terza ſarà eguale alla prima, onde ancora la ſomma della prima, & ſeconda ſarà eguale alla ſomma della terza, & quarta, & ciaſcuna d'eſſe due ſomme ſarà eguale alla ſomma delle eſtreme, & perciò ancora alla ſomma delle medie.

Ancora quando d'vn quadrilatero ſi haueſſero noti tre lati, & due rette che ſegaſſero eſſi tre lati, o partendoſi da vn'iſteſſo punto e, (come occorre delle due e r, e m, nella figura G,) o da dui diuerſi (come fanno le due e r, s m, nella figura H,) hauēdo ancora note le parti di ciaſcuno d'eſſi tre lati, ſi potrà pure trouare la lunghezza dell'altro lato che non ſi poteſſe miſurare, & di ciaſcuno de i ſuoi dui diametri. Che nella figura G o, nella H, mediante il Triangolo a e r, di lati noti, & la parte r g, ſi trouarà la retta e g. Et mediante il Triangolo e a g di tre lati noti, & la parte ed
Fig. 24. ſi trouarà il diametro d g Ancora mediante il Triangolo o e d m, nella figura G, o dell'ſ d m, nella figura H, di tre lati noti, & la parte m n, ſi trouarà la retta s n, Et mediante il Triangolo n d s di tre lati noti, & la s a, ſi trouarà il diametro a n, Con la notitia mò delli tre lati del quadrilatero, & dui ſuoi diametri ſi potrà trouare l'altro lato g n, in altro modo ancora che nel già moſtrato, & ſarà che conſiderati i dui Triangoli di tre lati noti, & baſe comune che ſono a d n, a d g, nel'vno mediante i ſuoi tre lati noti ſi trouarà l'altezza n q, & il caſo q a, Et nell'altra ſi trouarà l'altezza equidiſtante alla n q, già trouata, cioe la g x, & il caſo x d, & perciò eſſendo note x a, a d, & d q, ſarà nota la x q, alla quale dalla cima g, dell'altezza minore delle due trouate imaginata tirata la equidiſtante g p, ſiocche arriui all'altezza n q, & ſia in p, acciò la p q, ſia eguale alla g x, nota (come eſſa g p, ſarà eguale alla x q, nota) ci ſarà noto il reſtante p n, onde mediante i dui lati g p p n, del Triangolo rettangolo g p n, ſi trouarà la ſubtenſa g n, che è l'altro quarto lato del quadrangoſo.

* Sappia lo Studente che Claudio Tolomeo Aleſſandrino circa al principio del primo libro del ſuo Almageſto, o gran compoſitione moſtra come. Dati i tre lati, & dui diametri del quadrilatero ſi troui l'altro lato. o Dati i quattro lati, & vn diametro ſi troui l'altro diametro, ſupponendo che eſſo quadrilatero ſia inſcritto in vn cerchio, o vogliamo dire che eſſo quadrilatero ſia tale che intorno ſe gli poſſa circonſcriuere vn cerchio, la circonferenza del quale tocchi ciaſcuno dei ſuoi quattro angoli, che all'hora ſi dimoſtra eſſo quadrilatero acquiſtare queſta proprietà, che il dutto de i ſuoi dui diametri è quanto la ſomma de i dui dutti che ſi fanno l'vno dal primo lato nel terzo ſuo oppoſito, & l'altro dal ſecondo lato nel quarto ſuo oppoſito. Qui mò egli hà veduto che ſenza che il quadrato habbi queſta qualità d'eſſere inſcrittibile in vn cerchio; cioe eſſendo egli formato come ſi vogli ſi poſſa pure mediante la notitia di cinque delle ſei linee dette (che ſono i quattro lati, & dui diametri) trouare l'altra; Et come queſta dottrina ſi poſſa applicare vtilmente, o comodamente alle ordinarie, & frequenti miſurationi delle Terre, & il tutto con l'aiuto dell'Algebra.

Ancora con l'occaſione dell'hauer trattato delle miſure delle Terre, voglio di più per far coſa grata, & giouenole alli Agrimenſori, & altri, moſtrarli come artificioſamente ſi troui la lunghezza d'vn lato del Triangolo quale non ſi poteſſe miſurare, o come ſi troui la grandezza del Triangolo del quale non ſi poteſſe miſurare alcuna delle ſue perpendicolari, o altezze, ne meno tutti i ſuoi lati.

Del Triangolo a e r, è impedito il lato a e, che non ſi può miſurare, & ancora dentro ad eſſo Triangolo vi è Palude, fango, o Colle che lena il poterne trouare l'altezza, o perpendicolare che venga ne dall'a, ne dal e, Et oltre di ciò ſupponiamo che non ſi habbi Squadro, o inſtromento alcuno,

Noi nondimeno potremo ſapere ogni coſa con artificio coſi; Miſurifi il lato a r, & ſia
Fig. 25. 84. & il lato r e, & ſia 92. di poi ſegnati dui punti ſul lato r a, l'vno, & ſul lato r e, l'altro, & ſiano s, t, diſtanti d'll'r, vn numero di miſure a beneplacito, poniamo r s, 12. & r t, 16. (che quanto più lunghe ſaranno eſſe r s, & r t, tanto più ci accoſteremo alla diligente preciſione della operatione, poiche arriuare ad eſſa preciſione nelle operationi humane è impoſſibile) ma in al luogo ſempre ſiano li punti s, & t, che ſi poſſa con diligenza miſurare la loro diſtanza s t, & ha-

s 19 ½ Hora

Hora nel Triangolo piccolo s t r, di lati noti si troui la perpendicolare dall's, & sia s o, misure A, & il caso r o, & sia misure B, Et imaginata nel gran Triangolo dall'a, la perpendicolare a u, che sarà equidistante alla s o, sapremo li dui Triangoli rettangoli s o r, a u r, essere simili, & però la proportione di r o, ad r u, & di o s, ad u a, sarà come di r s, ad r a, ma r s, hora è ad r a, come 12. a 84. cioè one enota la proportione di r s, ad r a, però note saranno l'altre due, onde perciò essendo noti li antecedenti loro s, o, & r o saranno ancora noti i conseguenti a u, perpendicolare del Triangolo, & r u, onde cauato r u, noto da r c, noto restarà noto u e, che fa angolo retto con la detta perpendicolare u a, fatta nota; però essa mediante haueremo notitia della subtensa a e, cercata, Et consequentemente della grandezza del Triangolo, o mediante i tre lati, o con la perpendicolare a u, & base r e.

Ma noti l'accorto Geometra, che quando ancora non potesse entrare dentro al Triangolo a cr, ne perciò misurare la retta r s, dentro ad esso. Egli può allungando con paline (come si suol dire) o come gli venga comodo le due rette a r, c r, formarsi il Triangoletto s r t, fuori del gran Fig. 26. de, misurando sù l'allungamento r s, poniamo 16. misure, & sù l'r t, poniamo 12. misure, & tirata, o imaginata la distanza s t, misurarla diligentemente, & sia 19 $\frac{1}{7}$. Questo fatto, perche l'angolo r, del Triangoletto esteriore è eguale all'angolo r, a lui contraposito del Triangolo grande noi fingendo, che la r s, del piccolo sia riuoltata sù la r e, (ouero r a,) del grande, & l'angolo r, del piccolo si vnisca con l'angolo r, a lui eguale del grande sapremo che la r t, del piccolo si riuoltarà sù la r a, (ouero r e,) del grande, & così il Triangolo piccolo formato di fuori potremo considerarlo, o adoprarlo come se fusse formato di dentro, anzi verrà ad essere formato di dentro al Triangolo grande, & ci sarà nota la t s, in esso essere 19 $\frac{1}{7}$. & mediante questo Tringolo piccolo verremo in cognitione della a c, o dell'altezza, & della grandezza del Triangolo, come ci piacerà. Anzi di più si vede che hauendo già noto nel Triangolo grande li dui lati a r, e r, essere 84. & 92. se allungandoli di fuori faremo li dui lati del Triangolo piccolo esteriore egualmente submultiplici a nostro comodo, o proportionali ad essi dui lati del grande poniamo subottupli facendoli essere l'vno misure 10 $\frac{1}{2}$, & l'altro misure 11 $\frac{1}{7}$. & misurata poi la C A, che congiunge essi dui lati del Triangolo piccolo esteriore, & sia misure M, perche questo Triangolo piccolo è simile al grande (che l'angolo r, dell'vno è eguale all'angolo r, a lui corispondente dell'altro, & i lati del, l'vno continenti esso angolo r, sono proportionali a i dui lati loro corispondenti dell'altro) sapremo che ancora la retta A C, misure M, sarà similmente subottupla alla retta a e, a lei corispondente del Triangolo grande; cioè che nella proportione subottupla, o vogliamo dire denominata da $\frac{1}{8}$. la A C, e antecedente douendo essere la a e, suo consequente, onde partendo esso antecedente A C, misure M, per $\frac{1}{8}$. denominatore della proportione che hà esso antecedente al suo consequente, & ne viene P, quanto P. sarà il consequente a e, (Ne importa che la misura adoprata a misurare i lati r a, a e, che sia poniamo pertiche, o canne si adoperi ancora à misurare i tre lati del Triangoletto esteriore, ma questa può essere qual si vogli altra poniamo piedi, o braccia, o altra à caso solo si aunertisca che partito poi il numero di questa misura a caso trouato essere la subtensa all'angolo r, nel Triangoletto per il denominatore detto della proportione presa, l'auenimento P, sarà il numero della a e, nelle misure istesse; cioè pertiche, o cane che si sono adoprate a misurare i dui lati r a, r e, del Triangolo grande. Ne occorre che realmente le linee r C, r A, del Triangolo piccolo siano poniamo subottuple alli lati, o linee r e, r a, del Triangolo grande, che solo basta che i numeri poniamo delli piedi, o misura a caso d'esse r C, r A, siano subottupli a i numeri delle pertiche, o canne delli lati r e, r a,) ouero se formato di sopra di fuori il Triangoletto s r t, di lati 16. 12. & 19 $\frac{1}{7}$. noi diligentemente lo riportaremo in carta, con vna scaletta di misure diligente per hauere con diligenza l'ampiezza dell'angolo r, & allungaremo poi li lati r s, r t, al numero delle misure delli lati r a, r e, del Triangolo grande, o alla metà, o à l'$\frac{1}{3}$. ò alli $\frac{2}{3}$. o in altra proportione ad essi numeri delli lati a beneplacito, & congiungeremo poi essi lati così formati con vna retta, ella ancora hauerà la istessa proportione presa alla retta a e, del Triangolo grande; però ella mediante misuratala con la scaletta sapremo la lunghezza della a e Et così senza calcolo di numeri tutto quello che vorremo sapere nel Triangolo grande, potremo misurando con il compasso trouarlo nel Triangolo formato in carta, Se bene stabiliti i tre lati del Triangolo grande, all'hora, & l'altezza, & la grandezza, & ogn'altra linea che in essa ci piacesse sapere, si potrà trouare esquisitamente con l'artificio de' numeri, Et nel Triangolo di carta con il compasso le distanze, o rette che si cercassero si sapriano solamente propinque al vero, quando vi occorressero rotti, o numeri irrationali; perche la diligenza del compasso non può mostrare queste minutie, & esquisitezze, onde solo seruirà alle risposte Pratiche, & ordinarie che si vsano nel misurare i Terreni in pratica.

Et se del sito, o bosco, o monte, o Palude, o altro Triangolare a T p, non si potesse misurare manualmente se nõ il lato a T, noi nondimeno cõ artificio potremo trouare la lunghezza di ciascuno

de gl'altri dui lati, & conſequentemente la gradezza del Triangolo ſenza aiuto d'alcuno Inſtromento coſi. Suppoſito che dalli eſtremi a T, del lato a T, ſi poſſa entrare alquãto dentro al Triangolo, & arriuare in qualche luogo del lato a p, & ancora del T p, & fuori ancora alquanto d'eſſo T p, accadendo, Noi dall'angolo a, nel lato a T, ſegnato il punto t, lontano dall'a, à beneplacito, poniamo 6. miſure di che ſorte ſi vogli, & ancora nell'a p, il punto r, lontano dall'a. poniamo 3. delle iſteſſe miſure, miſuriſi ancora diligentemente la tranſuerſale r t, & ſia trouata 5. poi eſſendo nell'angolo T, sù per la T a, ſi ſegnino 6. miſure; cioe quanto è il numero della t a, ſuperiore, o della iſteſſa qualità di miſure che quelle, o d'altra ſorte S, à beneplacito, Et poi preſi dui ſpaghi, o fili, o corde forti, o altro a propoſito l'vna ſi faccia lunga 3. d'eſſe miſure S, quanto è il numero di a r, & l'altra 5. quanto è il numero di t r, & ſtando la 3. ſul punto A, con vn capo, & la 5. ſul punto T, con vn capo ſi allunghino con l'andare di due perſone che habbino in mano gl'altri dui capi, & corde, vna cioe per perſona, di modo che ſtando elle tirate conenientemẽte gl'altri dui capi d'eſſeſi vniſchino inſieme verſo il Triangolo a T p, & ſia che ſi vniſchino in R, facendo il Triangoletto A T R, che ſarà l'iſteſſo, o ſimile all'iſteſſo, & nell'iſteſſo modo poſto, che il Triangoletto ſuperiore a t r, onde conſiderarete due rette a r, A R, ſopra alle quali cade la a T, & occorre l'angolo A T R, eſtrinſeco eſſere eguale al t a r, intrinſeco dall'iſteſſa parte, ſapremo eſſe due rette eſſere equidiſtanti fra loro; cioe la tirata A R, eſſere equidiſtante al lato a p, del Triangolo; hora, o che queſta
Fig. 27. A R, arriua con il punto R, al lato T p, ò che non vi arriua, ò che lo ſega, Se vi arriua, (il che ſarebbe gran ſorte) perche nel Triangolo a p T, la A R, equidiſtante alla baſe a p, ſega i lati a T, p T, ella gli ſegarà proportionalmente, cioe tal proportione ſarà da T a, ad A a, quale da T R, ad R p, o vogliamo dire perche la A R, è equidiſtante alla a p, il Triangoletto R TA, ſarà ſimile al Triangolo p T a, onde ſe il lato T a, ſarà poniamo 90. pertiche, mediante la AT, 6 miſure, & le A R, R T, 3. miſure, & 5. miſure conoſceremo a p, douere eſſere pertiche 45. & p T, pertiche 75 Ma ſe il punto R, non arriuaſſe al lato T p, all'hora la A R, ſi allunghi finche vi arriui, & ſia in P, che coſi ancora la A P, ſarà equidiſtante al lato a p, & il Triangoletto A P T, ſarà equiangolo, & però ſimile, & ſimilmente poſto al Triangolo a p t, onde miſurati A P, & T P, & ſiano 7. & 8. delle miſure delle quali AT, è 6. queſti mediante, & con la cognitione del lato a T, che è pertiche 90. conoſceremo il lato a p, eſſere pertiche 105. & il T p, pertiche 120.

Et ſe allungando la A R, equidiſtante alla a p, ella arriuaſſe ſul lato T p, tanto lontano dall'angolo T, che non vi ſe poteſſe andare, ne miſurare, ò non ſi poteſſe miſurare poi quel pezzo di lato T p, noi potremo nel Triangoletto T A R, ſegarne vn'altro poniamo il T s o, a lui ſimile, & ſimilmente poſto, il che ſi farà pigliando la T o, che ſia tal parte, o parti della T R, quale faremo eſſere la T s, della TA, che coſi la retta s o, ſarà equidiſtante alla A R, & però al lato a p, onde allungata eſſa s o, finche arriui al lato T p, & ſia in P, haueremo formato il Triangoletto T S P, ſimile, & ſimilmente poſto al Triangolo T a p, onde miſurati li tre lati del piccolo, eſſi mediante, & il lato T a, del grande conoſceremo la lunghezza de gl'altri dui lati a p T p, del grande.

Et ſe la A R, equidiſtãte al lato a p, ſegaſſe il lato T p, poniamo in P, all'hora il Triãgoletto AT P, ſaria ſimile, & ſimilmente poſto al grande, onde dalla cognitione delli tre lati del piccolo miſurati con miſurine diligentemente, & con il numero delle pertiche, o canne del lato T a, nel grãde, conoſceremo ancora il numero delle pertiche, o canne delli lati a p, T p.

Potrà ancora lo ſtudente con ſuo profitto notare le coſe ſeguenti.

Di quattro quantità proportionali la ſomma P, delle eſtreme prima, & quarta è 70. Et la ſomma delle medie ſeconda, & terza è 110. ſi domanda eſſe 4. quantità; Pono che il denominatore della proportione della prima alla ſeconda ſia $4\frac{1}{2}$. il ſuo conuerſo D, ſarà $\frac{2}{5}$. moltiplicato via 110. ſomma delle medie fa 25. che è differente da 70. ſomma delle eſtreme in 45. A, queſto partito per B, $\frac{4}{1}\frac{5}{8}\frac{0}{4}$. differenza di $\frac{1}{4}\frac{3}{8}\frac{5}{4}$. quadrato di D, alla vnità, ne viene $47\frac{3}{5}\frac{3}{1}$. che è la prima quantità.

Quero pono che il denominatore della prima alla ſecõda ſia $\frac{3}{1}\frac{0}{0}$. il ſuo conuerſo D, è $\frac{1}{0}\frac{0}{0}$. cioe $33\frac{1}{3}$. moltiplicato via 110. ſomma delle medie fa $3666\frac{2}{3}$. quale è differente da 70. ſomma delle eſtreme in $3596\frac{2}{3}$. A. Ancora il quadrato di D, è $\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. che è differente dalla vnità in $\frac{9}{0}\frac{9}{0}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. cioe $1110\frac{1}{0}$. con il qual partito A, $\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{7}{0}\frac{0}{4}$. ne viene $3\frac{3}{0}\frac{3}{4}\frac{6}{7}$. che è la prima quantità.

	51 5	Denominatore	Altre quantità	
B $\frac{4}{1}\frac{5}{8}\frac{0}{4}$. A $\frac{4}{1}\frac{5}{4}$.		$4\frac{1}{2}$. prima $47\frac{3}{5}\frac{3}{1}$.	30 10 21 7	30. 100. 3. 10
3.17.	2420.	1 . 170		
		$\frac{2}{5}$. $\frac{4}{1}\frac{5}{8}\frac{0}{4}$.	S, 31.	S, 103.
	806 $\frac{4}{4}$.	550	P, 37.	P, 40.

Prima

Digitized by Google

prima 47 $\frac{2}{5}\frac{2}{1}$. seconda 10 $\frac{4}{5}\frac{0}{1}$.
somma D, 70. somma S. 110
quarta 22 $\frac{2}{5}\frac{8}{1}$. terza 99 $\frac{1}{5}\frac{1}{1}$.

prima seconda terza quarta.
47 $\frac{2}{5}\frac{2}{1}$. 10 $\frac{4}{5}\frac{0}{1}$. 99 $\frac{1}{5}\frac{1}{1}$. 22 $\frac{2}{5}\frac{8}{1}$.

via il denominatore 4 $\frac{1}{5}$ a partire per 5. numeratore di $\frac{2}{5}\frac{2}{1}$. ne viene 4 $\frac{2}{5}\frac{6}{1}$. cioe 4 $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{5}$. 5 1. esimi da moltiplicare hora per 22. numeratore di $\frac{2}{5}\frac{8}{1}$. che 22. via 4 $\frac{1}{5}$. fa 88 & 11. cioe 99. & $\frac{1}{5}$. 5 1. esimi via 22. fa $\frac{1}{5}\frac{1}{1}$. onde il prodotto è 99 $\frac{1}{5}\frac{1}{1}$. che deue essere la terza, come veramente è.

B $\frac{9}{0}\frac{9}{0}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. A $\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{7}{0}\frac{0}{0}$. denominatore.

3	1	1	10790
	31370	$\frac{3}{1}\frac{1}{0}\frac{3}{0}\frac{7}{0}\frac{0}{0}$. prima	1079000
prima 3 $\frac{3}{0}\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{7}{0}$.			
somma P. 70.			107
quarta 66 $\frac{7}{0}\frac{5}{0}\frac{0}{0}\frac{4}{0}$.			
			79900
		seconda 107 $\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{6}{0}\frac{3}{0}$.	
		somma S, 110.	
		terza 2 $\frac{2}{0}\frac{8}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$.	

prima	seconda	terza	quarta
B $\frac{3}{0}\frac{3}{0}\frac{0}{0}\frac{7}{0}\frac{1}{0}$. 107	$\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{6}{0}\frac{3}{0}$. 2	$\frac{2}{0}\frac{8}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$. 66	$\frac{7}{0}\frac{5}{0}\frac{0}{0}\frac{4}{0}$
		via $\frac{2}{0}\frac{8}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}$.	
100	198 $\frac{2}{0}\frac{2}{0}\frac{7}{0}\frac{8}{0}\frac{2}{0}\frac{1}{0}$		2 8 0 0

produce 2 $\frac{4}{0}\frac{6}{0}\frac{8}{0}\frac{8}{0}$. che è la terza, come conuiene.

Denominatore 3.	Denominatore $\frac{1}{10}$.
Ouero	
7 21 10 30	10. 3. 1100. 30.
S, 31.	S, 103.
P, 37.	P, 40.
Denominatore $\frac{1}{3}$.	Denominatore 3 $\frac{1}{3}$.
10. 30. 50. 100	100. 50. 30. 10.
S, 70.	S, 70.
P, 110.	P, 110.
Denominatore $\frac{1}{3}$.	Denominatore 2.
20. 10. 100. 50.	50. 100. 10. 20.
S, 110.	S, 110.
P, 70.	P, 70.
Denominatore 2.	Denominatore $\frac{1}{3}$.
37 5	
111 15	1 10
B $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{4}{0}$. A $\frac{1}{3}\frac{1}{1}\frac{5}{0}$.	Denominatore $\frac{1}{3}$. pri-
320	50 (ma $\frac{1}{3}\frac{2}{0}\frac{9}{0}$
prima 8 $\frac{1}{3}\frac{4}{1}$.	seconda 1 $\frac{1}{3}\frac{1}{1}$.
somma P, 10.	somma S, 10.
quarta 1 $\frac{1}{3}\frac{1}{1}$.	terza 8 $\frac{1}{3}\frac{4}{1}$.

Prima seconda terza quarta
8 $\frac{1}{3}\frac{4}{1}$. 1 $\frac{1}{3}\frac{1}{1}$. 8 $\frac{1}{3}\frac{4}{1}$. 1 $\frac{1}{3}\frac{1}{1}$.

Ancora per maggiore esercitatione dello Studente sia di quattro quanti à proportionali la somma P, delle estreme 10. Et la somma S, delle medie sia pur 10. Et il denominatore della proportione della prima alla seconda sia 6 $\frac{1}{3}$. si domandono le quattro quantità.

Il conuerso del denominatore 6 $\frac{1}{3}$. ò $\frac{3}{1}\frac{1}{0}$. è $\frac{3}{1}\frac{5}{0}$. D, che moltiplicato via la somma S, 10. fa 1 $\frac{9}{3}\frac{0}{1}$. che è differente dalla somma P, 10. in 8 $\frac{7}{1}\frac{0}{0}$. A. Di più il quadrato di $\frac{1}{3}\frac{5}{1}$. D, è $\frac{1}{9}\frac{2}{0}\frac{5}{1}$. che è differente dalla vnità in $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{9}{2}\frac{0}{4}$. B, con questo partito $\frac{1}{3}\frac{1}{1}$. A, ne viene 8 $\frac{2}{3}\frac{4}{1}$. che è la prima quantità, & farà ancora la terza, perche la somma S, 10. è eguale alla somma P, 10. Et così la somma della prima, & seconda farà pur 10. Et ancora la somma della terza, & quarta farà pur 10. Et notifi che quando il denominatore della proportione della prima alla seconda fusse 1. cioe che la prima fusse eguale alla seconda, & perciò la terza alla quarta, ancora la somma della prima, & quarta conuerria essere eguale alla somma della seconda, & terza; cioe ciascuna d'esse somme esse reponiamo 10. Et all'hora si potria ponere per prima che numero si voleste poniamo 3. & il medesmo 3. saria la seconda, onde la terza saria il resto fino à 10. cioe saria 7. & il medesmo 7. saria la quarta.

Nel quadrilatero r o c d, il diametro o d, è 64. & il c r, 48. Il lato r o, 40. r d, 32. & a c, 20.
Si troua ciascuna delle quattro parti delli diametri, & il restante lato c d.
a c, si troua 14 $\frac{8}{3}\frac{5}{0}$. s o, 21 $\frac{6}{7}\frac{7}{1}$. s d, 42 $\frac{6}{7}\frac{7}{1}$. Però s i, 14 $\frac{8}{1}\frac{5}{0}$. s c, 26. $\frac{6}{7}\frac{7}{1}$. s r, 21 $\frac{6}{7}\frac{7}{1}$.

Fig 28.

Hora nel Triangolo c o s, dalla cima c, alla base o s, si imagini la perpendicolare c x, & si troui la sua lunghezza, & ancora il caso x s, che giontoli la s d, si haurà la x d, il quadrato della quale giunto al quadrato della perpendicolare c x, & della somma presa la radice ella sarà la lunghezza del lato c d.

		Pono s t, 1. cosa il suo quadrato è 1, ☐. Il quad. di t r, è 267 $\frac{3}{4}$.
or, 40.	c o, 20.	però il quadrato di s r, è 1. censo più 267 $\frac{3}{4}$. Et esso s r, è ra-
r d, 32.	or, 40.	dice L, 1. censo più 267 $\frac{3}{4}$. L,
		i r, è 36 $\frac{1}{2}$. però i s, è 36 $\frac{1}{2}$. meno rad. L, 1. censo più 267 $\frac{3}{4}$. L.

somma

somma 72
differenza. 8

o d, 64 | 576

auenimento 9
la mità e $4\frac{1}{2}$.
mità di o d, 32

o t, $36\frac{1}{2}$.
t d, $27\frac{1}{2}$.
quad. di r d, 1024.
quad. di t d, $756\frac{1}{4}$.

quad. di t r, $267\frac{3}{4}$.
t r, rad. $267\frac{3}{4}$.

somma. 60
differenza. 20

c r, 48. | 1200.

auenimento. 25.
la mità è. $12\frac{1}{2}$.
mità di c r, 24.

i r, $36\frac{1}{2}$.
c i, $11\frac{1}{2}$.
quad di c o, 400.
quad. di c i, $132\frac{1}{4}$.

quad. di o i, $267\frac{3}{4}$.
o i, rad. $267\frac{3}{4}$.

quadrato di s, $1332\frac{1}{4}$. piu 1. censo piu $267\frac{3}{4}$. meno (rad. L, 1. cēso p̄, $267\frac{3}{4}$. L, volte 73.)
quadrato di i o, $267\frac{3}{4}$.

quadr. di o s, $1867\frac{3}{4}$. piu 1. censo meno (radice L, 1. censo piu $267\frac{3}{4}$. L, volte 73.)

Ma o t, è $36\frac{1}{2}$. Et t s, e 1. cosa; però o s, e $36\frac{1}{2}$. meno 1. cosa, & il suo quadrato e $1332\frac{1}{4}$. meno 73 cose piu 1. censo. Onde e eguale alla quantità trouata, & però 73 cose piu $535\frac{1}{2}$. è eguale a radice L, 1. censo piu $267\frac{3}{4}$. L, volte 73. Cioe 1. cosa piu $\frac{1071}{146}$. eguale a radice L, 1. censo piu $267\frac{3}{4}$. L. Cioe 1. censo piu $\frac{1071}{73}$. cose piu $\frac{1147041}{21316}$. eguale à 1. censo piu $267\frac{3}{4}$.

Cioe $\frac{1071}{73}$. 1. eguale à $\frac{2280159}{10658}$.

1 $\frac{21316}{4272}$. 146

3471

1071 | 2280159 534

5329

2129 10658

146. 310 5707259

1147041

963 4560318

$14\frac{85}{146}$.

vale la cosa, & questa è la s t, però s o, sarà il restante sino à $36\frac{1}{2}$. cioe $21\frac{67}{73}$. & s d, sarà $42\frac{6}{73}$.

Qui si peruiene à cose eguale a numero; cioe li cēsi si à nullano, perche essendo il caso o t, eguale al caso i r, il doppio dell'vno è eguale al doppio dell'altro, onde partito l'vno per l'altro ne viene 1. il quadrato del quale è 1. & douenta 1. z. che essendo eguale ad 1. censo, che si troua cō la radice LL, cauati l'vno dall'altro resta niente, & però si annullano non restando quantità alcuna di censi da alcuna banda dell'Equatione.

Qui conosciuto che essendo l'altezza o i, radice $267\frac{3}{4}$. eguale all'altezza r t, rad. $267\frac{3}{4}$. & però nelli dui Triangoli rettangoli equiangoli o i s, r t s, che la base i s, deue essere eguale alla base t s & la subtensa o s, eguali alla subtensa r s, onde la somma di i s, s o, è eguale alla somma di t s, s r, & ciascuna d'esse somme eguale alla i r, $36\frac{1}{2}$. & anco alla t o, che è medesmamente $36\frac{1}{2}$. noi per trouare distintamente i s, s o, (ouero t s, s r,) essendo la somma loro $36\frac{1}{2}$. Perche nel Triangolo rettangolo o i s, il quadrato di o s, e maggiore del quadrato di s i, nel quadrato di o i, cioe in $267\frac{3}{4}$. Potremo dire. Diuidasi $36\frac{1}{2}$. (somma di i s, s o, lati del Triangolo rettangolo o i s,) in due parti tali che i quadrati loro siano differenti in $267\frac{3}{4}$. (quadrato dell'altro lato o i,) che posto la maggiore la mità del $36\frac{1}{2}$. & 1. cosa di piu, cioe $18\frac{1}{4}$. piu 1. cosa & la minore $18\frac{1}{4}$. meno 1. cosa, la differenza de' loro quadrati sarà 73. cose (prodotto di $36\frac{1}{2}$. somma d'esse due parti via 2. cose loro differenza,) & questo douerà essere $267\frac{3}{4}$. onde la cosa valerà $3\frac{1095}{2}$. perilche d'esse due parti, o lati, il maggiore sarà $18\frac{1}{4}$. piu $3\frac{1095}{2}$. cioe $21\frac{67}{73}$. & il minore $14\frac{85}{146}$. Et cosi perche il 73. numero delle cose dell'equatione con il quale si parte il $267\frac{3}{4}$. quadrato del lato, o perpendicolare nota e sempre il doppio di $36\frac{1}{2}$. somma de gl'altri dui lati del Triangolo rettāgolo) vediamo che nel Triangolo rettangolo dato vno de' lati che contengono l'angolo retto, & la somma de gl'altri dui lati, Per trouare distintamente ciascun d'essi; Si parta il quadrato del lato noto per il doppio della somma de gl'altri dui, & l'auenimento si giunga, & caui alla mità della somma de' dui lati, che il resultante maggiore sarà il lato maggiore; cioe la subtensa all'angolo retto, Et l'altro resultante sarà l'altro lato.

Et se del $36\frac{1}{2}$. si fusse posto la parte, o lato minore essere 1. cosa; Et però la maggiore $36\frac{1}{2}$. meno 1. cosa; Dal quadrato di questo cauato il quadrato di quello; cioe da $1332\frac{1}{4}$. meno 73. cose piu 1. censo; cauato 1. censo, il restante $1332\frac{1}{4}$. meno 73. cose saria eguale a $267\frac{3}{4}$. onde cauato $267\frac{3}{4}$ da $1332\frac{1}{4}$. (quale $1332\frac{1}{4}$. e sempre il quadrato del $36\frac{1}{2}$.) al restante $1064\frac{1}{4}$. sarà eguale le 73. cose; perilche partitolo per 73. l'auenimento $14\frac{85}{146}$. sarà il valore della cosa, & però il lato, ò parte minore.

Di qui mò deriuando la Regola numerale si potrà dire. Dal quadrato della somma data de' dui lati si caui il quadrato del lato noto, & il restante si parta per il doppio della somma data, che l'auenimento sarà il lato minore delli dui.

Et se del $36\frac{1}{2}$. si fusse posto la parte, o lato maggiore essere 1. cosa, Et però la minore $36\frac{1}{2}$. meno 1. cosa. Cauato il suo quadrato $1332\frac{1}{4}$. meno 73. cose piu 1. censo da 1. censo, quadrato del'vna cosa,

Digitized by Google

cosa, il restante 73 cose meno 1332 $\frac{1}{2}$. saria eguale a 267 $\frac{1}{2}$. & però la somma di 1332 $\frac{1}{2}$. & 267 $\frac{1}{2}$. cioe 1600. saria eguale a 73. cose, onde partito 1600 per 73. l'auenimento 21 $\frac{7}{73}$. sarà il valore della cosa; cioe la parte maggiore, Peri che la regola numerale da estrahere da questa operatione potrà esser tale; Al quadrato della somma data de' dui lati si giunga il quadrato del lato noto, & la somma si parta per il doppio della somma data che l'auenimento sarà il lato maggiore opposto all'angolo retto.

Et se da queste Regole numerali vorremo deriuarne le Geometriche, Consideraremo che in linea, Il quadrare vna quantità; cioe il moltiplicarla in vna quantità a lei eguale significa alla vnità prima, & alle due che si moltiplicano fra loro seconda, & terza trouare la quarta proportionale, che ella sarà il prodotto, o quadrato cercato. Et il partire in linea significa, Al partitore prima quantità, alla da partire seconda, & vnità terza trouare la quarta proportionale, che ella sarà l'auenimento cercato.

Onde volendo adoprare la prima regola delle tre date, & douendo pigliare per vnità vna linea a beneplacito, noi potremo pigliare il lato noto, che così haueremo la operatione facile, & breue; perche essendo anco 1. il quadrato d'1. pigliando per vnità il lato noto, il quadrato d'esso in linea verrà anco ad'essere vna linea eguale al medesmo lato; cioe il lato noto verrà ad essere vna linea equiualente al dutto d'esso lato in se stesso, mentre che esso lato si pigli per la vnità, il quadrato del qual numero 1. e pure 1. onde occorrerà solo a partire esso lato noto (intelolo per il quadrato del medesmo lato) per il doppio della somma data de gl'altri dui lati; cioe Al doppio della somma data de' dui lati prima, al lato noto seconda; Et al lato noto terza, si troui la quarta proportionale, che ella sarà l'auenimento cercato; quale gionto alla mità della somma de' dui lati, il compostò sarà la subtensa lato maggiore, & il restante sarà l'altro lato, Ouero per adoprare linee piu corte nella operatione acciò ella sia piu comoda; in vece di partire per il doppio della somma de dui lati, si può partire per la sola simplice somma de dui lati, & poi pigliare la mità dell'auenimento, accioche essa mità sia quello auenimento che cerchiamo; cioe che nasceria a fare la partitione cō il doppio della somma data de dui lati. Onde nel dare la Regola lineale potremo dire.

Dato vno de i lati che contengono l'angolo retto nel Triangolo rettangolo, & data la somma de gl'altri dui lati si può trouare ciascun d'essi distintamente. Regola.

Presa la somma data per prima di 3. quantità, di quattro proportionali, Et il lato, dato per seconda, Et anco per terza, si troui la quarta proportionale (si potria anco dire, Alla somma data prima, Et lato dato seconda, si troui la 3. continua proportionale, & ne resultaria l'istesso, perche questa terza continua proportionale saria la medesma che nell'altro modo viene ad essere la quarta, che in ciascun modo la operatione lineale è la medesima,) Et d'essa quarta si pigli la mità qual mità si giunga alla mità della somma data, che il compostò sarà la subtensa lato maggiore, & il restante d'essa somma data sarà il restante lato. Esempio.

D'vn Triangolo rettangolo sia la somma della subtensa, & d'vno de gl'altri dui lati la retta n r, l'altro lato c s. Per trouare la subtensa, & l'vno de' lati distintamente; Alla n r, si giunga in longo la c s, & anco se gli accompagni angolarmente all'estremo n, Et imaginata la retta transuersale r s. ad essa dal punto s, della superiore aggiunta si tiri vna equidistante verso la istessa trāsuersale, a lungandola di modo che concorra con la c s, angolare allungata verso s, quanto occorra, & sia il concorso in t, che così a questa s t, la c s, haueral la proportione medesma che ad essa c s, hà la n r, cioe la s t, sarà la terza continua proportionale alle due n r, somma data, & c s, lato dato, o vogliamo dire la s t, sarà la quarta proportionale alla tre n r, c s, & c s, Di questa t t. presa la mità c u, ella si seghi dalla g n, mità della somma data n r, cominciando al punto g, del mezo della n r, & sia il segamento la g x, che all'hora tutta la r x, sarà la subtensa cercata, & il restante x n, sarà l'altro lato cercato del Triangolo rettangolo. Dimostratione. Et se bene questa Regola depende dall'operare dell'Algebra già stabilita con salde dimostrationi naturali essere dottrina certissima, nondimeno se ne può ancor dare la particolar dimostratione Geometrica dicendo.

Perche la retta n r, e diuisa in due parti in x, il quadrato della maggiore x r, e differente, cioe supera, o vogliamo dire è maggiore del quadrato della parte minore n x, nel dutto di detta n x, somma d'esse due parti nella differenza loro; cioe nel doppio della x g, & però nel dutto della n r, nella s t, doppia alla x g. Ma perche dalla constructione la retta, o lato dato c s, e medio proportionale fra le medesme n r, s t, anchora il quadrato di c s, è eguale al dutto di n r, in s t, perilche il quadrato di x r, sarà maggiore del quadrato di x n, nel quadrato di c s, Ma nel Triangolo formato la o s, subtensa è dalla constructione eguale ad x r, & il lato o c, eguale ad x n, onde il quadrato di o s, supera il quadrato di o c, nel quadrato di c s, & però il quadrato di o s, è eguale alla somma delli dui quadrati di o c, e c s, perilche l'angolo c, contenuto da i dui lati o c, e s, è retto; cioe il Triangolo formato è rettangolo, come si volea mostrare.

Digitized by Google

Altro modo per trouare la s t, terza continua proportionale ad n r, & c s, che serue quando c s, seconda è minore di n s, prima sù la quale si forma vn mezo cerchio, & in esso da vna estremità del diametro si accomoda la c s, seconda, & da s, doue ella peruiene alla circonferenza intesa tira-ta la s t, perpendicolare al diametro, all'hora la parte t r, angolare alla c s, seconda, è la terza, che c s, e media proportionale fra n r, & r, perche nel Triangolo n s r, che hà l'angolo n s r, retto (essendo fatto nel mezo cerchio) & da esso angolo retto s, alla base n r, viene la perpegicolare s t, il lato destro c s, del Triangolo detto n s r, e medio proportionale fra tutta la base n r, & la sua parte destra r t.

Fig. 29.

Et perche il mio intento è di particolarmente giouare alli Studenti, & renderli pronti alla speculatione, & inuentione con la diligente esercitatione che venghino faecendo, poiche cosi acquistando saldamente i fondamenti della Dottrina potranno seguire auanti in essa a suo piacere; si verrà discorrendo, come ancora dall'altre due Regole numerali date si possano estrahere le regole lineali; sicche se bene sarà di molta scrittura, & fatica, lo so volontieri, accioche le Studēte maggiormente si faccì esperto; Vediamo dunque che per trouare il minore delli dui lati la somma de quali è data la Regola dice.

Dal quadrato della somma data de i dui lati si caui il quadrato del lato noto, & il restante si parta per il doppio della somma data, che l'auenimento sarà il minore delli dui lati che sono contenuti in essa somma data. Perilche si potria anco dire, (& resulta l'istesso,) Et il restante si parta per la somma data che la mità dell'auenimento sarà il minore delli dui lati, &c.

Quì se vorremo pigliare per vnità lineale la somma data. Il quadrato d'essa vnità sarà l'istesso 1. o somma data, onde si cercarà solo il quadrato del lato noto, che sarà la terza continua proportionale di tre linee delle quali la prima sia la vnità detta, & la seconda il lato noto, qual terza continua proportionale, o equiualente al numero del quadrato del lato noto si cauarà dalla vnità detta, che è equiualente al quadrato del numero della somma data, & il restante si douerà partire per la somma data; cioe per la vnità detta, ma à partire qual si vogli quantità per la vnità l'auenimento è la istessa quantità, però senza altra operatione esso restante sarà ancora l'auenimēto cercato, la mità del quale è il minore delli dui lati contenuti nella somma data, onde si potrà dare la Regola dicendo. Alla somma de' dui lati data, come prima, & lato noto come seconda, si troui la terza continua proportionale, & essa si caui dalla somma data, che la mità del restante sarà il lato minore delli dui che contengono la somma data; & il rimanente d'essa sōma sarà la subtensa all'angolo retto. Esempio. Sia la somma della subtensa, & d'vno de dui lati, la retta n r, & l'altro lato la c s, A queste n r, come prima, & c s, seconda si troui la terza continua proportio-

Fig. 30. nale, & sia la t e, quale si seghi dalla n r, somma data, & del restante t n, si pigli la mità, & l'vna d'esse mità sia la o, quale è l'vno delli dui lati, & la o r, restante nella n r, sarà la subtensa.

Questa operatione si conosce essere la istessa che la antecedente, solo nel fine trouata la terza cōtinua proportionale, qui ella si caua dalla totale sōma data, & del restante la mità è il lato sommato con la subtensa, doue in quella antecedente la mità di detta terza cōtinua proportionale si caua dalla mità della sōma data, & il restante è pure il lato sommato con la subtensa, ilche resulta l'istesso, poiche per esempio da 20. cauato poniamo 8. la mità del restante 12. cioe 6. è l'istesso che si trouaria à cauare la mità d'8 cioe 4. dalla mità di 20. cioe 10. Et perche nella operatione antecedente c s, lato noto fu posto 1. essendo poi la somma data radice $1\frac{1}{6}$. più $\frac{1}{6}$. Qui mò volendo che la somma data si chiami 1. cioe che radice $1\frac{1}{6}$. più $\frac{1}{6}$. douenti 1. Il lato c s, che era 1. douentarà radice $1\frac{1}{6}$. meno $\frac{1}{6}$. & la t e, terza continua proportionale douentarà $1\frac{1}{6}$. meno radice $\frac{4}{36}$ $\frac{0}{1}$. che cauata da 1. somma data, il restante sarà radice $\frac{4}{36}$ $\frac{0}{1}$. meno $\frac{2}{6}$. & la sua mità sarà radice $\frac{1}{36}$ $\frac{0}{1}$. m, $\frac{1}{6}$. che è il lato minore, Et è bene $\frac{1}{3}$. di radice $1\frac{0}{3}$. m, $\frac{1}{6}$. lato c s, congiuntoli ad'angolo retto, come conuiene perche ancora nell'altro supposito $\frac{1}{3}$. 10 c, è la terza parte d'vn lato c s.

Si può auertire che nel Triangolo rettangolo essendo che la somma de quadrati de dui lati cōtinenti l'angolo retto è eguale al quadrato della subtensa, & però il quadrato d'vn lato, e minore del quadrato della subtensa nel quadrato dell'altro lato, se diremo d'vn Triangolo rettangolo vn lato è 12. & la somma dell'altro lato, & subtensa è 18. si domanda ciascuno di loro, questo sarà quanto a dire diuidasi 18. in due parti tali che la differenza de' loro quadrati sia 144. quadrato di 12. Et perche la differenza de' quadrati di due quantità è quello che nasce a moltiplicare la somma d'esse due quantità via la somma loro, si partirà il 144. per il 18. somma data, che l'auenimento 8. sarà la differenza delle due quantità, onde cauatala dal 18. che resta 10. la sua mità 5. sarà la quantità minore; cioe l'altro lato del Triangolo, & il restante 13. sarà la quantità maggiore; cioe la subtensa; Et cosi dandone Regola si potrà dire. Con la somma data si parta il quadrato del lato dato, & l'auenimento si caui dalla somma data, che dell'auenimento la mità sarà il lato del Triangolo, & il restante della somma data sarà la subtensa.

Et se

Et se voleſſimo pigliare per vnità lineal il lato c s, che la ſomma n r, dell'altro lato, & ſubtenſa faria radice 1 $\frac{1}{2}$. piu $\frac{1}{4}$. all'hora alla c s, vnità prima, & n r, ſomma data ſeconda tro-

Fig. 31. uareſſimo la terza continua proportionale, & ſia la o t, 1 $\frac{1}{8}$. piu radice $\frac{1}{64}$. che rapreſentaria il numero del quadrato della n r, dal quale quadrato, o dalla quale o t, ſi cauarà il quadrato della c s, lato noto il numero del qual quadrato è rapreſentato dalla iſteſſa c s, preſa p vnità (che il quadrato d'vn è l'iſteſſo vn) cioe della o t, ſi cauarà la c s, & ſia s u, il reſtante (quale ſi hà da partire p la ſomma data

c s, 1, da radice 1 $\frac{1}{2}$. piu $\frac{1}{4}$. n r, che darà radice 1 $\frac{1}{8}$. piu $\frac{1}{4}$. n r,	rad. 1 $\frac{1}{2}$. piu $\frac{1}{4}$. da radice $\frac{1}{64}$. piu $\frac{1}{8}$. che darà r. radic. 1 $\frac{1}{8}$. m. $\frac{1}{16}$.	radice 1 $\frac{1}{8}$. meno $\frac{1}{4}$.

darà 1 $\frac{1}{2}$. piu $\frac{1}{4}$. piu rad. $\frac{1}{64}$. cioe 1 $\frac{1}{8}$. piu radice $\frac{1}{64}$. o t.	1. partitore ſim. plice.	$\frac{1}{2}$. m. $\frac{1}{16}$. m. $\frac{1}{8}$. p. $\frac{1}{2}$. p. $\frac{1}{64}$. cioe $\frac{1}{32}$. che è $\frac{1}{4}$. darà.	p

Ancora per trouare la terza continua proportionale alle due c s, prima, & n r, ſeconda elle ſi congiunghino in ſieme ad angolo retto, & ad eſſo imaginata la ſubtenſa e r, a queſta e r, dal termine comune a lei, & alla ſeconda; cioe hora dall'r, ſe li tiri la perpendicolare r t, finche concorra con la prima e r, a lungata dalla banda dell'angolo retto, che ella fa con la ſeconda, & ſia il concorſo in t, che all'hora la s t, ò vogliamo dire o t, ſarà la terza continua proportionale, alle due c s, prima, & n r, ſeconda, perche conſiderato il Triangolo rettãgolo e r t, dall'angolo retto r, del quale ſul lato oppoſto, o baſe e t, cade la perpendicolare r s, ella è media proportionale fra le due parti c s, s t, di detta baſe,

che la mità dell'auenimento è il lato congiunto con la ſubtenſa,) Hora alla ſomma n r, (partitore) come prima s u, (da partire) come ſeconda, & e s, (vnità) terza trouaremo la quarta proportionale, & ſia la s g, (che è l'auenimento) della quale preſa la mità g e, ella ſarà il lato congiunto alla ſubtenſa, onde cauato dalla ſomma n r, il reſtante ſarà la ſubtenſa. Et coſi vediamo che nell'eſequire il Problema ſi viene à ſchiuare queſta ſeconda operatione, quando il partitore prima delle tre quantità alle quali ſi vuole trouare la quarta ſia la vnità, onde per vnità è ſempre eſpediente il pigliare quella delle due date che hà poi da douentare partitore, o prima delle tre quantità alle quali ſi troua la quarta.

Di qui ſi conoſce che facendo angoli retti inſieme in s, le due ſtrade t e, s r, & volendo dal t, andar verſo il concorſo d'eſſe, tanto che ſi ſia diſtante dal t, & dall'r, egualmente; Ouero dal c, paſſando il concorſo s, arriuare in luogo tanto lontano dal c, quanto dall'r, queſto luogo partendoſi poniamo dal t, ſi trouarà imaginando la t r, & à lei formata la perpendicolare r e, che concorra con la t s, allungata quanto biſogna, & ſia in c, & diuiſa la diſtanza c r, per mezo, & ſia in m, che queſto punto m, ſarà il luogo cercato tanto lontano da r, quanto da r, perche all'hora la t e, verrà ad eſſere diametro d'vn cerchio nel quale ſia inſcritto il Triangolo rettangolo t r e, onde il punto m, ſarà il centro del cerchio, & perciò egualmente lontano da ciaſcuno delli tre punti t r e, ſegnati nella circonferenza, che ſe ei parteſſimo dal c, verſo s, pure imaginata la c r, & formata la à lei perpendicolare r t, che concorra con la c s, allungata, & ſia in t, & diuiſa la diſtanza c t, per mezo in m, queſto punto m, ſimilmente ſarà tanto lontano dal c, quanto dall'r, Et in numeri eſſendo note t s, & s r, ad eſſe due trouaremo la terza continua proportionale, facendo prima le t s, cioe partendo con eſſa t s, il quadrato di s r, ſeconda che l'auenimento ſarà le terza, quale ſi giunga alla prima, & della ſomma ſi pigli la mità che eſſa mità ſarà il numero della t m, cioe di quanto conuenga allontanarſe dal t. Che ſe eſſendo in c, haueremo note le due e s, s r, pure ad eſſe ſi trouarà la terza continua proportionale facendo prima la c s, & la ſomma d'eſſa prima, & terza ſi diuida per mezo che eſſa mità ſarà il numero della e m, cioe dell'allontanamento dal t, che ſe da eſſo cauaremo la diſtanza nota e s, il reſtante ſarà la s m, cioe il quanto ſi douerà paſſare l'angolo s, verſo t. Il medeſmo anco ſenza queſta cognitione ſi potria trouare mediante l'Algebra, che ponendo la diſtanza m s, eſſere 1. coſa, & però la m t, eſſere il numero noto con eſſa m t, manco detta r. coſa, o vero, & però la c m, eſſere il numero noto della c s, più detta 1. coſa il quadrato della m r, ouero della m c, ſaria eguale al quadrato della m r, (douendo eſſere la m r, eguale a qual ſi vogli delle m t, ouero m c, onde trouato il quadrato della m r, che è compoſto dal quadrato della s r, nota, & da 1. cenſo quadrato della s m, ſi verrà all'Equatione, & però alla cognitione del valore della coſa; cioe della m s, Dal quale operare d'Algebra ſi potria poi deriuare la regola numerale, Et la lineale a noſtro piacere.

L'altra Regola numerale da eſequire il Problema diee, Al quadrato della ſomma data de dui lati, ſi giunga il quadrato del lato noto, & la ſomma ſi parta per il dopdio della ſomma data che l'auenimento ſarà il lato maggiore, o ſubtenſa oppoſta all'angolo retto; Onde per formarne la regola

Digitized by Google

regola lineale, & breue; Vedendo che il partitore deue essere il doppio della somma data, & l'auenimento sarà il lato maggiore, o subtensa, conosciamo, che partendo per la simplice som-
Fig.32. ma data l'auenimento saria il doppio di quello che ne douerìa venire, & però saria il doppio della subtensa, Onde d'esso auenimento presa la metà ella sarà la subtensa detta; perilche potendosi pigliare per partitore la somma data questo partitore anco, o somma data sarà quello che si pigliarà per vnità, accioche la operatione riesca breuissima; Il quadrato della quale vnità, o somma data, sarà anco la istessa vnità, o somma data, & così restarà solo a trouare il quadrato del lato noto, che è la terza continua proportionale di tre quantità delle quali la prima sia la vnità, o somma data, & la seconda sia esso lato noto, perilche si potrà dire. Alla somma data come prima, & lato noto come seconda si troui la terza continua proportionale alla quale (che sarà equiualente al numero del quad. del lato noto) si giunga in luogo la somma data (che è equiualente al numero del suo istesso quad. perche ella è presa per vnità, il quad. della quale vnità è la istessa vnità.) & del composto si pigli la metà, che essa metà sarà la subtensa del Triangolo, & quello che oltre a questa metà, o subtensa restarà nella somma data sarà il lato congiuntoli che fa angolo retto con il dato.

Et se del Triangolo rettangolo sia nota la subtensa radice $1\frac{1}{9}$. & la somma de i dui lati che ottengono l'angolo retto, & sia $1\frac{1}{3}$. Et si vogli trouare ciascuno d'essi dui lati, si potrà pure adoprando l'Algebra ponere che l'vno sia la metà d'essa somma piu 1. cosa, Et l'altro la metà d'essa somma ñ. 1. cosa, cioè essi essere $\frac{2}{3}$. più 1. cosa, Et $\frac{2}{3}$. meno 1. cosa; I loro quadrati sono $\frac{4}{9}$. più $1\frac{1}{9}$. cosa più 1. censo. Et $\frac{4}{9}$. meno $1\frac{1}{9}$. cosa più 1. censo, che gionti insieme fano $\frac{8}{9}$. più 2. censi, Et questo deue essere il quadrato della subtensa; ma ella si dice essere radice $1\frac{1}{9}$. & però il suo quadrato è $1\frac{1}{9}$. Onde $\frac{8}{9}$. più 2. censi, sarà eguale ad $1\frac{1}{9}$. cioè $\frac{1}{9}$. eguale a 2. censi; cioè $\frac{1}{9}$. eguale ad 1. censo; però la cosa valerà la radice d'$\frac{1}{9}$. che è $\frac{1}{3}$. Et li lati posti $\frac{2}{3}$. più 1. cosa. Et $\frac{2}{3}$. meno 1. cosa, saranno $\frac{1}{3}$. più $\frac{1}{3}$. Et $\frac{1}{3}$. meno $\frac{1}{3}$. Cioè 1. Et $\frac{1}{3}$. Qui considerando che il numero $\frac{8}{9}$. è sempre il doppio di $\frac{4}{9}$. quadrato di $\frac{2}{3}$. mità d'$1\frac{1}{9}$. somma data de i dui lati, & perciò si può dire essere la metà di $\frac{1}{9}$. quadrato di $1\frac{1}{9}$. somma de dui lati; Et l'altro numero $1\frac{1}{9}$. è sempre il quadrato della subtensa dal quale esso $\frac{8}{9}$. si caua, & il restante si parte sempre per 2. che è sempre il numero de' censi; Et la radice dell'auenimento giunta, & cauata alla metà della somma de' dui lati mostra ne i dui resultanti essi dui lati; Vediamo che la regola numerale di questo quesito (che si potria anco proponere dicendo, Diuidasi $1\frac{1}{9}$. in due parti tali che la somma de i dui quadrati loro sia $1\frac{1}{9}$.) può essere questa.

Dal quadrato della subtensa si caui la metà del quadrato della somma de' lati, & il restante si parta per 2. & la radice dell'auenimento si giunga, & caui alla metà della somma de' lati; Ouero (che resulta l'istesso) Dalla metà del quadrato della subtensa si caui il quadrato della metà della somma de' dui lati, & la radice dell'auenimento si giunga, & caui alla metà della somma de i dui lati che i dui resultanti saranno i dui lati.

Et in linea pigliando per vnità lineale la subtensa, il suo quadrato sarà la istessa subtensa, & la metà d'esso suo quadrato sarà la metà d'essa subtensa; Il quadrato mò della metà della somma de' dui lati sarà la terza continua proportionale a due rette delle quali la prima sia la vnità, cioe la subtensa, & la seconda sia detta metà della somma de' dui lati, quale si vuole quadrare; cioe trouar ne linea equiualente al numero del suo quadrato qual terza continua proportionale si douerà cauare dalla metà del quadrato della subtensa; cioe dalla metà della subtensa vnità, & del restante pigliare la radice; ma la radice d'vna quantità è la media proportionale fra ella, & la vnità; onde conuerrà fra esso restante, & subtensa vnità trouare la media proportionale, questa poi gionta, & cauata alla metà della somma de' dui lati mostrarà ne i dui resultanti essi dui lati; però si potrà dire.

Alla subtensa prima, & metà della somma de' dui lati seconda, si troui la terza continua proportionale, & essa si caui dalla metà della subtensa, & fra il restante, & subtensa si troui la media proportionale, quale si giunga alla metà della somma de' dui lati, che il resultante sarà il maggiore d'essi dui lati, & quello che in essa somma rimanerà sarà l'altro lato.

Fig.33.

a e, subtensa 1.
e r, mità della somma de lati rad. $\frac{2}{3}$.
a u, la istessa radice $\frac{2}{3}$.
u o, terza cõtinua proportionale $\frac{1}{3}$.
s a, mita della subtensa $\frac{1}{2}$.
s t, eguale ad v o, (che se ne caua) $\frac{1}{3}$.
a t, restante $\frac{1}{6}$.

Ma dando alla subtensa il suo numero reale già posto; cioe radice $1\frac{1}{9}$. & alla somma de' lati $1\frac{1}{3}$. sara
a e, subtensa radice $1\frac{1}{9}$.
e r, mita della somma de' lati $\frac{2}{3}$.
a u, la istessa $\frac{2}{3}$.
u o, terza continua proportionale rad. $\frac{4}{9}$.
s a, mita della subtensa radice $\frac{1}{18}$.

a n, me-

Digitized by Google

a n, media proportionale fra a r, $\frac{1}{10}$. & la totale subtensa vnita è radice $\frac{1}{10}$.

r o, eguale ad a n, radice $\frac{1}{10}$. che si giunge alla c r, radice $\frac{1}{10}$. mita della somma de' dui lati, & il composto c o, radice $\frac{1}{10}$. è il lato maggiore delli dui.

c m, somma de i dui lati radice 1 $\frac{3}{4}$.

c o, lato maggiore radice $\frac{1}{10}$.

o m, lato minore radice $\frac{1}{10}$.

s t, eguale ad u o, (che se ne caua) rad. $\frac{3}{4}$.

a t, restante radice $\frac{1}{10}$.

a n, media proportionale fra a t, radice $\frac{1}{10}$. & la totale subtensa radice 1 $\frac{1}{10}$. è radice radice $\frac{1}{8}$. cioe radice $\frac{1}{10}$. cioe $\frac{1}{4}$.

r o, eguale a n. $\frac{1}{2}$. che si giunge a e r, $\frac{1}{2}$. mita della somma de dui lati, & il composto c o, 1. è il lato maggiore delli dui. c m, somma de dui lati 1 $\frac{1}{4}$. o m, lato minore $\frac{1}{4}$.

Et se hauessimo posto vn lato delli dui essere 1. cosa, l'altro saria il restante di 1 $\frac{1}{4}$. somma loro cioe saria 1 $\frac{1}{4}$. meno 1. cosa; I loro quadrati 1. censo, Et 1. $\frac{1}{10}$. meno 2 $\frac{1}{2}$. cose piu 1. censo gionti insieme fano 2. censi piu 1 $\frac{7}{10}$. meno 2 $\frac{1}{2}$. cose; Et questo sara eguale al quadrato della subtensa; cioe 1 $\frac{1}{10}$. Onde cauato 1 $\frac{1}{10}$. da ciascuna banda, & accomodato il meno si hauera 2. censi piu $\frac{1}{10}$. eguale a 2 $\frac{1}{2}$. cose; Et ridotto ad 1. censo partendo per 2 si hauera 1. censo piu $\frac{1}{10}$. eguale ad 1 $\frac{1}{4}$. cosa; Onde da $\frac{1}{10}$. quadrato di $\frac{1}{2}$. mita del numero delle cose cauando $\frac{1}{10}$. numero dell'Equatione resta $\frac{1}{10}$. la radice del quale è $\frac{1}{10}$. che gionta, & cauata a $\frac{1}{2}$. mita del numero delle cose ne resultano 1. & $\frac{1}{10}$. ciascuno delli quali è valuta della cosa; però l'vn lato posto 1. cosa sara 1. & l'altro il restante $\frac{1}{4}$. Ouero, (& resulta l'istesso) l'vn lato posto 1. cosa, si potra dire essere $\frac{1}{10}$. & l'altro il restante 1. Qui mò si vede che nell'Equatione da principio quale è 2. censi piu 1 $\frac{7}{10}$. eguale a 2 $\frac{1}{2}$. cose piu 1 $\frac{1}{10}$. Il 2 $\frac{1}{2}$. numero delle cose è sempre il doppio d'1 $\frac{1}{4}$. somma de' dui lati; Onde ridotta la Equatione ad 1 censo, partendo per 2. (perche sempre 2. è il numero de' censi) che per le cose, ne verra 1 $\frac{1}{4}$. cosa; quetto 1 $\frac{1}{4}$. numero delle cose sara sempre la somma de i dui lati; Quanto all i numeri simplici dell'Equatione, l'1 $\frac{1}{10}$. Si vede essere il quadrato d'1 $\frac{1}{4}$. somma de dui lati; Et l'1 $\frac{1}{10}$. che se ne caua è sempre il quadrato della subtensa, (& la sottrattione del quadrato della subtensa dal quadrato della somma de' dui lati, si può sempre fare, perche la sola subtensa (& consequentemente il suo quadrato) è sempre minore della somma de dui lati, (& consequentemente del quadrato d'essa somma) & il restante hora $\frac{1}{10}$. per ridurre la Equatione ad 1. censo si parte sempre per 2. & ne viene l'$\frac{1}{10}$. che accompagnato ad 1. censo fa 1. censo piu $\frac{1}{10}$. eguale ad 1 $\frac{1}{4}$. cosa, Poi in questa Equatione che è sempre d'1. censo, & numero eguale a cosa, si caua il numero $\frac{1}{10}$. dal quadrato della mita del numero delle cose (cioe dal quadrato della mita della somma de' dui lati si caua la mita di quello che resta a cauare il quadrato della subtensa dal quadrato della somma de' dui lati) & del restante presa la radice, ella si giunge, & caua alla mita del numero delle cose; cioe alla mita della somma de' dui lati, che ciascuno de i dui resultanti è vna valuta della cosa; cioe ciascuno de i dui resultanti è vn lato delli dui cercati; Per il che dando la Regola numerale si può dire.

Cauisi il quadrato della subtensa dal quadrato della somma de i dui lati, & la mita del restante si caui dal quadrato della mita della somma de' dui lati, & la radice del rimanente si giunga, & cauisi alla mita della somma de dui lati, che li resultanti saranno i dui lati.

Et in linea pigliando per vnita la somma de i dui lati, si potra dire;

Alla somma de i dui lati prima, & subtensa seconda si troui la terza continua proportionale, & questa si caui dalla sōma de i dui lati, Et la mita del restare si caui dalla mita della mita, cioe dalla quarta parte della somma de dui lati, Ouero (che resulta l'istesso) Et il restante si caui dalla mita della somma de' dui lati, & del rimanente si pigli la mita; Et fra quello che resultara, & la somma de lati si pigli la media proportionale, & essa media si giunga alla mita della somma de' lati, che il composto sara il lato maggiore, & il restante d'essa somma sara il lato minore.

a e, somma de lati 1. Ouero 18.

Fig. 34. n e, subtensa radice $\frac{1}{2}\frac{7}{4}\frac{0}{4}$. Ouero radice 170.

o t, terza continua proportionale $\frac{1}{2}\frac{7}{4}\frac{0}{4}$. Ouero $\frac{1}{1}\frac{7}{6}\frac{0}{6}$. cioe 9 $\frac{0}{0}$. cauata da a e, somma de' lati resta o a.

q a, $\frac{1}{2}\frac{5}{4}\frac{4}{4}$. Ouero 8 $\frac{1}{0}$. che si caua da a s, mita di a e, somma de' lati; cioe da $\frac{1}{2}$. ouero 9. & resta o s.

o s, $\frac{1}{4}\frac{8}{4}\frac{1}{4}$. Ouero $\frac{1}{0}$. fra la mita di questa o s, & la somma de lati si doueria trouare la media proportionale, ma perche la mita d'essa o s, saria molto piccola, noi per comodita della operatione fra essa o s, totale doppia al bisogno, & la A C, doppio alla a e, somma de lati; cioe similmente ancor ella doppia al bisogno habbiamo trouato la A M, media proportionale, che pure similmente perciò viene ad essere doppia al bisogno, onde la sua mita A S, è quella che ci fa bisogno; cioe è media proportionale fra la mita di o s, & la a e, somma de' lati; cioe fra $\frac{1}{4}\frac{2}{4}\frac{5}{4}$. Ouero $\frac{1}{0}$. Et

Digitized by Google

ouero 18. perilche essa vera media A s, sarà radice $\frac{1}{8}$. ouero radice 4. cioe $\frac{1}{2}$. ouero 2. Questa A s, giunta ad a A, mità di a c, somma de lati formarà la a s, che è il lato maggiore. onde il restante s c, d'essa somma sarà il lato minore a s, dunque sarà $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$. ouero 11. & s c, $\frac{7}{2}$. ouero 7.

Et nel Triangolo rettangolo A C D. quale nella operatione lineale si conosceràssere di dui lati eguali essa opératione sarà la seguente.

a n, somma de lati 20. n r, subtensa radice 200.

Ouero a n, somma de lati, vnità n r, subtensa radice $\frac{1}{2}$. r t, terza continua proportionale $\frac{1}{2}$. quale si caua dalla a r, mità della a n, somma de lati, & perche essa a r, resta parte è precise eguale alla mità di detta a n, somma de lati il rimanente è niente, onde la mità di tal rimanente niente è niente, però la sua mità sarà niente, & la media proportionale fra esso niente. & la somma de lati sarà niente, qual media niente giunta alla mità della somma de lati, fa l'istessa mità della somma de lati, & questo è il lato maggiore, & il restante d'essa somma de lati; cioe l'altra sua mità sarà il lato minore; Ma perche esse due mità di a n, denotanti i dui lati detti sono eguali si vede che il Triangolo rettangolo da formare sarà di dui lati eguali.

Fig. 35.

Ancora nel quadrilatero r o e d, della figura B, siano noti i tre lati c o, 20. o r, 40. & r d, 28. Et di piu li dui diametri o d, 64. Et c r, 48. Et si trouino ciascuna delle quattro parti de i dui diametri, & il restante lato c d.

In questa figura B, per essere r d, 28. minore di r d, 32. della figura A, (essendo poi r o, & o d, li istessi) il punto r, si auicina piu alla base o d, che non fa nella A, & ben si vede che qui la perpendicolare r t, è solo radice 127 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$. done nella A, è radice 267 $\frac{3}{4}$. onde abassandosi il punto r, & stando nel medesmo numero 48. la r c, si conosce che il punto c, viene ad essere spinto in fuori da man sinistra. & perciò allontanarsi piu dal d, della o d, imaginata immobile che non era nella A, perilche qui la c d, douerà essere piu lunga che non è nella figura A, Il che sia per auiso allo Studente accioche s'accorga che qui il Triangolo o r c, piega piu verso mano sinistra con il punto, o angolo c, che non fa nella A.

Fig. 36.

o d, 64.
c r, 48.
B.

Operatione per il Triangolo r o d.

40
28

68. somma
12. differenza

128 | 816

6 $\frac{3}{8}$.
32

o t. 38 $\frac{3}{8}$.
d t. 25 $\frac{3}{8}$.
625 $\frac{3}{6}$ $\frac{5}{4}$.
31 $\frac{3}{4}$.

quadrato di t d. 656 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$.
quadrato di r d. 784

quadrato di r t. 127 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$.
r t, radice 127 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$.

Pono s t. 1. cosa, il suo quadrato è 1. censo. Il quadr. di r t. è 127 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$. però il quarato di s r, è 1. ꝛ. p. 127 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$. ir. 36 $\frac{1}{2}$. piu radice L, s r, rad. L, 1. censo piu 127 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$ L, is. 36 $\frac{1}{2}$. meno rad. L, 1. censo piu 127 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$. L.
quadrato di i s. 1332 $\frac{1}{4}$. piu 1. censo piu 127 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$. meno (radice L, 1. censo piu 127 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$. L, volte 73.)
quadrato di i o. 267 $\frac{1}{4}$.

quadrato di s. 1727 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$. piu 1. censo meno (radice L, 1 censo piu 127 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$. L volte 73.)

Ma o t. è 38 $\frac{3}{8}$. & t s. è 1. cosa; però o s. resta 38 $\frac{3}{8}$. meno 1. cosa; Et il quadr. d'essa o s. è 1472 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$. meno 76 $\frac{3}{4}$. meno cose piu 1. censo; però è eguale a 1727 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$. piu 1. censo L, 1. (radice L, 1. censo piu 127 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$ L, volte 73.) Cioe radice 4. censo piu 127 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$. L, volte 73. eguale a 76 $\frac{3}{4}$. cose piu 257 $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$. Et partendo per 73. sarà radice L, 1 censo piu 12 $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{4}$. L, eguale a $\frac{3}{2}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{7}{2}$. cose piu $\frac{8}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$. Et quadrando le parti, & seguendo all'Equatione si peruerrà a censi, & cose eguale a numero, Equatione sempre solubile, & che hà sempre vna sola valuta della cosa.

Operatione fatta nel modo vltimo mostrato per trouare il lato c d.

c r. 48. o d. 64.

Fig. 37. o r. base comune alli dui Triangoli di lati noti.

lati o c. 20	lati o d. 64	g o. $3\frac{4}{5}$	c m. rad. $385\frac{1}{2}\frac{4}{5}$	m rad. $326\frac{1}{2}\frac{1}{5}$	9639
r c 48	r d 28	o r. 40	rad. $385\frac{1}{2}\frac{4}{5}$	m rad. $326\frac{1}{2}\frac{1}{5}$	8151
		r l. $21\frac{1}{5}$			
somma 68	somma 92		$385\frac{1}{2}\frac{4}{5}$	78567489	
differenza 28	differenza 36	g l. $65\frac{1}{5}$	$326\frac{1}{2}\frac{1}{5}$	3142899 $\frac{1}{6}$ $\frac{4}{1}$	2456
		$65\frac{1}{5}$		125703 $\frac{6}{6}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{5}$	581

base

Digitized by Google

base 40 1904

somma de casi. $47\frac{3}{5}$
differente base 40

$7\frac{3}{5}$

o g. $3\frac{4}{5}$
caso minore fuori della base.

g o $\frac{19}{5}$ suo qu. $14\frac{11}{25}$
quadr. di c o. 400

quadr. di c g. $385\frac{14}{25}$
c g. rad. $385\frac{14}{25}$

Ouero

g r. $43\frac{4}{5}$ 219
219

47961

quadr. di g r. $1918\frac{11}{25}$
quadr. di c r. 2304

quadr. di g c. $385\frac{14}{25}$
c g. rad. $385\frac{14}{25}$

A o d. 64 c r 48

Figura 38.

radice $385\frac{14}{25}$
g $3\frac{3}{5}$ o 40 r
o r. base commune alli dui Triangoli c o r, d o r.

g o $3\frac{3}{5}$. o r. 40. r l. $18\frac{2}{5}$.
però g l. sarà 62.
Et nel Triangolo rettangolo c m d. la base c m, equidistante, & eguale a detta g l. sarà medesmamente 62.

base 40 3312

sōma de casi $82\frac{4}{5}$
base differ. 40

$42\frac{4}{5}$

r l. $21\frac{2}{5}$
caso minore fuori della base.

caso r l. $21\frac{2}{5}$
lato r d 28.

somma $49\frac{2}{5}$
differenza $6\frac{3}{5}$

$296\frac{2}{5}$
$9\frac{22}{25}$
$19\frac{19}{25}$

qua. di d l. $326\frac{1}{25}$
d l. rad. $326\frac{1}{25}$

$4251\frac{1}{25}$
quad. di g l.

Ouero
caso maggiore o l. $61\frac{2}{5}$
lato o d. 64

somma $125\frac{2}{5}$
differenza $2\frac{3}{5}$

$1630\frac{1}{5}$

prodotto $326\frac{1}{25}$
quadrato di d l.
d l. radice $326\frac{1}{25}$

qua. di c m. $711\frac{3}{5}$. m̄ ra. $502831\frac{581}{625}$
quadr di m d. $4251\frac{1}{25}$

qu. di c d. $4962\frac{16}{25}$ m̄ . $501381\frac{581}{625}$
c d. ra. l $4962\frac{16}{25}$. m̄ ra. $502831\frac{581}{625}$

. . .
7 0 9

12831

meno $709\frac{150}{1418}$ & più
con $4962\frac{16}{25}$

fa $4253\frac{13}{25}$ & più

. .
6 5

653

cioe $65\frac{28}{139}$ & più sarà c d

Operatione fatta nel modo vltimo mostrato per trouare la c d, nella figura A.

lati o d. 64
r d. 32

somma 96
differenza 32

base 40 3072

somma de casi $76\frac{4}{5}$
base differēza 40

$36\frac{4}{5}$
caso minore r l. $18\frac{2}{5}$
8464

quadr. di r l. $338\frac{14}{25}$
quadr. di r d. 1024

quadr. di d l. $685\frac{11}{25}$
d l. radice $685\frac{11}{25}$

c g. rad. $385\frac{14}{25}$ d l. rad. $685\frac{11}{25}$
9639 17136
1071 1904
153 272
9 16

c g. ad l d. è come da rad. 9. a radice 16. cioe come da 3. a 4. cioe quando c g. si pona 3. l d. è 4. però m d. loro differenza sarà 1. & cosi m d. è l' $\frac{1}{3}$, di c g. ouero l' $\frac{1}{4}$ di d l. però è ra. $42\frac{21}{25}$.
quadrato di m d. $42\frac{21}{25}$
quadrato di c m. 3844

quadrato di c d. $3886\frac{21}{25}$. però essa c d sarà radice $3886\frac{21}{25}$.
cioe $62\frac{12}{62}$, & più.

SI darà hora vn'esempio nell'ASTRONOMIA, & sia nel calculare i tempi degl'aspetti de i Pianeti, poniamo delli dui luminarij Sole, & Luna, & loro Congiuntioni; (qual Congiuntione loro massime, ò vogliamo dire, fare della Luna, ò Volta della Luna, ò Luna nuoua; Et la loro Oppositione, ò vogliamo dire Plenilunio, ò Tondo della Luna; & anco i loro Quadrati, ò Quarti della Luna, sono necessarijssimi da sapere, & di continuo vso:) dicendo; L'anno 1610. Domenica alli 20. di Giugno a mezo dì si dice che il Sole si trouarà in gradi 28. minuti 23. secondi 51. di Gemini, & che alli 21. a mezo dì sarà in g. 29. m. 21. secondi 10. di Gemini, la Luna al mezo dì delli 20. di Giugno che sarà in g. 19. minuti 3. di Gemini, & alli 21. a mezo dì che ella sarà in g. 4. m 1. di Cancer; di modo che fra il tempo quale è dal mezo dì delli 20. di Giugno al mezo dì delli 21. la Luna andarà a fare la Congiuntione con il Sole, si domanda a quāte hore doppo mezo dì delli 20. questo occorrerà, cioè a che tempo farà la Luna nuoua. Qui l'accorto Studente dell'Algebra, se bene non sappia Astronomia, nè le Regole, ò Tauole, che in tali occorrenze vsano gli Astronomi guidato solo dal giudicio, & dottrina Algebratica potrà considerare che alli 20. di Giugno a mezo dì, essendo la Luna in g. 19. m. 3. di Gemini, & il Sole in gr. 28.

23. 51.

Digitized by Google

23.51.di Gemini, viene fa Luna ad essere lontana dal Sole ancora gr. 9.m.20.secondi 51. Et perche ella al mezo di delli 27. farà in g.4.m.1.di Cancer, ella verrà in questo tempo che è da vn mezo di all'altro, quale diremo hora importare 14.hore (lasciando la Equatione de' giorni che poco resulta) a passare g.10.m.57.di Gemini, & g.4.m.1.di Cancer, cioè in tutto g.14.m.58.del Zodiaco, ò circonferenza del Circolo de' 12. Segni; Onde ella (come s'è detto) senza dubio in questo tempo arriuarà a fare la Congiuntione con il Sole quale sarà ancora in Gemini in g.29.21.10.& in esse 24.hore haueràsolo passato g.0.m.57.secondi 19.di circonferenza nel Gemini (che è la differenza quale si troua da g.28.23.51.à g.29.21.10.) Perilche esso Studente incomincierà a fingere, ò formare il seguente questo dicendo: Il Sole in 24.hore passa, ò vogliamo dire ha di moto apparente m.57.secondi 18. Et la Luna g.14.m.58. qual Luna andando verso il Sole, gli è lontana g.9.m.20.secondi 51. fi domanda quanto tempo gli bisogna ad arriuarlo? Questo tempo conuiene che sia tale che in esso mouendosi il Sole, & la Luna (& si suppone che in questo spatio di 24.hore, ciascuno d'essi due Luminarij habbi moto apparente eguale, cioè, che in tempi eguali passino spatij eguali, che se bene questo non è realmente vero, si piglia nondimeno da gl'Astronomi per vero, poiche infensibile è si può dire la varietà che ne può derinare) essi poi al'hora si trouino precise in vn'istesso grado, minuto, &c. del Zodiaco nel segno de Gemini nel quale sarà il Sole; per il che lo Studente senz'altra fatica ponerà che esso tempo sia 1 z, cioe che questa loro congiuntione occorra il z.d'hore dopo il mezo di delli 20.di Giugno, & per vedere all'hora doue sarà il Sole potrà dire. In hore 24.il Sole passa m.57.secondi 19. che passarà eg'li in hore 1 z, & vedrà che passarà minuti 57 z piu secondi 19 z. cioè il tutto di 24; cioe (minuti 1.piu secondi $23\frac{7}{24}$) z. Onde aggiunto questo al luogo doue egli era alli 20.di Giugno a mezo di, cioe a gradi 28.23.51. di Gemini fa g.28.23.51.piu (min.1.secondi $23\frac{7}{24}$) z; che sarà il luogo doue il Sole si trouarà al tempo supposto. Similmente per vedere doue all'hora sarà la Luna potrà dire, In hore 24.la Luna passa g.13.m.58.quanto passarà ella in hore 1 z? & verrà a passare (minuti 37.piu secondi 25) z. quali giunti a g.29.m.3.di Gemini doue ella era alli 20.di Giugno a mezo di, fa g.19.m.3.piu (m.37.secondi 25) z, che sarà il luogo della Luna al medesimo tempo supposto, ma questo doue essere il luogo istesso che è quello del Sole nel Zodiaco, quale si è trouato essere gr.28.23.51.piu (minuti 1.secondi $23\frac{7}{24}$) z; Onde siamo peruenuti all'Equatione, & si ha g.19.m.3.piu (min.37. secondi 25) z Eguale a g.28.23.51.piu (minuti 1.secondi $23\frac{7}{24}$) z. Cioe g.9.m.20.secondi 51. eguale a (m.33.secondi $1\frac{1}{24}$) z. Che riducendo ciascuna parte a secondi, commune denominatione si haueràsecondi $2101\frac{1}{24}$ z, eguale a secondi 3365 (cioe, (lassando hora la commune denominatione di secondi) si haueràa $2101\frac{1}{24}$ z. eguale a 3365.1. Et la cosa valerà $16\frac{5}{10}\frac{6}{24}\frac{8}{1}$ z; per il che il tempo cercato che fu posto essere hore 1 cosa, sarà hore $16\frac{5}{10}\frac{6}{24}\frac{8}{1}$, cioe hore 16.minuti 0.secondi $40\frac{2}{10}\frac{7}{24}\frac{1}{1}\frac{6}{0}\frac{0}{1}$. Et così diremo che a hore 16 min.0.secondi 41. in circà (che è il rotto $\frac{2}{10}\frac{7}{24}\frac{1}{1}\frac{6}{0}\frac{0}{1}$) perche è piu d'$\frac{1}{2}$. si può pigliare per 1.che giunto ai 40.fa 41; benche questi secondi 41. si pigliariano pereiò per 1.minuto, & così il tempo cercato si diria essere quasi hore 16. minuti 1.) dopo mezo di delli 20.Giugno, sarà la Congiuntione de Luminarij, cioè saranno in vn medesimo segno, grado, & minuto, ò vogliamo dire in vn medesimo luogo del Zodiaco; Et ben si vede che in detto tempo di hore $16\frac{5}{10}\frac{6}{24}\frac{8}{1}$, il Sole haueràpassato minuti 38 sec. $14\frac{5}{10}\frac{6}{24}\frac{8}{1}$ quali giunti a g.28.23.51.di Gemini doue si troua ua fa g.29 m.2, secondi $5\frac{1}{10}\frac{6}{24}\frac{8}{1}$ di Gemini, che è il luogo nel quale sarà il Sole al tempo trouato. Et in esse medesime hore $16\frac{5}{10}\frac{6}{24}\frac{8}{1}$, la Luna haueràpassato g.9.m.59.secondi $3\frac{1}{10}\frac{6}{24}\frac{8}{1}$, quali giunti a g.19.m.3.di Gemini doue si trouaua fi g.29.min.2, secondi $5\frac{1}{10}\frac{6}{24}\frac{8}{1}$ di Gemini, che è il luogo nel quale sarà la Luna all'istesso tempo trouato, quale perche è precise il luogo doue habbiamo veduto che sarà all'hora il Sole conosciamo d'hauere calculato, & risposto bene: Et anco vediamo che essa Congiuntione de i Luminarij si farà in gradi 29.minuti 2. (lassando andare quelli pochi secondi di Gemini.

Se m'è di qui vorremo cauarne la Regola numerale, per potere senz'Algebra calculare, & trouare il tempo de gl'Aspetti de' pianeti, ò adoprare in casi simili; Considereremo che quando siamo peruenuti all'Equatione doue si è hauuto g.28.23.51.piu (m.z $23\frac{7}{24}$) z. Eguale a g.19.m.3. piu moltiplicando il tutto per 24. che ne verranno hore $9\frac{1}{3}$ quarta quantità cercata; Ma le istesse hore $9\frac{1}{3}$ mediante li tre medesimi numeri gradi 13.hore 24.gradi 5. l'Algebra ci insegna trouarle partendo 13. per 24. & con l'auenimento $\frac{1}{3}$, partendo il 5. che ne viene il $9\frac{1}{3}$. numero delle hore cercate, però ci viene a insegnare che questa Regola del Tre che dice; Se gradi 13. vuole hore 24. che vorrà gradi 5. cioe se lo spatio di gradi 13. importa il tempo di hore 24 che importarà lo spatio di gradi 5. Si può eleguire con due partitioni, come si è detto. Io sono stato lungo in questo Discorso, & volontieri, non tanto per mostrare la somma eccellenza dell'Algebra a chi và speculando in essa con il modo naturale, reale, piano, & facile, quanto acciò lo studioso diligente, vegga, che leggendolo attentamente si imprimerà nell'intelletto saldi fondamenti di vera dottrina

a canto 88 in molte di queste regole si troua questo segno in alcune hore segno vuol dire quinarco

esso numero delle cose, cioe m. 37.25. viene ad essere il moto horario (ò d'vn'hora d'esso giorno, che è dalli 20. alli 21. di Giugno) della Luna, qual moto horario, o numero che lo mostra è sempre maggiore del moto horario del Sole, cosi come il moto diurno della Luna è sempre maggiore del moto diurno del Sole; Et poi cō il numero di questo restāte di cose, che sono (m. 35. 1 $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$) ⅟ (cioe con il numero della differēza d'essi dui moti horarij detti) per trouare il valore della ⅟, cioe quāte hore importa il tempo cercato posto essere hore 1 ⅟, si è partito la differenza sopradetta di g. 9. 20. 51. nella quale il Sole è più auanti della Luna, ò vogliamo dire nella quale la Luna è più indietro del Sole alli 20. di Giugno, & l'auenimēto che è stato 16 $\frac{568}{50441}$ è anco il numero delle hore cercato, & perciò si è concluso che la Congiuntione de i Luminarij sarà alli 20 di Giugno a hore 16. m. 0. secondi 41. in circa dopo mezo dì.

Questo inteso, facilmente conosceremo la regola numerale da calculare tali aspetti de' Pianeti, ò loro Congiuntione potere essere la seguente.

Luogo del Sole alli 20. g. 28. 23. 51. di Gemini.
alli 21. g. 29. 21. 10.

moto diurno del Sole g. 57. 19.

Luogo della Luna alli 20. g. 19. 3. di Gemini.
alli 21. g. 4. 1. di Cancer

moto della Luna in hor. 24. g. 14. 58.

pono che si congiungano in tempo di hore 1 ⅟, dopo mezo dì delli 20.

hore 24. m. 57. 19. hore 1 cosa

m. 2. 23 $\frac{7}{24}$ cose

hore 24. g. 14. 58. hore 1 cosa

m. 37. 25. cose

saria il Sole ī g. 28 23. 51. p̄ (m. 23. 24 $\frac{7}{24}$ ⅟) saria la Luna in g. 19. 3. p̄ (m. 37. 25) ⅟

però g. 28. 23. 51. piu (m. 2. 23 $\frac{7}{24}$) ⅟. Sarà egnale a g. 19. 3. piu (m. 37. 25) ⅟

Cioe g. 9. 20. 51. Eguale a (m. 35. 1 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$) cose

560

Cioe secondi 33651. Eguale a secondi 2101 $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ cose

Cioe 33651. Eguale a 2101 $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ cose

807624. 50441

16 $\frac{568}{50441}$ vale la ⅟. però in hore 16 $\frac{568}{50441}$ dopo mezo dì delli 20. di Giugno la Luna arriuarà al luogo del Sole.

34080. minuti
2044800. secondi

40.

Cioe in hore 16. minuti 0. secondi 40 $\frac{27160}{50441}$

Cauisi il moto horario del pianeta manco veloce dal moto horario del pianeta più veloce, & con il restante si parta la differenza, che è dal luogo del pianeta più veloce che è in dietro, dal lougo del pianeta manco veloce che è auanti, & l'auenimento, cioe il numero delle volte che la differenza detta de i due moti horarij entrarà nella differenza detta delli dui luoghi de i pianeti, sarà il numero delle hore dopo il mezo dì, del giorno antecedente, o primo delli dui adoprati, al quale occorrerà la Congiuntione loro.

Hora si può auertire che a cauare il moto horario del pianeta manco veloce poniamo del Sole (& sia che il Sole habbi di moto in vn giorno gr. 1. che cosi in hore 1. hauerà gr. $\frac{1}{24}$) dal moto horario del pianeta piu veloce, poniamo della Luna (& sia che la Luna habbi di moto in vn giorno g. 14. che cosi in vn'hora hauerà g. $\frac{14}{24}$) perche il restante d'essa sottrattione (hora g. $\frac{13}{24}$) sarà quello in che il moto horario della Luna supera il moto horario del Sole, questo medesmo si trouaria più breuemente se cauato il moto diurno del Sole dal moto diurno della Luna (cioe hora g. 1. da g. 14) che rimanerà la differenza de' moti diurni loro (hora g. 13) questo si partirà per 24. numero delle hore del giorno, che pure l'auenimento (hora g. $\frac{13}{24}$) sarà la differanza del moto horario del Sole al moto horario della Luna. Onde dando la Regola si può dire. Cauisi il moto diurno del pianeta māco veloce dal moto diurno del pianeta piu veloce, & il restante si parta per 24, (numero delle hore del giorno) & cō l'auenimento (che viene ad essere la differenza de i moti horarij loro) si parta la differenza che è dal luogo del pianeta piu veloce, &c. Che se la differēza d'essi dui luoghi fusse poniamo g. 5. (supposto il Sole essere nel mezo dì delli dui giorni che si adoprano in g. 13. & in g. 14. de Pesci, Et la Luna in g. 8. & g. 22. de Pesci) a partire 5. num. d'essi gradi per $\frac{13}{24}$, differenza de moti horarij loro, & ne viene 9 $\frac{3}{13}$, questo 9 $\frac{3}{13}$, saria il num. delle hore dopo il mezo dì del giorno antecedente delli dui adoprati, che mostrarebbe il tempo della Congiuntione d'essi dui pianeti.

Digitized by Google

Per il Sole

hore 24 m.57.19 hore 16 $\frac{568}{50441}$

19.6 $\frac{1}{3}$ secondi 3439

27512

192584

1210584 1953352

742768

secondi 1 $\frac{9846}{151323}$

minuti 38.secondi 12 $\frac{1}{3}$

gradi 28.m.23.secondi 51

50441

42405

In tutto g.29.m.2.secondi 5 $\frac{14135}{50441}$

Per la Luna

hore 24 g.14.58 hore 16 $\frac{568}{50441}$

4.19 $\frac{1}{3}$ minuti 898

7184

50288

1210584 510064

151323 m.63758

50441 sec.1275160

secondi 25 $\frac{14135}{50441}$

g.9.m.58.sec 40

g.19. 3

In tutto g.29.m.2. secondi 5 $\frac{15135}{50441}$.

Ancora si può notare che per partire il 5. per $\frac{13}{24}$, si moltiplica esso 5.per 24.denominatore del rotto $\frac{13}{24}$, partitore, qual 24. e sempre il numero delle hore del giorno (intendendo sempre il rotto non schifato) che fa 120.& questo 120.si parte per 13.numeratore del rotto istesso $\frac{13}{24}$, partitore, qual 13. e il numero de i gradi della differenza de i moti diurni de i dui pianeti,& ne viene 9 $\frac{3}{13}$.numero delle hore cercate per la congiuntione de i dui pianeti;Onde si vede che moltiplicando 5.numero delli gradi della differenza de i dui luoghi detti, via 24 numero delle hore del giorno, & il prodotto partirlo per 13. numero delli gradi della differenza de i moti diurni, ne vengono le hore cercate: Il che se lo riduciamo a Regola del Tre, vedremo che e quanto a dire. Se gradi 13. differenza de i moti diurni importa hore 24. che importa gradi 5, differenza de dui luoghi detti; nella quale moltiplicando 24. seconda quantità per 5.terza,& il prodotto 120 partendolo per 13.prima ne viene il 9 $\frac{3}{13}$, hore cercate. Et di già sappiamo che ancora per esequire questa Regola del Tre, si può prima partire la seconda per la prima, cioe 24.per 13.che ne viene $\frac{13}{24}$,& questo moltiplicarlo per la terza 5. che fa pure 9 $\frac{3}{13}$, quarta: Cioe partire 24. numero delle hore del giorno per 13. differenza de i dui moti diurni, & l'auenimento moltiplicarlo per 5. differenza de i dui luoghi detti. Si potria anco prima partire la terza per la prima, cioe 5. per 13. che ne viene $\frac{5}{13}$, & questo moltiplicarlo per la seconda 24, che fa pure 9 $\frac{3}{13}$. Cioe partire 5.numero de i gradi della differenza de i dui luoghi detti per 13. numero de gradi della differenza de i dui moti diurni; & l'auenimento moltiplicarlo per 24. numero delle hore del giorno; & anco si può esequire essa Regola del Tre con due partitioni (come si e mostrato nel nostro Trattato d'essa Regola del Tre) cioe partendo la prima quantità 13.per la seconda 24. & con l'auenimento $\frac{13}{24}$, partire poi il 5. terza, che ne viene pure il 9 $\frac{3}{13}$, quarta; & questo e a punto il modo simplicemente estratto dall'Algebra;Onde ci accorgiamo anco di piu, che questa mirabile Dottrina Algebratica, ò Cossica, andando noi giudiciosamente speculando intorno alla sopradetta operatione, ci faria anc'ella venire in cognitione che vna Regola del Tre si può esequire (cioe trouare la quarta quantità cercata, con due partitioni, quando bene noi non ne hauessimo notitia per altra strada; Perche finalmente, conoscendo noi che se la Luna auanza di moto il Sole in vn giorno, cioe in 24.hore, per gradi 13,& che perciò di continuo ogn'hora, &c. se gli và accostando, essendogli mò lontana solo gradi 5.lo arriuarà auanti alle hore 24. & in tal parte delle hore 24.qual parte e gradi 5. che gli mancano di gradi 13. in che lo soprauanza di moto, vediamo che per trouare essa parte di giorno si viene a dire;Se gradi 13.si auanzano in hore 24.li gradi 5.in quante hore si auanzaranno? & vedremo moltiplicando 24 per 5.& partendo il prodotto per 13. ouero partendo prima 24 per 13.& poi moltiplicando l'auenimento per 5.ouero partendo prima 5.per 13.& l'auenimento moltiplicandolo per 24 che ne veranno hore 9 $\frac{3}{13}$, quarta quantità cercata; Ma le istesse hore 9 $\frac{3}{13}$.mediante li tre medesimi numeri gradi 13.hore 24.gradi 5.l'Algebra ci insegna trouar le partendo 13.per 24.& con l'auenimento $\frac{13}{24}$, partendo il 5.che ne viene il 9 $\frac{3}{13}$.numero delle hore cercate, però ci viene a insegnare che questa Regola del Tre che dice;Se gradi 13.vuole hore

Digitized by Google

re 24. che vorrà gradi 5. cioe se lo spatio di gradi 13. importa il tempo di hore 24. che importarà lo spatio di gradi 5. Si può esequire con due partitioni, come si è detto. Io sono stato lungo in questo Discorso, & volontieri, non tanto per mostrare la somma eccellenza dell'Algebra a chi và speculando in essa con il moto naturale, reale, piano, & facile, quanto acciò lo studioso diligente, veggia, che leggendolo attentamente si imprimerà nell'intelletto saldi fondamenti di vera dottrina. Ma quanto alli 4. modi di adoprare li 3. numeri, gradi 13 hore 24. & gradi 5. per trouare le hore $9\frac{2}{3}$, cercate noi vediamo che da essi possono deriuarsi quattro Regole; L'vna farà la già descritta con le due partitioni, vn'altra potrà darsi, dicendo; Moltiplichisi 24. numero delle hore del giorno per il numero de i gradi della differenza che e dal luogo, &c. & il prodotto si parta per il numero de i gradi che resta a cauare il moto diurno del pianeta maneo veloce dal moto diurno del pianeta più veloce, che l'auenimento sarà il numero delle hore cercate. Vn'altra potrà dire. Partasi 24. numero delle hore del giorno per il numero de gradi che resta a cauare il moto diurno del pianeta maneo veloce dal moto diurno del pianeta più veloce, & l'auenimento si moltiplichi via il numero de i gradi della differenza che e dal luogo, &c. che il prodotto sarà il numero delle hore cercato. Et l'altra potrà dire; Partasi il numero de i gradi della differenza che e dal luogo, &c. per il numero de i gradi della differenza dei moto diurno de i doi pianeti; & l'auenimento si moltiplichi per 24. numero delle hore del giorno, che il prodotto sarà il numero delle hore cercato.

Et per esemplieare anco questa Regola nella applicatione d'essa a gli aspetti de' pianeti, sia che si cerchi sapere il tempo, nel quale occorrerà la Oppositione che segue d'essi dui Luminarij, de i quali il Sole in anno alli 5. di Luglio 1610. a mezo di sarà in gradi 12. minuti 43. secondi 21. di Cancer, & la Luna in gradi 5. minuti 10 di Capricorno, segno al Cancer oppotto, & poco lontana alla oppositione del Sole, di modo che douendo essa Luna essere il seguente giorno Martedì alli 6. di Luglio in gradi 16. minuti 56. di Capricorno, si vede che ella haueà passato il luogo d'essa Oppositione; poiche il Sole ad esso mezo dì delli 6. Luglio sarà solo in gradi 13. 40. 39. di Cancer; & però che la Oppositione loro occorre frà il mezo dì delli 5. & il mezo dì delli 6. di Luglio; per trouar mò quante hore doppo il mezo dì delli 5. ella occorra, & conseguentemente poi in che grado, &c. sarà il Sole, & quale sarà il grado oppostoli nel Zodiaco doue si douerà trouare la Luna; Noi vsando la Regola mostrata, cauaremo il moto diurno del Sole dal moto diurno della Luna, & la differenza gradi 10. minuti 48. secondi 42. sarà quanto auanza la Luna di moto in hore 24 Ancora cauaremo il luogo della Luna minore, cioe delli 5. di Luglio che e g. 5 m. 10. di Capricorno, dal luogo oppositto al luogo del Sole il dì istesso 5. di Luglio, che e g. 12. 43. 21. di Capricorno, & il restante g. 7. 33. 21. mostra quanto conuiene che auanzi la Luna di moto per arriuare alla oppositione del Sole, Onde hora si fingerà vna Regola del tre, o quesito che dica, la Luna soprauanza di moto g. 10. 48. 42. in hore 24. a soprauanzare solo g. 7. 33. 21. quãte hore bisognaranno? Onde adoprando qual si vogli de modi conuenienti alla Regola del tre, trouaremo che gli bisognaranno hore 16. minuti 46 $\frac{3}{6}\frac{3}{0}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$. Et eosi si potrà concludere che hore 16 min. 46. (lassando andare il rotto che è manco d'$\frac{1}{60}$. minuto) doppo il mezo dì delli 5. Luglio farà la Oppositione della Luna con il Sole. Et se a tal tempo calcularemo il luogo della Luna vedremo che ella sarà in g. 13. min. 23. secondi 23. terzi 40 $\frac{4}{0}\frac{0}{8}\frac{0}{8}\frac{0}{7}$. di Capricorno, che e oppotto al luogo doue conuerrà che sia il Sole, & doue lo trouaremo a punto, essere calculando il moto d'esso.

Con l'occasione d'hauer calcolate dette Congiuntione, & Oppositione de i Luminarij, saprà anco il Lettore che in ciascuno d'essi dui tempi per essere la Luna molto vicina alla Eclittica) occorrerà Eclisse; nel primo, cioe nella Congiuntione occorrerà l'Eclisse del Sole, ma a quei paesi a i quali il Sole sarà alto sopra all'Orizonte a bastanza; & nel secondo, cioe nella Oppositione de Luminarij, occorrerà l'Eclisse della Luna a quei paesi che in tal tempo la haueranno sopra all'Orizonte, che delle parti eclissate de i Luminarij, delle dimore nell'Eclisse, & delli loro principio, & fine non occorre hora trattare.

	Per il Sole			221369
alli 5. di Luglio in g. 12. 43. 21. di Cancer				
alli 6.	13. 40. 39.			34
moto diurno del Sole.	m. 57. 18.			26759
hore	moto del Sole hore			$34\frac{8}{0}\frac{1}{8}\frac{1}{7}$
24 min.	57. 18.	16 $46\frac{3}{6}\frac{1}{0}\frac{8}{8}\frac{8}{7}$		
4	9. 33.	8 $23\frac{1}{0}\frac{1}{8}\frac{0}{7}$	45409	96073
2			11974	
				m. 120.

Digitized by Google

m.120.secon.573 min.503 $\frac{1}{6}\frac{1}{4}\frac{5}{8}\frac{9}{7}$
40 191 via 191

1159
22021

811
175960

96107 $\frac{8}{6}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{7}$
secondi 2402 $\frac{4}{6}\frac{3}{4}\frac{9}{8}\frac{9}{7}$

moto del Sole minuti 40. 2 $\frac{4}{6}\frac{3}{4}\frac{9}{8}\frac{9}{7}$
era in g.12.43.21.di Cancer

Il Sole sarà in gradi 13.23.23 $\frac{4}{6}\frac{3}{4}\frac{9}{8}\frac{9}{7}$ di Cancer.
luogo del Sole alli 5. gradi 12. 43.21.
luogo della Luna alli 5. gradi 5. 10.
differenza de dui luoghi. gr.7.33.21.

Per la Luna.
alli 5.in gradi 5.10.di Capricorno
alli 6. 16. 56.

moto diurno gradi 11.46.
moto diurno del Sole. 57.18.

differenza de' moti.g.10.48.42.importa hore 24.che importarà gradi 7.33.21,
minuti 648.
secondi. 38922,

453. minuti
27201. secondi.
652824.

importaranno hore 16.m. 46 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$

hore moto della Luna { hore m.
24. | gradi 11. 46. { 16. 46 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$.

hore 30072.
minuti.1804320.

5. 53. per hore 12.
1. 57. 40. per hore 4.
1. 57. 40 per minuti 4.
19. 36. 40. per minuti 40.che sono 10.volte m.4.ouero l'$\frac{1}{6}$. di h.4.
58. 50. per minuti 2. da terzi 3530. che darà minuti $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$.
10. 30 $\frac{4}{6}\frac{4}{4}\frac{6}{8}\frac{0}{7}$.per m. $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$. 1159.

24744.
13908.

gradi 8. 13. 23. 40 $\frac{4}{6}\frac{4}{4}\frac{6}{8}\frac{0}{7}$.moto della Luna
in gradi 5. 10. di Capricorno era la Luna

4091270.
630.
19907.

sarà in gra. 13. 23.23.40 $\frac{4}{6}\frac{4}{4}\frac{6}{8}\frac{0}{7}$.di Capr. luogo opposito
al luogo doue sarà il Sole.

Ouero
hore 24. | m.57. 18. | hore 16.46 $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$.

per hore 8. 19. 6.
per hore 8. 19. 6.
per minuti 40. 135. 30.
per minuti 6. 14. 19. 30.
per min. $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{6}$. 51.11 $\frac{1}{6}\frac{6}{4}\frac{3}{8}\frac{3}{7}$.
moto del Sole m.40.2.40.41 $\frac{1}{6}\frac{6}{4}\frac{3}{8}\frac{3}{7}$.
era in gradi 12.43.21. di Cancer.

sarà in gr.13.23.23.40 41 $\frac{1}{6}\frac{6}{4}\frac{3}{7}\frac{3}{8}$. di Cancer,
minuti che darà minuti
6 | da secondi 14.19.30. | $\frac{2}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{8}{7}$.
1. | 2.23.15.
via 8195.
terzi. 143.
quarti. 8595. 19923210.

3071.

630 $\frac{4}{6}\frac{4}{4}\frac{6}{8}\frac{0}{7}$.terzi

Li minuti 40.sono 5.volte 8.numero delle 8 hore,ma la denominatione d'esso 40.che è minuti, è vna denominatione più bassa che le hore,che perciò 8. minuti importano secondi 19. 6.però li 40.minuti importano 5.tanti.

Ouero minuti 40.sono l'$\frac{1}{12}$.di hore 8.però importano l'$\frac{1}{12}$. di minuti 19.6.

Minuti 6.sono l'$\frac{1}{4}$.di 24.numero delle hore 24.però daranno l'$\frac{1}{4}$. di minuti 57.18. ma saranno d'vna denominatione inferiore,

Si è fatta la operatione totale con intiera precisione,o giustezza per sodisfattione de gli Studenti, che quanto all'vso si lassano andare i rotti delli secondi,& cosi la operatione riesce assai breue, & diligente à bastanza.

46221. quarti. 3701 $\frac{1}{6}\frac{6}{4}\frac{2}{8}\frac{2}{7}$.
8120. terzi. 51.11 $\frac{1}{6}\frac{6}{4}\frac{3}{8}\frac{3}{7}$.

Di-

Digitized by Google

Diamo ancora questo essempio nelle occorrenze Mercantili. Dui barattano seta à panno, la seta vale à contanti Lire 17. la libra; ma à baratto si pone Lire 19. & si vuole l'$\frac{1}{6}$. in contanti, il panno à contanti vale Lire 9. il braccio si domanda quanto si douerà mettere à baratto.

Ponasi che esso braccio del panno à baratto si deua ponere Lire 1. cosa, Et fingasi che il baratto si facci con vna quantità di seta à beneplacito, poniamo con libre 10. di seta, quali perciò in baratto saranno valutate Lire 190. & di queste volendo l'$\frac{1}{6}$. in contanti essi contanti saranno Lire 47 $\frac{1}{2}$. & le restanti Lire 142 $\frac{1}{2}$. si douerano hauere in panno, Et per vedere quante braccia verria ad essere questo panno si dirà Se per Lire 1. cosa, si hà braccia 1. per Lire 142 $\frac{1}{2}$. quante braccia si haueranno, & operando vedremo che si douerano hauere braccia 142 $\frac{1}{2}$. esimo d'1. cosa, Onde per libre 10. di seta si verrà ad hauere braccia 142 $\frac{1}{2}$. esimo d'1. cosa di panno, & Lire 47 $\frac{1}{2}$. perilche acciò il baratto sia eguale conuiene, che queste due quantità siano eguali, ò vogliamo dire importino la medesima quantità di denari, ma le libre 10. di seta da vna parte sappiamo che realmente; cioe à contanti vagliono Lire 170. però haueremo braccia 142 $\frac{1}{2}$. esimo d'1. cosa di panno piu Lire 47 $\frac{1}{2}$. eguali à Lire 170. Perilche leuate le Lire 47 $\frac{1}{2}$. da ciascuna parte, si haurà braccia 142 $\frac{1}{2}$. esimo d'1. cosa eguale à Lire 122 $\frac{1}{2}$. Et hora per leuare il rotto, moltiplicando ciascuna delle due quantità per 1. cosa denominatore d'esso rotto haueremo braccia 142 $\frac{1}{2}$. eguale à Lire 122 $\frac{1}{2}$. cose, Ma le braccia 142 $\frac{1}{2}$. di panno realmente; cioe à contanti (a Lire 9. il braccio) vagliono Lire 1282 $\frac{1}{2}$. però Lire 1282 $\frac{1}{2}$. saranno eguali a Lire 122 $\frac{1}{2}$. cose; cioe tanto importa 1282 $\frac{1}{2}$. quanto 122 $\frac{1}{2}$. cose, Onde partendo 1282 $\frac{1}{2}$. per 122 $\frac{1}{2}$. numero delle cose, ehe ne viene 10 $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{6}$. questo sarà il valore della cosa; Però il braccio del panno ehe si pose douersi ponere a baratto Lire 1. 2, verrà a ponersi Lire 10 $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{6}$. Et ben vediamo che quello dalla seta dandone libre 10. per le quali poste in baratto Lire 190. deue hauere Lire 47 $\frac{1}{2}$. di contanti, & Lire 142 $\frac{1}{2}$. in panno, che a Lire 10 $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{6}$. il braccio trouato douersi ponere in baratto verrà ad essere braccia 13 $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{8}$. Vediamo dico che per libre 10. di seta, dandosi braccia 13 $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{8}$. di panno & Lire 47 $\frac{1}{2}$. si viene a pũto per Lire 170. reale valore della seta à dare similmente altre Lire 170 perche le braccia 13 $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{8}$. di panno realmente à Lire 9. il braccio vagliono Lire 122 $\frac{1}{2}$. che con le Lire 47 $\frac{1}{2}$. di contanti, fanno à punto Lire 170. come conuiene. Quero si può anco dire, Per libre 10. di seta che realmente vagliono Lire 170. dandosi Lire 47 $\frac{1}{2}$. in contanti, & però restandosi à dare Lir. 122 $\frac{1}{2}$. realmente in panno; valendo il braccio realmente Lire 9. perche Lire 9. in Lire 122 $\frac{1}{2}$. entrano volte 13 $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{8}$. vediamo che il panno deue essere braccia 13 $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{8}$. come s'è trouato.

Pone il braccio del panno douersi ponere à baratto
1. cosa di Lire, ò vogliamo dire Lire 1. cosa
Suppono che si barattino libre 10. di seta
a Lire 19. la libra in baratto

vale Lire 190. a baratto
l'$\frac{1}{6}$. è Lire 47 $\frac{1}{2}$. che si vuole in contanti.

resta Lire 142 $\frac{1}{2}$. da hauere in panno
per Lire 1. cosa, si hà braccia 1. per Lire 142 $\frac{1}{2}$. che si haurà.
Si haueranno braccia 142 $\frac{1}{2}$. esimo d'1. cosa
però braccia 142 $\frac{1}{2}$. esimo d'1. cosa piu Lire 47 $\frac{1}{2}$. sono eguale à lib. 10. di seta à Lire 9. il braccio — à Lire 17. la libra

però Lire 1282 $\frac{1}{2}$. esimo d'1. cosa, piu Lire 47 $\frac{1}{2}$. sono eguali à Lire 170.
Cioe Lire 1282 $\frac{1}{2}$. esimo d'1. cosa, Eguale à Lire 122 $\frac{1}{2}$.
Cioe Lire 1282 $\frac{1}{2}$. Eguale à Lire 122 $\frac{1}{2}$. cose
Lire 2565. Lire 245. cose;
però Lire 10 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$. sono eguali à Lire 1. cosa; Cioe
Vna Cosa di Lire viene ad essere Lire 10 $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{6}$. & però
il braccio del panno à baratto s'hà da ponere Lire 10 $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{6}$.

Se di qui mò vorremo deriuarne la Regola numerale, Consideraremo che delle quantità della Equatione, il 170. è sempre il valore reale della seta che si baratta, il 47 $\frac{1}{2}$. che se ne caua è sempre quella parte del valore della seta à baratto che egli ricerca in contanti, Onde il 122 $\frac{1}{2}$. che resta, si troua pigliando l'$\frac{1}{2}$. (ricercato in contanti) del valore della seta a baratto, & canarlo dal valore della seta a contanti, & questo restante è sempre partitore.

Il 1282 $\frac{1}{2}$. quale con esso partitore si parte; nasce a moltiplicare per 9. valore a contanti del braccio del panno il 142 $\frac{1}{2}$. che resta a cauare le Lire 47 $\frac{1}{2}$. quarta parte (che si ricerca a contanti) del valore della seta barattata à baratto dal 190. valore totale d'essa seta a baratto, che poi con il partitore 122 $\frac{1}{2}$. partito questo 1282 $\frac{1}{2}$. l'auenimento 10 $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{6}$. è il cercato valore del braccio del panno a baratto, Onde la Regola in simili casi potrà essere questa.

Digitized by Google

Quando di dui che voglino barattare si sappia il valore della robba del secondo a contanti, & a baratto, & la parte in contanti che egli ricerca, Et anco ra si sappia il valore della robba del secondo a contanti, & di qui si vogli trouare, quanto ella si deua ponere a baratto; Pigli si la parte ricercata in contanti dal primo del valore della sua robba a baratto, & essa parte si eaui, & dal valore d'essa robba a baratto, & dal valore della medesima a contanti, & delli dui restanti chiamati B, & C, il maggiore B, (o che deriua dall'a baratto) si moltiplichi per il valore della cosa, o robba del secondo a contanti, & il prodotto si parta per il restante C, minore de i dui detti (cioe che deriua dall'a contanti) che l'auenimento sarà il valore della robba del secondo a baratto.

Se dunque hora vorremo adoprare questa Regola per soluere il Quesito del sopradetto baratto, sapendo che del primo la sua robba, o seta vale a contanti Lir. 17. & a baratto Lir. 19. & vuole l'$\frac{1}{4}$. in contanti, Et del secondo la robba, o panno vale a contanti Lire 9 noi seruendoci di questi prezzi (che non occorre supponere che si baratti più vna quantità di seta che vn'altra) delle Lire 19. a baratto della seta pigliaremo l'$\frac{1}{4}$. che è la parte domandata dal primo in contanti, & ne viene Lire $4\frac{3}{4}$. & questo cauaremo, & dalle Lire 19. dette a baratto, & dalle Lire 17. a contanti, & restano Lire $14\frac{1}{4}$. & Lire $12\frac{1}{4}$. o vogliamo dire, senza attendere hora alla denominatione, ma considerando i puri numeri) restano $14\frac{1}{4}$. & $12\frac{1}{4}$. de i quali il $14\frac{1}{4}$. che deriua dall'a baratto si moltiplichi per 9. contanti della robba, o panno del secondo, & fa $128\frac{1}{4}$. quale si parte per il $12\frac{1}{4}$. restante del suato dall'a contanti, & ne viene $10\frac{3}{49}$. che è il numero del'a baratto del secondo, Si dirà dunque che il secondo quel'o che à contanti vale 9. o Lire 9. deua ponere Lire $10\frac{3}{49}$. a baratto. Auertendo che s'intende sempre che li dui valori, cioe così a contanti, come a baratto della robba del primo siano numeri d'vna medesima qualità & denominatione, cioe, ò sempre Lire, o sempre Se. o sempre Pauli, o Ducatoni, &c. Et similmente che i dui valori a contanti, & a baratto della robba del secondo, siano d'vna medesima denominatione, & qualità se bene non importa che ella sia l'istessa che è quella del valore della robba del primo; cioe Si può dire, Il primo hà seta che a contanti la libra vale Lira 17. & a baratto Lire 19. & vuole l'$\frac{1}{4}$. in contanti, Et il secondo hà panno che à contanti il braccio vale Ducatoni 2. Si domanda quanto lo douerà mettere a baratto? Che così, Cauato l'$\frac{1}{4}$. di Lire 19. cioe Lire $4\frac{3}{4}$. & da Lire 19. & da Lire 17. & il primo restante $14\frac{1}{4}$. moltiplicato con 2. numero delli Ducatoni del valore della robba del secondo a contanti fa $28\frac{1}{2}$. & questo partito per $12\frac{1}{4}$. restante secondo, & ne viene $2\frac{4}{49}$. questo $2\frac{4}{49}$. farà il numero a baratto cercato per il secondo, & haurà la medesima denominatione di Ducatoni che hà il 2. a contanti. Onde diremo che il secondo quello che à contanti vale Ducatoni 2. douerà a baratto ponerlo Ducatoni $2\frac{4}{49}$.

Et se delli tre vltimi numeri che s'adoprano Lire $14\frac{1}{4}$. Lire $12\frac{1}{4}$. & Lire 9. Ouero Lire $14\frac{1}{4}$. Lire $12\frac{1}{4}$. Et Ducatoni 2. Considereremo che moltiplicandosi il $14\frac{1}{4}$. per il 2. & partendo il prodotto per il $12\frac{1}{4}$. si viene à poter si intendere vna Regola del Tre che dica; Se Lire $12\frac{1}{4}$. (partitore) douentasse Ducatoni 2. che douentariano Lire $14\frac{1}{4}$.) Ouero Se Lire $12\frac{1}{4}$. douentano Lire $14\frac{1}{4}$. che douentarà Ducatoni 2. Il che a punto è quello che il giudicio naturalmente ei mostra douere essere il modo di soluere simili quesiti; Perche, Se il primo, Quello che vale Lire 17. pone Lire 19. & anco delle Lire 19. vuole la quarta parte; cioe Lire $4\frac{3}{4}$. in contanti; egli realmente viene a volere d'ogni libra di seta Lire $4\frac{3}{4}$. in contanti, ma ella a contanti vale Lire 17 per ciò viene a restare ad hauere solo Lire $12\frac{1}{4}$. realmente; ma perche rispetto al ponerla Lire 19. in baratto & d'esse Lire 19. hauendo in contanti Lire $4\frac{3}{4}$. resta ad hauere ancora Lire $14\frac{1}{4}$. in panno, per ciascuna libra di seta; per la quale realmente non douerìa restare ad hauere se non Lire $12\frac{1}{4}$. di qui è che si conosce che di quello che vale Lire $12\frac{1}{4}$. ne vuole Lire $14\frac{1}{4}$. cioe di Lire $12\frac{1}{4}$. vuol fare Lire $14\frac{1}{4}$. Onde acciò il baratto sia eguale conuiene che ella medesima proportione il secondo, quello che realmente vale Ducatoni 2. pona, o faccia valere Ducatoni $2\frac{4}{49}$. Et perciò si viene a dire, Se il primo di $12\frac{1}{4}$. fa $14\frac{1}{4}$. il secondo di 2. che douerà fare? Et così si troua il $2\frac{4}{49}$. numero de Ducatoni che deue ponerli il braccio del panno à baratto. Altro Quesito.

Dui barattano, Vno hà Corsaletti che a contanti vagliono Scudi 10. l'vno, ma in baratto si pongono Scudi 12. l'altro hà Archibusi che a contanti vagliono Scudi 3. l'vno, Si domanda quanto si deuono mettere in baratto volendo l'vn terzo in denari, Et che il baratto sia eguale.

Ponasi che si deua mettere Scudi 1. cosa, & supponasi d'hauere a barattare vn numero d'Archibusi a beneplacito, poniamo 60. che così in baratto importaranno Scudi 60. cose de' quali douendosi hauere l'vn terzo in contanti si haurà Scudi 20. cose, & il resto che è Scudi 40. cose, si douerà hauere in Corsaletti che a Scudi 12. l'vno si haueranno Corsaletti $3\frac{1}{3}$. cose, Onde per 40. Archibusi si haurà Scudi 20. cose in contanti, & Corsaletti $3\frac{1}{3}$. cose questi a Scudi 10. l'vno importano Scudi $33\frac{1}{3}$. cose, che con li Scudi 20. cose contanti fanno Scudi $53\frac{1}{3}$. cose, Et questi si haueranno per li 60. Archibusi, ma essi realmente a Scudi 3. l'vno vagliono Scudi 180. però Scudi $53\frac{1}{3}$. cose importano quanto Scud. 180. cioe $53\frac{1}{3}$. vagliono 180. cioe 160. sono eguale a 540. onde la

vale

Digitized by Google

vale 3 $\frac{3}{4}$. perilche l'Archibuſo che ſi poſe douerſi mettere Scu. 1. +. a baratto ſi metterà Scu. 3 $\frac{3}{4}$.

Posto mò, che ſi barattino poniamo 200. Archibuſi queſti a Scudi 3 $\frac{3}{8}$. l'vno importaranno Scudi 675. de quali l'vn terzo è Scudi 225. che ſi hanno da hauere in contanti, & il reſtante che è Scudi 450. ſi deue hauere in Corſaletti che à Scudi 12. l'vno ſi haueranno Corſaletti 37 $\frac{1}{2}$. però per Archibuſi 100. ſi haueranno Scudi 225. & Corſaletti 37 $\frac{1}{2}$. Queſti a Scudi 10. l'vno vag tono realmente Sc. 375. che con li Sc. 225. contanti fanno Scu. 600. che ſi danno per hauere 200. Archibuſi, ma eſſi 200. Archibuſi a Sc. 3. l'vno vagliono ancora eſſi Scudi 600. però il baratto è eguale con ſi ricerca, Onde è chiaro che l'Archibuſo a baratto ſi deue ponere Scudi 3 $\frac{3}{8}$. come s'è trouato.

Et dicendoſi d'hauer a barattare 400. Archibuſi, ma volere Scudi 500. in contanti, & il reſto in Corſaletti, per ſapere quanto ſi douerà mettere in baratto l'Archibuſo, Poneremo che ſi metta Scudi 1. coſa, che li 400. importaranno Scudi 400. coſe di queſti cauandone Scudi 500. che ſi vogliano in contanti reſtano Scudi 400. coſe meno 500. che ſi douerano hauere in Corſaletti che a Scudi 12. per Corſaletto ſaranno Corſaletti 33 $\frac{1}{3}$. coſe meno 41 $\frac{2}{3}$. Onde per li 400. Archibuſi che realmente vagliono Scudi 1200. ſi haueranno Corſaletti 33 $\frac{1}{3}$. coſe meno 41 $\frac{2}{3}$. Et Scudi 500. Ma li Corſaletti 33 $\frac{1}{3}$. coſe meno 41 $\frac{2}{3}$. a Scudi 10. l'vno vagliono realmente Scudi 333 $\frac{1}{3}$. coſe meno 416 $\frac{2}{3}$. che con li Scudi 500. contanti fanno Scudi 833 $\frac{1}{3}$. coſe più 83 $\frac{1}{3}$. però tutto queſto è eguale a Scudi 1200. & leuato Scudi 83 $\frac{1}{3}$. da ciaſcuna banda ſi haurà 333 $\frac{1}{3}$. +. eguale a Scudi 1116. $\frac{2}{3}$. cioè 1000. coſe eguale a Scudi 3350. & la coſa valerà Scudi 3 $\frac{7}{10}$. però l'Archibuſo in baratto ſi douerà ponere Scudi 3 $\frac{7}{10}$. Et coſi li 400 Archibuſi importaranno Scudi 1340. che leuatone Scudi 500. da hauerſi contanti reſtano Scudi 840. da riceuere in Corſaletti che a Scudi 12. l'vno faranno Corſaletti 70. però per li 400. Archibuſi ſi haueranno 70. Corſaletti, & Scudi 500. che li 70. Corſaletti a Scudi 10. l'vno vagliono Scudi 700. quali con li Scudi 500. contanti fanno a punto Scudi 1200. vero valore delli 400. Archibuſi, come conuiene.

Ma con modo diſcorſuo ſi potrà dire li 400. Archibuſi vagliono Scudi 1200. de quali riceuendone Scudi 500. in contanti reſtano Scudi 700 da riceuere in Corſaletti quali a Scudi 10. l'vno ſuo vero valore doueranno eſſere Corſaletti 70. ma queſti in baratto ſono poſti Scudi 12. l'vno però importano Scudi 840. che con li Scudi 500. contanti fanno Scudi 1340. però Scudi 1340. conuiene che in baratto importano li 400. Archibuſi, onde Scudi 3 $\frac{7}{10}$. conuerrà che ſi ponga l'Archibuſo in baratto.

Et dicendoſi. Dui barattono, Il primo ha ſeta che a contanti la libra vale Lire 17. & a baratto ſi pone Lire 19. Il ſecondo ha panno che il braccio a contanti vale Ducatoni 2. & a baratto ſi pone Ducatoni 2 $\frac{1}{2}$. Si domanda ſe il baratto ſia eguale, Et ſe non è eguale, chi di loro dui deue domandare in contanti, & quanto, acciòche eſſo baratto douenti eguale.

Prima per conoſcere ſe il baratto è eguale portemo dire. Se Ducatoni 2. a contanti del ſecondo douentano Ducatoni 2 $\frac{1}{2}$. a baratto, le Lire 17. a contanti del primo quanto douerano douentare a baratto? Che moltiplicato 17. via 2 $\frac{1}{2}$. & il prodotto 39 $\frac{1}{2}$. partito per 2. ne viene 19 $\frac{5}{6}$. però Lire 19 $\frac{5}{6}$. ſi douerìa ponere la libra della ſeta a baratto, ma la pone ſolo Lire 19. però ſi vede che il baratto è ineguale, & è tuat tagioſo per il primo, Eſſo primo dunque douerà domandare parte in contanti, Hora per trouare che parte, Ponaſi che deua domandare Lire 1. coſa di contanti per libra di ſeta, quale cauato da Lire 17. a contanti, & ancora da Lire 19. a baratto reſtano Lire 17. meno 1. coſa, Et Lire 19. meno 1. coſa, Et coſi di Lire 17. meno 1. coſa, ſi viene a fare Lire 19. meno 1. coſa, però a queſta ragione, o proportione diremo, quanto ſi douerìa fare di Ducatoni 2. Onde moltiplicando 19. meno 1. coſa via 2. & partendo il prodotto per 17. meno 1. coſa haueremo 38. meno 2. coſe eſſimo di 17. meno 1. coſa, Et queſto ſarà quanto ſi douerìa mettere il braccio del panno baratto, ma ſi mette 2 $\frac{1}{2}$. però queſto ſarà eguale a 2 $\frac{1}{2}$. Et coſi eſſendo peruenuti alla Equatione, per trouar mò il valore della coſa, leuaremo il rotto, moltiplician do ciaſcuna delle due parti per il denominatore 17 m̃. 1. +. & haueremo 38. m̃. 2. coſe, eguale a 39 $\frac{1}{2}$. m̃. 2 $\frac{1}{2}$. coſe, Cioè $\frac{1}{2}$. coſe eguale ad 1. $\frac{1}{2}$. che perciò la coſa valerà 5. & queſto 5. verrà ad eſſere il numero delle Lire che deue domandare il primo in contanti per ciaſcuna lib. di ſeta, qual 5. perche è li $\frac{5}{6}$ delle Lire 19. che ella ſi mette in baratto, ſi dirà che il primo deue domandare li $\frac{5}{6}$. in contanti acciòche il baratto ſia eguale.

Quanto mò all'eſtraherne la Regola numerale, vediamo che l'$\frac{1}{2}$. numero delle coſe partitore è ſempre quello che reſta a cauare 2. a contanti di 2 $\frac{1}{2}$. a baratto di quello che è vantaggioſo, (& ſi vede che è vantaggioſo perche moltiplicando il 2 $\frac{1}{2}$. a baratto di queſto, via 17. dell'altro a contàti fà più, (& è 39 $\frac{1}{2}$.) di quello che naſce a moltiplicare il 19. a baratto dell'altro, via il 2. a contàti di queſto (che è ſolo 38.) & l'1 $\frac{1}{2}$. che ſi parte è quello che reſta a cauare 38. (che naſce a moltiplicare il 2. a contanti del vantaggioſo via 19. a baratto dello ſuantaggioſo) da 39 $\frac{1}{2}$. (che naſce a moltiplicare 2 $\frac{1}{2}$. a baratto del vantaggioſo via 17. a contanti dello ſuantaggioſo, (& l'auenimento

Digitized by Google

nimento 5. è il numeratore del rotto (essendo poi denominatore il 19. numero a baratto dello suantaggioso) che mostra la parte quale lo suantaggioso deue domandare in contanti. Onde io per essere stracco lasso che lo Studente da se ne seriua la Regola in astratto,

Contanti 17. baratto 19. — prodotto 38. minore suantaggioso,
Contanti 2. baratto 2 $\frac{1}{2}$. prodotto 39 $\frac{1}{2}$. maggiore vantaggioso.

differenza $\frac{1}{2}$. partitore. [1 $\frac{1}{2}$. maggioranza auenimento 5. ch'è numeratore.

à baratto dello suantaggioso, che è denominatore 19 $\frac{5}{1}$. Rotto che mostra la parte, quale lo suantaggioso deue domandare in contanti.

Altro Esempio.

Robba del primo a contanti 20. a baratto 13. prodotto 161. maggiore vantaggioso
Robba del secondo à contanti. 7. a baratto. 8. prodotto 160. minore suantaggioso

differenza partitore. 3. [maggioranza da partire 1.

auenimento che è numeratore. $\frac{1}{3}$. esimo d'8. cioe che hà per denominatore 8. quale 8. è il numero a baratto dello suantaggioso, & però il rotto che se ne forma è $\frac{1}{3}$. quale $\frac{1}{24}$. è la parte che lo suantaggioso; (cioe hora il secondo) deue domandare in contanti, acciochè il baratto sia eguale.

Sia anco che si dica, In vna Cantina è Vino da Lire 8. la corba, da Lire 5. & da Lire 2. Si vuole mescolando insieme di ciascuno di questi, fare corbe 100. di Vino da Lire 4 $\frac{1}{2}$. la corba; ma in modo che per ogni corba del primo, cioe da Lire 8. la corba, ve ne siano corbe 3 $\frac{1}{2}$. del terzo, cioe da Lire 2. la corba, Si domanda quante corbe di ciascuna sorte se ne doueranno pigliare.

Ouero potiamo dire, Si vuol fare vn pagamento di Lire 420. ma dando corbe 100. di Vino di diuerse sorti; la prima sorte vale Lire 8. la corba, la seconda Lire 5. & la terza Lire 2. Et per ogni corba del primo ne deue andare corbe 3 $\frac{1}{2}$. del terzo, si domanda quante corbe di ciascuna sorte, se ne doueranno pigliare.

Poneremo che della prima sorte si pigli corbe 1. cosa; però della terza conuerrà pigliarne corbe 3 $\frac{1}{2}$. cose; Onde il resto fino a 100. corbe, che è corbe 100. meno 4 $\frac{1}{2}$. cose douerà essere della seconda sorte, Et tutto questo deue valere Lire 420. Ma le corbe 1. cosa della prima sorte a Lire 8. la corba vagliono Lire 8. cose, Le corbe 3 $\frac{1}{2}$. cose della terza a Lire 2. la corba vagliono Lire 7. cose; Et le corbe 100. meno 4 $\frac{1}{2}$. cose della seconda a Lire 5 la corba vagliono Lir. 500 meno 22 $\frac{1}{2}$. cose quali valute sommate insieme fanno Lire 500 meno 7 $\frac{1}{2}$. cose, ma deuono essere Lire 420. però habbiamo Lire 500. meno 7 $\frac{1}{2}$. cose eguale a Lire 420. Cioe (adoprando queste quantità in astratto) habbiamo 7 $\frac{1}{2}$. cose eguale a 80. perilche la cosa vale 10 $\frac{2}{3}$. Ma la cosa cioe 1. cosa fu posto essere il numero delle corbe da pigliarsi della prima sorte; però si dirà che d'essa prima sorte si piglino corbe 10 $\frac{2}{3}$. Et cosi della terza se ne pigliaranno corbe 37 $\frac{1}{3}$. Et il resto cioe corbe 52. della seconda, quali valeranno Lire 85 $\frac{1}{3}$. Lire 74 $\frac{2}{3}$. & Lire 260. Et però in tutto Lire 420. come si ricerca.

Prima corbe 1. cosa, Vagliono Lire 8. cose
Terza corbe 3 $\frac{1}{2}$. cose. Lire 7. cose
Seconda corbe 100. meno 4 $\frac{1}{2}$. cose. Lire 500. meno 22 $\frac{1}{2}$. cose

somma Lire 500. meno 7 $\frac{1}{2}$. cose
Eguale a Lire 420.
Cioe 7 $\frac{1}{2}$. cose eguale a Lire 80.
15. 160.
però la cosa vale 10 $\frac{2}{3}$.

Prima corbe 10 $\frac{2}{3}$. Lire 85 $\frac{1}{3}$.
Terza corbe 37 $\frac{1}{3}$. Lire 74 $\frac{2}{3}$.
Seconda corbe 52. Lire 260.

corbe 100. Lire 420.

Questo quesito in Astratto (come considera l'Algebra nella sua operatione) viene a significare. Diuidasi 100. in tre parti tali, che la terza sia volte 3 $\frac{1}{2}$. quanto la prima, Et di modo, che la prima moltiplicata per 8. la seconda per 5. & la terza per 2. la somma delli tre prodotti sia 420. Che cosi si pone la prima parte essere 1. cosa; però la terza sarà 3 $\frac{1}{2}$. cose, Et la seconda 100. meno 4 $\frac{1}{2}$. cose, Et li tre prodotti saranno il primo 8. cose, il terzo 7. cose, & il secodo 500. meno 22 $\frac{1}{2}$. che sommanno 500. meno 7 $\frac{1}{2}$. cose; però questo è eguale à 420. somma ricercata, onde in questa equatione

Digitized by Google

rone habbiamo $7\frac{1}{2}$. cose eguale a 90. perilche la cosa vale $10\frac{1}{3}$. Et perciò $10\frac{1}{3}$. sarà la prima parte posta 1. cosa, &c.

Et cosi nelli quesiti che vegono proposti conuiene che l'accorto Studente con il giudicio consideri quello che in astratto vogliono significare, & conosciutolo fingersi che siano proposti in astratto, & andare operando in astratto alla risolutione astratta d'essi, & poi congiungere, o accompagnare la risposta con le denominationi che se li ricercano.

ET dicendosi sono tre verghe lunghe dritte, egualmente larghe, & egualmente grosse a guisa di corpo quadrangolo rettangolo, delle quali vna che è d'oro di scudo pesa lib. 2. & onc. $7\frac{1}{4}$ & lunga misurine 13. larga misurine $\frac{3}{4}$. & grossa misurine $\frac{1}{2}$. perilche la sua grandezza viene ad essere il dutto di $\frac{1}{4}$. via $\frac{3}{4}$. & via 13. cioe $4\frac{3}{8}$. misurine corporee, o cube come si vogli dire; Va'altra verga che è d'argento di ducatoni pesa lib. 6. & oncie $4\frac{1}{2}$. & è lunga misurine 19. larga misurine 1. & grossa misurine $\frac{3}{4}$. perilche la sua grandezza è misure corporee $12\frac{3}{4}$. Et l'vltima verga pesa lib. 8. & oncie $13\frac{1}{2}\frac{3}{6}$. & è lunga misurine 2 1. larga 1. & grossa $\frac{3}{4}$. perilche la sua grandezza è misurine $15\frac{3}{4}$. Questa o che è tutta d'oro di scudo come la prima, o che vi è mescolato seco dell'argento di ducatone come la seconda; Onde stante questo si domanda se ella è veramente tutto oro di scudo, o se ui è mescolato dell'argento di ducatone quanto egli viene ad essere.

Noi sapendo che l'oro di scudo della prima verga è misurine $4\frac{7}{16}$. & pesa libre 2. & oncie $7\frac{1}{4}$. potremo dire; Se misurine $4\frac{7}{16}$. di grandezza d'oro di scudo, pesano oncie $31\frac{1}{4}$. le misurine $15\frac{3}{4}$. della terza per essere medesimamente oro di scudo, quanto douerìa pesare, & vedremo che douerìa pesare oncie $100\frac{3}{2}\frac{5}{6}$. ma essa terza verga pesa libre 8. oncie $3\frac{3}{1}\frac{3}{6}$. cioe oncie $99\frac{1}{1}\frac{3}{6}$. che è diuerso da oncie $100\frac{3}{2}\frac{5}{6}$. però vediamo che essa verga non è simplice oro di scudo come la prima, Et perche ella pesa manco di quello che se li conuerria, se fusse oro; vediamo che vi è mescolato come si pensa dell'argento, (che l'argento pesa manco dell'oro, cioe di due verghe eguali di grandezza l'vna d'oro di scudo, & l'altra d'argento di ducatone, sappiamo quella d'argento pesare manco dell'altra, perche se misurine $4\frac{7}{16}$. d'oro di scudo (che è la prima verga) pesano oncie $31\frac{1}{4}$. le misurine $12\frac{3}{4}$. (che è la seconda) douerìano pesare oncie $81\frac{3}{1}\frac{3}{6}$. quando fusse oro di scudo, come la prima, ma pesano oncie $76\frac{1}{4}$. che è manco, però vediamo che manco pesa l'argento di ducatoni che l'oro di scudo, & fra il peso dell'oro di scudo, & il peso dell'argento di ducatoni vi viene ad essere la proportione che è da oncie $81\frac{3}{1}\frac{3}{6}$. ad oncie $76\frac{1}{4}$. o vogliamo dire, vi è la proportione che ha 9500. a 8931.) Per trouar mò quanto sia distintamente l'oro di scudo, & quanto il restante argento di ducatoni riposto nella terza verga, poneremo l'vno di loro, & sia l'oro essere 1. cosa d'oncie dispeso, che cosi l'argento sarà il restante; cioè oncie $90\frac{1}{1}\frac{3}{6}$. meno 1. cosa, & cercaremo quanto saria la quantità in grandezza, & dell'oro, & dell'argento; Che quanto all'oro, Se oncie $31\frac{1}{4}$. d'oro è grande misurine $4\frac{7}{16}$. le oncie 1. cosa d'oro sarà grande misurine $\frac{3}{5}\frac{0}{0}$. cose Et quanto all'argento Se oncie $76\frac{1}{4}$. d'argento è grande misurine $12\frac{3}{4}$. le oncie $99\frac{1}{1}\frac{3}{6}$. meno 1. cosa importaranno misurine $16\frac{1}{1}\frac{0}{8}\frac{3}{2}\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{2}\frac{8}{0}$. cose, quale grandezza dell'argento si giongerrà con la grandezza dell'oro; cioe con misurine $\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. cose, & somma misurine $16\frac{1}{1}\frac{0}{8}\frac{3}{2}\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{1}\frac{6}{7}\frac{0}{2}\frac{0}{1}$. cose, ilche faria la grandezza della verga, ma essa grandezza è misurine $15\frac{3}{4}$. però detta quantità è eguale a $15\frac{3}{4}$. Onde accomodato il meno haueremo $\frac{1}{1}\frac{6}{7}\frac{0}{2}\frac{0}{1}$. cose eguale a $\frac{3}{4}+\frac{8}{3}\frac{0}{2}\frac{1}{1}$. Perilche la cosa valerà $81+\frac{0}{7}\frac{5}{1}\frac{1}{3}\frac{0}{2}\frac{0}{1}$. Et perche si pone l'oro della verga essere 1. cosa diremo in essa essere oncie $81+\frac{0}{7}\frac{5}{1}\frac{1}{3}\frac{0}{2}\frac{0}{1}$. (& il rotto d'oncia si può ridurre a carati, & grani) d'oro di scudo; Et il resto cioe oncie $17\frac{0}{0}\frac{2}{2}\frac{1}{1}\frac{3}{8}\frac{0}{1}\frac{7}{0}$. essere l'argento di ducatone, Et ben si vede che l'oro detto in grandezza importaria misurine $12\frac{1}{1}\frac{8}{2}\frac{0}{4}\frac{3}{0}\frac{6}{8}$. Et l'argento detto misurine $2\frac{3}{2}\frac{6}{1}\frac{0}{1}\frac{8}{4}\frac{0}{2}\frac{8}{1}\frac{7}{4}\frac{0}{2}$. che giontè insieme fanno a punto misurine $15\frac{3}{4}$. come è la grandezza di questa verga.

Considerando mò alli tre numeri $16\frac{1}{1}\frac{0}{8}\frac{3}{4}\frac{1}{2}$. Et $\frac{1}{2}\frac{8}{0}$. (numero di cose che è m.) Et $\frac{3}{2}\frac{0}{1}$. (numero de cose che è piu dal quale si caua il $\frac{3}{2}\frac{8}{1}$. & ne resta $\frac{5}{1}\frac{6}{2}\frac{0}{1}$. numero di cose, che è partitore del $16\frac{1}{1}\frac{0}{8}\frac{3}{4}\frac{1}{2}$. & ne viene il valore della cosa) vedremo che la Regola numerale in simili casi porrà essere questa. Veggasi quanto saria la grandezza della verga mista, se fusse tutto argento (seruendoci del peso d'essa verga mista, & del peso, & grandezza della verga che è solo argento,) & da questa grandezza si caui la grandezza d'essa verga mista (che è minore.) & il restante chiamaremo A. Ancora Partasi il numero della grandezza della verga d'oro solo per il numero del suo peso, & l'auenimento chiamaremo primo. Di piu Partasi il numero della grandezza della verga d'argento solo per il numero del suo peso, & da questo auenimento (che sarà maggiore del primo, perche di dui medesimi pesi d'oro, & d'argento, l'argento, come manco graue occupa piu luogo; cioe è piu grande) si caui l'auenimento primo; Et con il restante si parta l'A, che l'auenimento sarà il numero del peso dell'oro, che è nella verga mista. Et il restante fino al total peso d'essa verga mista sarà il numero del peso dell'argento che è nella istessa.

Digitized by Google

Oro misure $4\frac{7}{8}$. { pesa oncie 31 $\frac{1}{4}$. 250 5250 } { misure $15\frac{3}{4}$. che douerà pesare $4\frac{7}{8}$. 39 117 } { pesa oncie 31 $\frac{1}{4}$. 250 9500 } { misure $12\frac{3}{4}$. $\frac{3}{4}$ }

oncie 100 $\frac{5}{6}$. douerìa pesare, oncie 81 $\frac{3}{4}$. pesaria

Pono l'oro del misto essere oncie 1. cosa, perilche l'argento d'esso misto sarà oncie 99 $\frac{1}{6}$. meno 1 cosa, Et cerco le grandezze d'essi oro, & argento.

Oncie 31 $\frac{1}{4}$. d'oro, e grande $4\frac{7}{8}$. | oncie 1. d'oro quanto | Oncie 76 $\frac{1}{4}$ d'arg. | e grande $12\frac{3}{4}$.

$\frac{39}{250}$. $\frac{1}{x}$, sarà $\frac{39}{9750}$. $\frac{1}{x}$, $\frac{39}{250}$. $\frac{1}{x}$, $\frac{39}{9750}$. $\frac{5}{8}$. cose douerà essere grande, $\frac{39}{9750}$. cose farà la grandezza dell'oro

2977 9500 229 38 247

8931

meno $\frac{5600}{37250}$. x. $16\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{3}{0}\frac{1}{0}$ m, $\frac{38}{250}$. x, farà la grandezza dell'argento. $30\frac{7}{8}$.

3761

somma $16\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{3}{0}\frac{1}{0}$ m, $\frac{5600}{37250}$. x, grandezza del misto, ma è $15\frac{3}{4}$. $3792\frac{7}{8}$.

458 16

$\frac{1}{1}\frac{8}{8}\frac{0}{0}$. eguale à $\frac{5600}{37250}$. x, Cauisi $81\frac{4}{5}\frac{0}{0}\frac{5}{0}\frac{1}{0}\frac{0}{4}$. da $99\frac{1}{6}$.

369 1489 32575 $\frac{1}{4}$. 60672

421478 $\frac{1}{4}$.

1042408 | 85245250 18177 $\frac{1}{6}$. $128\frac{4}{8}$.

8 resta $18\frac{7}{4}\frac{5}{0}\frac{0}{8}\frac{0}{1}\frac{0}{6}$. 16 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{3}{0}\frac{1}{0}$ m. $\frac{36}{250}$. x, douerà essere grande.

1852570

810102

la cosa vale $81\frac{4}{5}\frac{0}{1}\frac{5}{2}\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{4}{0}$.

però vi saranno oncie 81 $\frac{4}{5}\frac{0}{1}\frac{5}{2}\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{4}{0}$. d'oro di scudo, Et il resto cioe oncie $18\frac{7}{2}\frac{3}{0}\frac{5}{8}\frac{0}{1}\frac{0}{6}$. sarà l'argento di ducatoni.

Per l'oro

Onc. 31 $\frac{1}{4}$. (grãde $4\frac{7}{8}$. (onc. $81\frac{4}{5}\frac{0}{1}\frac{5}{2}\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{4}{0}$.

250 39

$3159\frac{1}{5}\frac{5}{1}\frac{7}{2}\frac{0}{0}\frac{8}{4}\frac{0}{0}$.

12

159

46908836

7818060

98670375

3946815

grandezza dell'oro $12\frac{7}{1}\frac{8}{0}\frac{0}{4}\frac{0}{2}\frac{6}{0}\frac{3}{8}$.

260602. l' $\frac{1}{4}$.

781806. li $\frac{3}{4}$.

7557. resta

via 229

numeratore. 1730553

numer. del rotto dell'arg. 236980879

somma. 2387 1433

che è precise 1. intiero, però la somma delle due grandezze è $15\frac{3}{4}$. come conuiene.

Per l'argento.

One. 76 $\frac{1}{4}$. (grãde $12\frac{3}{4}$. (onc. $18\frac{7}{2}\frac{3}{0}\frac{5}{8}\frac{0}{1}\frac{0}{6}$.

229 38

1396671

$685\frac{7}{1}\frac{6}{0}\frac{4}{4}\frac{3}{0}\frac{3}{8}$.

2

227

9381672

22932976.

7196856

2084816

2084816

grandezza dell'argento $2\frac{7}{2}\frac{6}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{7}\frac{3}{1}\frac{0}{2}\frac{0}{4}\frac{3}{4}\frac{0}{2}$.

Ma perche si può trouare dell'oro di tal lega, che pesarà manco dell'argento fino, o simile, o perche siano essi dui metalli misti in vna verga, quali si vogliono, si possino risoluere tali casi, hauendo cognitione del peso, & grandezza di ciascuno de i dui metalli da se; mediante due verghe d'essi simplici, Noi daremo la Regola in vniuersale, senza nominare, ne oro, ne argento, ne altro.

Et

Digitized by Google

Et potrà anco applicarsi ad altre materie. Veggasi quanto saria la grandezza della verga mista se ella fusse tutta della materia più leue, o men graue(seruendoci del peso d'essa verga mista, & del peso, & grandezza della verga che è solo della materia più leue,) & da questa grandezza si cauì la grandezza d'essa verga mista(che è minore,(& il restante chiamaremo A, Ancora, Partasi il numero della grandezza della verga del solo metallo, o materia più graue, per il numero del suo peso, & l'auenimento chiamaremo primo, Di più Partasi il numero della grandezza della verga del solo metallo men graue, per il numero del suo peso, & da questo auenimento(che sarà maggiore del primo)si cauì l'auenimento primo, Et con il restante si parta A, che l'auenimento sarà il numero del peso del metallo, o materia più graue che è nella verga mista, Et il restante fino al total peso d'essa verga mista, sarà il numero del peso della materia men graue che è in essa. Che per esempio Dicendosi. D'vna Vigna il Moscatello schietto, o puro pesa libre 150. la corba, o misura; Et d'vn pozzo in essa, l'acqua schietta pesa libre 43. la quartarola che è $\frac{1}{40}$. di corba; Occorre che comprando 3 quartarole di quel Moscatello si troua pesare libre 117. & perciò si vede che non è Moscatello schietto. (perche egli pesaria solo libre 112 $\frac{1}{2}$. che è li $\frac{3}{4}$. di libre 150. peso della corba del Moscatello, (& di li si viene in cognitione che vi è stata mescolata dell'acqua di quel pozzo, si domanda perciò in esse 3. quartarole, o $\frac{3}{4}$. di corba quanta acqua vi viene ad essere.

Per saperlo noi seruendoci della Regola di tre mo, Se libre 150. di Moscatello (liquore, o materia più leue)è di grandezza corbe 1. le libre 117. peso del misto le fusse Moscatello schietto quanta grandezza importariano? & vedremo ch'le importare corbe $\frac{3}{4}$ o. dalche cauaremo le corbe $\frac{3}{4}$. che è la grandezza di questo misto, & resta $\frac{3}{100}$. che è l'A, Ancora partiremo $\frac{1}{40}$. numero della grandezza dell'acqua, che è più graue del Moscatello(come s'è vitto per 43. numero del suo peso, & ne viene $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. che è l'auenimēto primo, Di più partiremo 1 num. della grandezza del Moscatello men graue, per 150. numero del suo peso, & ne viene $\frac{1}{1}\frac{1}{5}$. dal quale cauaremo l' $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. auenimēto primo, & resta $\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. con il quale partiremo $\frac{3}{100}$. A, & ne viene $35\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. & questo è il numero del peso, cioè è il numero delle libre della materia più graue, cioè dell'acqua che è nel misto, perilche diremo che nelle corbe $\frac{3}{4}$. dette che pesano libre 117. vi sono libre $35\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. d'acqua, & il resto cioè libre $81\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. è Moscatello, Et ben si vede che libre $35\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. d'acqua importaranno corbe $\frac{3}{4}$. (sapendosi che corbe $\frac{1}{40}$. pesa libre 43.) Et le libre $81\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. di Moscatello importaranno corbe $\frac{3}{4}$. (sapendosi che vna corba pesa libre 150. Quali corbe $\frac{3}{4}$. d'acqua, Et corbe $\frac{3}{4}$. di Moscatello giōte insieme fanno corbe $\frac{3}{4}$. come è a punto la grandezza, o quantità corporea d'esso misto.

Cauisi corbe $\frac{3}{4}$. da corbe $\frac{3}{4}$. Cauisi $\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. da $\frac{1}{100}$. Moscatello
78 resta $\frac{1}{100}\frac{1}{8}$. con il quale si parta $\frac{3}{100}$. A, lib. 150(cor. 1. (lib. $81\frac{1}{1}\frac{1}{8}$.
75 387 1600

Il moscatello sarà corbe $\frac{1}{1}\frac{1}{6}$.

resta $\frac{3}{100}$. A. ne viene. $35\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. la somma del Moscatello, & aqua è cor. $\frac{3}{4}$.
però libre $35\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. è l'aqua; Et il resto
cioè libre $81\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. è il Moscatello.

Aqua
libre 43 | corbe $\frac{1}{40}$. | lib. $35\frac{1}{1}\frac{1}{8}$.
387
sarà l'aqua corbe. $\frac{1}{1}\frac{1}{6}$.

Si può auertire che quando non si hauessero li mettali in verghe pulite, o facili da misurarne le vere lunghezze, larghezze, & grossezze, ma fussero di forme irregolari, o tutte, o parte di loro, come sono Tazze, Statue, Corone, &c. Se ne potrà trouare la grandezza attificiosamente, o ponendo esse Tazze, o Statue, &c. ad'vna ad'vna in alcun vaso quadrangolare d'acqua, & vedendo quanto s'alzi l'acqua in esso per la positura della cosa, o Statua da trouarne la grandezza, & quell'alzamento misurato lo, & moltiplicatolo per la superficie piana dell'acqua il prodotto sarà la grandezza della cosa, ò Statua posta nell'acqua; Ouero in vna Cassetta piccola, o grande a proposito quadrangolare, parta la Statua, o cosa da trouarne la grandezza, & anco pottoni del grano, o riso, o miglio, o altra simil cosa che possa facilmente riempire tutti i vacui, & coprire la Statua, alzandosegli sopra spianata bene, o poco, o molto a beneplacito, o si empia la cassa, o vaso simile se così ci piacerà, o accomodi. si che in esso vaso non sia Aria, o altro, che il miglio, & la Statua, Veggasi coi quanto è la grandezza del vaso, o parte d'esso così occupata, & sia A. Poi leuatane la Statua, & di nuouo spianato il miglio nel vaso vniformemente come prima, si veda quanta è la grandezza della parte del vaso che egli occupa, & questa grandezza cauata dalla grandezza A, il restante di necessità sarà la grandezza cercata della Statua, o cosa detta.

Et dicendosi, Si hà argento di tre sorti. la prima vale Lire 2. l'oncia, la seconda Lire 3. l'oncia, & la terza Lire 5. l'oncia, Et se ne vogliono mettere insieme oncie 100. che vaglino in tutto

Lire

Lire 340. piglian fone di ciaſcuna delle tre ſorti dette quanto biſogna, ſi domanda quanto ſe ne pigliarà.

Noi ponendo che della prima ſorte ſi pigli oncie 1. coſa; Della ſeconda oncie 1. coſa di coſa; O vogliamo dire 1. quantità Il reſto ſino alle oncie 100. cioe oncie 100. meno 1. coſa meno 1. quãtità, douerà eſſere della terza ſorte, Et queſte valeranno 2. coſe più 3. quantità, più 500. meno 5. coſe, meno 5. quantità, Cioe 500. meno 3. coſe meno 2. quantità, Ma vogliamo che vagliono 340. però 500. meno 3. coſe meno 2. quantità ſarà eguale a 340. Cioe 160. ſarà eguale a 3. coſe più 2. quantità; Et per trouare il valore della quantità in particolare, la laſſaremo da ſe, leuando le 3. coſe da ciaſcuna banda, & haueremo 2. quantità eguale à 160. meno 3. coſe; Onde 1. quantità ſarà, o valerà 80. meno 1 $\frac{1}{2}$. coſa; perilche in cambio d'1. quantità, pigliando 80. meno 1 $\frac{1}{2}$. coſa, tornaremo di nuouo à ponere che della prima ſorte ſi pigli oncie 1. coſa della ſeconda 80. meno 1 $\frac{1}{2}$. coſa, Et della terza il reſtante ſino à 100. cioe 20. più $\frac{1}{2}$. coſa; Et queſte hora valeranno, 2. coſe 240. meno 4 $\frac{1}{2}$. coſe, & 100. più 2 $\frac{1}{2}$ coſe, la ſomma de i quali valori è 340. ma vogliamo che vagliono 340. però habbiamo 340. eguale à 340. dalla quale Equatione non potiamo venire in cognitione del valore della coſa; però queſta ſorte di poſitione appare eſſere inutile; Perilche ſi hà da notare che in ſimili occorrenze ſi può ponere il valore della coſa eſſere vn numero à beneplacito, ma conueniente; cioe che non ſia troppo grãde, o troppo piccolo (il che ſi vedria poi dal calculo,) queſto ſtabilito; cioe hora poſto che d'vna delle tre ſorti poniamo della prima ſe ne pigli vn numero determinato, cercar poi quanto ſi deua pigliare di ciaſcuna dell'altre due ſorti; Hor ſia, che ſi dica de la prima ſorte volerne pigliare oncie 10. che valeranno Lire 20. & però ci reſtaranno da pigliare oncie 90. che douerannno valere Lir. 320. (cioe il reſtante fino Lir. 340.) Perilche hora ſi ſuggerà vn Queſito che dica, Di due ſorti d'argento, che vagliono Lir. 3. & Lir. 5. l'oncia ſi vogliono mettere inſieme oncie 90. che vagliono Lir. 320. ſi domanda quante oncie ſe ne pigliaranno di ciaſcuna ſorte; Cioe hora conuerrà Di 90. fare due parti che l'vna moltiplicata per 3. & l'altra per 5. & giunti inſieme i prodotti la ſomma ſia 320. Che però poſto l'vna parte eſſere 1. coſa, Et l'altra 90. meno 1. coſa, i dui prodotti faranno 3. coſe, Et 450. meno 2. coſe, che giunti inſieme fanno 450. meno 5. coſe, Et queſto hà da eſſere 320. però è eguale à 320. Cioe 130. è eguale à 2. coſe, Et però la coſa valeria 65. Onde l'vna parte che andaria moltiplicata per 3. faria 65. Et l'altra il reſto ſino à 90. cioe 25. che andaria moltiplicata per 5. Et i prodotti ſariano 195. & 125. che giunti inſieme fanno 320. come biſogna, Perilche diremo che pigiandone oncie 10. della prima ſorte, ſe ne pigliaranno oncie 65. della ſeconda, & oncie 25. della terza, Et ſe haueſſimo detto di pigliare oncie 55. (o più) della prima ſorte che valeriano Lir. 110 però reſtaria da pigliarne ſolo oncie 45. dell'altre due ſorti, & douerianno valere Lir. 230. Queſto ſaria impoſſibile, perche quando anco le oncie 45. ſi pighiaſſero tutte della terza ſorte che vale più dell'altra, eſſe oncie 45. della terza ſorte à Lir. 5. l'oncia non arriuariano à valere Lir. 230. poiche valeriano ſolo Lir. 225. Come anco ſi conoſceria adoprando l'Algebra, quale ci moſtraria eſſere impoſſibile diuidere 45. in due parti tali che l'vna moltiplicata per 3. & l'altra per 5. la ſomma de dui prodotti ſuſſe 230. (che l'vna poſta 1 coſa, Et l'altra 45. meno 1. coſa, i prodotti ſariano 3. coſe, & 225 meno 5. coſe cio, in ſomma 225. meno 2. coſe. Il che ſaria eguale à 230. & però 5. più 2. coſe ſaria eguale à niente, il che è impoſſibile, Quero ſe moltiplicaſſimo 45. meno 1. coſa per 3. Et 1. coſa per 5. i prodotti ſariano 135. meno 3. coſe, Et 5. coſe, che fanno in ſomma 135. più 2. coſe, Et queſto ſaria eguale à 230. Cioe 2. coſe eguale à 95. & però la coſa valeria 47 $\frac{1}{2}$. Onde le due parti ſariano 45. meno 47 $\frac{1}{2}$. Et 47 $\frac{1}{2}$. Cioe meno 2. $\frac{1}{2}$. Et 47 $\frac{1}{2}$. Il che non fa à propoſito, Se bene i prodotti loro che ſono meno 7 $\frac{1}{2}$. & 237 $\frac{1}{2}$. giunti inſieme fanno 230.) Perilche biſogna che il numero delle oncie della prima ſorte ſia manco di 55. Et pigliandone oncie 54. d'eſſa prima ſorte che importariano Lir. 108. reſtaria da diuidere 46 in due parti tali che l'vna moltiplicata per 3. & l'altra per 5. la ſomma de' prodotti ſuſſe 232. Il che è ancora impoſſibile, perche quando anco il totale 46 ſi moltiplicaſſe per il 5. maggiore che fa 230. que ſto non arriuaria al 232. Et ſe ne pigliaſſimo 50. d'eſſa prima ſorte, che valeriano Lir. 100. reſtaria da pigliarne oncie 50. dell'altre due ſorti, che douerianno valere Lir 240. Il che può ſtare, perche ſe eſſe oncie 50. fuſſero tutte della terza ſorte il ſuo valore ſaria Lir. 250. che ſupera le Lir. 240. & però ci reſta luogo per poterne pigliare della ſeconda

3	5
1. coſa	47. meno 1. coſa
3. coſe	235. meno 5. coſe

235. meno 2. coſe eguale à 234.
1. eguale à 2. coſe.
$\frac{1}{2}$. vale la coſa; però ſaranno
$\frac{1}{2}$. Et 46 $\frac{1}{2}$.
via 3. via 5.
1 $\frac{1}{2}$. 232 $\frac{1}{2}$.
la ſomma è 234.

Digitized by Google

seconda parte, pigliandone manco di 50. della terza, Cioe Perche di 50. si può farne due parti che l'vna moltiplicata per 3. & l'altra per 5. la somma de i dui prodotti sia 240.

Et se anco ne pigliassimo oncie 53. della prima sorte pure potria stare, perche restaria a fare di 47. due parti che l'vna moltiplicata per 3. & l'altra per 5. la somma de i dui prodotti fusse 234 & esse parti sariano $\frac{1}{2}$. della seconda sorte, Et 46 $\frac{1}{2}$. della terza. Et cosi hora potiamo pigliare della prima sorte, ogn'altro numero d'oncie minore del 53. che sempre il caso sarà possibile; perche il numero delle oncie che rimanerà per l'altre due sorti, sarà talmente grande, che preso tutto della terza sorte superaria il valore che deuono hauere, Et se fusse tutto della seconda sorte che vale solo Lir. 3. l'oncia, non sarà tanto grande che il valor d'esso non sia superato dal medesimo valore che deuono hauere (poiche hora il 340. valore principale supera 300. che saria il valore delle oncie 100. totali, quando bene fussero tutte della seconda sorte.

Et notifi che dicendo. Diuidasi 100. in tre parti tali, o trouinsi tre numeri la somma de' quali sia 100. tali, che il primo moltiplicato per 2. il secondo per 3. & il terzo per 5. & li tre prodotti gionti insieme faccino 340. auuertendo nondimeno che la prima parte, o numero che và moltiplicato per 2. sia maggiore che sia possibile; Noi per quello che habbiamo visto, sapendo già che egli deue essere fra 53. & 54. Se poneremo che sia 54. meno 1. cosa, Ouero 53. piu 1. cosa; Ci restarà à diuidere 47. meno 1. cosa, in due parti tali, che moltiplicata l'vna per 3. & l'altra per 5. la somma de i dui prodotti sia 234. meno 2. cose, Ma per farlo si trouarà prima la regola, Estrahendola da vn simile quesito in numeri rationali resoluto per Algebra; Sia dunque che si dica; Diuidasi (poniamo) 60. in in due parti che moltiplicate l'vna per 3. & l'altra per 5. la somma de i dui prodotti sia 200. (Et si può auertire che detta somma de' loro dui prodotti può essere fra 3. via 60. fa 180. Et 5. via 60. fa 300. Cioe fra 180. & 300.) Per soluere il quesito potremo ponere l'vna parte essere 1. cosa, Et però l'altra 60. meno 1. cosa, I dui prodotti saranno 3. cose, Et 300. meno 5. cose la somma de' quali sarà 300. meno 2. cose, ma vogliamo che sia 200 però questo 300 meno 2. cose sarà eguale à 200. Onde haueremo 100. eguale a 2. cose, Et perciò la cosa valerà 50. perilche 50. farà l'vna parte che và moltiplicata per 3. Et il resto; cioe 10. farà l'altra parte che và moltiplicata per 5. Et se nella positione si dicesse, la parte che và moltiplicata per 5. essere 1. cosa, Et quella che và moltiplicata per tre essere 60. meno 1. cosa, all'hora i dui prodotti sariano 5. cose, Et 180. meno 3. cose, Et perciò la somma loro saria 180. piu 2. cose quale deue essere eguale al 200. Onde haueremo 2. cose eguale a 20. perilche la cosa valerà 10. Et questo 10. farà la parte posto 1. cosa, che và moltiplicata per 5. Et il restante fino a 60. cioe 50. farà la parte che và molticata per 3. Et se nella positione haueßimo detto l'vna parte che và moltiplicata per 3. essere la mità del 60. & 1. cosa di piu cioe 30. piu 1. cosa, Et l'altra parte che và moltiplicata per 5. essere l'altra mità del 60. & la 1. cosa di manco; cioe 30. meno 1. cosa; all'hora i dui prodotti sariano 90. piu 3. cose, Et 150. meno 5. cose; la somma loro saria 240. meno 2. cose; Et questo saria eguale à 200. però 40. saria eguale a 2. cose; Onde la cosa valeria 20. però le due parti poste 30. piu 1. cosa, Et 30. meno 1. cosa sariano 30. piu 20. Et 30. meno 20. Cioe 50. & 10. (Et si vede che voleßosi la somma de i dui prodotti delle due parti del 60. essere 240. (che è il dutto di 30. mità del 60. via 4. mità della somma de i dui moltiplicanti 3. & 5.) all'hora ciascuna d'esse parti saria 30. mità del 60. perche poste pure essere 30. piu 1. cosa, Et 30. meno 1. cosa, i dui prodotti sariano 90. piu 3. cose, Et 150. meno 5. cose; Et perciò la somma loro saria 240. meno 2. cose, Il che saria eguale al 240. proposto, Onde accomodato il meno, & leuato quanto occorre da ciascuna parte, haueressimo 2. cose eguale a niente, & però la cosa valeria niente, perilche le parti poste 30. piu 1. cosa, Et 30. meno 1. cosa sariano 30 piu 0. Et 30. meno 0. Cioe 30. & 30. come s'è detto) Ma se haueßimo nella positione detto la parte che và moltiplicata per 5. essere 30. piu 1. cosa, Et la parte che và moltiplicata per 3. essere 30. meno 1. cosa; I dui prodotti sariano 150. piu 5. cose, Et 90. meno 3. cose; Et la somma loro 240. piu 2. cose, Il che saria eguale à 200. Onde haueressimo 40 piu 2. cose eguale à niente, Il che è impoßibile, Et questo ci fa accorti che la positione fatta non può conuenire; cioe che la parte da moltiplicare per 5. non può essere 30. & piu, ne che la parte che và moltiplicata per 3. non può essere 30. & meno, Et se poneßimo la parte che và moltiplicata per 5. essere 4 piu 1. cosa, Et però la parte da moltiplicarsi per 3. essere 56. meno 1. cosa, I dui prodotti sariano 20. piu 5. cose, Et 168. meno 3. cose, la somma loro saria 188. piu 2. cose, & però eguale à 200. Et cosi haueressimo 2. cose eguale à 12. Et la cosa valeria 6. Perilche le parti poste 4. piu 1. cosa, Et 56. meno 1. cosa sariano 4. piu 6. Et 56. meno 6. Cioe 10. Et 50. che moltiplicate per 5. & per 3. producono 50. Et 150. la somma de' quali è 200. come bisogna.

Ma noi deriuaremo la Regola dalle prime positioni doue vna parte si pone essere 1. cosa, Et l'altra il restante; cioe 60. meno 1. 4, Et si potrà dire, Data vna quantità A, da diuidere in due parti tali, che l'vna moltiplicata per B, & l'altra per C, la somma de' dui prodotti sia eguale alla

Digitized by Google

quantità proposta D, Per farlo. Moltiplichisi la quantità data A, per C, maggiore de i dui B, & C, & dal prodotto si cavi la quantità proposta D, & il restante si parta per la differenza che è da B, à C, che l'auenimento sarà la parte dell'A, quale và moltiplicata, per il B, minore de i dui moltiplicanti, & il resto dell'A, sarà l'altra parte che và moltiplicata per il C, maggiore, Quero si può dire. Moltiplichisi la quantità data A, per B, minore de i dui moltiplicanti, & il prodotto si cavi dalla quantità proposta B, & il restante si parta per la differenza de i dui moltiplicanti B, C, che l'auenimento sarà la parte dell'A, che và moltiplicata per C, maggiore, & il restante d'essa A, sarà l'altra parte che và moltiplicata per il B, minore.

A, 47. meno 1. cosa via 8. 3.	2	3	5
	53. $\dot{p}$. 1. ꝛ.	$\frac{1}{2}$. $\dot{m}$. 1 $\frac{1}{2}$. ꝛ.	46 $\frac{1}{2}$. $\dot{p}$. $\frac{1}{2}$. ꝛ. sôma 100.
Causi. 141. meno 3. cose da D, 234. meno 2. cose		106. $\dot{p}$. 2. ꝛ.	1 $\frac{1}{2}$. $\dot{m}$. 4 $\frac{1}{2}$. ꝛ. 232 $\frac{1}{2}$. $\dot{p}$. 2 $\frac{1}{2}$. ꝛ. sôma 340.
2. | resta 93. piu 1. cose			
l'vna parte. 46 $\frac{1}{2}$. piu $\frac{1}{2}$. cosa da moltiplicare per 5.			
prodotto 232 $\frac{1}{2}$. piu 2 $\frac{1}{2}$. cose l'altra parte $\frac{1}{2}$. meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa da moltiplicare per 3.			
prodotto. 1 $\frac{1}{2}$. meno 4 $\frac{1}{2}$. cose somma loro 234. meno 2. cose come bisogna.			

Hora seruendoci della Regola trouata; Essendo 47 meno 1. cosa, la quantità data A, da diuidere, il 3. & 5. li dui moltiplicanti B, & C, Et il 234. meno 2. cose, la quãtità D, proposta alla quale deue essere eguale la somma de i dui prodotti, noi per trouare le due parti cercate, Moltiplicaremo A, 47. meno 1. cosa via B, 3. minore de i dui moltiplicanti, & il prodotto 141. meno 3. cose caueremo da D, 234. meno 2. cose, & il restante 93. piu 1. cosa, partiremo per 2. differenza de i dui moltiplicanti B, & C, & ne viene 46 $\frac{1}{2}$. piu $\frac{1}{2}$. cosa, che è la parte da moltiplicare per C, 5. maggiore, Et il restante di A, cioe $\frac{1}{2}$. meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa, sarà la parte da moltiplicare per B, 3. minore, Onde hora habbiamo del 100. fatte 3. parti, & sono 53. piu 1. cosa, $\frac{1}{2}$. meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa, Et 46 $\frac{1}{2}$. piu $\frac{1}{2}$. cosa, quali moltiplicate la prima per 2. la seconda per 3. & la terza per 5. & gionti insieme i prodotti fanno in somma 340. Nondimeno da questo modo d'operare non potiamo venire in cognitione del valore della cosa; Cioe trouare quanto piu di 53. al piu possa essere la prima parte.

Potiamo bene conoscere che ella non può arriuare ne anco a 53 $\frac{1}{2}$. perche all'hora il 100. si verria solo a diuidere in due parti tali, che l'vna moltiplicata per 2. & l'altra per 5. la somma de' dui prodotti saria il 340. (come si troua con la Regola formata,) ma così non vi restaria cosa alcuna per quelli parte che s'hauesse da moltiplicare per 3. poiche ella verria ad'essere niente; Ma ponendo, che la prima parte sia qual si vogli numero, minore di questo 53 $\frac{1}{2}$. come sono 53 $\frac{3}{10}$ $\frac{3}{100}$ $\frac{3}{1000}$ $\frac{3}{10000}$. ò 53 $\frac{3}{10}$ $\frac{3}{100}$ $\frac{3}{1000}$ $\frac{3}{10000}$ $\frac{3}{100000}$ $\frac{3}{1000000}$. ò altro, all'hora vi restaria bene da formare altre due parti che vanno moltiplicate per 3. & per 5. Et si potriano trouare con la Regola data. Ma perche non è possibile di trouare qual sia il numero inferiore al 53 $\frac{1}{2}$. che più te gl'accosti; poiche le pigliassimo poniamo 53 $\frac{3}{10}$ $\frac{3}{100}$ $\frac{3}{1000}$. ancora fra questo rotto $\frac{3}{10}$ $\frac{3}{100}$ $\frac{3}{1000}$ $\frac{3}{10000}$. & $\frac{1}{2}$. possono capire infiniti numeri; di qui è che ben si può trouare che la prima parte non può arriuare à 53 $\frac{1}{2}$. ma nõ già stabilire il numero maggiore propinquissimo inferiore à questo 53 $\frac{1}{2}$. al quale essa prima parte possa arriuare; Et per ciò il Quesito che domandi il maggior numero al quale deua arriuare essa prima parte viene ad'essere impossibile, perche il 53 $\frac{1}{2}$. saria il minor numero alla quale ella non può arriuare (cioe ella non può arriuare ne a 90. ne a 80. ne a 60. & c. ne meno a 53 $\frac{1}{2}$.) & non è il maggiore alla quale ella possa arriuare, cioe ella può arriuare a 10. a 20. a 40. a 50. & c. ma non si replicaria, & al piu a 53. —— che questo rotto da aggiungere al 53. è indicibile, ò inesplicabile; Et così lo Studente auerta bene ad'esser cauto, a farsi esperto, & à saper parlare, & scriuere a proposito, conoscendo la forza de i quesiti, & de i numeri; Che tutti questi lunghi discorsi, & fatiche fo volontieri à fine di suo benificio, & ornamente, ad gloriam D E I æterni omnipotentis auctor, & largitor omnium bonorum.

Hora si può notare, che nel principio, quando mediante la positione della quantità (oltre la positione della cosa,) & valore d'essa trouando che della prima forse si pigliaua oncie 1. cosa della seconda

Diuidasi 100. in due parti tali, che l'vna moltiplicata per 2. & l'altra per 5. & i prodotti giunti insieme faccino 340.

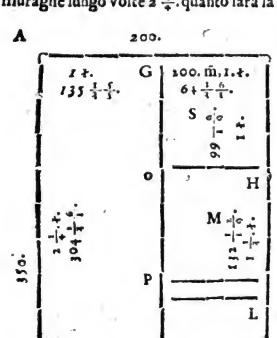
2	5
100	
	200. cauato da 340. resta 140. quale partito per 3. ne viene 46 $\frac{2}{3}$. & è la parte da moltiplicare per 5. però il restante 53 $\frac{1}{3}$. è la parte da moltiplicare per 2.

Digitized by Google

seconda 80. meno 1. cosa, Et della terza 20 piu $\frac{1}{2}$. cosa, Et calculando poi si disse che di qui non si poteua venire in cognitione del valore della cosa; Et che perciò questa sorte di posta se appareua essere inutile; si può notare dico, che se bene ella appare, o vogliamo dire ha apparenza di inutile, nondimeno considerandola vedremo che essa sola bastarà a fare il quesito, & ci mostrarà quanto occore, perche primamente douendo la seconda parte del 100. essere 80 meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa (quando la prima parte sia 1. cosa) vediamo che il valore d'1 $\frac{1}{2}$. cosa co. uiene che sia manco di 80. & perciò che 1. cosa sia manco di 53 $\frac{1}{2}$. (che se fusse 53 $\frac{1}{2}$. o piu; l'80. meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa, seria 80. meno 80. cioe niente, Ouero 80. meno piu di 80. che non può stare) Onde la prima parte, o sorte che hà da essere 1 cosa, conosciamo non potere arriuare a 53 $\frac{1}{2}$. ma douere essere manco di 53 $\frac{1}{2}$ a beneblacito; Di piu stabilito quanto sia il valore conueniente della cosa, & però quãto veggiamo, che sia la prima parte del 100. presa per 1. cosa, subito sapremo senz'altra nuoua positione, o Regola quanto deua essere ciascuna dell'altre due parti; perche sapendo, che quando la prima parte è 1. cosa, la seconda deue essere 80. meno 1 $\frac{1}{2}$. cosa, Et la terza 20. piu 1. cosa; si viene a sapere che la seconda è sempre 80. manco volte 1 $\frac{1}{2}$. la prima, Et che la terza è sempre 20. piu tanto, quanto è la mità della prima, Onde se poneremo che la prima sia 10, la seconda sarà 80. meno 15. cioe 65. Et la terza sarà 20. piu 5. cioe 25. Ma se vorremo che la prima sia 52. la seconda sarà 80. meno 78. Cioe 2. Et la terza 20. piu 26. cioe 46. Et se vorremo che la prima sia 1. la seconda sarà 80. meno 1 $\frac{1}{2}$. cioe 78 $\frac{1}{2}$. Et la terza 20. piu $\frac{1}{2}$. cioe 20 $\frac{1}{2}$. Et cosi dell'altre, Il che tutto è da auertire con diligenza.

Et notare quanto sia mirabile la Dottrina Algebratica, o Coffica, poiche essa mediante siamo venuti in cognitione di quanto intorno acciò si possa sapere.

ET per dare vn'esempio circa all'edificare, o simile. Sia vn sito quadrangolo di lati equidistanti lungo misure 350. & largo misure 200. il quale si vogli compartire in vna Sala, & alcune stanze in questo modo. Che la Sala habbi vn'angolo, o cantone dell'angolo A, del quadrangolo, & che il fianco d'essa verso B, (& sia l'A C,) sia per di fuori, cioe compresoui la grossezza delle sue muraglie lungo volte 2 $\frac{1}{2}$. quanto sarà la sua fronte verso D, (& sia l'A G.) & che dal G, fine della fronte de la Sala, tirata vna muraglia equidistante, & eguale alla A B, cioe che arriui fino alla B E, nel sito poi quadrangolare G E, si faccino tre stanze tirando le muraglie H O, L P, equidistanti alla D G, tali che il piano, o superficie della stanza M, di mezo, sia grande volte 1 $\frac{1}{8}$. quanto sarà la superficie della stanza S, (intendendo pure che in esse superficie s'inchiude quello che occupano le muraglie pertinenti alle stanze, che alle stanze estreme appartiene tutta la muraglia estrema, & alle medie appartengono le mità delle muraglie medie) ma volte 1 $\frac{1}{8}$. quanto la superficie della stanza N, Et che il restante sito quadrangolo C I, resti tale che la sua lunghezza B I, (intendendoui inserte le grossezze delle muraglie al B, & all'I,) sia tre volte tanto quanto la sua larghezza B C, (nella quale si intenda inserta la grossezza della muraglia B I, & la mità della grossezza della C R, che l'altra mità si intende appertenere alla Sala comprendendola nel suo fianco A C, cioe intendendosi il punto C, termine della Sala, & sito C I, nel mezo della grossezza della muraglia C R, o vogliamo dire supponendo per hora che esso compartimento si intenda douersi fare con simplici linee rette, formando poi le muraglie in che modo si vorrà) per far poi in esso sito C I, tre camere quadre, o quello che si determinarà) Si domanda, come starà esso sito dato A E, quando sarà compartito in questo modo, & quante misure sarà ciascuna linea in esso compartimento.



Per

Per venire alla ſolutione conſideraremo che il fianco, & la fronte della Sala hà d'hauer riſguardo ſolo a due coſe; cioe Che il fianco ſia volte a $\frac{1}{4}$. quanto la fronte, & che queſta fronte poi che deue eſſere eguale alla à lei equidiſtãte B I, lunghezza del quadrangolo C I, che rimane oltre alla ſola) ſia tripla alla B C, (che è larghezza di detto quadrangolo C I,) Che quãto poi al quadrangolo G E, che s'hà da compartire nelle tre ſtanze, ne il ſuo compartimento, ne la ſua lunghezza, o larghezza non fa effetto alcuno nella conſideratione della Sala, & ne meno nel quadrangolo C I, che ſolamente elle fra loro deuono hauere la conuenienza detta; Cominciando dunque di qui, andaremo inueſtigando quanto deua eſſere la fronte A G, della Sala; & il ſuo fianco A C, & poi la C B, larghezza del quadrangolo C I, Et ſenz'altra fatica ricorrendo alla Regola della coſa, potremo ponere ele la fronte A G, ſia 1. coſa; perilche il fianco A C, doue rà eſſere 2 $\frac{1}{4}$. coſe, Ma tutta la A B, è miſurine 350. ò vohliamo dire (trattando in aſtratto) è 350. però il reſtante C B, verrà ad eſſere 350. meno 2 $\frac{1}{4}$. coſe; al quale deue eſſere tripla la B I, quale è 1. coſa (per eſſere eguale alla à lei oppoſita A G, nel parallelogrammo A L,) però ſapremo che 1. coſa è tripla a 350. meno 2 $\frac{1}{4}$. coſe, Et conſequentemente che $\frac{1}{3}$. coſa è eguale a 350. meno 2 $\frac{1}{4}$. coſe: Et coſi eſſendo peruenuti alla equatione trouaremo che la coſa vale 135 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{11}$. Onde la AG poſta 1. coſa douerà eſſere 135 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{11}$. O vogliamo dire douerà eſſere miſure 135 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{11}$. Et il medeſimo ſarà la B I, & anco la C R, Et perche la A C, fu poſta 2 $\frac{1}{4}$. coſe, o vogliamo dire, perche deueſſere volte 2 $\frac{1}{4}$. quanto la A G, ella ſarà 304 $\frac{3}{4}$ $\frac{6}{11}$. perilche la C B, ſarà il reſtante fino a 350. cioe ſarà 45 $\frac{5}{11}$. alla quale la B I, 135 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{11}$. è ben tripla come ſi ricerca.

Eſpedita queſta parte attenderemo all'altra che è il compartire il Quadrangolo di lati equidiſtanti, o parallelogrammo G E, nelle tre ſtanze dette, Circa che, prima auertiremo che hauendo eſſe ſtanze tutte vna medeſima, o vogliamo dire eguali fronti; cioe eſſendo le rette G D, O H, P L, & I E, tutte eguali fra loro, ſi conoſce che le ſuperficie, o piani d'eſſe ſtanze, haueranno fra loro la conuenienza, o proportione iſteſſa che i loro fianchi, o vogliamo dire, che la *proportione* de fianchi ſarà eguale a quella delle ſuperficie, perilche dicendoſi che la ſuperficie della ſtanza M, hà da eſſere volte 1 $\frac{1}{6}$. quanto la ſuperficie della ſtanza S, ma volte 1 $\frac{1}{8}$. quanto la ſuperficie della ſtanza N, ſi viene a dire che il fianco H L, hà da eſſere volte 1 $\frac{1}{6}$. quanto il fianco H D, ma volte 1 $\frac{1}{8}$. quanto il fianco L E, Conuerrà dunque diuidere il total fianco D E, 350. in tre parti tali che la H L, ſia volte 1 $\frac{1}{6}$. quanto la H D, ma volte 1 $\frac{1}{8}$. quanto la L E, (ne in queſta diuiſione a noi importa ſapere quanto ſia la fronte D G, ouero H O, &c. (ſe bene cauando A G, trouata 135 $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{11}$. da A D, totale 200. perche reſta 64 $\frac{1}{4}$ $\frac{6}{11}$. ſi conoſce che eſſa D G, & ciaſcuna dell'altre rette a lei eguali ſone 64 $\frac{1}{4}$ $\frac{6}{11}$.) poiche ella non hà, o vogliamo dire ad eſſa non hà riſguardo alcuno il compartimento detto de' fianchi) Onde mediante pure la Regola della coſa, potremo ponere la D H, eſſere 1. coſa, che perciò le H L, ſarà 1 $\frac{1}{6}$. coſa, & la L E, ſarà 1 $\frac{1}{8}$. coſa (acciò la H L, ſia volte 1 $\frac{1}{6}$ quanto eſſa L E, quale 1 $\frac{5}{8}$. coſa, ſi troua partendo detta H L, 1 $\frac{1}{6}$ coſa, per l'1 $\frac{1}{8}$.) giunte hora inſieme queſte tre quantità fanno 3 $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{7}$. coſe, per la totale retta D E, ma ella è 350. però ſiamo peruenuti alla equatione, & habbiamo 3 $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{7}$. coſe eguale a 350. Onde la coſa valerà 99 $\frac{9}{11}$. & queſto ſarà la retta D H, poſta 1. coſa, però la H L, poſta 1 $\frac{1}{6}$. coſa ſarà volte 1 $\frac{1}{6}$ $\frac{9}{11}$. eſſo 99 $\frac{9}{11}$. cioe ſarà 132 $\frac{1}{1}$ $\frac{4}{6}$. Et la L E, poſta 1 $\frac{6}{7}$. coſa ſarà volte 1 $\frac{5}{8}$ $\frac{6}{7}$. il 99 $\frac{9}{11}$. cioe ſarà 117 $\frac{1}{1}$ $\frac{7}{6}$. Et coſi potremo intieramente riſpondere, che quanto alla Sala la fronte A G, douerà eſſere miſure 135 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{11}$. (reſtando la G D 64 $\frac{1}{4}$ $\frac{6}{11}$. che è numero comune alle fronti delle tre ſtanze da farſi,) & il fianco A C, ſarà miſure 304 $\frac{1}{4}$ $\frac{6}{11}$. (reſtando la C B, miſure 45 $\frac{5}{11}$. che è la larghezza del reſtante qua drangolo C I,) Et quanto alle tre ſtanze il fianco D H, della S, ſarà miſure 99 $\frac{9}{11}$. il fianco H L, della M, ſarà miſure 132 $\frac{1}{1}$ $\frac{4}{6}$. Et il fianco L E, della N, miſure 117 $\frac{1}{1}$ $\frac{7}{6}$.

Et notiſi che quando ſi voleſſe che i ſimplici vacui, o vuoti della Sala, ſtanze, & ſito C I, cioe il di dentro ſenza intenderui inſerto groſſezza di muraglia alcuna, ne interiore, ne eſteriore haueſſero le proportioni, o conuenienze dette, all'hora dal fianco A B, 350. ſi douerianno leuare le groſſezze delle muraglie A D, C R, & B E, che ſupponendo elle importare in tutto miſure 10. ci reſtaria 340. Et anco dalla fronte A D, ſi leuare le groſſezze delle muraglie A B G I, & D E, che ſupponendo anc'elle importare in tutte miſure 10. ci reſtaria 190. Et coſi in vece di pigliare 350. & 200. adoprare queſti 340. & 190. per trouare il vacuo della fronte, o l'arghezza della Sala (che è anco lunghezza

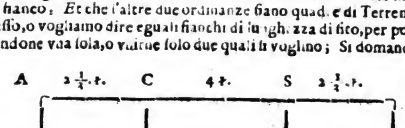
Digitized by Google

ghezza di dentro del quadrangolo C I, & il vacuo del a fronte delle tre ſtanze da farſi nel quadrangolo G E, Et anco per trouare il vacuo del fianco, o lunghezza di dentro della Sala, & il vacuo, o larghezza di dentro del reſtante ſito C I, Ma quanto poi alle tre ſtanze S, M, N, del fianco 350. ſi doueriano leuare le groſſezze delle muraglie D G H O L P, & E I, quali in tutto importando poniamo miſure 12. reſtariano 338. & queſto 338. poi ſi compartiria nel modo ſopradetto, & haueressimo i vacui verſo il fianco di ciaſcuna delle tre ſtanze.

Ma queſte cose, & queſiti ſono facilitſimi, che anco col giuditio naturale ſi ſolueriano, Et poſſono ſeruire a formare alloggiamenti Campali, & in altre occorenze.

Darò anco Vn Queſito che poſſa ſeruire nella Militia, & farò fine.

SI hanno 14000. Fanti da compartire in tre ordinanze quadrangolate tali, che in quella di mezo, o vogliamo dire nell'vna, il numero de' Fanti della fronte ſia quadruplo al numero de' Fanti del fianco; Et che l'altre due ordinanze ſiano quadrate di Terreno, ma che tutte tre habbino vn iſteſſo, o vogliamo dire eguali fianchi di lunghezza di ſito, per potere vnirle tutte tre inſieme formandone vna ſola, o vnirne ſolo due quali ſi vogliono; Si domanda, come doueranno eſſere.



Per riſoluere queſto queſito andaremo conſiderando che le ordinanze quadre di terreno ſi hanno tãti Fanti per fianco, quãti per fronte, perche ſe da ſpalla à ſpalla da vn Fante all'altro ſi dà piedi 3. Et da petto a petto, o da ſchiena à ſchiena piedi 7. cioe volte 2 1/4. tanto per fianco, quanto per fronte, & che perciò ſi imagini vn Fãte occupare vn quadrãgolo longo per fianco piedi 7. & largo per fronte piedi 3. che perciò importa piedi 21. ſuperficiali di ſito, vedremo che in eſſe ordinanze quadre di terreno il numero de' Fãti della fronte è ſempre volte 2. 1/4. quanto il numero de' Fanti del fianco; Onde ſe d'vn'ordinanza tale il fianco habbi poniamo Fanti 30. che importano per lungo piedi 210. ella haverà per fronte volte 2 1/4. il 30. cioe 70. Fanti, che importano anch'eſſi piedi 210. (che tanto fa 30. volte 7. piedi, quanto 70. volte 3. piedi.) Queſto inteſo, o ſtabilito, cioe che nelle ordinanze quadre di terreno, o di ſito, il numero delli Fanti della fronte è ſempre volte 2 1/4. quanto il numero de i Fanti del fianco, noi finto la ordinanza compoſta dalle tre da farſi occupare il ſito quadrangolare A B, la imagineremo diuiſa nelle tre; Cioe nella C D, media, qual le habbi il numero de' Fanti della fronte C S, quadruplo al numero de' Fanti del fianco S D. Et nella A T, quadrata di terreno; cioè che habbi il numero de i Fanti della fronte A C, volte 2 1/4. quanto ſarà il numero de' Fanti del fianco A L. Et anco nella S B, anch'ella quadra di terreno; cioe che pure habbi il numero de' Fanti della fronte S R, volte 2 1/4. quanto ſarà il numero de' Fanti del fianco R B. Et hora per trouare i numeri de i Fanti, ad'eſſe fronti, & fianchi conuenienti, noi ſeruendoci della Regola della coſa, poneremo che il numero de i Fanti del fianco comune ad'eſſe tre ordinanze ſia 1. coſa, che perciò

A R, 8 1/4. coſe
via A L. 1. coſa

produtto. 8 1/4. cenſi eguale a 14000
26. 42000
13 21000
Vale il cenſo . . 1615 7/13.
però radice 1615 7/13. cioe 40 1/13. & piu vale la coſa, ma diremo che importi Fanti 40.

Piedi 280. Fanti. 40.

93	160	93
3720. Fanti piedi ſuperficiali 78120.	6400. Fanti piedi ſuperficiali 134400.	3720. Fanti piedi ſuperficiali 78120.
93. Fanti piedi 279	160. Fanti piedi 480	93. Fanti piedi 279

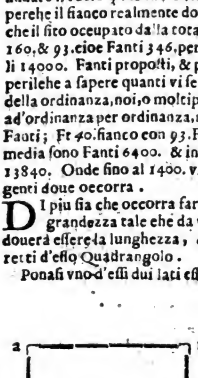
In tutte tre le ordinanze ſono Fanti 13840. però auanzano Fanti 160.

Digitized by Google

ciaſcuna delle quattro rette A L, C T, S D, & R B, ſarà 1. coſa ; Et perche la fronte C S, deue eſſere quadrupla al fianco C T, ella ſarà 4. coſe, Et perche del medeſmo fianco 1 coſa, deue eſſere dupla ſeſquiterza, cioe volte $2\frac{1}{3}$, tanto ciaſcuna delle due fronti A C, & S R, perciò ciaſcuna d'eſſe ſarà $2\frac{1}{3}$. coſe, Onde tutta la lunghezza A R, del quadrangolo A B, ſarà $8\frac{2}{3}$. coſe, eſſendo la larghezza A L, 1. coſa; cioe il numero de' Fanti della tota' fronte A R, ſarà $8\frac{2}{3}$. coſe, Et il numero de' Fanti del fianco A L, ſarà 1. coſa. Ma per trouare il numero de' Fanti contenuti in eſſa totale ordinanza conuien moltiplicare il numero della fronte via il numero del fianco ; cioe $8\frac{2}{3}$. coſe, via 1. coſa, & il prodotto; cioe hora $8\frac{2}{3}$. cenſi verrà ad'eſſere il numero de' Fanti contenuto in eſſa totale ordinanza A B, ma noi vogliamo che egli ſia 14000. però habbiamo $8\frac{2}{3}$. cenſi eguale a queſto 14000. Onde partendo il 14000. per $8\frac{2}{3}$. numero delli cenſi, che ne viene $1615\frac{5}{13}$. queſto ſarà il valore del cenſo; cioe d'1 cenſo ſolo; però la coſa, o 1. coſa, che è la radice quadrata d'1. cenſo (che 1. coſa, via 1. coſa fa 1. cenſo) valerà, o ſarà la radice di detto $1615\frac{5}{13}$. cioe $40\frac{3}{13}$. & alquanto piu, perilche il numero de i Fanti del fianco A L, o di qual ſi voglia de gl'altri C T, S D, R B, poſto eſſere 1. coſa, ſarà $40\frac{3}{13}$. & piu ; Ma perche i Fanti ſono quantità diſcreta; cioe hanno la verità indiuiſibile, & che perciò non ſi può dire $\frac{3}{13}$. o altro rotto di Fante ; laſſando eſſo rotto, & attendendo ſolo al 40. intiero, diremo che il fianco di ciaſcuna ordinanza hauerà 40. Fanti, Et hora facilmente trouaremo le fronti, che la C S, fronte dell'ordinanza media hauerà Fanti 160. cioe 4. volte quanto il fianeo 40. Et queſto 40. fianco detto preſo volte $2\frac{1}{3}$. che ſa $93\frac{1}{3}$. moſtrarà che il numero de' Fanti della fronte di ciaſcuna delle due ordinanze quadre di terreno ſarà de Fanti non $93\frac{1}{3}$. che non ſi può dire, ma di Fanti 93. Bene è vero che elle non ſaranno precise quadre di terreno, poiche li Fanti 40. del fianco occupano in lungo piedi 180. & li Fanti 93. della fronte occupano ſolo piedi 279. il che auuiene, perche qui ci conuiene laſſare andare il rotto $\frac{1}{3}$. nella fronte, qual rotto importa l'$\frac{1}{3}$. di 3. piedi; cioe importa 1. piede : Ancora perche il fianco realmente dou'ua eſſere $40\frac{3}{13}$. & piu, & non 40. come conuien ponerlo, ſi vede che il ſito occupato dalla tota'e ordinanza formata che haueràFanti 40. per fianco, & Fanti 93. 160, & 93. cioe Fanti 346. per fronte, non ſarà intieramente grande, come il ſito che occupariano li 14000. Fanti propoſti, & perciò in eſſa ordinanza formata non ſaranno tutti li 14000. Fanti, perilche a ſapere quanti vi ſe ne contengono realmente , & perciò quanti ne auanzariano fuori della ordinanza, noi, o moltipliearemo il fianco 40. con la total fronte 346. che fa 13840. Ouero ad'ordinanza per ordinanza, moltipliearemo 40. fianco per 160. fronte nella media che fa 6400. Fanti ; Et 40. fianco con 93. Fanti in ciaſcuna dell'altre due che fa 3720. & però diremo che nella media ſono Fanti 6400. & in ciaſcuna de l'altre due ſono Fanti 3720. Et però in tutto Fanti 13840. Onde ſino al 1400. vi auanzano Fanti 160. quali auanzi ſogliono poi accomodare i Sergenti doue occorra .

DI piu ſia che occorra fare vna Piazza, o Cortile Quadrangolo rettangolo di piedi 1680. di grandezza tale che da vn'angolo allo a lui contrapoſto ſiano piedi 58. Si domanda quanto douerà eſſere la lunghezza, & quanto la larghezza ; cioe i dui lati che formano vno de gl'angoli retti d'eſſo Quadrangolo .

Ponaſi vno d'eſſi dui lati eſſere 1. coſa, & perche a moltiplicare l'vn lato delli dui per l'altro ſe ne produce la grãdezza del rettãgolo che deue eſſere 1680. ſi vede che a partire queſta grãdezza per l'altro lato, l'auenimento dene eſſere l'altro lato, onde partendo 1680. per il lato poſto 1. 1, l'auenimento



	1. cenſo	1680. eſimo d'1. coſa	
	1. cenſo piu 2822400. eſimo d'1. cenſo eguale 3364.		
a	Cioe 1. cenſo cenſo p, 2822400 eguale a 3364 cenſi		
		1682	
		1682	
		282924	
		2822400	
		6724	
		8 2	
		1682	
	Il cenſo.	vale. 1764. però la 1. vale 42.	
	Ouero.	1600 Ouero 40.	
c			

Digitized by Google

mento 1680. esimo d'1. cosa sarà l'altro lato, Et perche i quadrati de i dui lati d'vn Triangolo rettangolo(quale sarà l'r a c, mità del Quadrangolo da farsi) giontì insieme compogono il quadrato del lato oppostoli, quale sarà il c r, diametro del quadrangolo da farsi posto douere essere 58.conuiene che al quadrato di questo 58.che è 3364.sia eguale la somma de dui quadrati de' lati detti,quali quadrati sono 1.censo, Et 2829124.esimo d'1.censo; però essa somma è eguale à 3364. Onde moltiplicando ciaseuna quantità per 1. censo denominatore del rotto,acciò si leui il rotto,& le quantità,o prodotti siano pure eguali fra loro haueremo 1.censo censo più 282400 eguale à 3364.censi, Onde in questa equatione di 1.censo censo, & numero eguale à censi(che è simile all'equatione di 1.censo,& numero eguale à cose) dal quadrato di 1682. mità del numero de' censi cauato 282240. numero della equatione che è con l'1.censo censo, & del restante 6724.presa la radice che è 82.questa si gionga,& cauì a 1682. mità detta del numero de' censi,che ciascuno de i dui resultanti 1764. Et 1600. sarà il va ore del censo; però il valore della cosa, che è radice del censo,sarà la radice di 1764. Et anco potrà essere la radice di 1600.cioe sarà 42.Et anco potrà essere 40.Onde vn lato posto 1. cosa sarà 42. Ouero sarà 40. Cioe delli dui lati vno sarà 42.& l'altro 40.

Sia ancora che si dica, Il Cartaro vuol fare vna sorte di earta, tale che ciaseun foglio sia lungo quanto è il decuplo della linea a c,o vogliamo dire sia 10. misure della lunghezza della mitura c,& tanto largo che andando lo piegando in mezo foglio,in quarto,in ottauo,in sestodecimo

a ——————— c & in trentadue esimo;cioe di mano in mano quanto si vogli, elle piegature ritenghino sempre precise la medesima forma,o similitudine fra loro,& con il foglio totale;Si domanda quanto douerà essere largo il foglio.

Per trouarlo, riecorrendo al solito all'Algebra, poneremo ch'egli sia largo misure 1.cosa essendo lungo le 10. misure dette,onde piegandolo in mezo foglio, la lunghezza del mezo foglio verrà ad essere 1.cosa (cioe la larghezza istessa del foglio intiero,) & la larghezza verrà ad essere 5. (cioe la mità del'a lunghezza del foglio intiero,) Onde tal conuenienza nel mezo foglio douerà hauere 1.cosa lunghezza a 5.larghezza, quale nel foglio intiero hà 10.lunghezza ad'1. cosa larghezza; Cioe Se 10.lunghezza de' foglio da 1.cosa sua larghezza,conuerrà che 1.cosa lunghezza del mezo foglio dia 5.sua larghezza; Ma se 10.da 1.cosa essa 1. cosa da $\frac{1}{10}$.censi (che 1.cosa seconda via 1.cosa terza delle tre quantità nella regola del Tre, fa 1.z, & questo prodotto partito per 10.prima d'esse tre quantità dette ne viene $\frac{1}{10}$.censi) perilche questo $\frac{1}{10}$.censi douerà essere la larghezza del mezo foglio, ma ella di necessità è 5. mità della larghezza del foglio totale;però conuiene che $\frac{1}{10}$.censi,sia eguale 5. Et così in questa Equatione 1.censo sarà eguale a 50. cioe partendo 5.per $\frac{1}{10}$.numero de' censi,ne viene 50.valore del censo,perilche la cosa,che è radice del censo,valerà la radice di 50. che in numeri importa quasi $7\frac{1}{4}$.cioe non arriua à $7\frac{1}{4}$. se ben passa $7\frac{1}{11}$.(che il quadrato di $7\frac{1}{11}$.è $59\frac{1}{196}$. & il quadrato di $7\frac{1}{14}$. è $49\frac{1}{196}$.Et si possono trouare molti numeri rationali, anzi quanti si vogli, che di continuo si approssimaranno più al vero incognito,o inesplicabile che non fanno li detti $7\frac{1}{4}$.& $7\frac{1}{11}$.nel modo massime mostrato nel mio particolar trattato della Radice quadra doue breuissimamente si mostra il trouare la rad. delli nume. & le approssimationi d'esse) diremo dunque che la larghezza del foglio douerà essere alquanto più di misure $7\frac{1}{11}$. ma non arriuare a $7\frac{1}{14}$. o vogliamo dire molto propinquamente,douerà essere misure $7\frac{7}{100}$. & alquanto più,che il quadrato di $7\frac{7}{100}$. e solo 49 $\frac{490000+1}{100000}$.che è minore di 50.in $\frac{1}{10000}$. ma pin prossimo saria 7 $\frac{71}{1000}$. perche il suo quadrato 49 $\frac{4900000+1}{1000000}$.è minore di 50. solo in $\frac{1}{10000000}$. che non arriua ad'$\frac{1}{1000}$.& anco più prossimo saria $7\frac{71}{1000}\frac{07}{000}$.che 7 $\frac{7107}{1000000}$. saria eccedente.

Per estraherne mò la Regola numerale, Vediamo che l'$\frac{1}{10}$.numero de' censi è sempre quello che nasce a partire la vnità per 10. numero della lunghezza del foglio totale,& il 5.(qual si parte per esso $\frac{1}{10}$.numero de censi)e sempre la mità d'esso 10. numero della lunghezza del foglio totale,che dell'auenimento 50.di questa partitione, la radice e la larghezza cercata;ma a partire 5. per $\frac{1}{10}$.e quanto a moltiplicare esso 5.per 10. Onde si può dire che il 50.auenimento deriua da moltiplicare 10.lunghezza del foglio totale via 5.sua mità;perilche si potrà dire.

Data la lunghezza del foglio ella si moltiplichi via la mità d'essa sua lunghezza,& del prodotto si pigli la radice, che ella sarà la larghezza; Ma a moltiplicare due quantità fra loro, & del prodotto pigliare la radice, e quanto fra esse due quantità truoare la media proportionale, però si può dire che la larghezza del foglio e sempre media proportionale fra la lunghezza, & la mità d'essa lunghezza, Onde quando la lunghezza sia 1.la larghezza sarà radice $\frac{1}{2}$. che è media proportionale fra 1. lunghezza, & $\frac{1}{2}$. sua mità qual radice $\frac{1}{2}$. si può dire essere propinquamente fra $\frac{7071}{10000000}$ & $\frac{7072}{10000000}$ ...

Et

Et in linea Data la a c, lunghenza del foglio, (o decima parte, o altra parte data della lunghezza) fra essa a c, & la sua mità a n, ouero n c, si troui la media proportionale r c, (cioe sopra la a c si formi vn semicircolo, & dalla sommità r, d'esso (che è quel punto r, al quale arriuasse la n r, perpendicolare al diametro a c, che si partisse dal punto n, centro del circolo) si tiri ad vno de gl'estremi del diametro poniamo al c, la r c,) che ella sarà la larghezza cercata (o similmente la decima parte, o altra parte data della larghezza) del foglio.

707108
707108
———
4956864
707108
4949756
4949756
———
500001023664
1414115
———
499999609449. quadrato di 707107.

Fig. 39.

IL Banchiero in Bologna ad'vn Gentilhuomo che gli porta Ongari 43. & Cecchini 14. hà dato Lir. 359. di moneta, Et poi al medesmo prezzo di Ongari 41. & Cecchini 38. gli diede Lire 505. di moneta; Si domanda per quanto gli cambiò l'Ongaro, & per quanto il Cecchino.

Pongasi che cambij l'ongaro per Lir. 1. cosa, cosi nel primo cambio li ongari 43. importaranno Lir. 43. cose, & però li cecchini 14. importaranno il resto fino alle Lir. 359. cioe importaranno Lire 359. meno 43. cose; quale partito per 14. numero delli cecchini, ne viene Lire 25 $\frac{9}{14}$. meno 3 $\frac{1}{14}$. cose, ilche sarà il valore del cecchino, & cosi sappiamo che quando l'ongaro vagli Lir. 1. cosa all'hora il cecchino valerà Lir. 25 $\frac{9}{14}$. meno 3 $\frac{1}{14}$. cose. A questo prezzo mò vedremo quanto importano li ongari 41. & cecchini 38. del secondo cambio; che li ongari 41. a Lir. 1. cosa, per ongaro importano Lir. 41. cosa, Et li cecchini 38. a Lir. 25 $\frac{9}{14}$. meno 3 $\frac{1}{14}$. cose per cecchino importano Lir. 974 $\frac{3}{7}$. m̃, 116. $\frac{5}{7}$. cose, che giunti insieme fanno Lir. 974 $\frac{3}{7}$. meno 75 $\frac{5}{7}$. cose, & questo deue essere il valore di ongari 41, & cecchini 38. ma egli è Lir. 505. però esse Lir. 974 $\frac{3}{7}$. m̃, 116 $\frac{5}{7}$. cose sono eguali a Lir. 505 che accomodato il meno, & leuato Lir. 505. da ciascuna parte haueremo 75 $\frac{5}{7}$. cose eguale a Lir 479 $\frac{3}{7}$. Onde partite Lir. 469 $\frac{3}{7}$. per 75 $\frac{5}{7}$. numero delle cose l'auenimẽto Lir. 6 $\frac{1}{5}$. sarà il valore della cosa, & però dell'ongaro; Hora che habbiamo noto l'ongaro valere Lir. 6. Sold. 4. facilmente trouaremo il valore del cecchino, o mediante il primo cambio, o mediante il secondo a nostro piacere che se vorremo valerci del primo diremo, li ongari 43. a Lir. 6 $\frac{1}{5}$. l'vno vagliono Lire 266 $\frac{3}{5}$. che cauate da Lir. 359. restano Lir. 92 $\frac{2}{5}$. per li 14. cecchini, Onde partendo Lir. 92 $\frac{2}{5}$. per 14. che ne viene Lir. 6 $\frac{3}{5}$. questo sarà il valore del cecchino. Che se ci vorremo seruire del secondo cambio, diremo similmente, li ongari 41. a Lir. 6 $\frac{1}{5}$. l'vno importano Lir. 254 $\frac{1}{5}$. che cauate da Lir. 505. restano Lir. 250 $\frac{4}{5}$. per li 38. cecchini, Onde partendo Lir. 250 $\frac{4}{5}$. per 38. che ne viene Lir. 6 $\frac{3}{5}$. questo sarà il valore del cecchino, come anco si trouò mediante il primo cambio, diremo dunque che l'ongaro si cambio per Lir. 6. Sold. 4. Et il cecchino per Lir. 6. Sold. 12.

Ongari 43. & Cecchini 14. vagliono Lir. 359.
Ongari 41. & Cecchini 38 vagliono Lir. 505.

Vaglia l'Ongaro Lir. 1. cosa, li 43. Ongari Lir. 43. cose
li 14. Ceccini valeranno Lir. 359. meno 43. cose
1. Cecchino valerà Lir. 25 $\frac{9}{14}$. meno 3 $\frac{1}{14}$. cose

Lir. 1. cosa, Lire 25 $\frac{9}{14}$. meno 3 $\frac{1}{14}$. cose
Ongari 41. Cecchini 38.

Lir. 41. cosa, 342
24 $\frac{3}{7}$.
950
———
Lir. 974 $\frac{3}{7}$. meno 116 $\frac{5}{7}$. cose
Lir. 41. cosa
———
Lir. 974 $\frac{3}{4}$. meno 75 $\frac{5}{7}$. cose eguale a Lir. 505.
Cioe 75 $\frac{5}{7}$. cose eguale a Lir. 469 $\frac{3}{7}$.
530 3286
Lir. 6 $\frac{106}{130}$.
la cosa vale Lir. 6 $\frac{1}{5}$. & però l'ongaro vale Lir. 6 $\frac{1}{5}$.
cioe Lir. 6. Sold. 4.

Voglio hora mostrare vn modo giudiciale da risoluere simili quesiti, quale se bene qui sarà di lunga operatione, farò volontieri la fatica, poiche il mio principale intento è che lo Studente si facci esperto. Dico dunque, che si può considerare, che se con Lire 359. si hãno ongari 43 & cecchini

Digitized by Google

chini 14. ne segue che con le seguēti Lir. 505. si haueriano ongari 60 $\frac{3}{4}\frac{7}{1}\frac{5}{0}$. & cecchini 19 $\frac{3}{5}\frac{+}{1}\frac{0}{0}$. ma si sono hauuti ong 41. & cecchini 38. però tāto importano ong. 60 $\frac{3}{4}\frac{7}{1}\frac{5}{0}$. & cecchini 19 $\frac{3}{5}\frac{+}{1}\frac{0}{0}$. quāto ong. 41. & cecchini 38. Onde da ciascuna bdāa leuādo la minor quātità di ong. & la minor quātità di cecchini; cioe ong 41. & cecchini 19 $\frac{3}{5}\frac{+}{1}\frac{0}{0}$. da vna banda restaranno ongari 19 $\frac{1}{4}\frac{7}{1}\frac{5}{0}$. & dall'altra cecchini 18 $\frac{1}{4}\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. perilche sapremo che tāto importano ongari 19 $\frac{1}{4}\frac{7}{1}\frac{5}{0}$. quanto cecchini 18 $\frac{1}{4}\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. & p schiuar rotto molti plicādo ciascun d'esse due quantità per 359. denominatore a loro comune, sapremo che ongari 6996. importano quanto cecchini 6572. Et sevorremo schifare, o abbreuiare per 4. diremo che ongari 1749. sono equiualenti a cecchini, 1643. Hora potremo ridurre li primi ongari 43. & cecchini 14. Ouero li secondi ongari 41 & cecchini 38. o tutti ad ongari, o tutti a cecchini, come pin ci piacerà; Et sia che ci piaccia ridurre li ongari 43. & cecchini 14. tutti a cecchini; cioe vedere ongari 43. & cecchini 14. quanti cecchini siano, che quanto alli cecchini 14. non occorre oltre, che già sono cecchini, ma solo nelli ongari 43. ridurli anc'essi a cecchini. perilche diremo, Se ongari 1749. sono cecchini 1643. li ongari 43. quanti cecchini saranno? & vedremo che saranno cecchini 40 $\frac{6}{1}\frac{8}{7}\frac{0}{4}\frac{0}{0}$. quali con li cecchini 14. fanno cecchini 54 $\frac{6}{1}\frac{8}{7}\frac{0}{4}\frac{0}{0}$. & questi importano quanto ongari 43. & cecchini 14. però importano Lir. 359 Onde partendo Lir. 359 per esso numero di cecchini, l'auenimento Lir. 6 $\frac{3}{5}$. sarà il valore del cecchino, mediante la notitia del quale trouaremo l'ongaro valere Lir. 6 $\frac{3}{5}$.

Lir. 359. | Ongari 43. Et Cecchini 14. (Lir. 505.

21715 7070

Ongari 60 $\frac{3}{4}\frac{7}{1}\frac{5}{0}$. Et Cecchini. 19 $\frac{3}{5}\frac{+}{1}\frac{0}{0}$.

Sono quanto Ongari 41. Et Cecchini 38

Però Ongari 19 $\frac{1}{4}\frac{7}{1}\frac{5}{0}$. quanto Cecchini 18 $\frac{1}{4}\frac{1}{1}\frac{0}{0}$.
Cioe Ongari 6996. quanto Cecchini 6572.
Cioe Ongari 1749. quanto cecchini, 1643. (che saranno ongari 43.

4929
6572
70649
40

Saranno Cecchini. 40 $\frac{6}{1}\frac{8}{7}\frac{0}{4}\frac{0}{0}$.
Cecchini 14.

Però Cecchini. 54 $\frac{6}{1}\frac{8}{7}\frac{0}{4}\frac{0}{0}$. sono Lir. 359

6996 15741
8745 8745
5147
95135 | 627891

Il Cecchino vale Lir. $6\frac{3}{5}$.
57081
19027

Ongari 43. hà cecchini 14. & Lir. 359. Che haverà ongari 41.

574 359
1436
Haueranno Cecchini. 13 $\frac{1}{4}\frac{5}{0}$.
14719

Lir. 342
181
99

Et Lir. 342 $\frac{1}{4}\frac{3}{0}$.

Potressimo anco operare con quest'altro modo giudiciale dicendo, Se ad ongari 43. si accompagnano cecchini 14. & il composto importa Lir. 359 Alli secondi ongari 41. quanti cecchini si douerianno accompagnare alla medesima ragione, o proportione, & quanto valeria poi il loro composto. Che se 43. hà (14. il 47. haverà (13 $\frac{1}{4}\frac{5}{0}$. Et se 43. hà Lire 359. il 41. haverà Lire 342 $\frac{1}{4}\frac{3}{0}$.

Digitized by Google

Ongari 41.& Cecchini 13 $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$.importano Lir.342 $\frac{2}{4}\frac{2}{3}$.
Ongari 41.& Cecchini 38. importano Lir.505.

Però Cecchini 24 $\frac{2}{4}\frac{8}{3}$. importano Lir.162 $\frac{2}{4}\frac{0}{3}$.
1160 6996

Il Cecchino importa. Lir. 6 $\frac{3}{4}$.

636
212

Et cosi sappiamo che ongari 41. & cecchini 13 $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$. importano Lir. 342 $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$. Ma sappiamo ancora che li ongari 41. con cecchini 38. importano Lire 505. Onde cecchini 24 $\frac{2}{4}\frac{8}{3}$. loro differenza importará Lir.162 $\frac{2}{4}\frac{0}{3}$. differenza delle loro valute, però partendo Lir. 162 $\frac{2}{4}\frac{0}{3}$. per 24 $\frac{2}{4}\frac{8}{3}$. l'auenimento Lire 6 $\frac{3}{4}$. sará il valore del cecchino.

Et dall'operatione Algebratica superiore in questo quesito estrahendone la Regola numerale si potrá dire.

Ongari 43. & Cecchini 14. Vagliono Lir. 359.
Ongari 41. & Cecchini 38. Vagliono Lir. 505.

A B C

D 1 $\frac{3}{8}$. via 14.

E Lir.13 $\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. via 14.

G,15 $\frac{2}{6}$. 43.

Lir. 186 $\frac{1}{4}$ 0. Lir. 359

I, 27 $\frac{1}{4}\frac{7}{0}$. 530

H, Lir. 172 $\frac{1}{4}\frac{8}{0}$. 3286

6

106

530

Il valore d'1. A,è O, Lir. 6 $\frac{1}{4}$.

Per taouare il valore dell'ongaro, o prima moneta nominata,& sia A, Presa, o la quantitá del primo cambio ,o quella del secondo a beneplacito, poniamo quella del secondo doue ongari 41.& cecchini 38.vagliono Lir.505. Partasi con il numero della seconda moneta B,cioe cō 38. numero delli cecchini d'essa seconda quāntitá il numero dell'A.41. & ne venga D, 1 $\frac{3}{8}$. & anco il nume. delle Lir.C, equialente d'essa seconda quantitá cioe Lir. 505.& ne vergā E, Lir. 13 $\frac{1}{4}\frac{1}{8}$.con il quale E,si moltiplichi il numero della seconda moneta dell'altra quantita; cioe 14. numero delli cecchini, & il prodotto F, si cauidal numero delle Lir. equiualente a detta prima quantitá;cioe da Lir.359.& resti H,Lir.172 $\frac{1}{4}\frac{8}{0}$. Ancora con l'auenimento D, 1 $\frac{3}{8}$.si moltiplichi il numero della seconda moneta dell'altra quantitá;cioe 14.numero detto delli cecchini,& il prodotto G,15 $\frac{2}{6}$.si caui dal numero della prima moneta di essa altra quantitá; cioe da 43.numero delli ongari,& con il restante I,27 $\frac{1}{4}\frac{7}{0}$. si parta H,Lir.172 $\frac{1}{4}\frac{8}{0}$. che l'auenimento O,Lir.6 $\frac{1}{4}$.sará il valore dell'ongaro, o prima moneta A,sopradetta ; mediante il quale facilmente si trouará il valore dell'altra moneta,o cecchino.

Er dicendosi, scudi 10.ducatoni 16. & cecchini 20. vagliono Lir.142. Et alli medesimi prezzi scudi 8.ducatoni 18.& cecchini 14.vagliono Lir.204. Si domanda quanto vale ciaſcuna di dette tre sorti di monete da se; Noi potremo cominciando dallo scudo (se cosi ci piaccia)ponere che lo scudo vagli Lir.1. cosa, Et perche ancora vi sono due altre sorti di monete si potrá ponere che l'vna di loro,& sia il ducatone,vagli 1.cosa di cosa,o vogliamo dire 1.quantitá (per conformarci con l'vso) onde adoprando vna delle due quantitá , o somme proposte, & sia la prima di scudi 10. ducatoni 16.& cecchini 20.vedremo che li scudi 10.a 1.cosa,per scudo vagliono 10.cose, Et li ducatoni 16.a 1.q.per ducatone vagliono 16.q.che con le 10.cose fanno 10.cose;piu 16.q.perilche li restanti cecchini 20.valeranno il resto fino a Lir.242. ilche è Lir.242.meno 10. cose meno 16.q. però 1.cecchino solo valerá Lir.12 $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. meno $\frac{1}{2}$.cosa meno $\frac{1}{2}$.q. Hora a questi prezzi vedremo quanto valeriano le monete della seconda somma;cioe scudi 8.ducatoni 18.& cecchini 14.Che li scudi 8.valeriano 8.cose,li ducatoni 18.valeriano 18.q.Et li cecchini 14. a Lir.12 $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. meno $\frac{1}{2}$. cosa,meno $\frac{1}{2}$.q.per cecchino valeriano Lir.169 $\frac{1}{2}$.meno 7.cose meno 11 $\frac{1}{2}$.q. che gionte insieme fanno Lir.169 $\frac{1}{2}$.piu 1.cosa piu $\frac{1}{2}$.q.& questo deue esſere Lir.204.però siamo peruenuti all'equatione, ma in esſe principalmente conuien trouare il valore della quantitá,o cosa di cosa; perilche da ciaſcuna banda si cauará Lir.169 $\frac{1}{2}$.piu 1.cosa;accioche le 6 $\frac{1}{2}$.q.restino da se, & cosi haueremo 6 $\frac{1}{2}$.q.eguale a Lir.34 $\frac{1}{2}$.meno 1.cosa;Et partito per 6 $\frac{1}{2}$.numero delle q. si haueră 1.q.eguale a Lir.5 $\frac{3}{4}\frac{3}{4}$.meno $\frac{1}{4}\frac{1}{4}$.cose;cioe la q.valerá Lir.5 $\frac{3}{4}\frac{3}{4}$.meno $\frac{1}{4}\frac{1}{4}$.cose, Onde ponendo lo scudo valere 1.cosa,si douerá ponere il ducatone Lir.5 $\frac{3}{4}\frac{3}{4}$. meno $\frac{1}{4}\frac{1}{4}$.cose, perilche nella prima somma li scudi 10.valeranno 10.cose, Et li ducatoni 16.valeranno Lir.81 $\frac{1}{1}\frac{7}{7}$.meno 2 $\frac{1}{4}\frac{7}{7}$.cose;

cioe

Digitized by Google

cioe in tutto Lir.81 $\frac{7}{17}$.piu 7 $\frac{1}{17}$.cose, Onde il restante fino a Lir.242. che è Lir.160 $\frac{16}{17}$.meno 7 $\frac{1}{17}$.cose sarà il valore delli 20.cecchini,però il cecchino valerà Lir.8 $\frac{1}{17}$.meno $\frac{1}{17}$.cose, Ma a questi prezzi, valutando le monete della seconda somma che sono scudi 8. ducatoni 18. & cecchini 14.elle valeranno 8 cose Lir.91 $\frac{1}{17}$.meno 2 $\frac{1}{17}$.cose,Et Lir.112 $\frac{7}{17}$.meno 5 $\frac{6}{17}$.cose, che gionte insieme esse valute fanno Lire 204. valore noto loro ; perilche non si perviene ad Equatione alcuna della quale si possa venire in cognitione del valore della cosa ; Si vede bene che vagli lo scudo,o la cosa quanto si vogli,il ducatone deue valere Lir.5 $\frac{3}{17}$.meno $\frac{3}{17}$.cose ; cioe Lir.5 $\frac{3}{17}$.manco $\frac{3}{17}$.di scudo (che perciò se bene hò detto vagli lo scudo quanto si vogli si deue intendere,che li suoi $\frac{3}{17}$.non arriuino a Lir.5 $\frac{3}{17}$.accioche Lir.5 $\frac{3}{17}$.meno $\frac{3}{17}$.di scudo sia qualche cosa,)Et il cecchino deue valere Lir.8 $\frac{1}{17}$.meno $\frac{1}{17}$.cose; cioe Lir.8 $\frac{1}{17}$.manco $\frac{1}{17}$.di scudo(che perciò conuiene che li $\frac{1}{17}$.di scudo siano manco di Lir.8 $\frac{1}{17}$.accioche il cecchino possa valere qualche cosa) Et così si conosce che il quesito può hauere quante risposte si vuole,& che a trouare veramente il valore determinato di ciascuna d'esse tre sorti di monete nō basta la cognitione data delle Lir.242 valuta delle prime, Et Lir. 204.valuta delle seconde; Che potressimo fingere , o dire che lo scudo valesse poniamo Lir. 3. & però il ducatone che sappiamo douer valere 0i necessità Lir.5 $\frac{3}{17}$.manco $\frac{5}{17}$.di scudo,valeria Lir.$\frac{3}{17}$.manco Lir.$\frac{1}{17}$.cioe Lir.4 $\frac{1}{17}$.Et il cecchino che sappiamo douer valere Lir.8 $\frac{1}{17}$.manco $\frac{1}{17}$.di scudo valeria Lire 8 $\frac{3}{17}$.manco Lir. $\frac{3}{17}$.cioe 6 $\frac{1}{17}$.Onde li primi scudi 10.ducatoni 16. & cecchini 20.valeriano Lir.30.Lir.64 $\frac{1}{17}$.& Lir.120 $\frac{10}{17}$.cioe Li.30.Lir 74 $\frac{6}{17}$.Et Lir.137 $\frac{1}{17}$.che fanno bene in tutto Lir.242. come bisogna .

Et li secondi scudi 8. ducatoni 18. & cecchini 14 valeriano Lir.24. Lir.72 $\frac{1}{17}$.& Lir.84 $\frac{10}{17}$.cioe Lir.24.Lir.83 $\frac{1}{17}$.& Lir.96 $\frac{6}{17}$.che ben fanno in tutto Lir.204. come bisogna;Et se hauessimo finto lo scudo valere Lir.5.il ducatone doueria valere Lir.5 $\frac{3}{17}$.manco Lir.$\frac{3}{17}$.cioe Lir.4 $\frac{16}{17}$.& il cecchino Lir.8 $\frac{1}{17}$.manco Lir.$\frac{6}{17}$.cioe Lir.6 $\frac{1}{17}$.Onde li primi scudi 10 ducatoni 16 & cecchini 20.valeriano Lir.30.Lir.64 $\frac{8}{17}$.& Lir.120 $\frac{0}{17}$.Cioe Lir.30. Lir.69 $\frac{1}{17}$.& Lir.122 $\frac{6}{17}$.che fanno in tutto Lir.242. come bisogna; Et li secondi scudi 8.ducatoni 18. & cecchini 14.valeriano Lir.40 Lir.72 $\frac{1}{17}$.& Lire 84 $\frac{8}{17}$. cioe Lir.40 Lir.78 $\frac{8}{17}$.& Lir.85 $\frac{1}{17}$. che fanno in tutto Lir. 204. come si ricerca.

Del che si auertisce lo Studente; acciò sia accorto nelle occorrenze . Bene è vero che dato il valore d'vna delle sopradette dne quantità,o sommc,poniamo della prima che è scudi 10.ducatoni 16 & cecchini 20.che fa Lir.242.Se poi al medesmo prezzo sapremo,il valore non di tre altre sorti di monete simili,ma di due sole d'esse quali si voglino,poniamo di scudi 7.& ducatoni 12.dicendo che vaglino Lir.8 3. a gl'istessi prezzi de i primi, noi hora potremo trouare il valore di ciascuna delle tre forti di monete nel modo sopradetto, perche potremo peruenire alla Equatione , & trouare il valore della cosa , Che con li scudi 10.ducatoni 16. & cecchini 20.hauendo trouato che quando lo scudo vagli 1.cosa,all'hora il ducatone vale Lire 5 $\frac{3}{17}$.meno $\frac{3}{17}$.cose, Et il cecchino Lir.8 $\frac{1}{17}$.meno $\frac{1}{17}$.cose; hora ad esso prezzo valutaremo li secondi scudi 7. & ducatoni 12.che valeranno 7.cose,Et Lir.60 $\frac{3}{17}$.meno $\frac{6}{17}$.cose che fanno in tutto Lir.61 $\frac{1}{17}$. piu 5 $\frac{7}{17}$ cose,& questo è eguale alle Lir.81.che vagliono realmente detti scudi 7.& ducatoni 12. perilche siamo peruenuti all'equatione, & cauato Lir. 61 $\frac{1}{17}$. da ciascuna banda haueremo 5 $\frac{7}{17}$. cose eguale a Lir.20 $\frac{1}{17}$. Onde la cosa, valerà Lir.4. & questo sarà il valore dello scudo che si pose essere 1.cosa;Il ducatone che deue valere Lir.5 $\frac{3}{17}$. meno $\frac{3}{17}$.cose; cioe Lir.5 $\frac{3}{17}$.manco $\frac{3}{17}$. di scudo valerà Lir.5 $\frac{3}{17}$.manco Lir.$\frac{3}{17}$.cioe Lir. 4 $\frac{1}{17}$. Et il cecchino che deue valere Lir.8 $\frac{1}{17}$ meno $\frac{1}{17}$.cose; cioe Lir.8 $\frac{1}{17}$.manco Lir.$\frac{1}{17}$.valerà Lir.6 $\frac{1}{17}$. Et così habbiamo trouato il vero valore di ciaicuna delle tre forti dette di monete.

SI hà vna Tazza d'oro che pesa oncie 31 $\frac{1}{17}$.& si dubita che non vi sia interposta qualche quantità d'argento, & perciò si cerca modo da chiarirsene; Noi potremo in ciò seruirci dell'Algebra,hauendo prima cognitione della connenienza che sia fra l'oro, & l'argento circa alla grauità & quanto è la grandezza della Tazza ; Hor sia che vn quadretto d'oro pesi oncie 8. Et che vn quadretto dell'istessa grandenza d'argento pesi oncie 7.Et che la Tazza sia grande 4.di questi quadretti ; Ma perche è difficilissimo trouare la grandezza d'vna Tazza,o corpi simili con modi Geometrici ordinarij,ci seruiremo del giudicio,come fece Archimede nell'occasione di conoscere se la Corona di Nerone era d'oro fino,o se vi era mista parte alcuna d'argento; Onde hauendo vn Vaso quadro,o quadrangolo regolare,acciò si sappia facilmente la superficie della base(di tal grandezza che possa chiudere in se la Tazza, (o altro corpo di che forma si vogli,) & si potrà fare diligētemēte di lūghezza,& larghezza di quāte misure si voglino,poniamo di 10.mis.p lato, o 10.misu. per vn lato,& 9.o 8.o altro num. per l'altro) che essendo 10.per lato la superficie della base,o fondo sarà 100.mis. o quadretti superficiali d'vna misura per lato;Et ancora nell'altezza,

comin-

Digitized by Google

cominciando dal fondo si vadano con diligenza segnando i numeri delle misure d'essa altezza per ordine, poi postoui dentro acqua (o altra cosa liquida) fino ad vna determinata altezza di numero di misure, tale che quando vi sia posta la Tazza (o altro corpo) ella sia del tutto coperta dall'acqua, & che anco per maggior sicurezza di diligente operatione, la superi; sia che l'acqua sola arriui all'altezza di misure 12. & postoui poi la Tazza (o altro corpo) occorra che alzandosi l'acqua ella arriui all'altezza di misure 15. che cosi alzandosi l'acqua misure 3. la Tazza verrà ad essere tanto grande quanto importa il corpo quadrangolo che sia alto esse misure 3. & habbi di superficie le misure 100. dette che perciò importarà 3. volte 100. cioe 300. misure cubiche, o corporee, cioe 300. da detti cubi, lunghi, larghi, & alti vna misura, o vogliamo dire che sia 1. per ciascun lato, onde si conoscerà la Tazza posta nell'acqua essere grande misure 300. Ancora preso vn pezzo d'oro fino, & posto nell'acqua vedremo nel medesmo modo quanto sia grande, & lo pesaremo, & sia che egli si troui essere grande misure 100. & peſi oncie 12. Et postoui vn pezzo d'argento fino sia che trouandosi grande misure 200. egli peſi oncie 21. che se fusse oro pesaria oncie 24. perche è doppio di grandezza al pezzo d'oro detto, onde cosi conosciamo che la proportione della grauità dell'oro alla grauità dell'argento saria come da 24. a 21. cioe come da 8. a 7. (secondo però questo finto soppoſto, che qui batta a mostrare il modo d'operare;) Et quando si hauesse vna Statua, o altra cosa che non si volesse bagnare, all'hora in vece d'acqua, in vn Vaso, o Cassa grande a propoſito si potria adoprare grano, miglio, o altra simil cosa spiantando la bene, & quando vi sia messa la Statua, & quādo ella non vi sia, per conoscere con diligenza quanto si alzi il grano, o miglio in esso Vaso, o Cassa per causa della Statua, & di li deriuarne la sua grandezza corporea al modo detto. Et perche forsi più facilmente si può oſſeruare con diligenza il peso delle cose che la misura, o grandezza loro, noi potremo circa alla Tazza porla in vn Vaso (ne importaria di che forma, o pulitezza egli si fusse, che non si hà da cereare la grandezza del suo vacuo Geometricamente,) & impirlo d'acqua finche ella disopra, o da vn buco piccolo forato in qualche parte d'esso (in tal luogo però che la Tazza stia tutta sotto l'acqua) versando disopra redi pieno preciſo, o tutto, o fino ad esso buco; & cauatone poi la Tazza, & anco l'acqua da se del Vaso pesare essa acqua diligentemente con stadiera, o bilancie, & sia trouata libre 2. & oncie 8. (si potria anco hauer prima pesato il Vaso vuoto, & sia libre 9. & oncie 7. Et poi pesarlo con l'acqua detta, & sia libre 12. & oncie 3. che la differenza; cioe libre 2. & oncie 8. verrà ad essere il peso dell'acqua.) Et hauendo di già fatto esperimento di quanto peso sia l'acqua della istessa forte contenuta in vn vacuo di misura nota, poniamo che si troui l'acqua di grandezza *di misure* 1000. cubiche essere libre 20. che perciò di misure 50. importaria libre 1. di qui mò potremo sapere la grandezza del vacuo del Vaso doue si pose la Tazza, o di tutto, o fino al buco detto; che riempito d'acqua, o tutto, o fino al buco detto al modo preciſe che staua quando vi era la Tazza, & pesate a al modo detto, (& si può serrare il buco pesandola cō il Vaso, acciò nel pesarli ella non esca) se ella pesarà libre $3\frac{1}{2}$. sapremo che il vacuo che hà tenuto, ò occupato l'acqua à misure 50. per libra douerà essere misure cubiche 175. delle dette, & perche l'acqua che era nel Vaso coprendo la Tazza fu libr. 2. & oncie 8. Si vede che la Tazza occupò il resto fino a libre $3\frac{1}{2}$. che sono oncie 10. & però importano misure cubiche $41\frac{2}{3}$. Et cosi habbiamo trouato la Tazza essere di grandezza misure cubiche $41\frac{2}{3}$. Ancora preso vn pezzo (o più pezzi) d'oro fino di peso poniamo d'oncie 18. & postolo nel Vaso detto, trouaremo la sua grādezza come s'è fatto nella Tazza, & sia misure cubiche $23\frac{7}{16}$. Et di più preso dell'argento fino di peso, poniamo d'oncie 20. & posto lo nel Vaso istesso per trouarne similmente la grādezza sia ch'ella si conosca essere misure cubiche $29\frac{1}{2}\frac{6}{11}$. Et perche altro tanto oro, cioe misure cubiche $29\frac{1}{2}\frac{6}{11}$. d'oro pesaria oncie $22\frac{6}{7}$. (poiche le misure $23\frac{7}{16}$. d'oro pesano oncie 18.) vediamo che la proportione dell'oro all'argento quanto alla grandezza è come da oncie $22\frac{6}{7}$. ad oncie 20. cioe (ridotto a intieri moltiplicando per 7.) come da 160. a 140. o come da 8. a 7. che è quello che si doueua sapere, insieme con il peso, & grandezza della Tazza, che il peso si è detto essere oncie $31\frac{3}{4}$. & la grandezza misure cubiche $41\frac{2}{3}$. Ma per hora stando nel primo soppoſto

misure, $23\frac{7}{16}$. d'Oro | pesano oncie 18. | le misure $29\frac{1}{2}\frac{6}{11}$. che pesaranno,

1 3 2 6 5 25

$\frac{7}{16}$. $\frac{18}{1}$. $\frac{6}{11}$. $\frac{5}{2}$.

si riduce a

$\frac{1}{16}$. $\frac{1}{1}$. $\frac{5}{1}$.

160

Cioe 16. via 2. via 5. che fa 160. da partire per 7. via 1. via 1. che fa 7. & ne viene $22\frac{6}{7}$.

pesarāno onc. $22\frac{6}{7}$.

Digitized by Google

sito sopradetto; cioe che vn quadretto d'oro pesi oneie 8. & vn quadretto a lui eguale d'argento pesi oneie 7 & che la Tazza che è di grandezza 4. quadretti pesi onecie 31 $\frac{1}{2}$. vediamo che acciò ella fusse d'oro fino conuerria che pesasse 4. volte oneie 8. cioe oneie 32. ma pesa solo oneie 31 $\frac{1}{2}$. cioe maneo di oneie 32. però è chiaro che non è oro fino, ma vi è mescolato metallo che pesa manco dell'oro qual metallo si dice essere argento, (Et se la Tazza fusse tutta d'argento fino, ella essendo grande 4. quadretti pesaria solo oncie 28. che è maneo di oncie 31 $\frac{1}{2}$.) Per trouar mò diffintamente quanto oro, & quanto argento vi sia, poneremo che delli 4. quadretti che ella è, vi siano quadretti 1. cosa d'oro; però il restante 4. meno 1. cosa saria argento, che l'oro a oncie 8. per quadretto, & l'argento a oncie 7. per quadretto pesariano oncie 4. cose, Et oncie 28. meno 7 cose, & però in tutto la Tazza pesaria oncie 28. più 1. cosa, ma ella pesa oncie 31 $\frac{1}{2}$. però 28. più 1. cosa è eguale a 31 $\frac{1}{2}$. cioe 1. cosa eguale a 31 $\frac{1}{2}$. 28. però la cosa vale 3 $\frac{1}{2}$. Onde l'oro fino della Tazza che fu posto essere quadretti 1. sarà quadr. 3 $\frac{1}{2}$. & il resto fino a 4. cioe quadretti $\frac{1}{2}$. sarà l'arg. Et ben si vede che quadretti 3 $\frac{1}{2}$. d'oro a one. 8. per quadretto pesano one. 30. Et quadretti $\frac{1}{2}$. d'argento a onc. 7. per quadretto pesa oncie 1 $\frac{1}{2}$. che con le oneie 30. fa à punto le oneie 31 $\frac{1}{2}$. che pesa la Tazza; Et così si conosce che delle 16. parti della Tazza 15. sono d'oro, & 1. d'argento.

Per deriuarne la Regola numerale vediamo che il 28. che si caua da 31 $\frac{1}{2}$. peso della Tazza è il ciurto di 4. misure grandezza della Tazza, via 7. peso del quadretto dei metallo piu leggiero, & il 3 $\frac{1}{2}$. che rimane si parte per quell'1. numero di cosa, che resta a cauare 7. cose da 8. cioe, che il 7. è il peso del quadretto dell'argento più leggiero, & l'8. è il peso del quadretto dell'oro più graue, & l'auenimento 3 $\frac{1}{2}$. è il numero de' quadretti del metallo più graue; cioe dell'oro, & il resto fino a 4 cioe $\frac{1}{2}$. è il numero de' quadretti del metallo piu leggiero; cioe dell'argento. Ma si può anco dire per trouare che parte d'oro, & che parte d'argento è nella Tazza; Sapendo che tanto oro quanto è essa Tazza pesaria oncie 32. & tanto argento oneie 28. ponasi che in essa sia 1. cosa d'oro; però l'argento saria il resto cioe 1. meno 1. cosa, che quello moltiplicato per 32. & questo per 28. se ne produce 32. cose, & 28. meno 28. cose, che in somma fanno 4. cose più 28. che veria ad essere il peso della Tazza, ma egli a 31 $\frac{1}{2}$. però 4. cose più 28. sono eguali a 31 $\frac{1}{2}$. cioe 4. cose eguali a 3 $\frac{1}{2}$. però la cosa vale $\frac{1}{8}$. onde la parte dell'oro che fu posta essere 1. cosa sarà $\frac{1}{8}$. & il resto cioe $\frac{7}{8}$. (della grandezza però) sarà la quantità dell'argento; Che quanto al peso. Se la Tazza tutta; cioe il $\frac{6}{6}$. fusse oro, già sappiamo che pesaria oncie 32. però il $\frac{1}{8}$. sono oncie 30. che vi è d'oro, Et il resto cioe oneie 1 $\frac{1}{2}$. è l'argento; Et ben si vede ehe l'$\frac{1}{8}$. di oncie 28 che pesaria la Tazza se fusse tutto argento è oneie 1 $\frac{1}{2}$. come si dice.

Per Regola dunque in simili casi si potrà dire.

DAto vn misto di dui metalli, la proportione delle grauezze loro, & la grandezza, & peso del misto, per trouare diffintamente quanto vi sia dell'vn metallo, & quanto dell'altro; Vedasi quanto pesaria la grandezza del misto A, se fusse tutto del metallo piu leggiero B, & anco se fusse del più graue C. & cauato B, da A, il resto si parta per la differenza di B, al C, che l'auenimento sarà la parte del misto che è del metallo più graue, essendo il resto del piu leggiero.

Scusimmi di gratia gl'ingegni eleuati à i quali poche parole bastano per farli intendere le cose, che io desiderando che anco gli mediocri possino hauerne piena intelligenza sono astretto ancor che con mia stracca fatica a dichiarare diffusamente quanto si propone.

Et dicendosi Vn Vaso è composto di 3. sorti di metalli; cioe oro, argento, & misto, & pesa oneie 56. essendo grande misure, o corpetti 9. trouato con il modo detto disopra; & sappiamo che vn solo corpetto cubo d'oro pesa oncie 8. ma d'argento pesa oneie 7. & di misto pesa oneie 3. si domanda che parte di ciascun metallo vi è dentro; Noi esperimentando quello che ci possa mostrare l'Algebra in questo caso, potremo ponere che delli 9. corpetti cubi, o grandezza del Vaso; l'oro sia 1. cosa, l'argento 1. quantità, & il misto il resto; cioe 9. meno 1. cosa meno 1. q che però li pesi loro saranno 8. cose, 7. q. Et 27. meno 3. cose meno 3. q. che gionti insieme fanno 5. cose più 4. q. più 27. Et questa deue essere il peso del Vaso; cioe oneie 56. perilche è eguale à 56. cioe 5. cose più 4. q. sono eguali à 29. Et lassando le q. da se haueremo 4. q. eguali a 29. meno 5. cose; però la quantità valerà 7 $\frac{1}{4}$. meno 1 $\frac{1}{4}$. cosa, Onde di nuouo posto che l'oro del vaso fia 1. cosa l'argento sarà 7 $\frac{1}{4}$. meno 1 $\frac{1}{4}$. cosa, Et il misto il resto fino à 9. cioe 1 $\frac{3}{4}$. più $\frac{1}{4}$. cosa, quali tre metalli moltiplicati per 8. 7. & 3. producono per loro pesi 8. cose, 50 $\frac{1}{4}$. meno 8 $\frac{1}{4}$. cose; Et 5 $\frac{1}{4}$. più $\frac{3}{4}$. cose, che gionti insieme fanno a punto 56. per il peso del Vaso, come veramente è, ma perciò non si peruenendo ad equatione alcuna non potiamo trouare quanto sia l'oro, l'argento, & il misto del Vaso separatamente; l'Algebra nondimeno ci fa conoscere che l'argento è 7 $\frac{1}{4}$. meno 1 $\frac{1}{4}$. cosa, quando l'oro sia 1 cosa; cioe che l'argẽto è misure 7 $\frac{1}{4}$. maeo volte 1 $\frac{1}{4}$. le misure dell'oro; cioe se le misure dell'oro fussero 4. quelle dell'argento sariano 7 $\frac{1}{4}$. meno 5. cioe 2 $\frac{3}{4}$. Et quelle del misto sariano 1 $\frac{3}{4}$. più $\frac{1}{4}$. cosa; cioe 1 $\frac{3}{4}$. più 1. che è 2 $\frac{3}{4}$. quali misure 4. 2 $\frac{1}{4}$. & 2 $\frac{3}{4}$. cioe 9. in tutto come conuiene; molti-

Digitized by Google

moltiplicate per i ſuoi peſi 8.7.& 3.fanno 32.15 $\frac{3}{4}$.& 8 $\frac{1}{4}$.che gionti inſieme fanno 56. come biſogna; Et ſe l'oro fuſſe miſure 5.l'argento ſaria 7 $\frac{1}{2}$.meno 6 $\frac{1}{4}$.cioe miſure 1. Et il miſto 1 $\frac{3}{4}$.p. 1 $\frac{1}{2}$.cioe miſure 3.che in tutto fanno 9.& peſano oncie 40. oncie 7.& oncie 9. cioe in tutto oncie 56.come conuiene: Et coſi vediamo che quando ſi haueſſe vera cognitione della quantità d'alcuno de tre metalli, ſi verria anco ſenz'altra poſitione Algebratica in cognitione delle quantità particolari di ciaſcuno de gl'altri dui metalli; Il che ſerua per auenimento a gli Studenti.

VN Mercante pone in vn Trafico Cecchini 225. & in fine di 2.anni ſi troua hauere in tutto Cecchini 324. ſi domanda a quanto per 100. l'anno a capo d'anno viene ad hauere guadagnato.

Noi per facilità riduremo il capitale à 100.che ſe 225.torna 324. il 100. tornarà 144.& però diremo, & ſarà l'iſteſſo.

Vn Mercante trafficando 100.ſi troua in fine di dui anni hauere accumulato 144.ſi domanda à quanto per 100. l'anno a capo d'anno viene ad hauer guadagnato.

Pono che il merito ſia à 1.coſa per 100.l'anno, però 100.in fine d'vn'anno tornarà 100.piu 1.2. Et ſe 100. guedagna 1.coſa l'anno, queſto 100.piu 1.coſa guadagnarà 1.coſa piu $\frac{1}{100}$.cenſi, che con il capitale 100.piu 1.coſa fa 100.piu 2.coſe piu $\frac{1}{100}$.cenſi, Quero ſe 100.douenta 100.piu 1.coſa, il 100. piu 1. coſa, douerà 100. p. 2.2. piu $\frac{1}{100}$.z. Et tãto tornarà 100 in fine di 2.anni; Ma torna 144. però eſſa quantità è eguale à 144. cioe 2. coſe piu $\frac{1}{100}$.cẽn (che è il guadagno ſolo) ſarà eguale à 44. (che è il guadagno ſolo) & moltiplicata ciaſcuna quantità per 100. per ridurre l'equatione ad 1.cenſo; ò voglia mo dire partita ciaſcuna quantità per $\frac{1}{100}$.numero de' cenſi, per ridurre l'equatione ad 1.cenſo, haueremo 200.coſe piu 1.cenſo eguale à 4400.che la coſa vale 20.& però il guadagno fu à 20. per 100. l'anno a capo d'anno.

100.douenta 100.piu 1.coſa
cioe 1.douenta 1.piu $\frac{1}{100}$. coſe che douentarà 100. piu 1.coſa
egli douentarà 100.piu 2.coſe piu $\frac{1}{100}$.cenſi, Et è eguale à 144.
però 2.coſe piu $\frac{1}{100}$.cenſi eguale à 44.
Cioe 200. coſe piu 1.cenſo eguale à 4400.

100
100
10000
gionto 4400
fa 14400. la radice è 120.
cauato 100. mitá del numero delle coſe
reſta 20. che è il valore della coſa

Hora conſiderando che quando l'equatione è ridutta ad 1.cenſo, il 200.num. delle coſe è ſempre il doppio di 100. capitale, & però il 100. mitá d'eſſo 200. e il 100. capitale che ſi quadra, & al ſuo quadrato 10000. ſi giunge 4400. quale 4400. e il dutto di 44. guadagno delli 2. anni moltiplicato via il 100. capitale, & della ſomma 14400. ſi piglia la radice che è 120. & d'eſſo ſi caua il 100 (mitá del numero delle coſe) che habbiamo detto eſſere il capitale, & il reſtante 20. e il numero del guadagno per 100. l'anno cercato (& però il 120. radice del 14400. viene ad eſſere quello che fra capitale, & guadagno ſi haueria nel fine del primo anno) Vediamo che volendo formare la Regola numerale in queſti caſi ſi potria dire.

Sapendo quanto torna 100. in fine di 2. anni per trouare quãto tornaria in fine d'vn'anno eſſendo il merito a capo d'anno; Moltiplichiſi eſſo 100. con il ſimplice guadagno fatto nelli dui anni, & il prodotto ſi gionga al quadrato del 100. capitale, & della ſomma ſi pigli la radice quadra che ella ſarà quello che torna il 100. in fine del primo anno, onde d'eſſo cauato il 100. reſtarà il guadagno di detto 100. per il primo anno, & però ſarà quãto ſi quadagna per 100. l'anno a capo d'anno.

Et ſe conſideraremo che il 14400. di che ſi piglia la radice, ſi compone dal quadrato di 100. cioe da 100. via 100. & dal dutto di 44. che rimane dal 144. (che torna il 100. in fine delli dui anni) cauatone eſſo 100. capitale, moltiplicato via il medeſmo 100. vedremo, che tanto è moltiplicare queſto totale 144. via il 100. capitale, quanto moltiplicare le due parti d'eſſo, cioe 100. & 44. via il 100. & poi giongere inſieme i dui prodotti, Onde ſi potrà dire.

Moltiplichiſi eſſo 100. con il numero che egli douenta nel fine delli 2. anni (cioe hora per 144. che fa 14400.) & del prodotto ſi pigli la radice (quale hora ſarà 120.) ch'ella ſarà quello che torna eſſo 100. nel fine del primo anno.

Et ſe diſopra nel noſtro caſo principale non haueſſimo moſſo il 225. riducendolo a 100. & per-

Digitized by Google

ciò ne meno il 324. riducendolo a 144. ma laſſatili coſi haueſſimo poſto che il guadagno fuſſe 1. $\frac{1}{2}$ per 100. l'anno, dicendo poi, Se 100. guadagna 1. coſa, che guadagnarà 225. & guadagnaria a $2\frac{1}{4}$, coſa, che con il 225. fa 225. piu a $\frac{1}{4}$. che faria il ritorno delli 225. in fine del primo anno. Poi per il ſecondo ti diceſſe, Se 100. guadagna 1. coſa, che guadagnarà 225. piu a $\frac{1}{4}$. coſe? Che quanto al 225. già ſappiamo che guadagna a $\frac{1}{4}$. coſe; però attendendo ſolo al a $\frac{1}{4}$. coſe di piu, Se 100. guadagna 1. coſa il a $\frac{1}{4}$. coſa guadagnarà $\frac{9}{400}$. cenſi; però con le a $\frac{1}{4}$. coſe fa a $\frac{1}{4}$. coſe piu $\frac{9}{400}$. cenſi, che è il guadagno del totale 225. piu a $\frac{1}{4}$. coſe, onde giontili inſieme fanno 225 piu 4 $\frac{1}{2}$. coſe piu $\frac{9}{400}$. cenſi; Et queſto ſaria il ritorno del 225. nel fine del ſecondo anno; ma egli ritorna 324. però eſſa quantità è eguale a 324. onde il ſolo guadagno 4 $\frac{1}{2}$. coſe piu $\frac{9}{400}$. cenſi la rà eguale al ſolo guadagno 99. & parti o per 9. numeratore del $\frac{9}{400}$. numero de cenſi, ciaſcuna quantità haueremo $\frac{1}{2}$. coſa piu $\frac{1}{400}$. cenſi eguale à 11. Et hora moltiplicato per 400. denominatore dell' $\frac{1}{400}$. cenſo haueremo 200. + piu 1. cenſo eguale a 4400. Come ſi hebbe diſopra adoprando ſolo il 100. Capitale. & 144. ſuo ritorno in fine di dui anni; però la coſa valerà medeſmamente 20. che è il guadagno per 100. di ciaſcun'anno.

Ma ſe pure ſenza mouere il 225. Capitale, & 324. ſuo ritorno fra dui anni, haueſſimo poſto che il guadagno d'vn'anno del 225. fuſſe 1. coſa cioè che il 225. in fine del primo anno tornaſſe 225. + piu 1 coſa. & però ſe 225. torna 225. p. 1. coſa, che queſto 225. piu 1. coſa tornaſſe 225. piu 1. coſe piu $\frac{1}{2}$. cenſi, onde in fine di dui anni il 225. tornaſſe 225. piu 2. coſe piu $\frac{1}{4}$. cenſi, & però che queſta quantità fuſſe eguale a 324. & però 2. coſe piu $\frac{1}{4}$. cenſi eguale a 99. Et però 450. coſe piu 1. cenſo eguale à 2025. che perciò la coſa valeria 45. & queſto ſaria il guadagno di 225. in vn'anno, onde 225. in fine d'vn'anno tornaria 270. Che quanto poi al 100. Se 225. guadagna 45. ò torna 270. il 100. guadagnaria 20. ò tornaria 320. Noi deriuando da queſto operare la Regola in voltar ſale potreſſimo dire.

225]	225. piu 1. coſa	(225. piu 1. coſa
	225. piu 1. coſa	
	50625. piu 450. coſe piu 1. cenſo	
324. eguale à	225. piu	2. coſe piu $\frac{1}{2}$. cenſi
99. eguale à		2. coſe piu $\frac{1}{4}$. cenſi
22275 A	450.	coſe piu 1. cenſo
	225	
	225	
	50625	
	22275	
	72900	
	. . .	
	270	
fi caua.	225	
	45. vale la coſa	

Data vna quantità, & quello che ella torna in fine di 2. anni, Per ſapere quanto ella tornarà in fine d'vn'anno (che coſi ſapendo il guadagno poi d'eſſa in vn'anno ſapremo anco il guadagno di 100. in vn'anno) Moltiplichiſi eſſa quantità (che ſaria il 225.) via quello che ella torna nel fine di dui anni (che ſaria il 324.) & del prodotto (che ſaria il 72900. perche egli ſi compone da 50625. dutto di 225. via 225. & da 22275. dutto dell'iſteſſo 225. via 99. che reſta a cauare eſſo 225. dal 324. & però il totale 72900. viene ad eſſere il dutto del 225. capitale nel totale 324. che egli torna nel fine delli dui anni) ſi pigli la radice (che ſaria 270.) & eſſa ſarà quello che torna la quantità data nel fine d'vn'anno.

Dalle coſe dette può conoſcere lo Scudente, che quando egli non ſi accorgeſſe, Che trafficando 100. & in fine di 2. anni hauendo 144. per ſapere quanto ſia il guadagno per 100. l'anno à capo d'anno, cioè quanto ſi verria ad hauere fra guadagno, & capitale in fine del primo anno, che cauta tone poi il capitale reſtaria il ſolo guadagno del 100. per eſſo anno; quando non ſi accorgeſſe dico che queſto è quanto il dire; Di tre quantità continue proportionali la prima è 100. & la terza è 144. ſi domanda la ſeconda; Quero quando anco accortoſene (che tal conuenienza hà il 100. a quello che egli torna il primo anno, quale hà queſto tornato a quel 144. che egli riſce il ſecondo anno) non ſapeſſe poi trouare detta ſeconda delle tre quantità continue proportionali (qual ſeconda è quello che torna il 100. in fine del primo anno) non hauendo egli pratica nella Dottrina Geometrica, o delle proportioni; pur vede che mediante l'Algebra potrà trouare quello che ſi cerca; & di piu dedurne la ſimplice Regola numerale, & anco la lineale occorrendo, Che quanto alla regola lineale in queſti caſi, Douendo noi piano trouare quanto tornarà 225. in fine d'vn'anno, tornando egli 324. in fine di dui anni; Perche tal conuenienza hà il 225. a B, ſtoto, al B C, ignoto, tornata del primo anno, che ſi cerca, quale hà eſſo B C, ignoto à B D, 324. noi vediamo che queſto trouare B C, ſignifica fra a-B, prima, & B D, terza, trouare la B C, ſeconda; media proportionale

Digitized by Google

tionale fra esse prima, & terza; & che per farlo l'Algebra ci insegna che si moltiplichino a B. prima, & B D, terza insieme, & del prodotto si pigli la radice quadra, che ella sarà la B C, media cercata; Et il moltiplicare due linee fra loro conosciuta la unità, già sappiamo, come si fa; ma noi facilmente potremo pigliare per unità, o la a B, 225. o la B D, 324. che con, se la a B, 225. douenta 1. o si piglia per unità, la B D, douentarà $\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{4}{4}$. Onde se la unità (A B,) prima da B D, $\frac{3}{1}\frac{2}{2}\frac{4}{4}$. seconda la A B, 1. terza, darà l'istesso $\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{4}{4}$. cioe la istessa B D, per la prima quantità, che sarà il prodotto di B D, in A B. Ouero se pigliaremo B D, 324. per unità, all'hora 324. douētando 1. la a B, 225. douentarà $\frac{1}{3}\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. Et però moltiplicando a B, $\frac{2}{3}\frac{2}{2}\frac{5}{4}$. via B D, 1. diremo Se 1. (B D,) da a B, $\frac{3}{1}\frac{2}{2}\frac{4}{4}$. che darà B D, 1. Et darà l'istesso a B, $\frac{2}{3}\frac{2}{2}\frac{5}{4}$. Onde si vede che presa per unità qual si voglia delle 2. rette, il prodotto loro sarà sempre l'altra medesima, & però restarà d'esso prodotto il pigliarne la radice quadra, il che sappiamo che si fa, o mediante vn mezo cerchio formato sopra diametro che sia composto da a bedue le a B, B D, & sarà la a loro perpendicolare B C, Ouero mediante vn mezo cerchio fatto sopra diametro eguale alla maggiore B D, & sarà la B C, come in margine si vede.

Et così in somma lo Studente conosce che non solo l'Algebra non deriua dalla Geometria, ne occorre dimostrarla mediante essa; ma che ella è Dottrina de numeri, & stà da se, & deriua dalla cognitione naturale de' numeri, & con essa sola cognitione naturale si dimostra, come si vede nella nostra Algebra. Et che anzi da essa Algebra impariamo il modo d'esequire molti problemi Geometrici, quali senza l'Algebra, & regole quali habbiamo mostrato deriuare da essa, & in numeri, & in linee anco a gl'esquisiti intelletti Geometrici sariano difficilissimi.

Fig. 40.

		I	I
BC, $1\frac{1}{1}$. cioe volte $1\frac{1}{1}$. quato a B, onde se a B, douenta 225. questa B C, douentarà 225. & 45. cioe 270. come conuiene.	$\frac{2}{2}\frac{2}{4}\frac{4}{4}$. B C, volte $\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{4}{4}$. quanto B. D, unità, onde douentā do BD, 324. questa B C douentarà 5. volte 54. cioe 270 come cōuiene	B D, $\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{4}{4}$. B a, 1. B C, volte $1\frac{1}{1}$. la B a, onde essendo B a, 225. B C, farà 270.	B a, $\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{4}{4}$. B D, 1. B C, volte $\frac{1}{1}$. la B D onde essendo B D, 324. B C, farà 270.

Et quest'Algebra, o Dottrina de numeri marauigliosa si può applicare, & giouare à tutte le professioni, o arti, & dottrine, se bene à chi non hà cognitione d'essa, & sua applicatione pare sia quasi infruttuosa; Onde se ci farà domandato A che serue l'Algebra? potremo rispondere liberamente ella serue a tutte l'Arti, & Dottrine, Et secondo le occasioni se ne può dare esempio.

VNo hauendo 135. si troua in fine di 3. anni hauere accumulato 216. si domanda à quanto per 100. l'anno a capo d'anno viene ad hauere accumulato.

Noi riducendo questo capitale di 125. a 100. per comodità, vedremo che Se 125. douentasse 100. il 216. cumulo douentaria 172 $\frac{4}{5}$. però hora potremo ponere che il 100. guadagni 1. cosa l'anno à capo d'anno, cioe che 100. douenti 100. piu 1. cosa.

100. il primo anno douenta 100. piu 1. cosa. Et il secondo anno douenta 100. piu 2. ℘. piu $\frac{1}{100}$ censi; Et per il terzo anno diremo 1. | douenta 1. piu $\frac{1}{100}$. cose, Che douentarà 100. piu

2. cose piu $\frac{1}{100}$. censi ℘
1. cosa piu $\frac{1}{100}$. censi piu $\frac{1}{1000000}$. cubi

douentarà 100. ℘. 3 2. ℘. $\frac{1}{100}$. ℘. ℘. $\frac{1}{1000000}$. cubi, il terzo anno; però questo è eguale à 172 $\frac{4}{5}$.

Cioe 1. 3. piu 300 censi piu 30000. cose eguale à 728000.

Valendo 10. la cosa	In questa Equatione si piglia 1 $\frac{1}{1}$. del numero delli censi, che è 100. & con esso 100 si moltiplica il totale loro nume. 300. & fa 30000. dal quale si caua il numero delle cose, che è 30000. & resta niente; Ancora si cuba il 100. terza parte del numero delli censi, & fa 1000000. quale si giunge al numero della equatione che è 728000. & fa 1728000. del che si piglia la radice cuba che è 120. & di questo si cauì 100. terza parte del numero delli censi, & resta 20. qual 20. è il valore della 2. però è quello che si quadagna per 100. l'anno.
l'1. cubo e 8000.	
li 300. censi 120000.	
le 3000. cose 600000.	
In tutto. 728000. che è eguale al numero dell'altra parte come conuiene.	

In questa equatione quando ella è ridutta ad 1. cubo, si vede che il 30000. numero delle cose è sempre quello che nasce a moltiplicare per 3. il quadrato di 100. capitale; & il 300. numero de censi è sempre il triplo; cioe quello che nasce a moltiplicare per 3. il 100. capitale; Onde moltiplicando poi esso 300. per 100. il prodotto è sempre 30000. numero delle cose; cioe il triplo del quadrato di 100. (che tanto resulta a moltiplicare 3. via 100. & il prodotto via 100. quanto 100.

via 100.

Digitized by Google

via 100.& il prodotto via 3. Et però questa operatione in questi Casi, che si fa nell'equatione Algebratica, viene nella operatione numerale ad annullarsi, Resta solo l'altra che e di cubare il 100. terza parte di 300. numero de' censi, cioal 100. lappiamo essere sempre il capitale dato, & al prodotto, o cubato 1000000. giungere il numero de la equatione 738000 qual numero vediamo essere quello che nasce a moltiplicare 72 $\frac{2}{3}$. guadagno simplice via 10000. quadrato di 100. capitale; Ma a moltiplicare 72 $\frac{2}{3}$. via 10000. & anco a cubare 100. cioe moltiplicare 100. via 10000 quadr. di 100. e quanto moltiplicare il composto di 100. & di 72 $\frac{2}{3}$. cioe il totale 172 $\frac{2}{3}$. ritorno del 100. capitale in fine di 1. anni, via 10000. quadrato di 100. capitale, onde si può dire, Resta solo a moltiplicare il 172 $\frac{2}{3}$. ritorno del terzo anno, per 10000. quadrato del capitale; Et poi di questo si piglia la radice cuba che e 110.& tene caua il 100. che il capitale, & il restante 10. e il guadagno in vn'anno d'esso capitale, onde il totale 120. faria il ritorno del capitale 100. in fine del primo anno. Et cosi hauendone estratta la simplice Regola numerale potremo dire.

Dato il capitale, & il ritorno d'esso in fine di 3. anni; per sapere quanto saria il guadagno d'esso l'anno à capo d'anno; cioe quanto ritornaria nel fine del primo anno (che quel piu che ritornasse, o quello che scemasse quando il ritorno in fine di 3. anni fusse minore del capitale, faria il guadagno, o perdita d'esso capitale in vn'anno. dal quale poi si può far conto quanto saria il guadagno, o perdita del 100. Se il capitale dato fusse piu, o manco di 100) Moltiplichisi il ritorno detto del fine di tre anni, per il quadrato del capitale, & del prodotto si pigli la radice cuba, che ella sarà il ritorno del capitale dato nel fine del primo anno.

Et perche, Il capitale dato. Il ritorno d'esso il primo anno. Il ritorno del secondo anno. Et il ritorno del terzo anno, si vede (mediante l'andarli trouando con la Regola del Tre) che sono 4. quantità continue proportionali, delle quali si dà nota la prima, che e il capitale, Et la quarta, o vltima che e il suo vltimo ritorno, & però cercando noi il ritorno del primo anno veniamo à cercare la seconda d'esse 4 quantità, Si conosce che per trouarla, Cioe che di 4 quantità continue proportionali data la prima 125 Et la quarta 216 per trouare la seconda, Si Moltiplichi il quadrato di 125. prima via 216. quarta, & del prodotto si pigli la radice cuba che ella (150.) sarà la seconda. Et volendo trouare la terza ella si haurà con la prima, & seconda mediante la Regola del Tre, Che se 125 prima dà 150. seconda, essa 150. seconda (che mentre si opera con la Regola del Tre si piglia in essa Regola anco per terza) darà 180 che sarà la terza quantità cercata, essendo la quarta il 216. Ouero per trouare questa terza 180. noi adoprando la seconda, & quarta, che la tengono in mezo, & però essa terza e media proportionale fra la seconda, & quarta; trouaremo essa media, come s'e mostrato; e se moltiplicaremo le due estreme 150 & 216. fra loro, & del prodotto 12400. pigliaremo la radice quadra che e 180. & questo sarà la media fra la seconda, & quarta; cioe sarà la terza cercata, Ouero per trouare essa terza, senza aiuto della seconda. Noi fingendoci la quarta 216. essere prima, Et la prima 125. essere quarta trouaremo la seconda; cioe la vicina al 216. (che verrà poi ad essere la terza,) Et si farà Moltiplicando la quarta 125. via il quadrato di 216. prima, & del prodotto 583000. pigliando la radice cuba, che e 180. Et questa sarà la cercata.

Può anco notare lo Studente che si potriano dare alcuni quesiti, quali se bene paressero che non hauessero sentimento sariano nondimeno solubili considerandoli con giudicio, quale sempre si deue accompagnare all'Arte, o Dottrina; Et per esempio sia che si dica. Diuidasi Vn bocale in due parti tali che il prodotto loro sia Vna mezzetta.

Poneremo l'vna parte essere 1. cosa. Et l'altra 1. bocale meno 1 cosa: Ouero che l'vna parte sia $\frac{1}{2}$. bocale piu 1. cosa; & l'altra $\frac{1}{2}$. bocale meno 1. cosa; Il prodotto e $\frac{1}{4}$. censo bocale meno 1. censo, & questo e eguale ad vna mezzetta; però accomodato il meno 1. censo, si haurà $\frac{1}{4}$. bocale. eguale ad 1. censo piu 1. mezzetta, & leuato 1. mezzetta da ciascuna banda; accio l'1. censo resti da se, haueremo $\frac{1}{4}$. censo bocale, meno 1. mezzetta eguale ad 1. censo; però 1. cosa (radice quadra d'1. censo) valerà radice L, $\frac{1}{4}$. censo bocale meno 1. mezzetta L, Et questo giuro, & cauato ad $\frac{1}{2}$. bocale mostrarà ne i resultanti le parti cercate, però elle saranno $\frac{1}{2}$. bocale piu radice L, $\frac{1}{4}$. quadrato bocale meno 1. mezzetta L, Et $\frac{1}{2}$. bocale meno radice L, $\frac{1}{4}$. quadrato bocale, meno 1. mezzetta L, Che il prodotto loro è $\frac{1}{4}$. quadra. bocale meno ($\frac{1}{4}$ quadrato bocale meno 1. mezzetta) Cioe 1. mezzetta come si vuole, Auertēdo che quādo 1. mezzetta nō si potesse cauare, come bisogna da $\frac{1}{4}$. quadra. bocale; cioe che il valore della mezzetta fusse maggiore dell' $\frac{1}{4}$. del quadrato del valore del bocale, o vogliamo dire del quadrato della mità del valore del bocale all'hora il quesito è impossibile, Et per esempio essendo il valore del bocale quattrini 20. & della mezzetta quattrini 36. all'hora $\frac{1}{2}$. bocale piu rad. L, $\frac{1}{4}$. censo bocale meno 1. mezzetta L, saria 10. piu radice L, 100. meno 36 L, cioe 10. piu radice L, 64 L, cioe 10. piu radice 64. cioe 10

più 8. cioè 18. per la parte maggiore, Et la minore saria 2. che moltiplicate insieme fanno bene 36. valore della mezzetta.

Ma volendo il boccale 10. & la mezzetta 30. perche $\frac{1}{2}$. quadrato boccale è 25. dal che non si può cauare 30. valore della mezzetta il quesito è insolubile. Che se valendo il boccale 10. la mezzetta valesse 25. Perche à cauare questo 25. mezzetta da 25. che è l'$\frac{1}{2}$. del quadrato del boccale resta 0, la radice di che è niente, che gionta, & cauata à 5. mità del valore del boccale, ne resultano 5. & 5. quelle sariano le parti del 10. boccale, che produrriano 25. valore della mezzetta.

ET dicendosi Diuidasi 8. boccali in due parti tali che il prodotto loro sia poniamo 3. mezzette, ò che a partire la maggiore per la minore ne vengano 3. mezzette) pure con l'Algebra nel modo detto faremo la solutione.

O' diuidasi Vn Vitello in due parti tali che à partire l'vna per l'altra, & ancora l'altra per l'vna la differenza de gl'auenimenti sia vn' Agnello.

Ma dicendosi Diuidasi Vn Vitello in due parti tali che la differenza loro sia Vn'Oca, noi senz'altra positione potiamo dire che l'vna parte sia $\frac{1}{2}$. Vitello più $\frac{1}{2}$. Oca, Et l'altra $\frac{1}{2}$. Vitello meno $\frac{1}{2}$. Oca, Ouero anco si può dire ciascuna d'esse parti essere $\frac{1}{2}$. Vitello, & più l'vna, & meno l'altra due parti d'Oca tali, che gionte insieme faccino vn'Oca perche nel Sotterare meno da più il numero del meno ò giunge al numero del più, & il resultante è più, Onde si potria dire, che la parte maggiore sia $\frac{1}{2}$. Vitello più $\frac{7}{8}$. d'Oca, & la minore $\frac{1}{2}$. Vitello meno $\frac{1}{8}$. d'Oca, che cauata dalla maggiore resta $\frac{1}{8}$. d'Oca, & $\frac{1}{8}$. d'Oca, cioè 1. Oca intiera, O la parte maggiore $\frac{1}{2}$. Vitello più $\frac{3}{8}$. d'Oca, & la minore $\frac{1}{2}$. Vitello meno $\frac{3}{8}$. d'Oca, ò simili; Auertendo però che il meno $\frac{3}{8}$. Oca, o altro che si ponesse sia minore dell'$\frac{1}{2}$. Vitello, acciò che questa parte sia qualche cosa, Et che anco il più $\frac{3}{8}$. d'Oca, o altro che si ponesse, sia minore dell'$\frac{1}{2}$. Vitello, che resta del Vitello intiero intesone cauato l'$\frac{1}{2}$. Vitello da dare alla parte maggiore, acciochè $\frac{1}{2}$. Vitello più $\frac{1}{8}$. Oca sia parte di vn Vitello; cioè non arriui all'intiero Vitello, poiche ogni tutto è di necessità maggiore di qual si voglì sua parte, circa che, & simili domande bastarà hauere auertito lo Studente, quale, col giuditio potrà discernere le possibili dalle impossibili, &c. Et facendo le operationi in esse deriuarne le Regole numerali à suo piacere, & anco poi le lineali occorrenti.

Et dicendosi Diuidasi la linea retta a c, in due parti tali che il prodotto loro sia eguale al Rettilineo R, Questo significa Diuidere la retta a c, in due parti tali, che presa l'vna per lunghezza, & l'altra per larghezza di vn Quadrangolo rettangolo, egli sia grande quanto è il Rettilineo R, Et per farlo sarà bene prima da vna operatione simile in numeri, estraherne la Regola numerale, & di lì la lineale; Perilche accomodando i numeri a beneplacito alla lunghezza della linea a c, & alla grandezza del Rettilineo R, fingeremo vn quesito, che dica. Diuidasi 16. in due parti tali che il prodotto loro sia 55. Che posto vna parte essere 1. cosa, & l'altra 16. meno 1. cosa, Ouero più comodamente Vna parte essere la mità di 16. & 1. cosa di più, cioè 8. più 1. cosa. Et l'altra 8. meno 1. cosa il loro prodotto sarà 64. meno 1. censo, ilche deue essere 55. però egli è eguale à 55. Onde accomodato il meno, & leuato 55. da ciascuna banda si hauerà 1. censo, eguale à 9. & perciò 1. cosa eguale à 3. cioè la cosa valerà 3. però le parti poste 8. più 1. cosa, & 8. meno 1. cosa saranno 8. più 3. Et 8. meno 3. cioè 11. & 5. In quest'operare vediamo che 64. è sempre il quadrato di 8. mità del 16. da diuidere, & che da esso si caua il 55. che deue essere prodotto delle parti, (& per ciò esso prodotto non deue mai eccedere il quadrato della mità della quantità da diuidere, acciochè il quesito sia possibile; cioè acciochè la diuisione possa farsi,) & la radice quadra del 9. restante si giunge, & caua alla mità della quantità da diuidere che i dui resultanti saranno le parti cercate, o da farsi; Però in linea douendo dal quadrato della mità della retta a c, cauare il Rettilineo R, & del restante pigliare la radice, questo si farà trouando la potente nel Rettilineo R, cioè formando vn quadrato eguale ad esso Rettilineo, & sia Q il lato del quale sia r n, (& senza formare il quadrato Q basta trouare il suo lato r n, come si vede in margine, che diuiso il Rettilineo R, di 5. lati, in tre Triangoli, sia il primo 1. 2. 3. che presa per base la retta 2. 3. l'altezza del Triangolo moltiplicata via la mità d'essa base produrrà la grandezza; cioè fra l'altezza, & mità della base presa la media proportionale P. ella sarà il lato del quadrato eguale ad esso Triangolo; & ò è fatto allungando la base fuori del Triangolo quanto è la lunghezza della perpendicolare, o altezza del Triangolo, & sopra la retta compo-

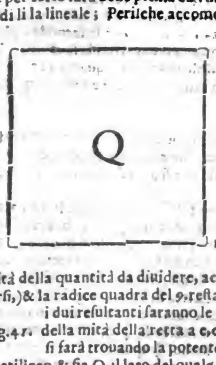


Fig. 41.

Digitized by Google

posta da esso allungamento, & mità della base si è fatto il mezo cerchio, & dal termine 3.a loro comune erettali la perpendicolare P, che è la potente in esso Triangolo 123. Et preso il Triangolo 2.3.4. supposta la retta 3.4. esser base, & dell'angolo 2. tiratali la perpendicolare, fra essa, & la mità della base (il dutto delle quali perpendicolare, & mità della base è eguale alla grandezza del Triangolo) si è trouata la media proportionale, ilche se bene si può esequire nel modo tenuto in trouare la P, noi l'habbiamo fatto, formando sopra la perpendicolare, o altezza del Triangolo vn mezo cerchio, & dal suo diametro (o altezza del Triangolo, cominciando dal termine suo sù la base segata vna parte eguale alla mità della base, & da doue si peruiene tirata, o segnata vna perpendicolare ad esso diametro sinche arriui alla circonferenza del mezo cerchio, & di lì al termine detto del diametro tirata la retta F, che ella è media proportionale fra l'altezza del Triangolo, & la mità della sua base, & perciò è il lato del quadrato eguale ad esso Triangolo 2.3.4. Ancora preso l'vltimo Triangolo 3.4.5. & supposto la retta 4.5. esser base, fra essa, & la mità dell'altezza del Triangolo si è trouata la media proportionale I, hauendo sù la base formato vn semicircolo, & dall'estremo 5. sù la base segnata la mità dell'altezza, & da doue termina eretta la perpendicolare alla base fino alla circonferenza del semicircolo, & di lì, all'estremo 5. detto tirata la retta I, che è il lato del quadrato eguale ad esso Triangolo.

Poi per trouare il lato r n, del quadrato eguale alla somma delli tre quadrati che habbino per lati P.F.L. presi dui d'essi lati, & siano P, & F, si sono accompagnati, o gionti insieme ad angolo retto, al quale si è tirata la subtensa, il quadrato della quale è eguale alla somma de' quadrati de' lati P, & F, & ad essa subtensa da vno de suoi estremi si è accompagnata ad angolo retto il lato, o retta I, & tiratali la subtensa r n, che è il lato del quadrato eguale alli quadrati di I.F.P.) poi sopra la mità di a c, & sia a m, formare vn mezo cerchio, & in esso da vn'estremo del diametro, & sia a, accomodare il lato r n, del quadrato Q, & sia la r n, (o vogliamo dire a n,) & dal punto n, della circonferenza all'altro estremo m, del diametro tirare la retta n m, che per essere l'angolo m n a, fatto nel mezo cerchio retto, sapremo che à cauare il quadrato di r n, dal quadrato di a m, restarà il quadrato di m n, cioe che à cauare il rettilineo R, dal quadrato della mità della data a c, & del restante presa la radice, ella sarà la retta m n, quale giunta, & cauata alla mità di essa a c, i resultanti formaranno rettangolo eguale al rettilineo R, perilche da m e, segata m t, eguale alla m n, il restante e t, sarà la parte minore, & la t a, sarà la parte maggiore della retta a c, & il loro rettangolo t s, sarà eguale al rettilineo R, Onde in Pratica volendo fare vn Giardino, che frà la lunghezza, & larghezza fusse quanto la linea a c ma grade quanto il Terreno R, la sua lunghezza sarà la a t, & la larghezza la t c.

FInalmente terminaremo quest'opera con il seguente quesito fatto da vn'Eccel. Musico, & Philosofo, quale se beue à chi hà esperienza de numeri è facile nõdimeno appereria difficultuoso ad altre, & è

Diuidasi 30. in cinque parti continue proportionali. Qui non ci astringendo à sorte, o à qualità alcuna particolare di proportione, potremo a beneplacito supponere che siano poniamo cõtinue proportionali nella proportione dupla, & perciò posta la prima, o minore 1. cosa, la seconda sarà 2. cose, la terza 4. cose, la quarta 8. cose, & la quinta 16. cose, che così la somma loro sarà 31. cose, ma noi vogliamo che ella sia 30. però si hauerà 31 cose eguale à 30. onde la cosa valerà $\frac{30}{31}$. (che nasce a partire 30. per 31. numero delle cose) perilche la prima parte del 30. sarà $\frac{30}{31}$. la seconda $\frac{60}{31}$. la terza $\frac{120}{31}$. la quarta $\frac{240}{31}$. & la quinta $\frac{480}{31}$. cioe elle saranno $\frac{30}{31}$. $1\frac{29}{31}$. $3\frac{28}{31}$. $7\frac{27}{31}$. $15\frac{26}{31}$.

Onde vediamo, che prese vn numero di quantità poniamo 10. quantita continue proportionali in che sorte di proportione si vogli, & trouata la loro somma A, se con esso A, partiremo vn numero dato, & hauenimento moltiplicaremo ciascuna delle 10. quantità poste, li 10. prodotti saranno altre 10. quantita continue proportionali nella istessa sorte di proportione, la somma delle quali sarà il numero dato; Perilche per Regola vniuersale si potra dire.

Data la quantita Q, da diuidere in vn determinato numero D. di parti che siano continue proportionali in vna sorte di proportione P, proposta; Per farlo; Pigli si vn numero, o quantita N, a beneplacito, & ad essa come a prima, si accompagnino tãte altre quantita continue proportionali nella proportione P, che fra tutte siano in numero eguale al D, (cioe tante quanto è il numero delle parti che si vuol fare della quantita data Q.) & con la somma S, di queste si parta la quantita data Q, & con l'hauenimento A, si moltiplichi la N. prima delle prese che il prodotto sarà la prima delle parti cercate, alla quale nella proportione proposta potremo continuare le altre, Ouero con l'hauenimẽto A, si moltiplichi ciascuna delle parti, o quãtita dette che sono contenute nella sõma S, detta, che li prodotti verrãno ad essere le parti cercate della detta quãtita Q.

Porrò

Digitized by Google

Però hora vn'esempio intorno al misurare altezze, & distanze acciò anco iui si veda il mirabile valore dell'Algebra.

SIa che in Campagna vedendo la cima A, del Monticello posto di là dal Fiume F, si vogli sapere quanto egli s'alzi sopra al piano d'essa Campagna; cioe quanto sia alta la cima d'esso Monticello, quale altezza è compresa da vna retta che imaginata partirsi dalla cima del Monticello perpendicolarmente al piano venga ad arriuare ad esso piano, imaginato pro lungarsi per il Fiume dentro al Monticello quanto bisogna; acciò possa riceuere essa perpendicolare, quale sia la A B, essendo il piano per la direttura della retta P I, Et anco si vogli sapere quanto sia lontana dal punto P, del piano essa cima A, & anco quanto sia la retta imaginata P B, (Il che potrà seruire ad vn Bombardiere per accomodare i suoi tiri, o in occasione di condurre acque, & conoscere la deeaduta loro, &c.) & sia che iui all'improuiso non si habbi strumento alcuno, anzi di più sia, che quando hauessimo alcuno, o alcuni delli molti Instrumenti che si sogliono fabricare per questo, noi nondimeno non hauessimo pratica in essi, o non ci ricordassimo poi le Regole da valersi delle Operationi che si faessero in essi. Se mò la Dottrina Algebratica ci manifestarà tutte queste cose, ella merita bene d'essere conosciuta per giouenole, & tenuta in molta stima; Ma veniamo a quello che il giudicio accompagnato da essa Algebra (che conuien sempre vnirli) ci viene insegnando.

Conoscendosi che in questi casi occorre di formare de Triangoli rettangoli simili a quello, ò quelli che vengono formati dalla retta A B, imaginata altezza del Monte, & dalla retta del piano P I, allungato in B, sopra alla quale detta altezza A B, è perpendicolare; noi preso Vn Bastone, o Canouaccio, o Asta, o Canna, o altra cosa simile che si troui in Campagna, & se bene non è dritta non importa, accostandoci verso il Monticello quanto più ci venga comodo la fermaremo in Terra con vn capo, & con l'altro, che arriui a tanta altezza quanto è la mira, o poco più, o manco dell'altezza d'vn huomo, per potere comodamente ponere l'occhio, o veduta in essa cima, & sia il punto n, (essendo l'Asta, o Bastone n r,) guardaremo da essa la cima A, del Monticello, & fra mezo a questa linea visuale n A, che la possa segare, poneremo Vn'Asta, o Bastone, o altro simile luogo, se bene non dritto fitto in terra lontano dalla direttura n p, della prima n r, (qual direttura si può trouare con vn filo, & piombino, o sasso, o simil cosa diligentemente, che da n, arriui in Terra perpendicolarmente, & si nota con qualche sorte di misura a beneplacito la sua altezza, & sia poniamo misure 12. Jquanto più ci venga comodo, hor sia che essa lontananza sia tanta che il filo s q. quale sia attaccato ad esso Bastone (s u.) in s. doue passi la veduta n s A. & arriuando perpendicolarmente in Terra, sia poniamo 16. misure, che così imaginādosi vna retta quale dall'occhio, equidistiotamente al piano vada a segare l'altezza A B. in L & però sia alta sopra al punto B. 12. misure, come è il punto n. dall'occhio fino in Terra; ancora dall'e. doue questa linea equidistante al piano segaria il filo s q. fino ad esso piano in Terra sarà da medesima altezza di 12. misure (che la e q. conuiene essere eguale a ciascuna delle due rette n p. L B.) supponendo come s'è detto essere piano il filo, o lunghezza p q. perilche la e s. restarà, o farà 4. misure, & misurata la distanza p q. con qual misura si vogli (che non importa se bene non si misuri con la misura istessa con la quale si misurano l'altezze, fili, o Aste dritte perpendicolari al piano) sia che si troui essere piedi 37. fatto que sto, & notato, o abbozzato in carta questa operatione con le misure trouate, noi ci allontaneremo dal Monticello per la direttura della retta q p. o vogliamo dire B q p. alquanto a beneplacito, & sia poniamo 10. piedi, & iui si torni a fare vn'altra operatione simile alla già fatta; cioe iui ereta vn'Asta, o filo perpendicolarmēte al piano, & d'altezza comoda, o maggiore, o minore, o eguale all'altezza s q. 16. misure adoprata; che a poi stà a farlo, hor sia poniamo di 15. misure (delle istesse misure nondimeno che sono le 16. della s q.) & chiamiamo questo filo t x; si discosteremo poi anco per il diritto pure di B q. p x. quanto ci piacerà, o tanto (& sia in g.) che eretto iui perpendicolarmente il filo d g. alto (se ci piacerà) 12. misure come prima (o più, o manco che è in nostro arbitrio) & nella sommità d. posto l'occhio la linea visuale che passi per la cima del filo t x, arriui aneo precise alla somità, o punto A. del Monticello, che così imaginato poi la retta d c. equidistante al piano che seghi l'altezza t x. in c. la parte c x. verrà ad essere anc'ella 12. misure come la d g. perilche la c t. sarà 3. misure. Et misurata la distanza g x. del piano (equidistante, & eguale alla d c.) con la istessa misura, o piede con il quale si sono misurate le q p. & p x. sia che ella si troui essere piedi 27 $\frac{1}{2}$. Il che fatto, verremo alla inuentione della distanza P B. & altezza B A. nel modo seguente.

Perche habbiamo nota la distanza q p. che è piedi 37. la p x. 10. la x g. 27 $\frac{1}{2}$. & potiamo misurare la g P. che resta fino in P. & sia 7 $\frac{1}{2}$. ci rimane a sapere la q B. che non si può misurare, che poi

median-

mediante la p *B*. & altezza e s. Quero mediante poi la g B. & altezza e t. si verria in cognitione dell'altezza L A, & conlequentemente della B A, . Onde noi per trouare esta distanza q B, ponemo che ella sia piedi 1. cosa, o (trattando in astratto) che ella sia 1. 1. & perciò la e L, imaginata ad essa equidistante, & però eguale sarà medesimamente 1. cosa; perilche ella con e n, (eguale à q p,) 37. sarà 1. cosa più 37. Et considerato il Triangolo rettangolo grande n L A, che sarà simile, (cioè equiangolo) al Triangolo rettangolo piccolo n e s, (che hâno l'angolo n, acuto commune,) & perciò hauerannno i lati loro proportionali; mediante i dui lati noti che formano l'angolo retto nel piccolo, & il lato n L, del grande, vedremo quanto douerìa essere l'altro lato L A, del grande, quale con lo n L, forma il suo angolo retto, & diremo; Se 37. distanza n e, dà misure 4. altezza e s. che darà 37. più 1. cosa, distanza n L, & vedremo che darà misure 4. più $\frac{4}{37}$. cose; per la altezza L A, il che serbaremo da parte; Ancora cõsiderato il Triang. rettãg. grande d L A, che sarà simile al Triang. rettãg. piccolo d e t, (che hâno l'angolo d, acuto cõmune) & però hauerânno i lati proportionali; mediãte i 3. lati noti che formano l'ang. retto nel piccolo, & il lato d L, del grãde, vedremo quanto douerìa essere l'altro lato L A, del grande, quale con il d L, forma il suo angolo retto, & diremo Se 27 $\frac{1}{2}$. distanza d e, da misure 3. altezza e t, che darà 27 $\frac{1}{2}$. 10. & 37. più 1. cosa; Cioè 74 $\frac{3}{4}$. più 1. cosa distanza d L, Et vedremo che darà misure 8 $\frac{8}{8}$. più $\frac{9}{8}$. cose per l'altezza L A, Ma la istessa altezza L A, di sopra, mediante l'altro Triangoletto rettangolo fu trouata essere misure 4. più $\frac{4}{37}$. cose, perilche haueremo 8 $\frac{8}{8}$. più $\frac{9}{8}$. cose eguale a 4. più $\frac{4}{37}$. cose; Onde hora essendo peruenuti all'equatione, aggiugliando haueremo 4 $\frac{8}{8}$. più $\frac{5}{8}$. cose eguale a niente, ilche è impossibile; perche quando anco la cosa non valesse niente, il numero 4 $\frac{8}{8}$. che è qualche quantità non può valere niente; perilche questa equatione Algebratica impossibile ci fa conoscere stando bene il calcolo, essere necessario che sia errore nelle misure adoprate a calcolare; Onde di nuouo misurando s e, & trouandolo pure 4. come anco e q, 12. cioe eguale ad n p, & anco trouando q p, 37. & p x, 10. precise, come s'e detto, & di più essendo pure t e, precisemente 3. & e x, 12. come la d lei eguale d g, già detta, conuerrà bene che l'errore stia nella restante x g, però misurando anc'ella di nuouo sia che si dica ella essere 27 $\frac{1}{2}$. perilche hora diremo Se 27 $\frac{1}{2}$. distanza d e, da misure 3. altezza e t, che darà 74 $\frac{3}{4}$. più 1. cosa distanza d L, & vedremo che darà misure 8 $\frac{8}{8}$. più $\frac{9}{8}$. cose per l'altezza L A, Ma la istessa L A, mediante l'altro Triãgoletto rettangolo n e s, si è trouata essere misure 4. più $\frac{4}{37}$. cose, perilche haueremo 8 $\frac{8}{8}$. più $\frac{9}{8}$. cose eguale a 4. più $\frac{4}{37}$. cose, Et hora essendo peruenuti alla equatione; Aggugliando si haurà 4 $\frac{8}{8}$. più $\frac{5}{8}$. eguale a niente, Il che è impossibile, poiche vn numero che realmẽte è quantità nõ può essere niente, o vogliamo dire eguale a niente; perilche fiamo pure anco auertiti che è errore in alcuna cosa; Onde hauendo riueduti i calcoli, & le prime linee dette tutte, & trouandole essere come si sono poste, conuerrà pur concludere che in quest'vltima x g, sia errore, & perciò sarà necessario misurarla con batteuole diligenza, diuidendo il piede, o misura adoprata in molte particelle (come saria in 100. particelle, o in 60. &c.) accio minutamente si possa conoscere il rotto che va con il 27. intiero della x g, hor sia che fatta detta diligenza essa x g, si troui veramente essere 27 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$. che è più del 27 $\frac{1}{2}$. & del 27 $\frac{3}{4}$. già detti, come realmente più d'esso 27 $\frac{3}{4}$. anzi più del 27 $\frac{3}{4}$. si può anco con il giudicio conoscere che di necessità deue essere essa x g, considerando che essendo dalla distanza n L, all'altezza L A, come dalla distanza n e, all'altezza e s, Et similmente dalla distanza d L, all'altezza L A, come dalla distanza d e, all'altezza e t, Così come la distanza d L, più lunga, e più lunga rispetto all'altezza L A, che la distanza n L, più corta rispetto all'istessa altezza L A, si vede che Se 37. n e, contiene 4. e s, volte 9 $\frac{1}{4}$. conuerrà poi che la d e, cõtenga la e t, più delle medesme volte 9 $\frac{1}{4}$. & però conuerrà che essa d e, sia più di 3. via 9 $\frac{1}{4}$. cioe più di 27 $\frac{3}{4}$. come ci fa accorgere la positione Algebratica,) Onde hora diremo Se 27 $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{6}$. distanza d e, da misure 3. altezza e t, che darà 74 $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{6}$. più 1. cosa distanza d L, & vedremo che darà 8 $\frac{1}{1}$ $\frac{5}{7}$. più $\frac{6}{7}$ $\frac{9}{7}$. cose per l'altezza L A, Ma la istessa altezza L A, mediante l'altro Triangoletto rettangolo n e s, si è trouata essere misure 4. più $\frac{4}{37}$. cose, perilche haueremo 8 $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{7}$. più $\frac{4}{3}$ $\frac{9}{7}$. cose eguale a 4. più $\frac{4}{37}$. cose, che aggugliãdo si ridurrà a $\frac{8}{2\ 0\ 6\ 0}$. cose eguale a 4 $\frac{3}{3}$ $\frac{5}{7}$. & la cosa valerà 10466 $\frac{3}{8}$. (Et notisi che se si fusse detto la g x, o vogliamo dire la d e, essere piedi 27 $\frac{1}{6}$. che è al quanto manco del 27 $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{6}$. (ecceendo però il 23 $\frac{3}{4}$. impossibile) all'hora operando con esso 27 $\frac{1}{6}$. si troua ria il valore della cosa essere 12161 $\frac{1}{2}$. numero molto maggiore del 10466 $\frac{3}{8}$. valore della cosa trouato con il vero numero 27 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$. della detta x g, & c d, perilche vediamo che così poco di manco quanto è da $\frac{1}{6}$. a $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$. cioe solo $\frac{1}{6\ 0}$. fa crescere il valore della cosa in 2095 $\frac{1}{8}$. cioe 1 $\frac{1}{4}$. & più, più del vero, ilche si auuertisce, acciò lo Studente conosca che in queste operationi la somma importanza consiste in essere diligentissimo, perche ancora ogni piccolo errorello nelle misure importaria grandemente; che per farlo tanto più noto alli principianti hò di sopra supposto la x g, ouero c d, essere vna volta 27 $\frac{1}{2}$. & l'altra 27 $\frac{3}{4}$. misure impossibili che gli conuenghino se bene

ſono di poco minori della vera 27 $\frac{1}{10}$. Onde ſi viene anco ad annuntire che dicendoſi eſſa e d, eſſere poniamo 27 $\frac{1}{10}$. minore del vero 27 $\frac{1}{10}$.7,o poniamo 27 $\frac{1}{10}\frac{8}{0}$. maggiore del douere,o altra quantità che ſuperi il 27 $\frac{1}{10}$. queſto errore non può eſſere moſtrato dell'Algebra, poiche ſono miſure,o quantità poſſibili,& ella poi ſuppone che le poſſibili ſiano vere; cioè miſurate preciſamente; Et hauendo anco auuertito diſopra che quanto più la g x,ò e d,diſtanza più lontana ſi dice eſſe eſſere minore del douere;cioè minore del 27 $\frac{1}{10}\frac{7}{0}$.(eccedendo però il 27 $\frac{3}{4}$.che conuiene eccedere di neceſſità)tanto più grande poi ſi moſtraria eſſere il valore della coſa(che ſe eſſa e d, ſi dicceſſe eſſere maggiore del vero 27 $\frac{1}{10}\frac{7}{0}$.poniamo dicendoſi eſſere 27 $\frac{1}{10}\frac{8}{0}$.all'hora conuerſamente tanto più piccolo poi ſi moſtraria eſſere il valore della coſa;che con il 27 $\frac{1}{10}\frac{6}{0}$.la coſa valeria ſolo 6974 $\frac{1}{10}$.)Sappiaſi per ſuggire,o ſchiuare gl'errori che poſſono occorrere nelle miſure. che quanto più ſaranno lunghe, o faremo lunghe le linee che ſi miſurano coſi quelle del piano, come le perpendicolari ad eſſo piano,o linea del piano;cioè le t x,& s q,o vogliamo dire t e,& s e,quali,& la p x,ò e n,ſtà a noi il farle lunghe quanto vogliamo,che poi dalle t x, & s q deriuano le x g,& q p,o vogliamo dire,che poi dalle t e,& s e,deriuano le e d,& e n,da miſurarſi con diligenza, Ouero ſtà a noi a far lunghe quanto vogliamo le g x,& p q, che da eſſe deriuariano le t x,& s q, o vogliamo dire ſtà a noi a far lunghe quanto vogliamo le d e,& n e, nel piano aereo, che da eſſe deriuariano le t e,& s e,ad eſſo piano perpendicolari da miſurare con diligenza, ma perche quando le diſtanze g A,ouero g B, ſono molte lunghe riſpetto all'altezza A B, (come ordinariamẽte auuiene)le dette t x, & s q,ſaranno molto corte riſpetto alle g x, & p q, o vogliamo dire le dette t e, & s e, ſaranno molto corte riſpetto alle d e, & n e,& più facil coſa è il poter miſurare diligentemente vna diſtanza,o linea piana lunga,che vna corta a lei eretta perpendicolarmente,ſarà bene in queſte operationi ponere le e t,& e s, di lunghezza nota in numeri intieri, facendole eguali, o ineguali come ci piacerà,o verrà accmodo(che queſto non in porta)& poi miſurare comodamente con diligenza le deriuanti da eſſe che ſono c d,& i n, Et notiſi (come diſopra ſi diſſe)che ſe bene la miſura con la quale ſi miſarano le t,& e s, non ſarà l'iſteſſa che quella con la quale ſi miſura d e,e n,& n e,queſto non importa;purche le tre d e,e n, & n e, ſiano miſurate con vna iſteſſa miſura,o ſia piedi,o braccio,o altro; Et le e t, e s, con vn'altra iſteſſa ane'ella, o ſiano palmi, o altra ſorte di miſure piccole,o come ſi vog'i;quali poi nondimeno ſi potranno ridurre alla qualità della miſura delle d e, e n, n e, O coſi queſte come qaelle ridorre poi ad'altra ſorte di miſura data mediante le conuenienze loro,& ſempre la diſtanza q B,o vogliamo dire e L, ſi farà nota con numero delle miſure delle d e,e n,n e, Et l'altezza L A, ſi farà nota con numero delle *miſure di e t, e s,*)perilche la diſtanza q B,poſta 1. coſa ſarà 10466 $\frac{1}{8}$. & pereiò la à lei eguale e L, ſarà medeſmamente 10466 $\frac{1}{8}$.& ſono piedi come il 37.il 10.& il 27 $\frac{1}{10}\frac{7}{0}$.delle q p,p x, x g,hora mediante la diſtanza n L,nota(che è piedi 37.& 10466 $\frac{1}{8}$.cioe piedi 10503 $\frac{3}{8}$.) ſi verrà in cognitione dell'altezza L A, Ouero mediante la diſtanza d L,che è piedi 27 $\frac{1}{10}\frac{7}{0}$.10. 37. & 10466 $\frac{1}{8}$. cioe piedi 10541 $\frac{8}{10}\frac{0}{0}$. ſeruendoci del Triangoletto rettangolo n e s, ouero del d e t, che con qual ſi vogli di queſti dui calcoli ſi troua detta altezza L A,eſſere miſure 1135 $\frac{1}{2}$. & ſono della qualità delle miſure di e t, & e s, Et perche l'altezza A B, è maggiore della A L, tanto quanto importa la B L, eguale alla d g,(o qual ſi vogli dell'altre a lei eguali) ad eſſa L A, miſure 1135 $\frac{1}{2}$. gionge remo il numero delle miſure di B L,cioe di d g,miſurata con la iſteſſa ſorte di miſure che è la e t,& e s,ò ridutta ad eſſa ſorte di miſure,& ſia miſure 12.(come da principio ſi poſe) & la ſomma ſarà miſure 1147 $\frac{1}{2}$.per l'altezza A B,quale ſe vorremo ridurre a piedi della qualità;cioe delle d e, o vogliamo dire g x.& e ſi vedrà diligentemente che conuenienza è da eſſa miſura al piede,o vogliamo dire quante d'eſſe miſure è il piede,& trouarole poniamo eſſere preciſe 8. miſure partendo il 1147 $\frac{1}{2}$.per queſto 8.che ne viene 143 $\frac{7}{10}$. ſapremo che eſſa altezza A B,ſarà piedi 143 $\frac{7}{10}$. Quanto poi alla diſtãza P B. già ſappiamo la g B.eſſere piedi 27 $\frac{1}{10}\frac{7}{0}$.10.37.& 10466 $\frac{1}{8}$.cioe piedi 10541 $\frac{8}{10}\frac{0}{0}$.& la g P. piedi 7 $\frac{1}{10}$.(miſurata manualmente,come ſi poſe diſopra) però tutta eſſa diſtanza P B.ſarà piedi 10548 $\frac{1}{8}$.quali piedi ſe fuſſero poſti à caſo; non hauendo all'hora in'la vera miſura del piede)ſi poſſono poi ridurre à veri piedi di miſura,ò à paſſi,ò pertiche,ò à braccia,à canne, ò à quale altra ſorte di miſura ſi vogli con comodità trouando diligentemente prima la conuenienza loro, come ſi è detto.

Ma notiſi che il numero dell'altezza A B. ſi può anco trouare in altro modo coſi. Sapendo noi dalla operatione Algebratica che quando q B,ouero e L.ſia 1.coſa,& e n.37.& e s.4. all'hora la altezza L A.è 4.più $\frac{4}{10}\frac{0}{7}$.coſe,Et hauẽdo trouato che la coſa vale,o vogliamo dire è 10466 $\frac{1}{8}$. vedremo quanto importi queſto 4.più $\frac{4}{10}\frac{0}{7}$.coſe;cioe vedremo quanto importi $\frac{4}{10}\frac{0}{7}$.coſe pigliando li $\frac{4}{10}\frac{0}{7}$.di 10466 $\frac{1}{8}$.valore della coſa,o vogliamo dire moltiplicando 10466 $\frac{1}{8}$.per $\frac{4}{10}\frac{0}{7}$.che fa 1131 $\frac{1}{10}$.& à queſto giongeremo il 4.che habbiamo oltre il $\frac{4}{10}\frac{0}{7}$.coſe,& fa 1135 $\frac{1}{2}$. Et queſto è il valore di 4.più $\frac{4}{10}\frac{0}{7}$.coſe, & pereiò è anco il numero dell'altezza A L. Ouero mediante l'altra poſi-

Digitized by Google

positura del Triangoletto d e t. hauendo trouato la medesima altezza A L. douere essere 8 $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{9}$ più $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{9}$. cose, & perciò questa quantità essere eguale alla già detta 4. più $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$. cose (come è veramente) noi vedendo quanto importi questa quantità 8 $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{9}$ più $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{9}$. cose, che già sappiamo la cosa essere, o importare 10466 $\frac{2}{3}$. pure sapremo il numero dell'altezza A L. Onde moltiplicando 10466 $\frac{2}{3}$. via $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{9}$. che fa 4127. 243 $\frac{1}{4}$ 1. esimo di 537. (& questo prodotto è quãto importa il $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{9}$. cose) à questo giongeremo 18 $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{9}$. che farà 1135 $\frac{1}{4}$. quale sarà il valore dell'8 $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{9}$. più $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{9}$. cose, & perciò farà il numero dell'altezza A L. al quale giunto il numero dell'istessa qualità, o misura dell'altezza L B che si disse essere 12. haueremo in tutto 1147 $\frac{1}{2}$. per il numero delle misure della totale altezza A B.

Et notisi che quando l'altezza perpendicolare, o filo d g. non si fusse posto eguale all'altezza, o filo n p, (a lei presa per equidistante, se bene realmente allungandole, elle concorreriano insieme nel centro del Mondo, & per il contrario verso il Cielo intese allungate elle di continuo sariano fra loro maggiormente distanti, onde peruenendo poniamo al concauo del firmamento, o Cielo stellato la corda dell'arco da loro intrapreso fatta di molta gran lunghezza) anzi l'vn filo più lũgo, o vogliamo dire più alto dell'altro; cioe che la linea piana visuale d e. non fusse al medesmo piano d'altezza che la linea visuale n e. ma che l'vna poniamo la d e, più bassa allungata fino alla A B. la tegasse nel punto imaginato L. & l'altra n e. all'ungata similmente fino alla A B. la tegasse nel punto M. più alto dell'L tanto quanto vene ad essere la n i. nella quale la linea piana visuale n e M. è più alta della piana visuale d e L. all'hora noi pure stanti queste positure, & misurate le rette piane d e. i n e. con vna istessa misura, & le à loro perpendicolari t e. n i s e. con vna istessa misura noi pure dico con l'Algebra, ponendo la distanza p B. essere 1. cosa; mediante il Triangoletto rettangolo n e s. alquale è simile il Triangolo retaangolo grande n M A. trouaremo l'A tezza A M. Et ancora mediante il Triango etto rettangolo d e t. simile al Triangolo rettangolo g ã de d L A. trouaremo l'altezza A L. dalla quale cauata la partiecella L M. eguale alla n e. altezza nota restarà la A M. che perciò questo restante sarà eguale alla quantità trouata per la medesma A M. mediante l'altro triangoletto n e s. onde essendo peruenuti alla equatione si trouarà il valore della cosa, Et questo sarà la distanza piana q B. posta 1. cosa; alla quale giunta la distanza q p x g P. misurata, sapremo la totale distanza P B. Et anco si farà nota l'altezza A M. ò la A L. & conseguentemente ancora la totale A B. operando come s'è mostrato disopra.

Et in ogni caso che lo spatio g q. in particolare, quale s'adopra nel misurare, non fusse piano; à noi in vece d'esso conuerria valerci nel misurarle delle rette piane visuali d e. n e. & e n. (ouero è l'quando la d e. allungata arriui alla n p. in i. & non in n.) perilche con vna squadra (qual squadra si può ancora fare piegando vn pezzo di carta) accostata à cia scuno de i fili, ò perpendicolari d g. & n p. & vnito vn braccio, o lato d'essa squadra con esso di modo che l'angolo retto della squadra stia nella cima n. & anco nella cima d. con diligenza poi mediante la rettitudine dell'altro braccio della squadra voltato verso l'altezza A B. segnare i punti c. e. & i. secondo che occorra.

Notisi anco che non è necessario che l'Asta, o filo t x. sia fuori dello spatio q p. verso P. ma può anco essere dentro ad esso spatio q p. come si vede nella figura F. posta in margine; Et pure nel modo mostrato si trouarà la quantità della distanza q B. & dell'altezza A B, nientedimeno quanto più lunghe saranno le lontananze, o distanze che si adoperaranno tanto più sicura sarà la operatione, nel pigliare anco diligentemente le misure, & vn poco d'errore in esse misure più importa in vna distanza corta che in vna lunga; Et il simile auuiene nell'altezze perpendicolari e s. e t. quali quanto saranno maggiori tanto più sicura potrà essere la operatione.

Et non solo può l'Asta ò filo x. essere dentro allo spatio q p. ma può anco peruenire precise al punto p, come si vede nella figura G, vnendosi il punto c. con l'n, & il punto x. con il p, restando poi la parte superiore e t. (per la cima t. della quale passarà la veduta arriuando alla cima A.) eguale alla s e. ò minore à nostro beneplacito, secondo che più, ò manco ci occorrerà discostarci, ò vogliamo dire allontanarci da essa e t. nel fermare il filo d g. dalla cima d. del quale posta al piano della c e. hà da cominciare la veduta, quale passando per il punto t. arriua alla cima A. che in qual si vogli sorte di positura pure si operarà con l'Algebra al modo mostrato per trouare la distanza q B. & altezza A B.

Et quando in cima al Monticello in A. fusse eretta vna Torre, ò altro edificio A C. & si volesse sapere la sua altezza, noi trouata l'altezza del Monticello; cioè la B A. trouaressimo ancora nel medesimo modo la altezza totale B C. dalla quale si cauaria la B A. parte d'essa B C. & il restante saria l'altra parte A C. che è l'altezza cercata della Torre, o Edifitio detto. Ne importa quale d'esse due altezze B A. ò B C. sia la prima cercata, o trouata; Ouero mentre che si troua, o cerca l'vna si può anco trouare, o cercare l'altra, operando come segue.

Quando per trouare l'altezza A L. si fanno le due positioni con l'occhio in n. & in d. Si può da-

vno

vno de' medesimi pũti n,onero d,guardare anco la cima C,dell'altezza del'Edefitio,& se lo guardaremo da l'n,conuerrà che l'Alta, o filo q e s, fia alzato per il suo diritto a l'in sù verso s, tanto che la linea visuale quale dal punto n, vaca alla cima, o punto C,lo seghi,& segnare diligentemente il punto del segamento in esso filo, o alta, & sia ponziamo il segno, o punto t, & all'hora misurata con diligenza la s u, potremo da essa venire in cognitione dell'altezza A C, perche qual conuenienza haurà la s u, alla s e, tale conuenienza haurà ancora la altezza C A, alla altezza A L, Et conuerrà me te qual conuenienza haurà la e s, alla s u, tale conuenienza haurà l'altezza A L, alla A C, Onde quando haueremo trouato il numero della L A, da esso verremo in cognitione del numero della A C, Che se per esempio, essendo e s, 4 misure la s u, fia misure $\frac{1}{2}$. perche il $\frac{1}{2}$. cõtiene il $\frac{1}{2}$. volte $6\frac{1}{2}$. ancora la L A, contenirà A C, volte $6\frac{1}{2}$. Onde per questo $6\frac{1}{2}$, partendo il numero della L A, & sia ponziamo 228. (trouato al modo detto) che ne viene $34\frac{1}{2}$. (ouero dicendo se 4. e s, da 228. L A, che darà $\frac{1}{2}$. 57 u, (o se 4. e s, douenta $\frac{1}{2}$. 5 u, che douentarà 228. A L,) & darà (o douentarà) $34\frac{1}{2}$.) questo $34\frac{1}{2}$. farà il numero della A C, Ma se guardassimo la cima C, dell'Edefitio nella positura più lontana; cioe dal punto d, pure conuerria che l'Alta, o filo x c t, fusse alzato per il suo diritto, Ouero che da se l'Alta, o fi o fusse tanto alto, & sia ponziamo x c o, che non solo la linea retta visuale d t A, la segasse in t, ma che anco la potesse segare la retta visuale che dal medesimo punto d, arriuasse alla cima C, Hora essendo egli alto a bastanza, sia che la retta visuale d C, lo seghi nel punto u, che all'gora similmente mediante la misura della s u, quando haueremo trouato la L A, potremo sapere la A C, perche similmente qual conuenienza hà la c t, alla t u, tal conuenienza hà la L A, alla A C, Et se la c t, fusse 4. misure come la e s, ancora la t u, saria tante misure quante la s u, che si trouasse con il segamento della retta visuale n e, Et perciò bora la t u douerìa essere misure $\frac{1}{2}$. Onde se per maggior sicurezza d'operatione veridica, o deligente, non da vn punto solo de' dui n, & d, ma da ambidui guardaremo la cima C, segnando li punti u, & u, doue le rette visuali seghino i fi i, o Alle e rette in q, & x, Se hauendo poste e t, & e s, eguali, trouaremo anco le t u, & s u, eguali, Ouero quãdo le e t, & e s, fussero ineguali trouaremo anco le t u, & s u, ineguali nel medesimo modo precise; cioe che tal cõuenienza sia precise da e t, a t u, quale da e s, ad s u, (ouero permutatamente) tal conuenienza sia da e t, ad e s, quale da t u, ad s u, ò vogliamo dire da t u, ad s u, quale da e t, ad e s,) questo ci potrà esser segno d'hauere operato diligentemente in questa parte.

Ancora per trouare la lunghezza di A C, Edifitio, o Torre eretta perpendicolarmente sù la cima A, del Monticello, si può (doppo eretta l'Alta, ò fi o q e s, & passando per s, dall'n, veduto la cima A, del Monticello) ponere l'occhio fra n, & e, di modo che passando la veduta per s, arriui alla cima C, & segnare il punto o, doue esta retta visuale seghi la linea n e, del piano, & misurare diligentemente la o e, che poi mediante essa o e, & e s, Et o e L, (trouata che sarà ancora la distãza e L,) si saprà la totale altezza L C, (per la similitudine delli dui Triangoli rettangoli o e s, piccolo, & O L C, grande) dalla quale L C, cauata la L A, (trouata che l'haueremo) il restante sarà la A C, Ouero si potrà fare questo istesso; cioe trouare questa A C, nell'altra positura del punto d, Se andando fra d, & e, in luogo che con l'occhio, passando la veduta per il punto t, ella peruenga al C, si segnarà il punto o, doue la retta visuale seghi la retta piana d c, & si misuri diligentemente la o c, (ouero si misuri la d o, & si caui dalla misura della d c, che così restarà la o c,) mediante la quale o c, con l'aiuto della c t, & o e L, (trouata che sarà la e L,) per la similitudine delli dui Triãgoli rettangoli o e t, piccolo, & o L C, grande, si trouarà la totale L C, & poi la A C.

Si potria anco piacendosi, con due positure, o due vedute sù la linea piana condurre due linee visuali da essa piana alla cima C, piu alta, & poi, o dalli medesimi punti della linea piana, o da vn solo (che basta) condurre due, o vna linea visuale alla cima A, più bassa segnando i punti, o il punto solo doue elle, o ella segaranno, o segarà i dui fili, o il filo, & seruirsene come s'è detto. Ouero nella linea piana da vn luogo solo condurre vna retta visuale che passando per la sommità istessa del filo più vicino al Monticello (per la qual sommità passa anco la retta visuale che peruiene alla cima più alta C,) peruenghi alla cima A, più bassa, & segnato il punto doue la retta piana fia segata da questa visuale che peruiene ad A, & misurata la distanza che è da esso punto del segamẽto per la linea piana fino al filo, o Alta perpendicolare adoprata, essa distanza (con l'aiuto dell'altre linee occorrenti) ci seruirà a trouare l'altezza del Monticello, o vogliamo dire della L A.

Si potria mò da ciascuna delle sopradette operationi Algebratiche derivate la semplice Regola numerale, ma noi la estraheremo solo da questa doue, & si adopra vna sola linea piana, Et l'Alte o fili eretti perpendicolarmente ad essa si pongono eguali, Et nella veduta più vicina si fa passare la retta visuale per il termine doue fanno l'angolo retto insieme nel punto c, la retta piana, & il filo che hà seruito, o seruirà alla veduta più lontana; che essa veduta più lontana può essere la prima, o la seconda, come ci piacerà, o verrà comodo.

Sia

Sia dunque che dato il piano P q. & il Monticello in esso elevato, la cima del quale sia *A*, si vogli sapere l'altezza d'esso; cioè quanto la cima, o punto A. sia alta sopra al piano. Per farlo, noi in vn luogo d'esso piano à beneplacito più vicino al Monticello che ci venga comodo, ergeremo vn filo à piombo, o vogliamo dire all'in sù per il diritto, & si formarà vna linea visuale che vada ver so l'altezza del Monticello (qual linea seghi esso filo ad'angoli retti, o vogliamo dire à squadra, acciò che ella sia equidistante al piano dell'Orizonte, che perciò la chiamaremo linea piana, & sia la b e, essendo e, il termine più vicino al Monticello, doue anco ella fa angoli retti con il filo, & esso filo si chiami q r. essendo il punto q. il termine doue egli arriua in terra, poi dal punto e, del segamento verso la sommità r, in esso filo, si seghi il punto s, lontano dall'e, vn numero determinato di misure, o misurette à beneplacito, & sia esso numero di e s. poniamo 4 poi all'ontanandoci dal Monticello, & dal filo sù per la linea piana detta si peruenga in luogo doue vna retta visuale che passi per il punto s. peruenghi precise alla cima A. del Monticello, & si segni il punto c, doue questa visuale seghi la piana e b. & si misuri diligentemente con misura determinata questa distanza e c, & sia il numero d'essa poniamo 25 $\frac{1}{2}$. Ancora per il medesimo punto e, si erga à piombo vn filo che arriui con vn termine, & sia l'x. in terra, & con l'altro sia disposta alla retta piana tanto, che in essa parte superiore si possa pigliare vn'altezza eguale alla e s, cioe di 4. misurette, & sia il termine d'esse i t, cioe sia t e, 4. misurette, poi allontanandoci dal Monticello, & da esso filo t e x, sù la linea piana, si peruenga in luogo doue vna retta visuale che passi per il punto t, peruenga precise alla cima *A*. del Monticello, & si segni il punto d, doue questa visuale seghi la piana e b, & si misuri diligentemente, con la sorte di misura adoprata nella e c. questa distanza e d. & si troui essere il numero d'essa distanza e d poniamo 26 $\frac{1}{4}$. fatto questo ci restarà con il calcolo à trouare l'altezza cercata, ilche si fa (mediante la inuentione della distãza piana e e L. che si imagina peruenire ad angolo retto alla retta A L. quale si parta dalla cima A. à piombo, determinando quanto sia alto il punto, o cima A. (sopra ad essa retta piana) nel modo seguente. Partasi l'altezza e s. 4. ouero e t. (che sono eguali) per la distanza minore e e. 25 $\frac{1}{2}$. più vicina al Monticello; & anco per la d c. maggiore 26 $\frac{1}{4}$. più lontana, che ne viene dalla più vicina $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$. & dalla più lontana $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{16}$. questo $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{16}$. dalla più lontana si caui dal $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$. venuto dalla più vicina, che resta $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{16}$ quale si chiami A. Ancora si moltiplichi e e, 25 $\frac{1}{2}$. distanza minore più vicina al Monticello per e s, altezza 4. & il prodotto 102 $\frac{1}{2}$. si parta per d c. 26 $\frac{1}{4}$. distanza maggiore più lontana, & ne vie ne 3 $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{16}$. quale auenimento si parta per l'*A*. $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{16}$. & l'auenimento 1129 $\frac{1}{2}$. quale si chiami D (che è la distanza e L.) si moltiplichi via l'altezza e s. 4. & il prodotto 4517 $\frac{1}{2}$. si parta per la distanza e e, 25 $\frac{1}{2}$. più vicina, & all'auenimẽto 176. (& si può chiamare G.) si giunga tutta l'altezza s e q. (cioe s e. 4. & e q 8.) che la somma 188. farà l'altezza A B. del Monticello, nella sorte di misure delle quali è l'altezza s e. 4. & e q 8.

Et se essendo eretta alcuna Torre, o Edificio poniamo la A C. nella cima A. del Monticello si vogli sapere particolarmente l'altezza d'essa Torre A C. Noi quando dal punto c. (veduta più vicina al Monticello) posto nella linea piana d c e. hauueremo condotto la linea visuale c s *A*. alla cima A. del Monticello, qual retta visuale passi per il punto s. dell'altezza, o filo r s e q. noi dico senza leuare il principio della veduta da esso punto c, la alzaremo di modo che ella peruenga precise alla cima C. della Torre, o Edificio A C. detto; Cioe dal medesimo punto c. condurremo vna retta visuale che peruenga precise alla cima C. & segnaremo il punto t. doue questa retta visuale seghi il filo à piombo r s e q. misurando con diligenza questa particolare altezza t s. & si troueà poniamo $\frac{3}{4}$. la quale t s. ci seruirà a tapere quante delle misure della istessa sorte di t s. $\frac{3}{4}$. sia l'altezza A C. operando come segue. L'auenimento che disopra si chiamò G. & fu trouato essere per numero 176. si moltiplichi con il numero di t s. $\frac{3}{4}$. & il prodotto 105 $\frac{3}{4}$. si parta per il numero di e s. che è 4. & all'auenimento 26 $\frac{1}{4}$. si giunga il numero di detta t s. $\frac{3}{4}$. che la somma 27. farà il numero della A C. della medesima sorte che è il numero della t s. Cioe se la t s. sia piedi $\frac{3}{4}$. la *A* C. sarà piede 27. ma se t s. fusse braccia $\frac{3}{4}$. la A C. saria braccia 27. Et così dell'altre.

Et se anco da qualche punto segnato nel piano P q. & sia il P. istesso, vorremo tirando vna retta visuale alla cima *A*. ouero alla cima C. sapere quante misure, & siano passi ella farà (per conoscere poniamo che effetto potessero fare i tiri d'vna Machina da porre in esso piano in P. verso la cima *A*. ouero C.) noi vedremo quanti passi; Sia la retta piana P B. che partendosi dal punto P. dato vada à formare angolo retto con la C *A* B. condotta a piombo dalla cima C. ouero *A*. sù la detta piana P q. allungata quanto occorre; cioe fino in B. Et io sapremo dalle operationi passate, perche l'auenimento disopra nominato D. ci mostra sempre la distanza piana che è dal punto q. al B intersettione della linea piana, & della à piombo, ò a lui perpendicolare C A B. nella sorte di misure delle quali la e e. è stata 25 $\frac{1}{2}$. & la d c. 26 $\frac{1}{4}$. qual sorte di misure se sia passi, farà a punto del la sorte che vogliamo, Et se non sia passi, ma altra sorte di misura, la ridurremo à passi vedendo

Digitized by Google

che conuenienza habbi essa misura con il passo, & lo potremo fare facilmente misurando la distanza d e, ouero la c e, ò la totale d e, ouogliamo dire la g q, al ter eguale nel piano con il passo, & sia che q uesta g q. si troui essere passi 21 $\frac{1}{2}$. che così sapremo tanto essere passi 21 $\frac{1}{2}$. quanto le misure 26 $\frac{1}{2}$. & 25 $\frac{1}{2}$. cioe quanto le misure 51 $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$. perilche potremo mò ridurre à passi la distanza q B. (eguale alla e L.) che con il calcolo fu trouata essere misure 1229 $\frac{1}{4}$. dicendo; Se misure 51 $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ g q. douentano, ò sono passi 21 $\frac{1}{2}$. le misure 1229 $\frac{1}{4}$ q B. quanti passi saranno? Et vedremo che saranno passi 465 $\frac{1}{4}\frac{1}{1}\frac{8}{8}\frac{9}{16}$. per la distanza q B. detta, alla quale giongendo li passi 21 $\frac{1}{2}$. di q g. Et misurata g P. che rimane, & sia passi 3 $\frac{1}{8}$. giunta anc'ella alle due g q, & q B. la somma sarà passi 490 $\frac{1}{4}\frac{6}{6}\frac{6}{8}\frac{7}{4}$. che è la quantità della distanza P b. Ancora ci conuiene hauer notitia della quantità dell'altezza A B. in numero di passi (che è la misura data) Onde sapendo che ella è misure 188 di quelle delle quali la s e, è 4. & la e q, è 8. o vogliamo dire di quelle delle qua'i la s q, è 12. noi misurando questa s q, con il passo dato, & trouando ella essere passi 5 $\frac{7}{8}$. potremo poi per ridurre la A B. dire; Se misure 12. s q. sono passi 5 $\frac{7}{8}$. che saranno misure 188. A B. Et vedremo essa A B. essere passi 92 $\frac{1}{4}$. Di più si vedrà quanti passi sia l'altezza C A. quale fu trouata essere misure 27. di quelle delle quali la altezza t s. nel filo r q. è $\frac{3}{4}$. perilche cercaremo che conuenienza habbi questa forte di misura con il passo. Et per farlo comodamente (se bene potressimo misurare essa parte t s. di filo con il passo diuiso in molte particelle) poneremo in Terra, o doue ci piaccia, vn numero à beneplacito delle misure con le quali fu misurato t s. essere $\frac{3}{4}$. Et sia che vi siano poste misure 10. & questa distanza, o lunghezza che elle contenerranno, si misure poi diligentemente con il passo, & sia che si troui essere passi 8 $\frac{5}{6}$. che così sapremo 10. di quelle misure essere passi 8 $\frac{5}{6}$. Et perciò potremo dire. Se misure 10. sono passi 8 $\frac{5}{6}$. le misure 27. di A C. quanti passi saranno? & vedremo, che saranno passi 23 $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. p l'altezza A C. che se la giongere. mo alla A B. trouata essere passi 92 $\frac{1}{4}$. la sõma passi 115 $\frac{1}{2}\frac{0}{1}\frac{7}{0}$. sarà la altezza totale C B. Hora noi sappiamo la distanza P B. essere passi 490 $\frac{1}{4}\frac{6}{6}\frac{6}{8}\frac{7}{4}$. l'altezza A B. essere passi 92 $\frac{1}{4}$. Et la terza C B. essere passi 115 $\frac{1}{2}\frac{0}{1}\frac{7}{0}$. Onde mediante queste potremo sapere la distanza mista visuale P A. & anco la P C. Che quanto alla P A perche ella s'oppone al'angolo retto B. del Triangolo rettangolo P B A, imaginato: Il quadrato del num. d'essa P A. sarà eguale alla somma delli quadrati delli numeri di P B. & B A. che formano esso angolo retto B. ma il numero di P B. è 490 $\frac{1}{4}\frac{6}{6}\frac{6}{8}\frac{7}{4}$. però il suo quad, è 240614 $\frac{1}{4}$. in circa, Et il numero di B A. è 92 $\frac{1}{4}$. però il suo quadrato è 8471 $\frac{3}{4}\frac{8}{16}\frac{9}{16}$. Onde la somma d'esi dui quadrati sarà 249096 $\frac{1}{4}$. in circa, ilche è il quadrato del numero conueniente alla P A. la radice quadra dunque di questo che è 499 $\frac{9}{8}\frac{5}{0}$. in circa, o vogliamo dire che è quasi 499 $\frac{1}{2}$. sarà il numero di P A. Cioe perciò si dirà la distanza visuale P A. essere quasi passi 499 $\frac{1}{2}$. Et quanto alla distanza P C. perche ella s'oppone all'angolo retto B. del Triangolo rettangolo imaginato P B C. Il quadrato del numero d'essa P C. sarà eguale alla somma delli quadrati delli numeri di P B. & B C. che formano esso angolo retto P B C. Ma il numero di B C. è 115 $\frac{1}{2}\frac{0}{1}\frac{7}{0}$. però il suo quadrato è 13430 $\frac{1}{4}\frac{3}{4}\frac{6}{6}\frac{9}{0}\frac{0}{0}$. al quale giontо 240614 $\frac{1}{4}$. in circa quadrato di P B. fa in somma 254055 $\frac{7}{4}\frac{8}{4}\frac{6}{0}\frac{0}{0}$. in circa, ilche è il quadrato del numero conueniente alla P C. la radice quadra dunque ci questo, quale è 504 $\frac{1}{4}\frac{1}{6}$. in circa, o vogliamo

PB 490 $\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{6}{4}\frac{7}{4}$.

356 | 186690

524

869

1370

146

514 $\frac{7}{1}\frac{3}{7}\frac{3}{8}$.

240100 $\frac{1}{4}$. & più

quad. di P B. 240614 $\frac{1}{4}$ in circa

quad. di B A. 8471 $\frac{3}{4}$. & più

quad. di P A. 249096 $\frac{1}{4}$. in circa

. . .

499

890

8996

P A 499 $\frac{1}{2}\frac{0}{0}\frac{5}{8}$. in circa

BA. 92 $\frac{1}{4}\frac{0}{4}$.

7 $\frac{1}{4}$.

8464 $\frac{1}{1}\frac{0}{7}\frac{7}{6}$.

8471 $\frac{3}{4}\frac{8}{16}\frac{9}{16}$.

quadr. di B A.

quadr. di C B. 13430 $\frac{1}{4}\frac{3}{4}\frac{6}{4}\frac{9}{0}\frac{0}{0}$.

quadr. di P B. 240624 $\frac{1}{4}$ in circa

quadr. di P C. 254055 $\frac{7}{4}\frac{8}{4}\frac{6}{0}\frac{0}{0}$. in circa

. . .

504

39

P C. 504 $\frac{1}{4}\frac{1}{6}$. in circa.

CB. 115 $\frac{1}{2}\frac{0}{1}\frac{7}{0}$.

24610

205 $\frac{1}{1}\frac{1}{4}$.

13225 $\frac{1}{4}\frac{3}{4}\frac{6}{4}\frac{9}{0}\frac{0}{0}$.

Digitized by Google

gliamo dire che è quasi 504 $\frac{1}{4}$. sarà il num. di P C. Perilche si dirà la distanza visuale P C. essere

Fig. 1. quasi passi 504 $\frac{1}{4}$.

Et questo basti per hora.

d c. 27 $\frac{1}{4}$. (cc 3.) g B. 74 $\frac{1}{4}$ p. 1. ꝛ.

83. 224. p. 1. ꝛ.

672. p. 9. ꝛ.

Sia q B. 1. cosa; però p B. ouero n L. sarà 37. p. 1. ꝛ.

n e. distãza 37. (dà e 8. altez. 4 (che darà n L. distãza 37 p 1. ꝛ

darà L A. altezza 4 p. $\frac{6}{8}$. ꝛ.

faria L A. 8 $\frac{6}{8}$. p. $\frac{0}{8}$. ꝛ. Ma è 4 p $\frac{1}{4}$. ꝛ

333. 332.

però 4 $\frac{5}{8}$. più $\frac{1}{0\ 7}$. cose faria eguale à

A. niente ilche è impossibile.

Per trouare L *A*.

n e. distanza piedi 37. (da e 8. altezza misure 4

(che darà n L. distãza piedi 37. & 10466 $\frac{3}{8}$.

41865 $\frac{1}{4}$.

d c. 27 $\frac{1}{4}$. (cc 3.) g B. 74 $\frac{1}{4}$ più 1 cosa

111. 299. più 4 cose

897. più 12. cose

darà misure. 4. & 1131 $\frac{1}{4}$.

cioe misure 1135 $\frac{1}{4}$. per L A. 116

55

Saria L A. 8 $\frac{0}{1}$. p. $\frac{4}{1}$. ꝛ. Ma è 4 p. $\frac{4}{1}$. ꝛ.

però 4 $\frac{4}{1}$. faria eguale à niente, ilche è impossibile.

Ouero

d e. 27 $\frac{1}{4}$ (cc 3.) g B. 74 $\frac{1}{4}$ p. più 1. cosa

Ouero 47 p 1. ꝛ. di più di d e. che darà 7

141. p. 3. ꝛ.

557 | 2820. p. 60. ꝛ.

d e. dif. | da e t. altez. | che darà d L. distãza piedi 27 $\frac{1}{4}$ $\frac{7}{0}$. | misure 3. | 18 $\frac{1}{4}$.

piedi 27 $\frac{1}{4}$ $\frac{7}{0}$. to. 37. & 10466 $\frac{3}{8}$.

cioe piedi 10547 $\frac{0}{0}$.

31613 $\frac{1}{4}$ $\frac{7}{0}$.

1114 | 1163947

darà 5 $\frac{2}{1}$. p. $\frac{6}{1}$. ꝛ. di più di d e. 3.

farà L A. 8 $\frac{2}{1}$ p $\frac{6}{1}$. ꝛ. Ma è anco 4 più

2220. $\frac{4}{1}$. cose

2128

L A. misure 1135 $\frac{1}{4}$.

L B. misure 12

darà misure. 1135 $\frac{1}{4}$. p L A.

2509

3954

però 4 $\frac{2}{1}$. farà eguale à $\frac{8}{0}$. cose.

1295

82436.

A *B*. mis. 1147 $\frac{1}{4}$. che à 8. al piede

farà A B. piedi. 143 $\frac{7}{8}$.

6127

Cioe 837 1. eguale à 8. cose

10466 $\frac{3}{8}$. varrà la ꝛ. Et questo farà q B.

d c. 27 $\frac{1}{4}$ (cc 3.) g B. 74 $\frac{1}{4}$ p 1. ꝛ.

167 449. p. 6. cose

1347. più 18 cose

557

P g. piedi 7 $\frac{1}{4}$.

g x. 27 $\frac{1}{4}$ $\frac{7}{0}$.

Ouero perche sappiamo l'altezza A L. essere 4. p $\frac{4}{1}$. ꝛ. ouero 8 $\frac{2}{1}$ p. $\frac{6}{1}$. ꝛ. Et anco sappiamo che la cosa vale, ouero è 10466 $\frac{3}{8}$. noi mediãte questo trouando il valore di qual si voglì d'esse due quantità egli sarà anco il numero della A L.

faria L A. 8 $\frac{1}{1}$ p. $\frac{1}{1}$ $\frac{6}{0}$ ꝛ. Ma è 4 p $\frac{4}{1}$. ꝛ.

666 668. p q. 37

però 4 $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{7}{0}$. faria eguale à $\frac{2}{0}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{0}$. cose.

407

24716.

x p. 10

q B. 10466 $\frac{3}{8}$.

P B. piedi. 10548 $\frac{5}{8}$.

Cioe. 25123. eguale à 2. cose

12561 $\frac{1}{2}$. valeria la ꝛ. Et questo faria q B.

10466 $\frac{3}{8}$. è la cosa A L. è $\frac{4}{1}$ $\frac{7}{0}$. cose più 4.

via $\frac{4}{1}$ $\frac{7}{0}$.

37 | 41865 $\frac{1}{4}$.

1131 $\frac{1}{2}$

il. 4

però 1135 $\frac{1}{4}$. farà *A* L.

Ouero A L. è $\frac{6}{1}$ $\frac{0}{7}$. cose più 8 $\frac{2}{1}$ $\frac{5}{7}$

10466 $\frac{3}{8}$.

557 | 6·7982 $\frac{1}{2}$.

1127

709

1518

4142 $\frac{1}{2}$.

243 $\frac{1}{2}$.

1137 $\frac{5}{557}$ è il $\frac{6}{1}$ $\frac{0}{7}$. cose

8 $\frac{2}{1}$ $\frac{5}{7}$.

1135 $\frac{1}{4}$. farà A L.

| d c. 27 $\frac{1}{4}$ $\frac{0}{7}$. | c. 3. | g *B* 74 $\frac{1}{4}$ $\frac{0}{7}$. più 1. cosa

879 749. più 10. cose.

2247. più 30. cose.

Saria L A. 8 $\frac{5}{1}$ $\frac{0}{7}$. più $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{7}$. cose

Ma

Digitized by Google

Ma è 4. più $\frac{1}{7}$. cose; però $\frac{4}{1}$. sarà eguale à $\frac{2}{1} + \frac{1}{7}$. cose

185.

13764.

Cioè 139. 9 Eguale à 2. cose

Fig. 2. 6974 $\frac{1}{2}$. valeria la 1. Et questo saria q *B*

Si pone q *B*. ouero *M*. essere 1. cosa; però dimandarne, piedi 19. & e s, misure 3. che dà n A, (nel Triangolo rettangolo grande s r A. simile al Triangolo rettangolo piccolo n e s,) misure $\frac{1}{1}$. cose; onde giôcali r M, (che è simile ad e s,)

misure 3. p. $\frac{3}{1}$. cose più 3. per *A M*. Ancora se d c, piedi 25 $\frac{1}{2}$. da c t, misure 4. d L, piedi 76 $\frac{1}{2}$. più 1. cosa, q vogliamo dire d L, piedi 25 $\frac{1}{2}$. p. 51. più 1. 1, darà misure 4. p. 8. più $\frac{8}{1}$. per L A, dalla quale cauato L M. (eguale ad n i,) misure 6. resta misure 6 più $\frac{5}{1}$. cosa per M A, ma essa *A M*, è stata trouata essere 3. più $\frac{3}{1}$. cose; però à questa è eguale il 6. più $\frac{8}{1}$. cosa. Onde aggiugliato haueremo $\frac{5}{6}$. cose eguale a 3. perilche la cosa valerà 2907. & per ciò q *B*, posta 1, cosa sarà pie di 2907. Et *A M*, trouata $\frac{3}{1}$. cose più 3. Ouero $\frac{8}{1}$. cosa più 6 sarà 459 più 3. Ouero 456. più 6, cioè misure 462. Come si trouaria anco mediante il Triangoletto rettangolo n e s, dicendo; Se n e, piedi 19. da e s, misure 3. che darà n M, piedi 19. più 2907? Et si vedrà che darà misure 3. p. 459. cioè misure 462. Ouero come si trouarà anco mediante il Triangoletto rettangolo d c t, dicendo; Se d c, piedi 25 $\frac{1}{2}$. da c t, misure 4. che darà d L, piedi 25 $\frac{1}{2}$. più 51. più 1. cosa? Et vedremo che darà misure 4. più 8. più 456. cioè misure 468. per A L, (però A M, che è 6. misure di maneo retaria 462.) Onde ad A M, 462. giunto M *B*, 6. Ouero ad A L, 468. giunto L B. 6. ne resultarà A *B*. misure 478. da ridurre à piedi, ouero a braccia ò à quale altra sorte di misura si vogli.

Fig. 3.

Si pone q B. ouero e L, essere 1. cosa, & conderato il Triangolo rettangolo grande n L A, simile al suo parziale Triangoletto rettangolo n e s, la base n e, del quale è piedi 28 $\frac{1}{2}$. & l'altezza e s, misure 4. perche

t c, misure 4. n e L, base del grande è piedi 28 $\frac{1}{2}$. più 1. cosa, si trouarà la sua altezza

s e, misure 4. A L, essere misure 4. più $\frac{8}{1}$. cose.

d e, piedi 45 $\frac{1}{2}$. Ancora se d c, piedi 30 $\frac{1}{2}$. base nel Triangolo rettangolo piccolo d c

n e, piedi 28 $\frac{1}{2}$. t, da c t, altezza misure 4. la retta d L, piedi 45 $\frac{1}{2}$. più 1. cosa. base nel Trian

d c, piedi 30 $\frac{1}{2}$. golo rettangolo grande d L A, simile al piccolo d c t, darà per L A, altezza del grande misure $6\frac{6}{1}$. più $\frac{1}{2}$. cosa, ma essa L A, (appiamo anco douere essere misure 4. più $\frac{8}{1}$. cose; perilche quelle due quantità sono eguali fra loro, & aguagliato haueremo $\frac{5}{1}$. $\frac{8}{1}$. cose eguale à $2\frac{6}{1}$. però la cosa valerà 237 $\frac{3}{1}$. $\frac{4}{1}$. (che è alquanto maneo di 237 $\frac{4}{1}$.) perilche la distanza q *B*. che fu posta 1. cosa sarà piedi 237 $\frac{3}{1}$. $\frac{4}{1}$. Et A L, trouata $\frac{8}{1}$. cose più 4. Ouero $\frac{1}{0}$. cose più $6\frac{6}{1}$. farà 33 $\frac{3}{1}$. $\frac{1}{1}$. più 4. cioè 37 $\frac{3}{1}$. $\frac{1}{1}$. Ouero 31 $\frac{1}{1}$. $\frac{8}{1}$. più $6\frac{6}{1}$. cioè 37 $\frac{3}{1}$. $\frac{1}{1}$. alla quale giunta la L B, si haurà la A *B*, totale.

d e, c t, d L.

30 $\frac{1}{2}$. | 4 | 45 $\frac{1}{2}$. più 1. cosa

455 684

2736

L A, $6\frac{6}{1}$. p. $\frac{1}{0}$. 1. però è eguale à 4. p. $\frac{8}{1}$. cose

684 738

via $\frac{8}{1}$. via $\frac{1}{1}$.

Cioè $2\frac{6}{1}$. Eguale à $\frac{1}{1}$. $\frac{8}{1}$. cose 1872 2808

Però $\frac{4}{1}$. $\frac{4}{1}$. cose Eguale à 1898 $\frac{4}{1}$. $\frac{3}{1}$. 1847 $\frac{6}{1}$. $\frac{3}{1}$.

41 229 33 31

46683 188 117

114114 17 26

5005 | 1187823 12597 19253

237 fa 33 $\frac{4}{1}$. $\frac{1}{0}$. $\frac{1}{1}$. fa 31 $\frac{1}{1}$. $\frac{8}{1}$. $\frac{1}{0}$. $\frac{1}{1}$.

1868 1 giontili 4 giontoli $6\frac{6}{1}$. 66

36673 fa 37 $\frac{3}{1}$. $\frac{1}{1}$. per A L. $\frac{1}{1}$. $\frac{5}{0}$. $\frac{4}{1}$.

1638 fa 37 $\frac{3}{1}$. $\frac{1}{1}$. p A L.

la cosa vale. 237 $\frac{3}{1}$. $\frac{4}{1}$.

Fig. 4.

3. più

Digitized by Google

3.più $\frac{3}{10}$ $\frac{3}{73}$ più $\frac{3}{76}$ $\frac{3}{10}$.cose, Eguale à 4.più $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{10}$.cose

2 $\frac{8}{10}$ $\frac{8}{56}$ .eguale à $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{10}$.cose; però la cosa vale 1400.

1400. via $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{10}$.	Ouero 1400 via $\frac{7}{4}$ $\frac{7}{10}$.
fa 214 giontoli. 4	fa 227 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{10}$. giontoli 4 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{9}$.
228. A L,	228. per A L,

Pono e L, ouero q B, essere 1. cosa; però se 25. ne, da 4. es. la retta n e L, 4. più 1. cosa, darà 4. più $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{10}$. cose per L A. Ancora se d c, 19. da c e t, 3. la retta d n L, 19. più 25. più 1. cosa darà 3. più, 3 $\frac{8}{10}$ più $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{10}$. cose per L A, però questo è eguale à 4. più $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{10}$. cose, Et però 2 $\frac{8}{10}$ $\frac{8}{56}$. è eguale ad $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{10}$. cose, perilche la cosa valerà 1400. & questa è la retta e L; ouero q B, Onde L A, sarà 228.

Fig. 5. Et quando t e, si facesse 4. come è la s e, per trouare quanto douerà essere la distanza d c, seruendoci del solo giudicio naturale (che volendo senz'altro pensiero, o fatica adoprare l'Algebra, potressimo ponere essa d c, douere essere 1. cosa, che così, se d c, 1. cosa dà 4. c t, la d e L, 1. cosa più 25. più 1400. (che già sappiamo la e L, & la A L,) darà 4. più 5700. esimo d' 1. cosa, per la L A, ma L A, è 228. però ella quantità è eguale a 228. & leuando 4. da ciascuna banda, haueremo 5700. esimo d' 1. cosa eguale a 224. Et per leuare il rotto, moltiplicando ciascuna parte per il denominatore 1. cosa; haueremo 5700. eguale a 224. cose; Onde partendo 5700. per 224. che ne viene 22 $\frac{2}{56}$. questo sarà il valore della cosa; però d c, posta 1. cosa douerà essere 25 $\frac{3}{10}$ $\frac{3}{56}$. quando essendo n L, 1425. & L A, 228. la c t, fia 4. Ouero posta d c, douere essere 1. cosa, ò potrà dire Se c t, 4. altezza d a c d, 1. cosa distanza, che douerà dare L A, altezza 228. & vedremo che douerà dare 57. cose per la distanza d L, ma ella è 1425. più 1. cosa (perche e L, è 1425. & c d, è posta 1. cosa che in somma fa 1425. più 1. cosa) onde 57. cose sarà eguale a 1425. più 1. cosa; Cioè (leuato 1. cosa da ciascuna banda) haueremo 56. cose eguale a 1425. perilche la cosa sarà eguale, o vogliamo dire la cosa valerà 25 $\frac{25}{10}$ $\frac{25}{56}$. il che farà la quantità numerale di d c. Et tanto la doueremo trouare, quando ella fia misurata, & operata diligentemente a bastanza) potremo considerare che essendo 4. altezza c e, li $\frac{4}{25\frac{25}{56}}$. cioè l' $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{10}$ di 228. altezza A L, ancora d c, diffà za deue essere similmente l' $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{10}$. della distanza d L, (per la similitudine delli dui Triangoli rettangoli d c t, picolo, & d L A, grande) On de alla distanza e L, 1425. conuien giungere la d e, tale, che essa d c, sia poi l' $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{10}$. detto della somma totale d L, Cioè d c, deue entrare volte $\frac{4}{1}$ $\frac{7}{1}$. o vogliamo dire 57. volte in d L, ma ella in d c, medesima entra 1. volta; però in c L, restante douerà entrare questa 1. volta di manco, però vi entrarà solo 56. volte perilche ella sarà l' $\frac{1}{56}$ $\frac{1}{10}$. di c L, 1425. Onde moltiplicando questo $\frac{1}{56}$ $\frac{1}{10}$. via il 1425, o partendo esso 1425. per $\frac{1}{56}$ $\frac{1}{10}$. cioè per 56. che ne viene 25 $\frac{25}{56}$ $\frac{25}{10}$. questo 25 $\frac{25}{56}$ $\frac{25}{10}$. douerà essere il numero della d c.

Notisi che queste figure non sono fatte con le misure che realmente conuerriano alle quantità in esse nominate, che per esempio quando la n e, fia 25. non può il 1400. conuenire alla poca, o corta distanza e L, Et l'istesso si dire dell'altre linee considerate, & adoprate; ma perche in stretta carta non si possono descriuere gl'esempij, come realmente in Campagna occorreriano, se ne dà solo quella bozza, o segno che può essere bastenole all'occhio per intendere quanto si propone.

Di qui mò può il giudicioso, & accorto Lettore anertire essere impossibile (per diligenti che siano, & gli strumenti che s'adoprassero, & le operationi) sapere, o trouare esattamente la precise quantità, o numero d'alcuna tale lunghezza, o distanza; Et altezza; Perche hauendo veduto che di necessità il numero della retta d c e $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{10}$. ben s'accorge che (quando anco tutte l'altre misure, & operationi fiano state fatte (se possibile è) precisissimamente) alcuno per diligenza che vsi non trouarà mai, misurando essa d c, che ella sia questo precise numero 25 $\frac{25}{56}$ $\frac{25}{10}$. perche saria vna gran sorte, o vn'indouinare a dare a punto con la misura in esso retto, o a diuidere il piede in 56. parti come conuerria per hauere il denominatore d'esso rotto; Et vede che qual si vogli altra denominatione che si dia al rotto (schisato) che hà da accompagnarsi all'intiero 25. non sarà esatta in tutto, & che perciò ogn'altro rotto che a detto intiero 25. s'accompagni sarà, o troppo, o poco; Et perciò la operatione che si facesse con esso ci faria parere la distanza e L, & consequentemente l'altezza L A, di diuerso numero da quello che realmente deuono essere.

Ma di più tanto maggiormente portà ammirare i marauiglios ingegni, & la molta patienza, & deligenza de gl'Eccellenti Astronomi, quali non ostante le dette difficultà, anzi impossibilità, oltre li suppositi (solo verisimili) imaginati per saluare le molte apperrenze ne i Corpi Celesti, siano arriuati a tanta dottrina che conoschino, & predichino, o antiueghino anco per molti anni à venire, le Congiuntioni, Oppositioni, Quadrati, & altri aspetti, non solo delli 5. Pianeti, ma anco de i dui Luminarij, & in particolare gl'Eclissi loro, à i diuersi Popoli della Terra, senza molta variatione, ne del tempo d'essi, ne delle parti loro che Eclissano, o delle dimore in essi, &c. Onde

certo si scorge la tanta cognitione, & accume d'intelletto essere particolare dono Diuino da impiegarsi sempre a gloria di D I O eterno Omnipotente, Et a beneficio, e salutare, & ornamento

Fig. 6 del Mondo.

Pono e L, essere 1. cosa, Onde e e L, sarà $25\frac{1}{2}$. più 1. cosa; perilche essendo e s, 4. sarà a questa similitudine L A, 4 piu 4. esimo di $25\frac{1}{2}$. cose; Ancora perche d e, è 26 $\frac{1}{4}$. quando c t, è 4. essendo hora d e e L, 26 $\frac{1}{4}$. più $25\frac{1}{2}$. più 1. cosa sarà L A, a questa similitudine 4. più $3\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. più $\frac{1}{10}\frac{6}{4}$. cose; Perilche haueremo 4. esimo di $25\frac{1}{2}$. cose eguale a $3\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. più $\frac{1}{10}\frac{6}{4}$. cose, Cioe $\frac{1}{10}\frac{6}{4}$. cose eguale a $3\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. onde la cosa valerà, o sarà $1129\frac{1}{2}$. Et questo $1129\frac{1}{2}$. è il numero delle misure della distanza e L, posta 1. cosa.

Hora se $25\frac{1}{2}$. distanza e e, da 4. altezza e s, la distanza e e L, $25\frac{1}{2}$. più $1129\frac{1}{2}$. a questa similitudine darà 4. più 176 & questo 180. è il numero delle misurette dell'altezza A L, alla quale giunta la L B, o vogliamo dire la e q, che è ad essa L B, eguale, & sia trouata poniamo misurette 8. la somma 188. sarà il numero delle misure della totale altezza A B.

Quanto all'altezza A C, quale alla A L, 180. hà la istessa conuenienza ò similitudine che hà l'altezza t s, $\frac{3}{4}$. alla s e, 4. diremo Se e s, 4. ha s t, $\frac{3}{4}$. che haurà L A, 180. Onde moltiplicando 180. L A, per $\frac{3}{4}$. s t, & partendo il prodotto 108. per 4. e s, l'auenimento 27. sarà il numero delle misurette dell'altezza A C.

		s e, $25\frac{1}{2}$. (da e s, 4. (c e L, $25\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. p, $1129\frac{1}{2}$.	
d e, $26\frac{1}{4}$. (da c t, 4. (d e e L, $26\frac{1}{4}$. p. $25\frac{1}{2}$. p, 1. cosa	77		3388
105	101 $\frac{1}{2}$. p, 4. cose	7	308
	410 $\frac{1}{2}$. p, 16. cose	1	44
	95 $\frac{3}{4}$. darà 4. p, 176. per L A, però L A, sarà 180 che cõ LB, 8. fa 188. p AB.		
	$\frac{4-8-7}{1-0-3}$. g q, misure $5\frac{1}{2}$. e passi $21\frac{1}{2}$. che farà q B, misure $1129\frac{1}{2}$.		

darà 4. più $3\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. p, $\frac{1}{10}\frac{6}{3}$. cosa per L A. 623 | 107 | 13552

quale L A, sappiamo essere (mediante le e e, e s,) 4. p, 4. esimo di $25\frac{1}{2}$. 3125 | 1450064

però haueremo $\frac{1}{10}\frac{6}{3}$. cose eguale a $3\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. più $\frac{1}{10}\frac{6}{3}$. cose

1260 | 1332 | 465

28

Cioe $\frac{1}{10}\frac{6}{3}$. cose eguale a $\frac{1}{4}\frac{7}{6}$.

1 × 44 | 20406

77 | 3 | 3388 | 3 | 17164

$1129\frac{1}{2}$. vale la cosa per e L, | q B, sarà passi 465 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{8}{6}$. 623. 1246.

s q, misure 12. (è passi $5\frac{7}{2}$. (A B, misure 188. | q g, è passi $21\frac{1}{2}$. 389 $\frac{3}{2}$. 1946 $\frac{7}{6}$.

$15\frac{3}{2}$. | g P, è passi $3\frac{1}{10}$. 1589

$75\frac{1}{2}\frac{4}{2}$. | p B, è passi 490 $\frac{3}{4}\frac{6}{6}\frac{8}{4}\frac{7}{4}$. 4781 $\frac{1}{2}\frac{3}{4}$.

$13\frac{3}{2}$. 1666 $\frac{1}{2}\frac{3}{6}$.

$3\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. e s 4. (ha s t, $\frac{3}{4}$. (L A, 180 | 11335

45 | $\frac{2}{8}\frac{4}{6}\frac{6}{8}\frac{7}{4}$.

A B, è passi $92\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. 9. haurà 27. per A C, Ouero e s, 4. (s t, $\frac{3}{4}$. (L A, 4. p, 176

A C, è passi $23\frac{1}{2}\frac{7}{4}$. misure 10. (sono passi $8\frac{1}{6}$. (misure 27. | 132 | 44

C B, è passi $115\frac{1}{2}\frac{9}{0}\frac{7}{0}$. | 135 | $\frac{3}{4}$. p, $26\frac{1}{4}$. Cioe 27. sarà A C,

Può anco auertire lo Studente, che facilmente senz'altro calcolo potrà venire in cognitione della altezza A B, del Monte, della A C, della Torre, Et della distanza d L, ouero di d A, ò d C, ò altra da queste dependenti, così.

	$22\frac{1}{2}$. ma 10. di queste misure
216	sono passi $8\frac{1}{6}$.
10 | 238 $\frac{1}{2}$.	

Quando fatto lo schizzo della forma dell'operatione, & diligentemente misurate le rette necessarie d e e, piane, & le e t. Ouero e s, Et s t, perpendicolari al piano con vna istessa sorte di misura, (o ridottele ad vna istessa sorte di misura. Se fussero misurate con diuerse misure) sarà poi in luogo comodo, Egli formatasi vna scaletta di misurine ciascuna delle quali misurine rappresenti vna, ò più determinatamente delle misure grandi di passi, o piedi, o altro adoprate nelle reali linee dette) in vn Matonato, o Salegata, come dire si vogli ampla a bastanza, o in vna facciata di muro, postoli da vn lato d'essa facciata potrà diligentemente (con la scaletta fattali) disegnare le

passi 23 $\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. sarà A C.

rette

rette piane dette d c, e e, con le lunghezze precise à loro conuenienti, & ad esse erigere le perpendicolari c r, & e s r, con le lunghezze loro trouate efattamente, Et poi tirate le transuersali d r, & e s, allungarle verso r, & s, finche concorrano insieme (seruendosi se gli piacerà di dui fili, o simili,) & nel punto del concorso segnato A, da esso alla d e, piana, allungata verso e, quanto bisogna, tirare la perpendicolare A L, Et questa alzata verso A, finche concorra con la trasuersale e r, allungata verso r, nel punto del concorso segnare C, il che esequito, vedrà hauer formato vn disegno piccolo simile à punto al grande vero; Onde in esso piccolo con la sua fealetta misurando la e L, piana, Et le L A, & A C, perpendicolari, Et anco le d C, e C, & c A, o altre hauerà noto i numeri delle misurine d'esse tutte nel disegno murale, Et conseguentemente i numeri delle misure delle à loro corispondenti, & proportionali linee nel vero disegno grande a questo simile.

Io in'vn'Opera ripolta fra molt'altre compositioni nella cassetta che di Casa mia fu tolta da scosto l'anno 1594. nel tempo delle Rogationi di Maggio, mostrauo Geometricamente in vna vniuersalissima Propositione con facilità, come senza Instromenti particolari, essendo sopra ad vn Monte, ò Colle, ò altro luogo, & vedendo altri Monti, Piani, Valli, &c. si possano sapere le distãze da noi ad essi, & fra loro, le loro altezze, grossezze verso noi, & tutte l'altre linee, ò distãze da esse dependenti, visibili, & imaginarie; Et anco come questo si potesse applicare all'Astronomia nel trouare l'altezze, distanze, &c. nelli cropi celesti.

IN Vn'esercito sono 34000. Soldati fra Picchieri Moschettieri, & Caualli leggieri nel quale Esercito si spende il mese 182400. Scudi dando il mese per Soldo Scudi 4 $\frac{1}{2}$. ad ogni Picchiere, & Se. 5 $\frac{1}{2}$. ad ogni Moschettiere, & Scudi 9 $\frac{1}{2}$. ad ogni Caualllo leggiero, Et essendoui per ogni Moschettiere, 3. Picchieri, si domanda quanti Soldati vi sono d'ogni sorte.

Questo quesito riducendolo alla Astrattione Mathematica significa diuidere 34000. in 3. parti tali che la prima sia tripla alla seconda (perche si dice li Picchieri che si intende per prima essere 3. tanti delli Moschettieri che si intende seconda,) & che la prima moltiplicata per 4 $\frac{1}{2}$. & la secõda per 5 $\frac{1}{2}$. Et la terza per 9 $\frac{1}{2}$. la somma delli tre prodotti sia 182400. Onde posto la seconda 1. cosa che la prima sarà 3. cose, Et la terza sarà il restante fino a 34000. cioe 34000. meno 4. cose, Et moltiplicate la prima 3. cose per 4 $\frac{1}{2}$. che fa 13 $\frac{1}{2}$. cose, & la seconda 1. cosa per 5 $\frac{1}{2}$. che fa 5 $\frac{1}{2}$. cose, & la terza 34000. meno 4. cose per 9 $\frac{1}{2}$. che fa 323000. meno 38. cose, & questo sommato con le 43 $\frac{1}{2}$. cose, & 5 $\frac{1}{2}$. cose; cioe con 19. cose fa 323000. meno 19. cose il che è eguale a 182400. che accomodato il meno, & leuato 182400. da ciascuna banda si hauerà 19. cose eguale a 140600. però la cosa vale 7400. onde la seconda parte posta 1. cosa sarà 7400. & la prima posta 3. cose sarà 22200. la terza poi sarà il restante di queste due fino a 34000. cioe fara 4400. però riducendo la risposta alla qualità, ò denominationi del quesito si dirà che nell'Esercito sono 22200. Picchieri 7400. Moschettieri, Et 4400. Caualli leggieri

Sono 4. Soldati che vorriano comprare vn Caualllo, il primo ha tanti denari quanto importa la mitá delli Scudi del prezzo del Caualllo, & ancora ha Scudi 4. di più; Il secondo ha Scudi 12. manco di quello che importa il Caualllo, Il terzo ha Scudi 5. manco delli $\frac{3}{4}$. del prezzo del Caualllo. Et il quarto ha Scudi 2. manco delli $\frac{2}{3}$. del prezzo del Caualllo, & fra tutti quattro hanno Scudi 230. si domanda quanto è il prezzo del Caualllo, & quanto ha ciascuno; Ponasi che il prezzo del Caualllo sia Scudi 1. cosa, che perciò il primo che ha la mitá del prezzo, & 4. di più hauerà $\frac{1}{2}$. cosa più 4 Il secondo che ha Scudi 12. di mãco del prezzo del Caualllo hauerà 1. cosa meno 12. Il terzo $\frac{3}{4}$. cose meno 5. Et il quarto $\frac{2}{3}$. cose meno 2. Queste quattro quantita gionte insieme fanno 2 $\frac{1}{12}$. cose meno 15. & e quello che hanno fra tutti quattro, ma si dice che hanno 230 però 2 $\frac{1}{12}$. cose meno 15. è eguale a 230. cioe 2 $\frac{1}{12}$. cose eguale a 245. cioe 25. cose eguale a 2940. onde la cosa vale 84. però il prezzo del Caualllo che fu posto Scudi 1. cosa, sara Scudi 84. Et cosi il primo hauera Scudi 42. più 4. Il secondo Scudi 84. meno 12. Il terzo Scudi 63. meno 5. Et il quarto Scudi 56. meno 2. cioe il primo Scudi 46. Il secondo Scudi 72. Il terzo Scudi 58. Et il quarto Scudi 54. però fra tutti quattro haueranno Scudi 230. come si propone,

Sono dui Soldati ciascuno de quali si trouano hauere vna quantita di Cecchini, talmente che se il primo da al secondo la mita, & 1. di piu delli suoi, Il secondo hauerà poi quattro tanti di quello che sara restato al primo; Ma se il secondo da al primo la mita manco 6. di quello che ha all'hora il primo hauera dui tanti di quello che resta al secõdo, si domanda quãti Cecchini ha ciascuno,

Si Pone che il numero de Cecchini che ha il primo sia 1. cosa, & del secondo sia 1. quantitá, la mitá del primo è $\frac{1}{2}$. cosa, & 1. di più fa $\frac{1}{2}$. cosa più 1. che dato al secondo li resta $\frac{1}{2}$. meno 1. Et il secondo hauerà 1. quantitá più $\frac{1}{2}$. cosa, più 1. & questo deue essere quattro tanti di $\frac{1}{2}$. cosa meno 1. che è restato al primo; però al quadruplo di questo; cioe a 2. cose meno 4 sarà eguale la 1. quantitá più $\frac{1}{2}$. cosa, più 1. che accomodata la equatione, & lassata la 1. quantitá da se si hauerà 1 $\frac{1}{2}$. cosa meno 5. eguale a 1. quantitá perilche la quantitá vale, ò 1. quantitá

importa

importa quanto 1 $\frac{1}{2}$. cosa meno 5. Hora che sappiamo il valore della quantità rispetto alla cosa, poneremo di nouo che il primo habbi pure 1. cosa, & il secondo (che si pose 1. quantità) hauera 1 $\frac{1}{2}$. cosa m. 3. la metà di questo secondo è $\frac{1}{4}$. cose m. 2 $\frac{1}{2}$: & 6. di manco sara $\frac{3}{4}$. cose meno 8 $\frac{1}{2}$. che dara il secondo al primo; però li restara $\frac{3}{4}$. cose piu 3 $\frac{1}{2}$. Et il primo hauera 1 $\frac{1}{2}$. cose meno 8 $\frac{1}{2}$. il che deue essere doppio a $\frac{3}{4}$. cose piu 3 $\frac{1}{2}$. che è restato al primo; però sara eguale a 1 $\frac{1}{2}$. cosa piu 7. onde accomodata la equatione si hauera $\frac{1}{4}$. cosa eguale a 15 $\frac{1}{2}$. & la cosa valera 62. onde il primo che si pose hauere 1. cosa hauera 62. Cecchini, Et il secondo che haueua 1 $\frac{1}{2}$. cosa meno 5. hauera 93. meno 5. cioe 88. Cecchini.

LAVS DEO.

Quello, che segue va posto a facciate 36. doppo la riga 49. cioè seguendo alla terza riga del Capoverso, che comincia, Se mò di qui vorremo cauarne, &c.

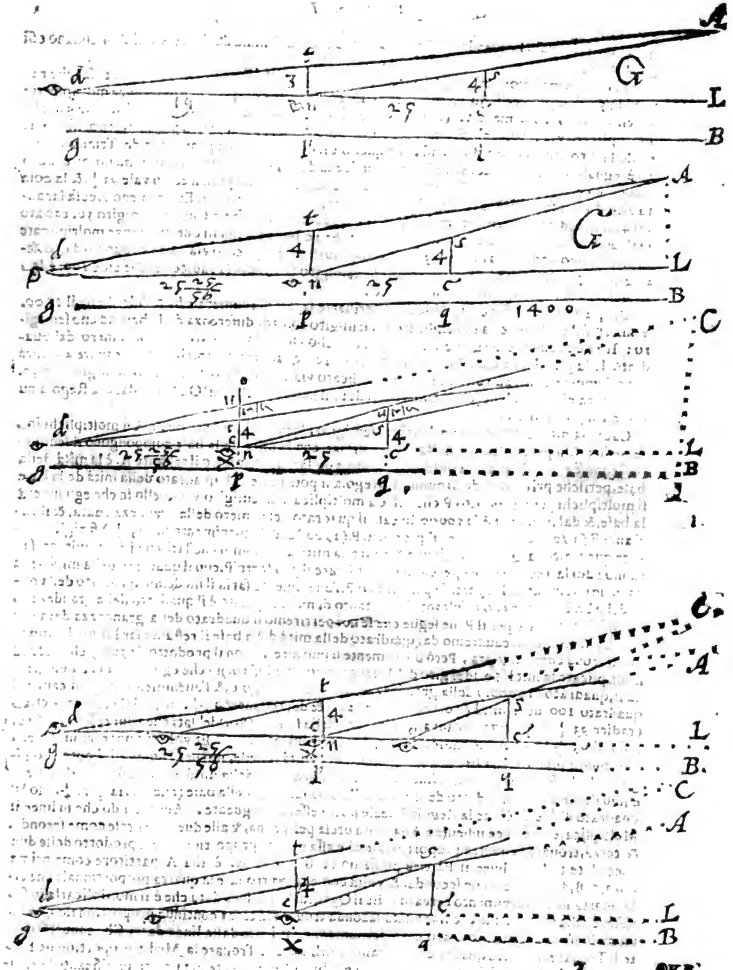
(p. m. 37. 25.) cose; habbiamo cauato g. 19. m. 3. che è il luogo della Luna alli 20. a mezo dì da g. 28 23. 51. che è il luogo del Sole all'istesso tempo delli 20. a mezo dì; & il restante g. 9. 20. 51. che è la distanza nella quale il Sole è più inanzi della Luna è stata eguale a quello che resta a cauar (m. 2. 23 $\frac{7}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}$. 2. che sono dalla banda del Sole da (m. 37. 25.) 2. che sono dalla banda della Luna, qual numero delle 2. che è dalla banda del Sole è nato a partire m. 57. 19. moto diurno del Sole dalli 20. di Giugno alli 21. per 24. numero delle hore del giorno, & però esso numero delle 2; cioe minuti 2. 23 $\frac{7}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}$. viene ad essere il moto horario del Sole, o vogliamo dire il moto d'vn'hora: Et il numero delle cose, che sono dalla banda della Luna è nato a partire g. 14. 58. moto diurno della Luna dalli 20. di Giugno alli 21. per 24. medesimamente numero delle hore del giorno, che perciò

D. Homobonus de Bonis Pœnitent. pro Illustriss. Cardin. Archiepiscop.

Imprimatur

F. Hieronym. Onuphr. Consultor S. Officij pro Reuerend. P. Inquisitor Bonon.

Digitized by Google



Digitized by Google

QVESITO

DVn Triangolo la grandezza è 100. la base 20. & la somma de' lati è 80. si domandano essi lati.

Pono il lato maggiore essere 40.(mitá d'80.)più 1.cosa & il minore 40.meno 1. cosa, che cauati da 50.semigiro,restano 10.meno 1.co. Et 10.più una co. quali due differenze moltiplicate insieme ,fanno 100. meno 1. censo. Ancora cauato 20. base dal 50. semigiro resta 30. che moltiplicato via il 50. semigiro fá 1500. quale moltiplicato con l'altro prodotto 100. meno 1. censo fá 150000. meno 1500.censi. Et questo è il quadrato della grandezza del Triangolo però è eguale à 10000. quadrato di 100. grandezza data , onde accomodato il meno & cauato 10000.da ciascuna banda si haverá 1500.cen. eguale à 140000.però il censo vale $93\frac{1}{2}$.& la cosa radice d'1.censo valerá radice $93\frac{1}{2}$. Et li dui lati posti 40.più 1.cosa. Et 40. meno 1.cosa saranno 40.più radice $93\frac{1}{2}$.Et 40.meno radice $93\frac{1}{2}$.Essendo la base 20.Che dal semigiro 50. cauato ciascuno de dui lati resta 10.meno radice $93\frac{1}{2}$.Et 10.più $93\frac{1}{2}$.quali due differenze moltiplicate insieme fanno 100.meno radice $93\frac{1}{2}$.cioè $6\frac{1}{2}$.questo moltiplicato via 1500.prodotto da 50.semigiro in 30.differenza della base 20 ad esso semigiro fá 10000.la radice del che cioè 100. è la grandezza del Triangolo come si propone.

Da questa Operatione Algebrica per derivarne la Regola numerale si considerá,che il 1500. numero de' censi nasce da moltiplicare 50. semigiro con 30. differenza della base ad esso semigiro; Il 140000.numero eguale ad essi censi è quello che resta à cauare 10000. numero del quadrato della grandezza data da 150000.dutto di 100.quadrato de' 10.che resta à cauare 40.mitá di 80.somma de' lati da 50.semigiro; moltiplicato via 1500. dutto detto di 50. semigiro via 30. differenza d'essi alla base(che è come s'è veduto il numero de' censi)Onde per dare la Regola numerale si potrá dire.

Cauisi la mitá della somma de' lati dal semigiro, & sia A il restante quale A si moltiplichi in se stesso; Ma perche la mitá della somma de' lati con la mitá della base compongono il semigiro si conosce che à cauare la mitá della somma de' lati del semigiro il restante A. è la mitá della base,perilche principiando di nuouo la Regola si potrá dire. Il quadrato della mitá della base si moltiplichi per il prodotto P che nasce à moltiplicare il semigiro via quello in che egli supera la base,& dal prodotto A(150000.)si caui il quadrato del numero della grandezza data, & il restante R(140000.)si parta per il prodotto P.(1500.)& dell'auenimento S. ($93\frac{1}{2}$.) *si pigli la* radice quadra,& sia Q. quale si giunga & caui alla mitá della somma de' lati,che *i dui* resultanti saranno i dui lati cercati. Et perche à moltiplicare il prodotto P. con il quadrato della mitá della base, se il resultante T si partisse per l'istesso P.l'auenimente saria il medesimo quadrato della mitá della base,ma non esso resultante T,ma tanto di manco quanto è il quadrato della grandezza data si deue partire per il P; ne segue che se noi partiremo il quadrato della grandezza data per il P,& l'auenimento cauaremo dal quadrato della mitá della base il restante sará il medesimo S. che si troua come di sopra, Però breuemente si può dire. Con il prodotto (1500.) che nasce à moltiplicare la mitá(50.)del giro del Triangolo via quello(30.)in che egli supera la base,si parta il,quadrato (10000.) della grandezza(100)del Triangolo,& l'auenimento($6\frac{1}{2}$.)si caui dal quadrato 100 della mitá (10.) della base (20.) & del restante($93\frac{1}{2}$.) se pigli la radice & essa (radice $93\frac{1}{2}$.)si giunga,& caui alla mitá(40.)della somma(80.)de' lati che i dui resultanti (40. piú rad.$93\frac{1}{2}$.Et 40.meno radice $93\frac{1}{2}$.)saranno i dui lati. Et volendo operare in lienee Douendosi pigliare vna lienea à beneplacito per vnitá lineale, noi per commodità potremo pigliare la base data per vnitá lineale,che cosi il quadrato della mitá della base cioè il numero equiualente ad esso quadrato della mitá della base sará l'$\frac{1}{4}$. della base (che $\frac{1}{4}$. via $\frac{1}{4}$. *fá* $\frac{1}{16}$. cioè il quadrato d'$\frac{1}{4}$.è $\frac{1}{16}$. Onde la Regola lineale potrá essere la seguente. (Auuertendo che in linee il Moltiplicare due linee insieme è Alla vnitá presa per prima,& alle due prese come seconda, & terza,trouare la quarta proportionale,che essa quarta proportionale è il prodotto delle due linee date; Et in linee il Partire poniamo la B per la A. è alla A partitore come prima linea,& B,da partire come seconda,& vnitá come terza trouare la quarta proportionale che essa quarta sará l'auenimento cercato. Et il Quadrare vna linea data che è il moltiplicarla in se stessa è Alla vnitá prima, & linea data seconda trouare la terza continua proportionale quale terza è la linea Equiualente al quadr. del numero significato dalla linea data; Che conuersamente il Trouare la radice quadra d'vna quantitá in linea è il Trouare la Media proportionale fra la vnitá,& la quantitá data, che essa media è la linea Equiualente al numero significante la radice quadra del nu. significato dalla quantitá data.)Quando la grandezza è 1000. ridotta la à quadrato il

drato il suo lato è 10.& perche la base è 20.ridotta la ad 1.esso lato sarà $\frac{1}{2}$.onde il quadrato che era 100.douenta $\frac{1}{4}$.(che bene 100.è l'$\frac{1}{4}$.di 400.quadrato di 20.base)& il quadrato della grandezza $\frac{1}{4}$. sarà $\frac{1}{16}$.

2.più 1.cosa | 2.meno 1.cosa

grandezza $\frac{1}{4}$.
semigiro 2 $\frac{1}{2}$.
base 1.

differenza 1 $\frac{1}{2}$.
via il semigir. 2 $\frac{1}{2}$.

fà 3 $\frac{3}{4}$.

$\frac{1}{2}$.più 1. cosa
via $\frac{1}{2}$.meno 1.cosa

fà $\frac{1}{4}$.meno 1.censo
via 3 $\frac{3}{4}$.

fà $\frac{15}{16}$. meno 3 $\frac{3}{4}$. censi, che è il quadrato della grandezza però è eguale a $\frac{1}{16}$.quadrato, d'$\frac{1}{4}$.grandezza data. Onde 3 $\frac{3}{4}$.censi è eguale a $\frac{14}{16}$.$\frac{15}{4}$.in $\frac{7}{8}$.entra p $\frac{7}{30}$. però $\frac{7}{30}$. vale il censo,ò de la cosa valerà radice $\frac{7}{30}$.& li lati saranno 2. più radice $\frac{7}{30}$. Et 2. meno radice $\frac{7}{30}$.

lati 2.più radice $\frac{7}{30}$.
2.meno radice $\frac{7}{30}$.
base 1.

giro 5.
semigiro 2 $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{2}$. più radice $\frac{7}{30}$.
via $\frac{1}{2}$.meno radice $\frac{7}{30}$.

fà $\frac{1}{4}$. meno $\frac{7}{30}$.
cioè $\frac{1}{60}$.

$\frac{15}{4}$.via $\frac{1}{60}$.
fà $\frac{1}{16}$.la radice e $\frac{1}{4}$.però $\frac{1}{4}$. è la grandezza come si propone.

2 $\frac{1}{2}$.
via 1 $\frac{1}{2}$.

fà 4 $\frac{3}{4}$.

Regola Cauisi la base dal semigiro & il restante si moltiplichi via il semigiro, Ouero (che resulta l'istesso) Cauisi la mità della base dalla mità della somma de'dui lati, & il restante si moltiplichi via la somma della mità della base con la mità della sõma de dui lati; Ouero cominciando da principio potremo dire. La mità della base si giunga, & caui alla mità della somma de dui lati, & i dui resultanti si moltiplichino insieme, cioè ad essi dui resultãti presi per seconda, & terza, essendo presa la base come prima di tre quantità si troui la quarta proportionale, & sia Q. Ancora il quadrato della grandezza data si moltiplichi in se medesimo cioè il lato L, del quadrato, nel quale si riduca la grandezza data del Triangolo si riduca à quadro quadrato che è à detto lato L, presa come seconda, pigliando la base come prima trouare la terza linea continua proportionale, & sia G, & di nuouo à questa G, presa come seconda pigliando la base come prima trouare la terza linea continua proportionale, & sia R quale R, significarà il numero equiualente al quadrato della grandezza data. Questa R si parta per la Q. cioè alla Q. prima R, seconda, & base terza si troui la quarta proportionale & sia S, quale si caui dall'$\frac{1}{4}$. della base, & resti T, poi si troui la potente in essa T, che è la radice quadra d'essa T, cioè frà questa T, & la base si troui la media proportionale & sia la V, quale V, si giunga & caui alla mità della somma de' lati, che i dui resultanti X, & Z, saranno i dui lati cercati.

D'Vn Triangolo di 24. di superficie il primo lato è la mità & 3. più del terzo, Et il secondo è li $\frac{4}{5}$.manco 2.del medesmo terzo, si domandano essi lati.

Si pone il terzo lato essere 1.cosa, che il primo sarà $\frac{1}{2}$.cosa più 3. Et il secondo $\frac{4}{5}$. cose meno 2.la somma d'essi lati, ò giro del Triangolo sarà 2 $\frac{3}{10}$.cose più 1. Et il semigiro è 1 $\frac{3}{20}$.cose più $\frac{1}{2}$.le tre differenze delli tre lati al semigiro sono $\frac{3}{20}$.cose più $\frac{1}{2}$.& $\frac{13}{20}$. cose meno 2 $\frac{1}{2}$.& $\frac{7}{20}$. cose più 2 $\frac{1}{2}$: che moltiplicate fra loro, & con il semigiro producono il quadrato della grandezza del Triangolo. però è eguale à 576.quadrato di 24.grandezza data.

$\frac{3}{20}$. cose più $\frac{1}{2}$.
via $\frac{23}{20}$. cose più $\frac{1}{2}$.

fà $\frac{69}{400}$. censi più $\frac{13}{20}$. cose più $\frac{1}{4}$.

$\frac{7}{20}$. cose più 2 $\frac{1}{2}$.
via $\frac{13}{20}$.cose meno 2 $\frac{1}{2}$.

fà $\frac{91}{400}$.censi più $\frac{3}{4}$.cose meno 6 $\frac{1}{4}$.
via $\frac{69}{400}$.censi più $\frac{19}{20}$. cose più $\frac{1}{4}$.

$\frac{6279}{160000}$.$\not{4}$.più $\frac{207}{1600}$.$\not{2}$.meno $\frac{1725}{1600}$.$\not{z}$.
più $\frac{1183}{6000}$.$\not{3}$. più $\frac{39}{80}$.$\not{z}$ meno $\frac{245}{60}$.$\not{t}$.
più $\frac{91}{1600}$.$\not{z}$. più $\frac{3}{16}$.$\not{t}$. m̃ 1 $\frac{9}{16}$.

$\frac{6279}{160000}$.$\not{4}$.più $\frac{2218}{8000}$.$\not{3}$. meno $\frac{427}{800}$.$\not{z}$ m̃ 3 $\frac{7}{8}$.$\not{t}$. m̃ 1 $\frac{9}{16}$.però eguale à 576.
Cioè $\frac{6279}{160000}$.$\not{4}$.più $\frac{1109}{4000}$.$\not{3}$. eguale à $\frac{427}{800}$.$\not{z}$. più 3 $\frac{7}{8}$.$\not{t}$. p̃ 577 $\frac{9}{16}$.
Cioè 6279 censi censi p̃ 44360.$\not{3}$.eguale à 85400.$\not{z}$.p̃ 620000.$\not{t}$.p̃ 91410000.

Nella quale Equatione, ch: è di $\not{4}$.& $\not{3}$.eguale à $\not{z}$.$\not{t}$.& numero il valore della cosa è 10. però il terzo lato posto 1.cosa sarà 10.il primo sarà 8. & il secondo 6.

Di qui

Digitized by Google

che conueniensa habbi essa misura con il passo, & lo potremo fare facilmente misurando la distanza de, ouero la c e, ò la totale d e, o vogliamo dire la g q, la ci eguale nel piano con il passo, & sia che questa g q, si troui essere passi 11 $\frac{1}{2}$. che così sapremo tanto essere passi 21 $\frac{1}{2}$. quanto le misure 26 $\frac{1}{2}$. & 25 $\frac{1}{2}$. cioe quanto le misure 51 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. perilche potremo mò ridurre à passi la distanza q B. (eguale alla e L.) che con il calcolo fu troùata essere misure 1229 $\frac{1}{2}$. dicendo; Se misure 51 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$ g q. douentano, o sono passi 21 $\frac{1}{2}$. le misure 1229 $\frac{1}{2}$. q B. quanti passi saranno? Et vedremo che saranno passi 465 $\frac{1}{4}\frac{1}{1}\frac{1}{8}\frac{1}{0}$. per la distanza q B. detta, alla quale giongendo li passi 21 $\frac{1}{2}$. di q g. Et misurata g B. che rimane, & sia passi 3 $\frac{1}{8}$. giunta anc'ella alle due g q, & q B. la somma sarà passi 490 $\frac{1}{8}\frac{6}{0}\frac{0}{8}\frac{7}{0}$. che è la quantità della distanza P b. Ancora ci conuiene hauer notitia della quantità dell'altezza A B. in numero di passi (che è la misura data) Onde sapendo che ella è misure 188 di quelle delle quali la s e, è 4, & la e q, è 8.0 vogliamo dire di quelle delle qua'i la s q, è 12. noi misurando questa s q, con il passo dato, & trouando ella essere passi 5 $\frac{7}{8}$, potremo poi per ridurre la A B. dire; Se misure 12. s q. sono passi 5 $\frac{7}{8}$. che saranno misure 188. A B. Et vedremo essa A B. essere passi 92 $\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. Di più si vedrà quanti passi sia l'altezza C A. quale fu troùata essere misure 27. di quelle delle quali la altezza t s. nel filo r q. è $\frac{1}{2}$. perilche cercaremo che conuenienza habbi questa forte di misura con il passo. Et per farlo comodamente (se bene potressimo misurare essa parte t s. di filo con il passo diuiso in molte particelle) poneremo in Terra, o doue ci piaceia, vn numero à beneplacito delle misure con le quali fu misurato t s. essere $\frac{1}{2}$. Et sia che vi siano poste misure 10. & questa distanza, o lunghezza che elle contenerranno, si misure poi diligentemente con il passo, & sia che si troui essere passi 8 $\frac{1}{0}$. che così sapremo 10. di quelle misure essere passi 8 $\frac{1}{0}$. Et perciò potremo dire. Se misure 10. sono passi 8 $\frac{1}{0}$. le misure 27. di A C. quanti passi saranno? & vedremo, che saranno passi 23 $\frac{1}{1}\frac{7}{0}$. p l'altezza A C. che se la giongeremo alla A B. trouata essere passi 92 $\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. la soma passi 115 $\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{7}{0}$. sarà la altezza totale C B. Hora noi sappiamo la distanza P B. essere passi 490 $\frac{1}{8}\frac{6}{0}\frac{6}{8}\frac{7}{0}$. l'altezza A B. essere passi 92 $\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. Et la tezza C B. essere passi 115 $\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{7}{0}$. Onde mediante queste potremo sapere la distanza mista visuale P A. & anco la P C. Che quanto alla P A perche ella s'oppone al'angolo retto B. del Triangolo rettangolo P B A. imaginato; Il quadrato del nume. d'essa P A. sarà eguale alla somma delli quadrati delli numeri di P B. & B A. che formano esso angolo retto B. ma il numero di P B. è 490 $\frac{1}{8}\frac{6}{0}\frac{6}{8}\frac{7}{0}$. però il suo quad. è 240614 $\frac{1}{4}$. in circa, Et il numero di B A. è 92 $\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. però il suo quadrato è 8471 $\frac{1}{1}\frac{8}{2}\frac{7}{0}$. Onde la somma d'elli dui quadrati sarà 249096 $\frac{1}{4}$. in circa, ilche è il quadrato del numero conueniente alla P A. la radice quadra dunque di questo che è 499 $\frac{1}{8}\frac{0}{0}\frac{0}{8}$. in circa, o vogliamo dire, che è quasi 499 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. sarà il numero di P A. Cioe perciò si dirà la distanza visuale P A. essere quasi passi 499 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. Et quanto alla distanza P C. perche ella s'oppone all'angolo retto B. del Triangolo rettangolo imaginato P B C. Il quadrato del numero d'essa P C. sarà eguale alla somma delli quadrati delli numeri di P B. & B C. che formano esso angolo retto P B C. Ma il numero di B C. è 115 $\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{7}{0}$. però il suo quadrato è 13430 $\frac{1}{1}\frac{3}{2}\frac{6}{4}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. al quale giontо 240614 $\frac{1}{4}$. in circa quadrato di P B. fà in somma 254055 $\frac{1}{1}\frac{7}{2}\frac{8}{4}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. in circa, ilche è il quadrato del numero conueniente alla P C. la radice quadra dunque ci questo, quale è 504 $\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. in circa, o vogliamo

PB 490 $\frac{1}{8}\frac{6}{0}\frac{6}{8}\frac{7}{0}$.

356 | 186690

524

869

1370

146

514 $\frac{7}{1}\frac{3}{7}\frac{1}{8}$.

240100 $\frac{1}{4}$. & più

quad. di P B. 240624 $\frac{1}{4}$ in circa
quad. di B A. 8471 $\frac{1}{2}$. & più

quad. di P A. 249096 $\frac{1}{4}$. in circa

499

890

8996

P A 499 $\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{8}$. in circa

BA. 92 $\frac{1}{2}\frac{1}{0}$.

7 $\frac{1}{2}$.

8464 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}\frac{1}{6}$.

8471 $\frac{1}{1}\frac{8}{2}\frac{7}{0}$.

quadr. di B A.

quadr. di C B. 13430 $\frac{1}{1}\frac{3}{2}\frac{6}{4}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$.

quadr. di P B. 240624 $\frac{1}{4}$ in circa

quadr. di P C. 254055 $\frac{1}{1}\frac{7}{2}\frac{8}{4}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. in circa

504

39

P C. 504 $\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. in circa.

CB. 115 $\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{7}{0}$.

24610

205 $\frac{1}{1}\frac{1}{3}$.

13225 $\frac{1}{1}\frac{3}{4}\frac{6}{0}\frac{0}{0}$.

Digitized by Google

gliamo dite che è quasi 504 $\frac{1}{4}$. sarà il num. di P C. Perilche si dirà la distanza visuale P C. essere
Fig. 1. quasi passi 504 $\frac{1}{4}$. Et questo basti per hora.

d e. 27 $\frac{1}{4}$. (et 3.) g B. 74 $\frac{1}{2}$ p. 1. ꝛ. Sia q B. 1. cosa; però p B. ouero n L. sarà 37 p. 1. ꝛ.
83. 224 p. 1. ꝛ. n e. distãza 37. (da e 8. altez. 4 (che darà n L. distãza 37 p. 1. ꝛ
672 p. 9. ꝛ. darà L A. altezza 4 p. $\frac{6}{8}$. ꝛ.

Per trouare L *A*.
n e. distanza piedi 37. (da e 3. altezza misure 4
faria L A. 8 $\frac{8}{8}$. p. $\frac{6}{8}$. ꝛ. Ma è 4 p. $\frac{4}{7}$. ꝛ. (che darà n L. distãza piedi 37. & 10466 $\frac{3}{8}$.
333. 331.
però 4 $\frac{8}{8}$. piu $\frac{6}{8}$. cose faria eguale à 41865 $\frac{1}{2}$.
niente ilche è impossibile.
d e. 27 $\frac{1}{8}$. (et 3.) g B. 74 $\frac{1}{2}$ piu 1 cosa darà misure. 4. & 1131 $\frac{1}{2}$.
111. 299. piu 4 cose
897. piu 12. cose cioe misure 1135 $\frac{1}{2}$. per L A. 116
55
Saria L A. 8 $\frac{1}{8}$. p. $\frac{6}{8}$. ꝛ. Ma è 4 p. $\frac{4}{7}$. ꝛ.
però 4 $\frac{1}{8}$. saria eguale à niente, ilche è impos- Ouero
sibile. d e. dist. (da e t. altez. (che darà d L. distãza piedi 27 $\frac{1}{2}$ 18 $\frac{1}{2}$
d e. 27 $\frac{1}{2}$ (et 3.) g B. 74 $\frac{1}{2}$ piu 1. cosa misure 3.
Ouero 27 p. 1. ꝛ. di piu di d e, che darà piedi 27 $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{0}$. piedi 27 $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{0}$ 10. 37. & 10466 $\frac{3}{8}$.
141. p. 3. ꝛ. cioe piedi 10547 $\frac{6}{0}$.
557 | 2820. p. 60. ꝛ.
31613 $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{0}$.
darà 5 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$. p. $\frac{6}{1}$ $\frac{0}{7}$. ꝛ. di piu di d e. 3. 1714 | 1263947
farà L A. 8 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$ p. $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{7}$. ꝛ. Ma è anco 4 piu
2220. $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{7}$. cose L A, misure 1135 $\frac{1}{2}$.
2128 L B. misure 12 darà misure. 1135 $\frac{1}{2}$. p L A.
però 4 $\frac{2}{1}$ $\frac{1}{7}$. sarà eguale à $\frac{8}{0}$ $\frac{6}{0}$. cose. 1509
1295
82436. A *B*. mis. 1147 $\frac{1}{2}$. che à 8. al piede
farà A B. piedi. 143 $\frac{7}{1}$ $\frac{1}{6}$. 3954
6127
Cioe 8373 1. eguale ad 8. cose 557
10466 $\frac{3}{8}$. valerà la ꝛ. Et questo farà q B.
d e. 27 $\frac{1}{0}$ (et 3.) g B. 74 $\frac{1}{2}$ p. 1. ꝛ. P g. piedi 7 $\frac{1}{2}$. Ouero perche sappiamo l'altez-
167 449. p. 6. cose g x. 37 $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{0}$. za A L. essere 4. p. $\frac{6}{1}$ $\frac{0}{7}$. ꝛ. ouero
1347. piu 18 cose 8 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$ p. $\frac{6}{8}$ $\frac{0}{7}$. ꝛ. Et anco sap-
faria L A. 8 $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{7}$. p. $\frac{1}{1}$ $\frac{6}{0}$ $\frac{1}{7}$. ꝛ. Ma è 4. p. $\frac{4}{7}$ $\frac{1}{7}$. ꝛ. x p. 10 piamo che la cosa vale, ouero è
666 668. p q. 37 10466 $\frac{3}{8}$. noi mediãte questo tro-
però 4 $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{7}$. saria eguale à $\frac{2}{6}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{0}$. cose. q B. 10466 $\frac{3}{8}$. uando il valore di qual si vogli
407 d'esse due quantità egli sarà an-
24716. P B. piedi. 10548 $\frac{5}{8}$. co il numero della A L.
Cioe. 25123. eguale à 2. cose
12561 $\frac{1}{2}$. valeria la ꝛ. Et questo saria q B.
10476 $\frac{3}{8}$. è la cosa A L. è $\frac{4}{1}$ $\frac{6}{7}$. cose piu 4. Ouero A L. è $\frac{6}{1}$ $\frac{0}{7}$. cose piu 8 $\frac{3}{1}$ $\frac{5}{7}$.
via $\frac{4}{1}$ $\frac{1}{7}$. 10466 $\frac{3}{8}$.
37 | 41865 $\frac{1}{2}$. 557 | 6·7983 $\frac{1}{2}$.
1127
1131 $\frac{1}{2}$ 709
il. 4 1518
4182 $\frac{1}{2}$.
243 $\frac{1}{1}$.
però 1135 $\frac{1}{2}$. sarà *A* L. 1127 $\frac{1}{557}$ è il $\frac{6}{1}$ $\frac{0}{7}$. cose
8 $\frac{3}{1}$ $\frac{5}{7}$.
1135 $\frac{1}{2}$. sarà A L.

d e. 27 $\frac{0}{1}$ $\frac{0}{0}$. (et 3. | g B 74 $\frac{1}{1}$ $\frac{0}{0}$. piu 1. cosa
279 749. piu 10. cose.
2247. piu 30. cose

Saria L A. 8 $\frac{5}{1}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{5}{0}$. piu $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{1}$. cose

Ma

Digitized by Google

Ma è 4. più $\frac{4}{7}$. cose; però $4 - \frac{5}{9}$. sarà eguale à $2 + \frac{4}{7}$. cose

185.

13764.

Cioè 139. 9 Eguale à 2. cose

Fig. 2. 6974 $\frac{1}{2}$. valeria la 2. Et questo saria q B

Si pone q B. essere 1. cosa; però dietro a me, piedi 19. & e s, misure 3. sarà n A, (nel Triangolo rettangolo grande s r A. simile al Triangolo rettangolo piccolo n e s,) misure $\frac{1}{3}$. cose; onde giocali r M, (che è eguale ad e s,)

misure 3. fia $\frac{3}{3}$. cose più 3. per A M. Ancora se d c, piedi 25 $\frac{1}{2}$. da c t, misure 4. d L, piedi 76 $\frac{1}{2}$. più 1. cosa, 9 vogliamo dire d L, piedi 25 $\frac{1}{2}$. p, 51. più 1. 2. darà misure 4. p, 8. più $\frac{8}{3}$. ger L A, dalla quale cauato L M. (eguale ad n i,) misure 6. resta misure 6 più $\frac{5}{3}$. cosa per M A, ma essa A M, è stata trouata essere 3. più $\frac{3}{3}$. cose; però à questa è eguale il 6. più $\frac{8}{3}$. cosa. Onde aggiugliato haueremo $\frac{5}{9}$. cose eguale à 3. perilche la cosa valerà 2907. & perciò q B, posta 1. cosa sarà pie di 2907. Et A M, trouata $\frac{3}{3}$. cose più 3. Ouero $\frac{8}{3}$. cosa più 6 farà 459 più 3. Ouero 456. più 6. cioè misure 462. Come si trouaria anco mediante il Triangoletto rettangolo n e s, dicendo; Se n e, piedi 19. da e s, misure 3. che darà n M, piedi 19. più 2907. Et si vedrà che darà misure 3. p, 459. cioè misure 462. Ouero come si trouarà anco mediante il Triangoletto rettangolo d c t, dicendo; Se d c, piedi 25 $\frac{1}{2}$. da c t, misure 4. che darà d L, piedi 25 $\frac{1}{2}$. più 51. più 1. cosa. Et vedremo che darà misure 4. più 8. più 456. cioè misure 468. per A L, (però A M, che è 6. misure di manco restaria 462.) Onde ad A M, 462. giunto M B, 16. Ouero ad A L, 468. giunto L B. 16. ne resultarà A B. misure 478. da ridurre à piedi, ouero a braccia ò à quale altra sorte di misura si vogli.

Fig. 3.

Si pone q B. ouero e L, essere 1. cosa, & conferato il Triangolo rettangolo grande n L A, simile al suo parteale Triangoletto rettangolo n e s, la base n e, del quale è piedi 28 $\frac{1}{2}$. & l'altezza e s, misure 4. perche

t c, misure 4. n e L, base del grande è piedi 28 $\frac{1}{2}$. più 1. cosa, si trouarà la sua altezza

s e, misure 4. A L, essere misure 4. più $\frac{8}{3}$. cose.

d e, piedi 45 $\frac{1}{2}$. Ancora se d c, piedi 30 $\frac{1}{2}$. base nel Triangolo rettangolo piccolo d c

n e, piedi 28 $\frac{1}{2}$. t, da c t, altezza misure 4. la retta d L, piedi 45 $\frac{1}{2}$. più 1. 2. base nel Trian

d c, piedi 30 $\frac{1}{2}$. golo rettangolo grande d L A, simile al piccolo d c t, darà per L A, altezza del grande misure $6 \frac{5}{3}$. più $\frac{8}{3}$. cosa, ma essa L A, (appiamo anco douere essere misure 4. più $\frac{8}{3}$. cose; perilche quelle due quantità sono eguali fra loro, & aguagliato haueremo $\frac{5}{3}$. $\frac{8}{3}$. cose eguale à $2 \frac{6}{3}$. però la cosa valerà 237 $\frac{3}{3} \frac{3}{3} \frac{4}{3}$. (che è alquanto manco di 237 $\frac{1}{2}$.) perilche la distanza q B. che fu posta 1. cosa farà piedi 237 $\frac{3}{3} \frac{3}{3} \frac{4}{3}$. Et A L, trouata $\frac{8}{3}$. cose più 4. Ouero $\frac{1}{3}$. cosa più $6 \frac{6}{3}$. farà 33 $\frac{3}{3} \frac{3}{3}$. più 4. cioè 37 $\frac{3}{3} \frac{3}{3}$. Ouero 31 $\frac{1}{3} \frac{8}{3} \frac{1}{3}$. più $6 \frac{6}{3}$. cioè 37 $\frac{1}{3} \frac{1}{3}$. alla quale giunta la L B, si haurà la A B, totale.

d e, piedi 30 $\frac{1}{2}$ | 4 | 45 $\frac{1}{2}$. più 1. cosa

455 684

2736

L A, $6 \frac{6}{3} \frac{6}{3}$. p, $\frac{1}{3} \frac{8}{3}$. 1. però è eguale à 4. p, $\frac{8}{3}$. cose 684 738 via $\frac{8}{3}$. 237 $\frac{3}{3} \frac{3}{3} \frac{4}{3}$. Ouero 237 $\frac{3}{3} \frac{3}{3} \frac{4}{3}$ via $\frac{8}{3}$.

Cioè $2 \frac{6}{3} \frac{6}{3}$. Eguale à $\frac{4}{3} \frac{4}{3} \frac{4}{3}$. cose 1871 2808

Però $\frac{4}{3} \frac{4}{3} \frac{4}{3}$. cose Eguale à $\frac{4}{3} \frac{4}{3} \frac{4}{3}$. 1878 $\frac{4}{3} \frac{4}{3}$. 2847 $\frac{6}{3} \frac{6}{3}$.

41 229

46683 33 31

114114

188

5005 | 1187823 117

17 26

237 12597 19253

1868 1 giontili 4 fa 33 $\frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{8}{3}$. fa 31 $\frac{1}{3} \frac{8}{3} \frac{1}{3}$.

giontoli $6 \frac{6}{3} \frac{6}{3}$. 66

36673 fa 37 $\frac{3}{3} \frac{3}{3}$. per A L. $\frac{1}{3} \frac{4}{3} \frac{4}{3}$.

1638 fa 37 $\frac{3}{3} \frac{3}{3}$. p A L.

la cosa vale. 237 $\frac{3}{3} \frac{3}{3} \frac{4}{3}$.

Fig. 4.

3. più

Digitized by Google

3.piu $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$.piu $\frac{1}{73}$ $\frac{3}{6}$.cose, Eguale à 4.piu $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{76}$.cose

a $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{6}$ .eguale à $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{76}$.cose; però la cosa

56 vale 1400.

1400. via $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{76}$.

fa 214 giontoli. 4

228.A L,

Ouero 1400 via $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{76}$.

fa 221 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{76}$. giontoli 4 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{76}$.

228.per A L,

Pono e L, ouero q *B*, cl sere 1. cosa; però se 25. n e, da 4. es. la retta n e L, 4. piu 1. cosa, dará 4. piu $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{76}$.cose per L A. Ancora se d c, 19. da c t, 3. la retta d n L, 19. piu 25. piu 1. cosa dará 3. p, 3 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ piu $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{76}$.cose per L A, però questo è eguale à 4. piu $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{76}$.cose, Et però 2 $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{6}$. è eguale ad $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{76}$. cose, per lche la cosa valerá 1400. & questa è la retta c L; ouero q B, Onde L *A*, fará 228.

Fig. 5. Et quando t e, fi facesse 4. come è la s e, per trouare quanto douerá essere la distanza d c, seruendoci del solo giudicio naturale (che volendo senz'altro penssiero, o fatica adoprare l'Algebra, potresssimo ponere essa d c, douere essere 1. cosa, che cosi, se d c, 1. cosa dà 4. e t, la d e L, 1. cosa piu 25. piu 1400. (che già sappiamo la e L, & la A L,) darà 4. piu 5700. efimo d' 1. cosa, per la L A, ma L A, è 228. però essa quantità è eguale a 228. & leuando 4. da ciascuna banda hauueremo 5700. efimo d' 1. cosa eguale a 224. Et per leuare il rotto, moltiplicando ciascuna parte per il denominatore 1. cosa; haueremo 5700. eguale a 224. cose; Onde partendo 5700. per 224. che ne viene 22 $\frac{1}{6}$. questo sarà il valore della cosa; però d c, posta 1. cosa douerà essere 25 $\frac{1}{6}$. quando essendo n L, 1425. & L A, 228. la e t, sia 4. Ouero posta d c, douere essere 1. cosa, si potrà dire Se e t, 4. altezza da c d, 1. cosa distanza, che douerà dare L A, altezza 228. & vedremo che douerá dare 57. cose per la distanza d L, ma ella è 1425. piu 1. cosa (perche e L è 1425. & c d, e posta 1. cosa che in somma fa 1425. piu 1. cosa) onde 57. cose sarà eguale a 1425. piu 1. cosa; Cioe (leuato 1. cosa da ciascuna banda) haueremo 56. cose eguale a 1425. perilche la cosa sarà eguale, o vogliamo dire la cosa valerá 25 $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{6}$. il che sarà la quantità numerale di d c, Et tanto la douerемo trouare, quando ella fia misurata, & operata diligentemente a baſtanza) potremo considerare che essendo 4. altezza da c d, 1. cosa distanza, che douerà dare L A, altezza 228. & vedremo che douerá dare 57. cose per la distanza d L, ma ella è 1425. piu 1. cosa (perche e L è 1425. & c d, è posta 1. cosa che in somma fa 1425. piu 1. cosa) onde 57. cose sarà eguale a 1425. piu 1. cosa; Cioe (leuato 1. cosa da ciascuna banda) haueremo 56. cose eguale a 1425. perilche la cosa sarà eguale, o vogliamo dire la cosa valerá 25 $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{6}$. il che sarà la quantità numerale di d c, Et tanto la douerемo trouare, quando ella fia misurata, & operata diligentemente a baſtanza) potremo considerare che essendo 4. altezza da c, li $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$. cioe l' $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{76}$. di 228. altezza A L, ancora d c, distáza deue essere similmente l' $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{76}$. della distanza d L, (per la similitudine delli dui Triangoli rettangoli d c t, pie colo, & d L A, grande) On de alla distanza c L, 1425. conuien giungere la d c, tale, che essa d c, sia poi l' $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{76}$. detto della somma totale d L, Cioe d c, deue entrare volte $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{76}$. o vogliamo dire 57. volte in d L, ma ella in d c, medesima entra 1. volta; però in c L, restante douerà entrare questa 1. volta di maneo; però vi entrará solo 56. volte perilche ella sará l' $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$. di c L, 1425. Onde moltiplicando questo $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$. via il 1425. o partendo esso 1425. per $\frac{1}{3}$ $\frac{6}{6}$. cioe per 56. che ne viene 25 $\frac{5}{6}$. questo 25 $\frac{5}{6}$. douerá essere il numero della d c.

Notisi che queste figure non sono fatte con le misure che realmente conuerriano alle quantità in essenominate, che per esempio quando la n e, sia 25. non può il 1400. conuenire alla poca, o corta distanza e L, Et l'istesso si dice dell'altre linee considerate, & adoprate; ma perche in stretta carta non si possono deseriuere gl'esempij, come realmente in Campagna occorreriano, se ne dà solo quella bozza, o segno che può essere baſtenole all'occhio per intendere quanto si propone.

Di qui mò può il giudicioso, & accorto Lettore auertire essere impossibile (per diligenti che siano, & gli strumenti che s'adoprassero, & le operationi) sapere, o trouare effattamente la precise quantità, o numero d'alcuna tale lunghezza, o distanza; Et altezza; Perche hauendo veduto che di necessità il numero della retta d c, e $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$. ben s'accorge che (quando anco tutte l'altre misure, & operationi siano state fatte (se possibile è) precisissimamente) alcuno per diligenza che vsi non trouará mai, misurando essa d c, che ella sia questo precise numero 25 $\frac{5}{6}$. perche saria vna gran sorte, o vn'indouinare a dare a punto con la misura in esso retto, o a diuidere il piede in 56. parti come conuerria per hauere il denominatore d'esso rotto; Et vede che qual si vogli altra denominatione che si dia al rotto (schifato) che hà da accompagnarsi all'intiero 25. non sarà esatta in tutto, & che perciò ogn'altro rotto che a detto intiero 25. s'accompagni sarà, o troppo, o poco; Et perciò la operatione che si facesse con esso ei faria parere la distanza e L, & consequentemente l'altezza L A, di diuerso numero da quello che realmente deuono essere.

Ma di più tanto maggiormente portà a mirare i marauiglios ingegni, & la molta patienza, & deligenza de gl'Eccellenti Astronomi, quali non ostante le dette difficultà, anzi impossibilità, oltre li suppositi (solo verisimili) imaginati per saluare le molte apperrenze ne i Corpi Celesti, siano arriuati a tanta dottrina che conoschino, & prediehino, o antiueghino anco per molti anni à venire, le Congiuntioni, Oppositioni, Quadrati, & altri aspetti, non solo delli 5. Pianeti, ma anco de i dui Luminarij, & in particolare gl'Eclissi loro, à i diuersi Popoli della Terra, senza molta variatione, ne del tempo d'essi, ne delle parti loro che Eclissano, o delle dimore in essi, &c. Onde

certo si scorge la tanta cognitione, & accume d'intelletto essere particolare dono Diuino da impiegarsi sempre a gloria di D I O eterno Omnipotente, Et a beneficio, e salutare, & ornamento

Fig. 6 del Mondo.

Pono e L essere 1. cosa, Onde e e L, sarà 25 $\frac{1}{4}$. piu 1. cosa; perilche essendo e s. 4. sarà a questa similitudine L A. 4 piu 4. esimo di 25 $\frac{1}{4}$. cose; Ancora perche d e, è 26 $\frac{1}{4}$. quando c t, è 4. essendo hora d e e L. 26 $\frac{1}{4}$. piu 25 $\frac{1}{4}$. piu 1. cosa sarà L A, a questa similitudine 4. piu 3 $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{4}$. piu $\frac{1}{16}$ $\frac{6}{16}$. cose; Perilche haueremo 4. esimo di 25 $\frac{1}{4}$. cose eguale a 3 $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{4}$. piu $\frac{1}{16}$ $\frac{6}{16}$. cose, Cioe $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{6}{16}$. cose eguale a 3 $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{4}$. onde la cosa valerà, o sarà 1129 $\frac{1}{2}$. Et questo 1129 $\frac{1}{2}$. è il numero delle misure della distanza L, posta 1. cosa.

Hora se 25 $\frac{1}{4}$. distanza c e, da 4. altezza e s, la distanza e e L, 25 $\frac{1}{4}$. piu 1129 $\frac{1}{2}$. a questa similitudine darà 4. piu 176 & questo 180. è il numero delle misurette dell'altezza A L, alla quale giunta la L B, o vogliamo dire la e q. che è ad essa L B, eguale, & già trouata poniamo misurette 8. la somma 188. sarà il numero delle misure della totale altezza A B.

Quanto all'altezza A C, quale alla A L, 180. hà la istessa conuenienza ò similitudine che hà l'altezza c s, $\frac{3}{4}$. alla s e, 4. diremo Se e s, 4. ha s t, $\frac{3}{4}$. che haurà L A, 180. Onde moltiplicando 180. L A, per $\frac{3}{4}$. s t, & partendo il prodotto 108. per 4. e s, l'auenimento 27. sarà il numero delle misurette dell'altezza A C.

d e, 26 $\frac{1}{4}$. (da c t, 4. (d e e L, 26 $\frac{1}{4}$. p. 25 $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{4}$. p. 1. cosa 105

g e, 25 $\frac{1}{4}$. (da e s, 4. (c e L, 25 $\frac{1}{4}$. p. 1129 $\frac{1}{2}$.
77 — 3388
1 — 308
101 $\frac{1}{4}$ p. 4. cose — 4
410 $\frac{1}{2}$ p. 16. cose

95 $\frac{3}{4}$. darà 4. p. 176. per L A, però L A, sarà 180 che cõ L B, 8. fa 188. p A B.
$\frac{1}{4}$ $\frac{8}{16}$ $\frac{7}{16}$. g q, misure 5 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{16}$. e passi 21 $\frac{7}{16}$. che sarà q B, misure 1129 $\frac{1}{2}$.
107 — 13552

darà 4. piu 3 $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{16}$. p. $\frac{1}{16}$ $\frac{6}{16}$ $\frac{1}{16}$. cosa per L A. 623 — 3145 | 1450064
quale L A, sappiamo essere (mediante e e e s,) 4. p. 4. esimo di 25 $\frac{1}{4}$. p. 1129 $\frac{1}{2}$. però haueremo $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{6}{16}$. cose eguale a 3 $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{4}$. piu $\frac{1}{16}$ $\frac{6}{16}$. cose
1260 — 1332 — 465
28 — 20406
Cioe $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{6}{16}$ 3 $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{4}$. cose eguale a $\frac{1}{16}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{6}{16}$. — 37164
1 — 44
77 — 3 | 3388 — 3

1129 $\frac{1}{2}$. vale la cosa per e L,

q B, sarà passi 465 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{8}{16}$ $\frac{9}{16}$. 623. 1346.
q g, è passi 21 $\frac{7}{16}$. 389 $\frac{1}{16}$. 1946 $\frac{7}{16}$.
g P, è passi 3 $\frac{1}{16}$. 1589

s q, misure 12. (è passi 5 $\frac{7}{16}$. (A B, misure 188.
15 $\frac{3}{4}$.

P B, è passi 490 $\frac{3}{4}$ $\frac{6}{16}$ $\frac{8}{16}$ $\frac{7}{16}$. 4781 $\frac{3}{16}$.
1666 $\frac{5}{16}$.
73 $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{16}$. 13 $\frac{1}{16}$. 11335
3 $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{4}$. e s 4. (hà s t, $\frac{3}{4}$. (L A, 180 45 — 9. haurà 27. per A C, Ouero e s, 4. (s t, $\frac{3}{4}$. (L A, 4. p. 176 — 132 — 44

A B, è passi 92 $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{2}{16}$.
A C, è passi 23 $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{8}{16}$.

C B, è passi 115 $\frac{1}{16}$ $\frac{0}{16}$ $\frac{7}{16}$.

Può anco auertire lo Studente, che facilmente senz'altro calcolo potrà venire in cognitione della altezza A B, del Monte, della A C, della Torre, Et della distanza d L, ouero di d A, ò d C, ò altra da queste dependenti, così.

Quando fatto lo schizzo della forma dell'operatione, & diligentemente misurate le rette necessarie d, e c è, piane, & le e t, Ouero e s, Et s t, perpendicolari al piano con vna istessa sorte di misura, (o ridottele ad vna istessa sorte di misura. Se fussero misurate con diuerse misure) sarà poi in luogo comodo, Egli formatasi vna scaletta di misure in ciascuna delle quali misurine rappresenti vna, ò più determinatamente delle misure grandi di passi, o piedi, o altro adoprate nelle reali linee dette) in vn Matonato, o Salegata, come dire si vogli ampla a bastanza, o in vna facciata di muro, posto si da vn lato d'essa facciata potrà diligentemente (con la scaletta fattasi) disegnare le

135 — 22 $\frac{1}{2}$. ma 10. di queste misure
216 — sono passi 8 $\frac{1}{6}$.
10 | 238 $\frac{1}{2}$.
passi 23 $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{6}$. sarà A C.

rette

tette piane dette d c, e c, con le lunghezze precise à loro conuenienti, & ad esse erigere le perpendicolari c t, & e s t, con le lunghezze loro trouate esattamente, Et poi tirate le transuersali d t, & e s, allungarle verso t, & s, fineche concorrano insieme (seruendosi se gli piacerà di dui fili, o simili,) & nel punto del concorso segnato A, da esso alla d e, piana, allungata verso e, quanto bisogna, tirare la perpendicolare A L, Et questa alzata verso A, fineche concorra con la trãsuersale e t, allungata verso t, nel punto del concorso segnare C, il che esequito, vedrà hauer formato vn disegno piccolo simile à punto al grande vero; Onde in esso piccolo con la sua scaletta misurando la e L, piana, & le L A, & A C, perpendicolari, Et anco le d C, e C, & e A, o altre hauerà noto i numeri delle misurine d'esse tutte nel disegno murale, Et conseguentemente i numeri delle misure delle à loro corispondenti, & proportionali linee nel vero disegno grande a questo simile.

Io in'vn'Opera ripostà fra molt'altre compositioni nella cassetta che di Casa mia fu tolta di nascosto l'anno 1594. nel tempo delle Rogationi di Maggio, mostrano Geometricamente in vna vniuersalissima Propositione con facilità, come senza Instromenti particolari, essendo sopra ad vn Monte, ò Colle, ò altro luogo, & vedendo altri Monti, Piani, Valli, &c. si possano sapere le distãze da noi ad essi, & fra loro, le loro altezze, grossezze verso noi, & tutte l'altre linee, ò distãze da esse dependenti, visibili, & imaginarie; Et anco come questo si potesse applicare all'Astronomia nel trouare l'altezze, distanze, &c. nelli cropi celesti.

IN Vn'esercito sono 34000. Soldati fra Picchieri Moschettieri, & Caualli leggieri nel quale Esercito si spende il mese 182400. Scudi dando il mese per Soldo Scudi 4 $\frac{1}{2}$. ad ogni Picchiere, & Se. 5 $\frac{1}{2}$. ad ogni Moschettiere, & Scudi 9 $\frac{1}{2}$. ad ogni Caualio leggiero, Et essendoui per ogni Moschettiere, 3. Picchieri, si domanda quanti Soldati vi sono d'ogni sorte.

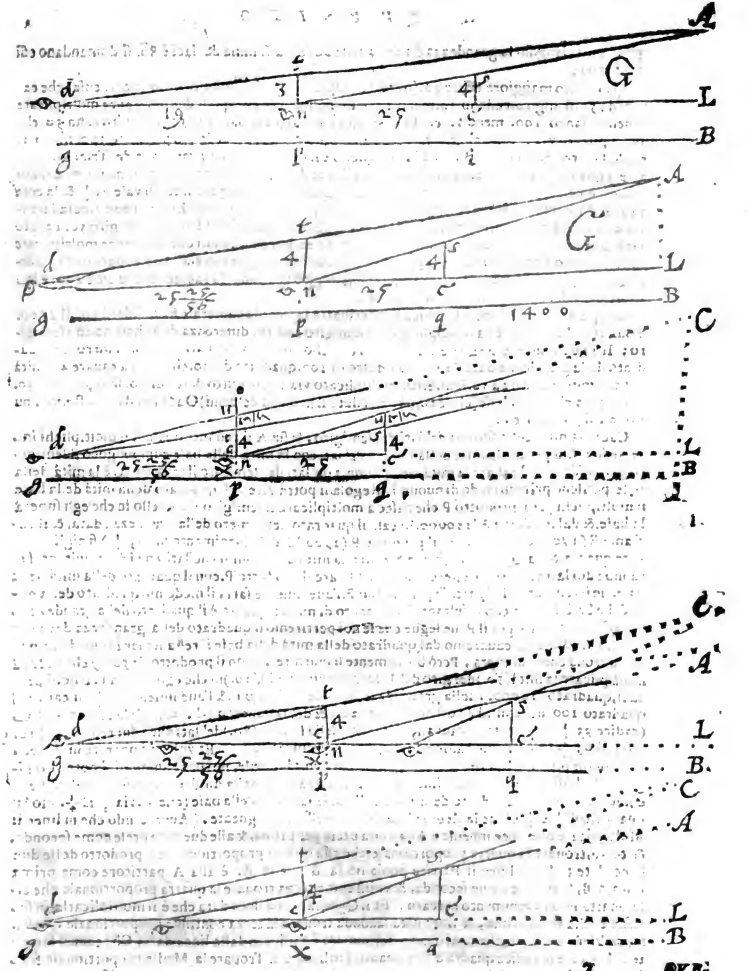
Questo quesito riducendolo alla Astrattione Mathematica significa diuidere 34000. in 3. parti tali che la prima sia tripla alla seconda (perche si dice li Picchieri che si intende per prima essere 3. tanti delli Moschettieri che si intende seconda,) & che la prima moltiplicata per 4 $\frac{1}{2}$. & la secõda per 5 $\frac{1}{2}$. Et la terza per 9 $\frac{1}{2}$. la somma delli tre prodotti sia 1824000. Onde posto la seconda 1. cosa che la prima sarà 3. cose, Et la terza sarà il restante fino a 34000. cioe 34000. meno 4. cose, Et moltiplicate la prima 3. cose per 4 $\frac{1}{2}$. che fa 13 $\frac{1}{2}$. cose, & la seconda 1. cosa per 5 $\frac{1}{2}$. che fa 5 $\frac{1}{2}$. cose, & la terza 34000. meno 4. cose per 9 $\frac{1}{2}$. che fa 323000. meno 38. cose, & questo sommato con le 43 $\frac{1}{2}$. cose, & 5 $\frac{1}{2}$. cose; cioe con 19. cose fa 323000. meno 19. cose il che è eguale a 1824000. che accomodato il meno, & leuato 1824000. da ciascuna banda si hauerà 19. cose eguale a 146000. però la cosa vale 7400. onde la seconda parte posta 1. cosa sarà 7400. & la prima posta 3. cose sarà 22200. la terza poi sarà il restante di queste due fino a 34000. cioe sarà 4400. però riducendo la risposta alla qualità, ò denominationi del quesito si dirà che nell'Esercito sono 22200. Picchieri 7400. Moschettieri, Et 4400. Caualli leggieri

Sono 4. Soldati che vorriano comprare vn Caualio, il primo ha tanti denari quanto importa la mità delli Scudi del prezzo del Caualio, & ancora ha Scudi 4. di piu; Il secondo ha Scudi 12. manco di quello che importa il Caualio, Il terzo ha Scudi 5. manco delli $\frac{3}{4}$. del prezzo del Caualio, Et il quarto ha Scudi 2. manco delli $\frac{2}{3}$. del prezzo del Caualio, & fra tutti quattro hanno Scudi 230. si domanda quanto è il prezzo del Caualio, & quanto ha ciascuno; Ponasi che il prezzo del Caualio sia Scudi 1. cosa, che perciò il primo che ha la mità del prezzo, & 4. di piu haurà $\frac{1}{2}$. cosa piu 4. Il secondo che ha Scudi 12. di manco del prezzo del Caualio haurà 1. cosa meno 12. Il terzo $\frac{3}{4}$. cose meno 5. Et il quarto $\frac{2}{3}$. cose meno 2. Queste quattro quantità gionte insieme fanno 2 $\frac{1}{12}$. cose meno 15. & e quello che hanno fra tutti quattro, ma si dice che hanno 230 però 2 $\frac{1}{12}$. cose meno 15. è eguale a 230. cioe 2 $\frac{1}{12}$. cose eguale a 245. cioe 35. cose eguale a 2940. onde la cosa vale 84. però il prezzo del Caualio che fu posto Scudi 1. cosa, sarà Scudi 84. Et così il primo haurà Scudi 42. più 4. Il secondo Scudi 84. meno 12. Il terzo Scudi 63. meno 5. Et il quarto Scudi 56. meno 2. cioe il primo Scudi 46. Il secondo Scudi 72. Il terzo Scudi 58. Et il quarto Scudi 54. però fra tutti quattro haueranno Scudi 230. come si propone.

Sono dui Soldati ciascuno de quali si trouano hauere vna quantità di Cecchini, talmente che se il primo da al secondo la mita, & 1. di piu delli suoi, Il secondo haurà poi quattro tanti di quello che sarà restato al primo; Ma se il secondo da al primo la mita manco 6. di quello che ha all'hora il primo haurà dui tanti di quello che resta al secõdo, si domanda quãti Cecchini ha ciascuno.

Si Pone che il numero de Cecchini che ha il primo fia 1. cosa, & dell secondo sia 1. quantità, la mità del primo è $\frac{1}{2}$. cosa, & 1. di piu fa $\frac{1}{2}$. cosa piu 1. che dato al secondo li resta $\frac{1}{2}$. meno 1. Et il secondo haurà 1. quantità piu $\frac{1}{2}$. cosa, piu 1. & questo deue essere quattro tanti di $\frac{1}{2}$. cosa meno 1. che è restato al primo; però al quadruplo di questo, cioe a 2. cose meno 4 sarà eguale la 1. quantità piu $\frac{1}{2}$. cosa, piu 1. che accomodata la equatione, & lassata la 1. quantità da se si hauerà 1 $\frac{1}{2}$. cosa meno 5. eguale a 1. quantità perliche la quantità vale, ò 1. quantità

importa


A
G
L
B
1400
C

QVESITO

D'Vn Triangolo la grandezza è 100. la base 20. & la somma de' lati è 80. si domandano essi lati.

Pono il lato maggiore essere 40. (mitá d'80.)più 1. cosa. & il minore 40. meno 1. cosa, che cauati da 50. semigiro, restano 10. meno 1. co. Et 10. più una co. quali due differenze moltiplicate insieme, fanno 100. meno 1. censo. Ancora cauato 20. base dal 50. semigiro resta 30. che moltiplicato via il 50. semigiro fá 1500. quale moltiplicato con l'altro prodotto 100. meno 1. censo fá 150000. meno 1500. censi. Et questo è il quadrato della grandezza del Triangolo però è eguale á 10000. quadrato di 100. grandezza data, onde accomodato il meno & cauato 10000. da ciascuna banda si haurá 1500. cen. eguale á 140000. però il censo vale 93 $\frac{1}{3}$. & la cosa radice d'1. censo valerá radice 93 $\frac{1}{3}$. Et li dui lati posti 40. più 1. cosa. Et 40. meno 1. cosa saranno 40. più radice 93 $\frac{1}{3}$. Et 40. meno radice 93 $\frac{1}{3}$. Essendo la base 20. Che dal semigiro 50. cauato ciascuno de dui lati resta 10. meno radice 93 $\frac{1}{3}$. Et 10. più 93 $\frac{1}{3}$. quali due differenze moltiplicate insieme fanno 100. meno radice 93 $\frac{1}{3}$. cioè 6 $\frac{2}{3}$. questo moltiplicato via 1500. prodotto da 50. semigiro in 30. differenza della base 20 ad esso semigiro fá 10000. la radice del che cioè 100. è la grandezza del Triangolo come si propone.

Da questa Operatione Algebrica per deriuarre la Regola numerale si considerá, che il 1500. numero de' censi nasce da moltiplicare 50. semigiro con 30. differenza della base ad esso semigiro; Il 140000. numero eguale ad essi censi è quello che resta á cauare 10000. numero del quadrato della grandezza data da 150000. dutto di 100. quadrato de' 10. che resta á cauare 40. mitá di 80. somma de' lati da 50. semigiro; moltiplicato via 1500. dutto detto di 50. semigiro via 30. differenza d'essi alla base (che è come s'è veduto il numero de' censi) Oade per dare la Regola numerale si potrá dire.

Cauisi la mitá della somma de' lati dal semigiro, & sia A il restante quale A si moltiplichi in se stesso; Ma perche la mitá della somma de' lati con la mitá della base compongono il semigiro si conosce che á cauare la mitá della somma de' lati del semigiro il restante A, è la mitá della base, per il che principiando di nuouo la Regola si potrá dire. Il quadrato della mitá della base si moltiplichi per il prodotto P che nasce á moltiplicare il semigiro via quello in che egli supera la base, & dal prodotto A (150000.) si cauí il quadrato del numero della grandezza data, & il restante R (140000.) si parta per il prodotto P. (1500.) & dell'auenimento S. (93 $\frac{1}{3}$.) si pigli la radice quadra, & sia Q. quale si giunga & cauí alla mitá della somma de' lati, che i dui resultanti saranno i dui lati cercati. Et perche á moltiplicare il prodotto P, con il quadrato della mitá della base, se il resultante T si partisse per l'istesso P. l'auenimento saria il medesmo quadrato della mitá della base, ma non esso resultante T, ma tanto di manco quanto è il quadrato della grandezza data si deue partire per il P, ne segue che se noi partiremo il quadrato della grandezza data per il P, & l'auenimento cauaremo dal quadrato della mitá della base il restante sará il medesimo S. che si troua come di sopra, Però breuemente si può dire. Con il prodotto (1500.) che nasce á moltiplicare la mitá (50.) del giro del Triangolo via quello (30.) in che egli supera la base, si parta il quadrato (10000.) della grandezza (100.) del Triangolo, & l'auenimento (6 $\frac{2}{3}$.) si cauí dal quadrato 100 della mitá (10.) della base (20.) & del restante (93 $\frac{1}{3}$.) se pigli la radice & essa (radice 93 $\frac{1}{3}$.) si giunga, & cauí alla mitá (40.) della somma (80.) de' lati che i dui resultanti (40. più rad. 93 $\frac{1}{3}$. Et 40. meno radice 93 $\frac{1}{3}$.) saranno i dui lati.

Et volendo operare in lienea. Douendosi pigliare vna lienea á beneplacito per vnitá lineale, noi per commoditá potremo pigliare la base data per vnitá lineale, che cosi il quadrato della mitá della base cioè il numero equiualente ad esso quadrato della mitá della base sará l'$\frac{1}{4}$. della base (che $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. fá $\frac{1}{4}$. cioè il quadrato d'$\frac{1}{2}$. è $\frac{1}{4}$. Onde la Regola lineale potrá essere la seguente. (Auuertendo che in linee il Moltiplicare due linee insieme è Alla vnitá presa per prima, & alle due date prese come seconda, & terza, trouare la quarta proportionale, che essa quarta proportionale è il prodotto delle due linee date; Et in linee il Partire poniamo la B per la A. è alla A partitore come prima linea, & B, da partire come seconda, & vnitá come terza trouare la quarta proportionale che essa quarta sará l'auenimento cercato. Et il Quadrare vna linea data che è il moltiplicarla in se stessa è Alla vnitá prima, & linea data seconda trouare la terza continua proportionale quale terza è la linea Equinalente al quadr. del numero significato dalla linea data; Che conuerssamente il Trouare la radice quadra d'vna quantitá in linea è il Trouare la Media proportionale fra la vnitá & la quantitá data, che essa media è la linea Equiualente al numero significante la radice quadra del nu. significato dalla quantitá data.) Quando la grandezza è 1000. ridotta la á quadrato il

drato il suo lato è 10.& perche la base è 10.ridotta la ad 1.esso lato sarà $\frac{1}{10}$.onde il quadrato che era 100.douenta $\frac{1}{100}$.(che bene 100.è l'$\frac{1}{100}$.di 400.quadrato di 20.base)& il quadrato della grandezza $\frac{1}{10}$. sarà $\frac{1}{100}$.

Regola Cauisi la base dal semigiro & il restante si moltiplichi via il semigiro, Ouero (che resulta l'istesso) Cauisi la mitá della base dalla mitá della somma de'dui lati, & il restante si moltiplichi via la somma della mitá della base con la mitá de la sóma de dui lati; Ouero cominciando da principio potremo dire. La mitá della base si giunga, & cavi alla mitá della somma de dui lati, & i dui resultanti si moltiplichino insieme, cioè ad essi dui resultáti presi per seconda, & terza, essendo presa la base come prima di tre quantitá si troui la quarta proportionale, & sia Q. Ancora il quadrato della grandezza data si moltiplichi in se medesimo cioè il lato L, del quadrato, nel quale si riduca la grandezza data del Triangolo si riduca á quadro quadrato che è á detto lato L, presa come seconda, pigliando la base come prima trouare la terza linea continua proportionale, & sia G, & di nuouo á questa G, presa come seconda pigliando la base come prima trouare la terza linea continua proportionale, & sia R quale R, significará il numero equiualente al quadrato della grandezza data. Questa R si parta per la Q. cioè alla Q. prima R, seconda, & base terza si troui la quarta proportionale & sia S, quale si caui dall'$\frac{1}{10}$. della base, & resti T, poi si troui la potente in essa T, che è la radice quadra d'essa T, cioè fra questa T, & la base si troui la media proportionale & sia la V, quale V, si giunga & cavi alla mitá della somma de' lati, che i dui resultanti X, & Z, saranno i dui lati cercati.

grandezza $\frac{1}{10}$.
semigiro 2 $\frac{1}{2}$.
base 1.

differenza 1 $\frac{1}{2}$.
via il semigir. 2 $\frac{1}{2}$.

fá 3 $\frac{1}{2}$.

via $\frac{1}{2}$.più 1. cosa
via $\frac{1}{2}$.meno 1. cosa

fá $\frac{1}{4}$.meno 1. censo
via 3 $\frac{1}{2}$.

fá $\frac{1}{10}$. meno 3 $\frac{1}{2}$. censi, che è il quadrato della grandezza però è eguale a $\frac{1}{100}$. quadrato d'$\frac{1}{10}$. grandezza data. Onde 3 $\frac{1}{2}$.censi è eguale a $\frac{1}{100}$. in 7/8. entra p 7/8. però $\frac{7}{80}$. vale il censo, ò de la cosa valerá radice $\frac{7}{80}$.& li lati saranno 2. più radice $\frac{7}{80}$. Et 2. meno radice $\frac{7}{80}$.

lati 2.più radice $\frac{7}{80}$.
2.meno radice $\frac{7}{80}$.
base 1.

giro 5.
semigiro 2 $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{2}$. più radice $\frac{7}{80}$.
via $\frac{1}{2}$.meno radice $\frac{7}{80}$.

2 $\frac{1}{2}$.
via 1 $\frac{1}{2}$.

fá 4 $\frac{3}{4}$.

fá $\frac{1}{4}$. meno $\frac{7}{80}$. cioè $\frac{1}{80}$. via $\frac{1}{80}$.

fá $\frac{1}{10}$. la radice e $\frac{1}{2}$. però $\frac{1}{2}$. è la grandezza come si propone.

Regola Cauisi la base dal semigiro & il restante si moltiplichi via il semigiro, Ouero (che resulta l'istesso) Cauisi la mitá della base dalla mitá della somma de'dui lati, & il restante si moltiplichi via la somma della mitá della base con la mitá de la sóma de dui lati; Ouero cominciando da principio potremo dire. La mitá della base si giunga, & cavi alla mitá della somma de dui lati, & i dui resultanti si moltiplichino insieme, cioè ad essi dui resultáti presi per seconda, & terza, essendo presa la base come prima di tre

Si pone il terzo lato essere 2.cosa, che il primo sarà $\frac{1}{2}$.cosa più 3. Et il secondo $\frac{1}{2}$. cose meno 2. la somma d'essi lati, ò giro del Triangolo sarà 2 $\frac{3}{10}$. cose più 1. Et il semigiro è 1 $\frac{3}{20}$. cose più $\frac{1}{2}$. le tre differenze delli tre lati al semigiro sono $\frac{1}{20}$. cose più $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{20}$. cose meno 2 $\frac{1}{2}$. & $\frac{7}{80}$. cose più 2 $\frac{1}{2}$. che moltiplicate fra loro, & con il semigiro produceno il quadrato della grandezza del Triangolo. però è eguale á 576. quadrato di 24. grandezza data.

$\frac{3}{20}$. cose più $\frac{1}{2}$.
via $\frac{1}{20}$. cose più $\frac{1}{2}$.

fá $\frac{6}{400}$. censi più $\frac{1}{20}$. cose più $\frac{1}{4}$.

$\frac{7}{80}$. cose più 2 $\frac{1}{2}$.
via $\frac{1}{80}$. cose meno 2 $\frac{1}{2}$.

fá $\frac{6}{400}$. censi più $\frac{3}{40}$. cose meno 6 $\frac{1}{2}$.
via $\frac{1}{400}$. censi più $\frac{1}{80}$. cose più $\frac{1}{4}$.

$\frac{6}{1600}$. $\frac{7}{80}$. $\frac{4}{1}$. più $\frac{3}{1600}$. $\frac{7}{80}$. $\frac{2}{1}$. meno $\frac{1}{1600}$. $\frac{7}{80}$. $\frac{2}{1}$.
più $\frac{3}{6400}$. $\frac{3}{1}$. più $\frac{7}{1600}$. $\frac{2}{1}$ meno $\frac{3}{80}$. $\frac{2}{1}$.
più $\frac{1}{1600}$. $\frac{2}{1}$. più $\frac{3}{160}$. $\frac{2}{1}$. m 1 $\frac{9}{160}$.

$\frac{6}{1600}$. $\frac{3}{80}$. $\frac{7}{80}$. $\frac{4}{1}$. più $\frac{3}{6400}$. $\frac{3}{1}$. meno $\frac{9}{1600}$. $\frac{2}{1}$ m 3 $\frac{7}{80}$. $\frac{2}{1}$. m 1 $\frac{9}{160}$. però eguale á 576.
Cioè $\frac{6}{1600}$. $\frac{3}{80}$. $\frac{7}{80}$. $\frac{4}{1}$. più $\frac{3}{6400}$. $\frac{3}{1}$. eguale á $\frac{9}{1600}$. $\frac{3}{80}$. $\frac{7}{80}$. $\frac{2}{1}$. più 3 $\frac{7}{80}$. $\frac{2}{1}$. p 577 $\frac{9}{160}$.
Cioè 6279 censi censi p 44160. $\frac{3}{1}$. eguale á 85400. $\frac{2}{1}$. p 6210000. $\frac{2}{1}$. p 91410000.

Nella quale Equatione, ch: è di $\frac{4}{1}$. & $\frac{3}{1}$. eguale á $\frac{2}{1}$. & $\frac{2}{1}$. & numero il valore della cosa è 10. però il terzo lato posto 1. cosa sará 10. il primo sará 8. & il secondo 6.

Dl qui

Di quì possono conoscere i Studenti il molto vigore, della Dottrina Algebrica, & anco il bisogno che si hà d'essa perche senza la sua cognitione questo Quesito (come ancora molt'altri) non si potria risoluere.

6279.4 à 10000.per ℨ.importano	62790000.	le 85400.ℨ.à 100. p ℨ.importano	8540000.
44360.3.à 1000 per 3.importano	44360000	le 620000.ℨ.à 10. p ℨ.importano	6200000.
		il numero.	91410000.
in tutto	107150000.	in tutto	107150000.

D'vn Triangolo rettangolo vn lato è li $\frac{4}{5}$.mãco 2.della subtensa,& l'altro è la mità &3 di più d'essa subtensa si domandano li lati.

Pono la subtensa essere 1.cosa però vn lato sarà $\frac{4}{5}$.cose meno 2.Et l'altro $\frac{1}{2}$.cose più 3.i quadrati loro sono $\frac{16}{25}$.censi meno 3 $\frac{1}{5}$.cose più 4,Et $\frac{1}{4}$.censi più 3.cose più 9.la somma de quali è $\frac{80}{100}$.censi meno $\frac{1}{5}$.cose più 13.però ella è eguale ad 1.censo quadrato della subtensa 1.cosa. Et accomodata la Equatione sarà $\frac{1}{100}$.censi più $\frac{1}{5}$.cose eguale à 13.& ridotto ad 1.censo sarà 1.censo più 1 $\frac{9}{11}$.cose eguale à 118 $\frac{1}{11}$.che la cosa valerà 10.però la subtensa pesta 1.cosa sarà 10.& li lati perciò saranno 6.& 8.

IL FINE.

D.Homob.P.pro Illustriss.Card.Archiep.

Imprimatur.

Fr.Hier.Onuphr.pro Reuerendiss.P.Inq.Bonon.

Digitized by Google

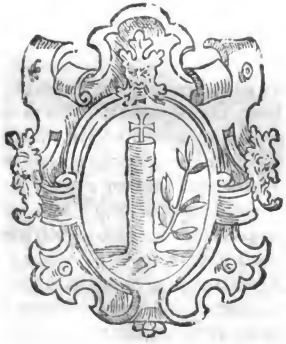
8.48. E. 15

Deus misereatur nostri, & benedicat nobis.

REGOLA
DELLA QVANTITÀ.
Ò COSA DI COSA.

DI PIETROANTONIO
CATALDI
Lettore delle scienze Mathematiche nello Studio di Bologna.

Illust. Admodumque Reuer. Domino
D. ANTONIO CROSINO
Cathedralis Eccles. Brixiensis Canonico Dicata.



IN BOLOGNA, M. DC. XVIII.
Per Sebastiano Bonomi.

CON LICENZA DE' SVPERIORI.

Digitized by Google

All'Illust. & Molto Reuer. Sig. Padrone Osseruandiss.

IL SIG. DON ANTONIO CROSINO

CANONICO NELLA CHIESA CATEDRALE DI BRESSANONE.

LA Dottrina marauigliosa dell'Algebra, ò Regola della Cosa, così detta perche nel cercare il valore delle quantità, che occorrono, ella suppone, che siano vna Cosa, & con questo finto supposito discorrendo và marauigliosamente inuestigando tant'oltre, che troua la vera cosa, che si desidera; vedendo che molte volte i Casi, ò domande sono tali, che vn solo supposito di Cosa non basta à peruenire alle cognitione di quanto bisogna (si è sagacemente andata imaginando, & deriuando vn altra Regola, che chiamaremo Regola della Quantità, ò Cosa di Cosa, mediante la quale doppo l'vna positione ordinaria fatta d'vna Cosa si può fare vn'altra seconda, & chiamarla Quãtità, ò Cosa di cosa (anzi anco potiamo fare la terza, & chiamarla Quantita di quantità, ò Cosa di Cosa, & così seguire à quant'altre positioni occorressero) che per essempio dicendosi, vn Giardino di forma Triangolare hà di giro passi 290. & delli suoi tre lati il primo con la mità del secondo fa quanto il terzo; Et il secondo con la terza parte del terzo fa quanto il doppio del primo, si domãda la grandezza d'esso Giardino: Se noi poneremo, che il primo lato sia vna Cosa, questo non basta per cercare il secondo, & terzo, li quali non sappiamo, che conuenienza habbino con il primo, perilche con altra particolare positione nel secondo si porrà, che egli sia vna cosa di cosa, ò vogliamo dire sia vna Quantità (che per comodità in vece di cosa di cosa, si adopra la sola parola Quantità) onde la mita di questo secondo lato, che sarà $\frac{1}{2}$.quantità gionta al primo, cioè a vna cosa, & fa 1.cosa più $\frac{1}{2}$.quantità diremo essere il terzo lato; Et perche si dice, che il secondo con la terza parte del terzo, fa quanto il doppio del primo preso la terza parte d'1.cosa p $\frac{1}{2}$.q. che è $\frac{1}{3}$.co p $\frac{1}{6}$.q. & gionta al secondo, cioè a 1.q. la somma $\frac{1}{3}$.co.p 1$\frac{1}{6}$.q. douerà essere il doppio del primo, ma esso primo si è posto 1.co. & il suo doppio è 2.co. però $\frac{1}{3}$.co.p 1$\frac{1}{6}$.q douera essere eguale a 2.co. Onde hora essendo peruenuti alla Equatione faremo restare la quantità sola da vna banda, per trouare il valore della sola quantita, che quì sarà, cauando 1$\frac{1}{6}$.co. da ciaschuna banda, & haueremo 1$\frac{1}{6}$.q. eguale a 1$\frac{2}{3}$.co. cioè in intieri 7.q. eguale a 10.co. che la quãtità valerà 1$\frac{3}{7}$.co. Onde il secõdo lato, che era 1 q sarà 1$\frac{3}{7}$.co. Et così habbiamo trouato la conuenienza, che ha il primo lato con il secondo, & è come da 1.a 1.$\frac{3}{7}$. (ò vogliamo dire in intieri come da 7 a 10.) Hora di nuouo poneremo il primo lato essere 1.co. che il secondo sarà necessariamente 1$\frac{3}{7}$.co. & il terzo, che è quanto la somma del primo con la mita del secõdo sarà 1$\frac{4}{7}$. co. Essendo dunque il primo lato 1.co. il secondo 1$\frac{3}{7}$.co & il terzo 1$\frac{4}{7}$.co. la somma loro sarà 4.$\frac{4}{7}$. co.

Digitized by Google

ma deue essere 290. però haueremo $4\frac{1}{7}$. co. eguale a 290. & la co. valerà 70. però li tre lati, che erano 1. co. $1\frac{1}{7}$. co. & $1.\frac{5}{7}$. co. saranno 70. 100. & 120. & la grãdezza del Triangolo si trouara essere la radice di 12234375. cioè quasi $3497\frac{2683}{3497}$.

Di questa Regola della quantita mostrandosene l'vso con diuersi essempij nel presente Trattato, & hauendolo a presentare, & dedicare à persona, che amãdo, & intendendo la Dottrina delli numeri lo possa hauer grato, io perciò lo presento, & dedico a V.S.Ill. & Molto Reuer. si perche sò, che lei ama, & intende essa Dottrina delli numeri, così irrationali, & Algebratici, come rationali, & anco la Dottrina Geometrica, alla quale essi si applicano, hauendo noi insieme con essi veduto i libri de gli Elementi d'Euclide mentre, che V.S è dimorata in Bologna, & postoui il tempo, che dalli negotij, & studij particolari le poteua auanzare, come hora intendo, che ella fa; si anco perche in questo modo io le mostri quel segno di gratitudine, che posso della molta bonta, amoreuolezza, & liberalita, che verso me ha sempre vsata, & vsa, inanimandomi (per ornamẽto della Dottrina, & beneficio vniuersale) alle virtuose fatiche, & inuentioni alle quale potrei attendere lietamente con qualche comodo, & sodisfattione se i potenti amassero da douero queste Nobilissime in vero, & giocondissime scienze come si doueria, pigliandone nobile esempio dal nobile animo, & attioni di V.S. alla quale basciando humilmente le mani, le prego da N.S. Dio continua salute, & esaltatione.
Di Bologna il dì 1. di Giugno 1618.

Di V.S. Illust. & Molto Reuerenda

Affettionatiss. seruitore

Pietroantonio Cataldi.

Digitized by Google

REGOLA
DELLA QVANTITA',
O COSA DI COSA.

QVESITO.

TRE hanno denari dice il primo se il secondo mi da vno de suoi, & il terzo 3. io poi haurò volte $1\frac{1}{2}$. tanto quanto è quello, che in somma resta ad ambidui loro, Dice il secondo, se il terzo mi da 5. de suoi, & il primo 2. io ancora haurò volte $1\frac{1}{2}$. tanto quanto è quello che in somma resta adambidui loro, Dice il terzo se il primo mi da 2. de suoi, & il secondo 3. io similmente haurò poi le istesse volte $1\frac{1}{2}$. tanto, quanto è quello che in somma resta ad ambidui loro. Si domanda quanto ha cia scuno.

Pono che il primo habbi 1. co. Il secondo 1. quantità, Et il terzo 1. quantità di quantità, Il primo riceuuto 1. dal secondo, & 3. dal terzo haurà 1. co p. 4. che deue essere volte $1\frac{1}{2}$. tanto quanto è la somma delli restanti alli altri dui, ma al secondo resta 1 q. m. 1. Et al terzo resta 1. q di q. m. 3 che in somma fanno 1. q p. 1 q. di q. m. 4. volte $1\frac{1}{2}$. tanto è $1\frac{1}{2}$. q. p $1\frac{1}{2}$. q. di q. m. 6. & questo è eguale a 1 + p 4. che ha hora il primo: onde accomodata la equatione, & lasciate le q. di q. da se sole da vna banda, haueremo 1 + p 10, m. $1\frac{1}{2}$. q. eguale a $1\frac{1}{2}$ quantità di q. cioè $\frac{1}{4}$. + p. 6 $\frac{1}{2}$. m. 1. q. eguale a 1. q. di q. Perilche la q. di q. valerà, o sarà quanto $\frac{1}{4}$. + p. 6. $\frac{1}{2}$. m. 1. q. & questo haurà il terzo che fu posto hauere 1. q. di q. quando il primo habbi 1. +. & il secondo 1. q. Hora facendo positione di nuouo diremo il primo hauere 1. + il secondo 1. q. & il terzo $\frac{1}{4}$. + p. 6. $\frac{1}{2}$. m. 1. q. & al primo dato l'1. dal secondo, & 3. dal terzo, egli haurà 1. + p. 4. Al secondo restarà 1. q. m. 1. & al terzo $\frac{1}{4}$. + p. 3 $\frac{1}{2}$. m. 1. q che la somma de loro restanti sarà $\frac{1}{4}$. + p. 2. $\frac{1}{2}$. il che preso volte $1\frac{1}{2}$. cioè giontoli la sua mitá $\frac{1}{4}$. + p. $1\frac{1}{2}$. fa 1. + p. 4. che è apunto quello che haurà il primo. Ma per venire ad Equatione diremo Il secondo posto 1. q. hauuto che habbia 5. dal terzo, & 2. dal primo haurà 1. q p. 7. Al terzo restarà $\frac{1}{4}$. + p. 0 $\frac{1}{2}$. m. 1. q. Et al primo 1. + m. 2. quali dui restáti sommano $1\frac{1}{4}$. + m. $\frac{1}{4}$. m. 1. q. del che l'1. q p. 7. che haurà il secondo deue essere volte $1\frac{1}{2}$. onde a detto $1\frac{1}{2}$. co m. $1\frac{1}{4}$. m. 1. q. giunta la sua mitá $\frac{1}{6}$. co f. m. $\frac{1}{4}$. m. $\frac{1}{4}$. q. fa $2\frac{1}{4}$. co. m. $\frac{1}{4}$. m. $1\frac{1}{4}$. q. & posto è eguale a 1. q. p. 7. & accomodata la equatione & lasciate le q. da se sole, ha ueremo 1. q. eg. a 1. co. m. 3. & però 1. q. valerá, o sarà quanto 1. co. m. 3. Onde il secondo posto ha uere 1. q. haurà 1 co. m. 3. E cosi si determina, che in questo caso hauendo il primo 1. co. il secondo, & terzo a cauarne 4. il restante è tale, che esso 4. cauato, giontoli al primo egli haurà volte $1\frac{1}{2}$. quanto quello che in somma resta à gl'altri dui, onde quando essa somma de dui restanti sia 1. il primo haurà $1\frac{1}{2}$. & però fra tutti tre haueranno $2\frac{1}{4}$. perilche l'1. somma de dui restanti sarà $2\frac{1}{4}$. cioè li $\frac{3}{4}$. di quello che hanno fra tutti tre, cioè dal sec. & terzo a cauarne 4. q̃llo che in somma gli resta è li $\frac{1}{4}$. della somma di tutti tre. Ancora dal sec. & primo a cauarne 5. resta li istessi $\frac{3}{4}$. della somma di tutti tre: pche pure q̃llo che haurà il terzo all'hora si dice essere similmente volte $1\frac{1}{2}$ quanto è q̃llo che restará a gl'altri dui. Onde perche 5. che si caua dal sec. e primo è maggiore di 4. che si caua dal sec. & terzo in 1. conuiene che remosso egualmente il sec. la differenza che è da quello, che ha il primo a quello che ha il terzo sia il medesimo 1. differenza da 4. a 5. & che perciò il primo, al quale corrisponde il 5. maggiore, habbi 1. di più di quanto ha il terzo, ma il primo ha 1. cos. dal che cauato l'1. detto resta 1. cos. m. 1. & questo deue hauere il terzo, ma ha $9\frac{1}{2}$. 3. m. $\frac{1}{2}$. cos. però è eguale a 1. co. m. 1. che accomodata la equatione haueremo $1\frac{1}{2}$. co. eguale a $10\frac{1}{2}$. & la co. valerá 8. & questo

$2\frac{1}{2}$. co. mẽ $\frac{1}{2}$. m. $\frac{1}{2}$. q. eguale a 1. q. p. 7.
cioè $2\frac{1}{2}$. co eguale a $2\frac{1}{2}$. q. p. 7. $\frac{1}{2}$.
5. co. — — 5. q. p. 15.
5. co. m. 15. — — 5. q.
1. co. m 3. — — 1. q.

primo secondo terzo
1. co. 1. co. m. 3. $9\frac{1}{2}$. m. $\frac{1}{2}$. co.

Digitized by Google

1.co.m̃. 1.——9 $\frac{1}{2}$.m̃. $\frac{1}{2}$.co.
$1\frac{1}{2}$ +——10. $\frac{1}{2}$.
4.co eguale a 32. però la co. vale 8.

è quanto ha il primo posto 1.co. Il terzo dunq; che ha 1.di manco haurà 7, & il secondo che haueа 1. cosa men 3. haurà 5.

Facciamo vn'altro quesito doue il primo habbi 20. il secondo 24. & il terzo 16, che in tutto fa 60, quale 60. ha terzo, quarto, quinto, & altre parti comode. & fia che del primo restante quello che haurà il primo fia doppio, & però esso restante fia 20, cioè il terzo del 60. Et del secondo restante quello che haurà il secondo fia triplo, & però fia 15, cioè l'$\frac{1}{4}$. del 60; Et del terzo restante quella che haurà il terzo fia quadruplo, & però fia 12. cioè l'$\frac{1}{5}$. del 60. Perilche si potrà dire

Tre hanno denari, dice il primo, se il secondo mi da 12 & il terzo 8. io haurò il doppio della somma di quello che resta a loro; dice il secondo, se il terzo mi da 9. & il primo 12. io haurò il triplo della somma di quello che resta a loro. Dice il terzo se il primo mi da 14, & il secondo 18. io haurò il quadruplo di quello che resta a loro, Si domanda quanto ha ciascuno.

pono habbino
il primo 1.co. 12 ——— resta 1.q.m̃. 12.
il secondo 1.q. 12 ——— resta 1.q.di q.m̃. 8.
Il terzo 1.q.di q. 8 ———

2 | fa 1.co.p̃. 20.

$\frac{1}{2}$.co.p̃. 10. eguale a 1.q.p̃. 1.q.di q.m̃. 20.
$\frac{1}{2}$.co.più 30.m̃. 1.q. eguale a 1.q.di q. cioè 1.q.di q. è quanto $\frac{1}{2}$.co.più 30.m̃. 1.q. & questo ha il terzo, Onde di nuouo pono che habbino

Il primo 1.co. Il secondo 1.q. Il terzo $\frac{1}{2}$.co.p̃. 30.m̃. 1.q.
12 ——— 12 ——— 8 ———
8 ———

1.q.men 12. $\frac{1}{2}$.co.più 22.m. 1. q.

2 | fa 1.co.più 20.

la somma è $\frac{1}{2}$.co. più 10. però è eguale alla mità d'1.co.più 20, come bisogna, ma per venire ad equatione a proposito facendo di nuouo la istessa positione operaremo con il secondo.

$\frac{1}{2}$.più 10.

Il primo 1.co. Il sec. 1.q. Il terzo $\frac{1}{2}$.co.più 30.men 1.q.
12 ——— 12 ——— 9 ———

resta 1.co.men 12. 9 resta $\frac{1}{2}$.co più 21.mẽ. 1.q.

fa 1.q.più 21.

☼ La somma è $1\frac{1}{2}$.co.più 9.men 1.q. Eguale a l'$\frac{1}{2}$. di 1.q. più 21. cioe $4\frac{1}{2}$.co. più 27.m.3.q. eguale a 1.q.più 21. Cioe $4\frac{1}{2}$.co.f.più 6. egu. a 4.q.però 1.q. eguale a vale $1\frac{1}{2}$.co. più $1\frac{1}{2}$. E però il secondo che haueа 1.q. haueraа $1\frac{1}{2}$.co. più $1\frac{1}{8}$. Il terzo mo che haueа $\frac{1}{2}$.co.più 30.men 1. quã. verra ad hauere $\frac{1}{2}$.co.più 30. (men $1\frac{1}{8}$.co. più $1\frac{1}{2}$) onde da $\frac{1}{2}$.co.più 30. cauato $1\frac{1}{8}$.co.più $1\frac{1}{2}$. il restante 28 $\frac{1}{2}$.men $\frac{1}{8}$.co. fara quanto ha il terzo, & cosi habbiamo ridotti li tre haueri a quantita Algebratiche, ordinarie che quãdo il primo habbi 1.co. sappiamo, che il secondo haueraа $1\frac{1}{2}$.co. più $1\frac{1}{2}$. Et il terzo 28.$\frac{1}{2}$.men $\frac{1}{8}$.co. Et però in tutto 1 $\frac{1}{2}$.co.più 30. Hora il terzo 28 $\frac{1}{2}$.m.$\frac{1}{8}$.q. pigliãdo dal primo 14. & dal secondo 18, haueraа poi 60.$\frac{1}{2}$.m $\frac{1}{8}$. co. & questo douera essere quadruplo alla somma de restanti del primo, & secõdo, però l'$\frac{1}{2}$ d esso 60 $\frac{1}{2}$.men $\frac{1}{8}$ cosa cioè $15\frac{1}{2}$.men $\frac{1}{8}$.co. douеria essere eguale alla somma d'17.co. mẽ 14. Et $1\frac{1}{8}$.co.m. 16.

☼ $\frac{1}{2}$. qual somma è $2\frac{1}{8}$.co.men 30 $\frac{1}{2}$. Onde accomodata la equatione sara $15\frac{1}{2}$.mẽ $\frac{1}{8}$.co. eguale a $2\frac{1}{8}$.co.m. 30 $\frac{1}{2}$. & la co. valeraа 20. & questo è il primo, che fu posto 1.co. Il sec. $1\frac{1}{2}$. co.più 1. $\frac{1}{2}$. sara 22. $\frac{1}{2}$. più $1\frac{1}{2}$. cioè 24. Et il terzo 28.$\frac{1}{2}$.m.$\frac{1}{8}$.co.sara 28. $\frac{1}{2}$.men 12 $\frac{1}{2}$. cioe 16.

Nell'antecedente quesito si poteua anco vsare questo modo istesso per trouare il valore della cosa.

8
45.$\frac{1}{2}$. eg.a $2\frac{1}{8}$.co.
1460.eg.a 73.co.
20. vale la co.

Primo 1.co. Si caua 2. ——— 1.co.men. 2.
Sec. 1.co.men 3. si caua 3. ——— 1.co.men 6.
Terzo 9 $\frac{1}{2}$ men $\frac{1}{8}$.co. si giunge 2.& 3. ——— fa 14.$\frac{1}{2}$ men $\frac{1}{8}$.co.

Somma 2. co. men. 8. che presa volte $1\frac{1}{2}$. fa 3 cose men 12. & è egualeа 14.$\frac{1}{2}$.mẽ $\frac{1}{8}$.cos. Cioe $3\frac{1}{4}$.z eguale a 26.$\frac{8}{8}$.cioe 10.co. eguale a 80. però la co. vale 8. Onde il primo posto hauere 1.co. haueraа 8. & 1.co.men 3. cioe 5. haueraа il secondo. Et 9.$\frac{1}{2}$.men $2\frac{1}{8}$. cioe 7. haueraа il terzo.

Et ampliando q̃sta Dottrina della quãtita, o Cosa di cosa, passando alla q.di q. di q. doppo l'haуere adoprata la q. di q. (o cosa di cosa) facciamo vn quesito doue hora siano quattro compagni, il primo de quali habbi 20, il secondo 36, il terzo 48, & il quarto 16, che in tutto haueranno 120. numero facile, hauendo egli molte parti comode, & fia che del primo restante, quello che haueraа

il

Digitized by Google

il primo sia altretanto, cioe gli sia eguale, & però sia 60. Et del secondo restante quello che haverà il secondo sia doppio, & però esso restante sia 40, & quello che haverà il terzo sia quincuplo al terzo restante, & però esso restante sia 20. E quello che haverà il quarto sia triplo al quarto restante, & però esso restante sia 30. che potremo dire.

Quattro hanno denari, dice il primo, se il secondo delli suoi mi da 12. il terzo 20, & il quarto 8. io poi haverò a punto tanto quanto è la somma di tutto quello che resta a loro, Dice il secondo, se il terzo mi da 30, il quarto 4, & il primo 10. io haverò poi dui tanti di tutto quello che resta a loro. Dice il terzo se il quarto mi da 6, il primo 18, & il secondo 28, io poi haverò cinque tanti di tutto quello che resta a loro, Dice il quarto, se il primo mi da 14, il secondo 20, & il terzo 40. io haverò poi tre tanti di tutto quello che resta a loro, Si domanda quanto ha ciascuno d'essi quattro compagni.

il primo	il secondo	il terzo	il quarto
1 ♯.	1.q.	1.q di q.	1.q.di q.di q.

Overo

primo	secondo	terzo	quarto
1.♯.	1.♯.sec.	1.♯ terza	1 ♯ quarta

Overo

il primo	il secondo	il terzo	il quarto
1 A.	1 B.	1 C.	1 D.
12	12	20	8
20	1 B m. 12	1 C m 20	1 D m 8
	8.		

1 A p̄ 40. eguale a 1. B. men 12. p̄ 1. C. men 20. p̄ 1 D men 8, Cioè 1 A p̄. 80. eguale a 1 B. più 1 C. più 1 D. Et lassando l'1 D. da se haueremo.

1. A. più 80. men 1. B. men 1. C. eguale ad 1. D. però il quarto che fu posto hauere 1. D. haverà 1. A più 80. men 1. B. men 1. C. onde di nuouo ponasi.

pr.	sec.	terzo	il quarto
1. A.	1. B.	1. C.	1. A. più 80. m. 1. B. m. 1. C.
2 0	3 0	3 0	
1. A. m. 1 0	1. C. m. 30.	1. A. più 76. mi. B. m. 1. C. 1. C. men 30.	
2 | 1. B. più 44		1. A. men 10	

1/3 B più 2. eguale a 2. A. più 30. men 1. B. cioè 1 1/3 B. eguale a 2. A. più 14.

3. B. eguale a 4. A più 28.

1. B. eguale ad 1 1/3 A più 9 1/3. Però il secondo, che hauea 1. B. haverà 1 1/3 A, più 9 1/3.

Il quarto che hauea 1 A più 80. men 1 B, men 1 C, haverà 1 A, più 80 men (1 1/3 A, più 9 1/3) men 1 C, cioè 70 2/3 men 1/3 A, men 1 C,

Overo in vece di qu. di qu. si dica q. seconda; & in vece di q. di q. di q. si dica q. terza; O lassando il nome di quantità, & seruendoci sempre del nome cosa, cioè ♯, noi potremo la q. o ♯ di ♯, chiamare ♯ sec. & la q. di q. di q. o ♯ di ♯ di ♯, potremo chiamare ♯ terza. Et così seguire alla ♯ quarta, alla ♯ quinta, & altre secondo il bisogno.

Si potria anco in vece di ♯, & ♯ di ♯, &c. dire A. B, C, D, E, F, G, H, &c.

✻ Quando habbiamo 1 A, più 80. eguale ad 1. B. più 1. C. più 1. D, a noi sta a trouare quanto sia D, ouero quanto sia C, o quanto sia B, poiche D sarà 1 A, più 80, men 1 B, men 1 C, & 1 C sarà 1 A, più 80, men 1 B, men 1 D. Et 1 B, sarà 1 A, più 80, men 1 C, men 1 D.

Et hora di nuouo poneremo che li numeri posti da principio

1 A, 1 B, 1 C, 1 D, siano

primo	secondo	terzo	quarto
1 A	1 1/4 A p. 9 1/2	1 C 70 1/2 m. 1/4 Am. 1 C	
1 8	2 8	2 8	64 3/4 mē 1/4 A
1 A m. 18.	1 1/4 A, m. 18 3/4	5 | 1 C più 52	mē 1 C.

1 A, mē 18.

1 1/2 A mē 18 3/4.

1/2 C più 70 1/4. eg. a 28. più 2. A. m. 1. C

cioè 1 1/2 C. eg. a 77 1/4 più 2. A.

cioè 6. C. egual a 1 1/2 A più 14 1/4. Però

C. sarà quāto 1 1/4. A più 24. 1/2. onde il terzo che hauea 1. C. haverà 1 1/4 A più 14 1/2. Il quarto che hauea 70 1/4. men 1/4. A men 1. C. haverà 70 1/4. men 1/4. A men (1 1/4. A più 14 1/2) cioè 56. men 2. A.

Et hora hauendo ridotti i quattro numeri o positioni, a forma ordinaria di ♯, & numero (che l'A ci serue in vece di ♯, poneremo che siano

Il primo	il secondo	il terzo	il quarto
1 A	1 1/4 A più 9 1/2	1 3/4 A più 14 1/2	56 men 2. A.
14	20	40	14
			20
1 A men 14	1 1/4 A men 10 1/2	1 3/4 A men 25 1/2	40

La somma di questi tre restanti è 4 A, men 50. 130. men 2 A.

che è eguale all'1/4 di 130. men 2 A, & però triplicando essa somma haueremo 12 A men 150. eg. a 130, men 2 A.

Cioè 14 A, eguale a 280. però l'A vale 20. Onde li quattro numeri de' denari delli quattro compagni saranno.

Digitized by Google

20. Et $26\frac{1}{4}$.piu $9\frac{1}{4}$. Et $33\frac{1}{4}$.piu $14\frac{1}{4}$. E 56.men 40.
Cioè 10 36 48 16

Se adopraremo la cosa,& la quantità,con la q.di q. & q.di q. di q. la operatione sarà la seguente. Il pr.1.co. Il sec.1.q. Il terzo 1.q.di q. Il quarto 1.q. di q.di q.

12
20
8

fa 1 co.piu 40.eguale ad 1.q.piu 1.q.di q.piu 1.q.di q.di q.men 40.
cioè 1. co. piu 80. men 1. q. men 1. q. di q. Eguale ad 1 .q.di q di q. Et perciò 1.q.di q.di q.cioè il quarto haverà 1.co. piu 80.men 1.q.men 1.q.di q. Onde di nuouo ponasi che habbino.

Il primo	Il secondo	Il terzo	Il quarto
1 co.	1.q.	1.q.di q.	1.co.piu 80.men 1.q.men 1.q.di q.

30
4
10

2 | 1.q.piu 44.
$\frac{1}{2}$ q. piu 22. Eguale a 1.co. piu 36.men 1.q.che è la somma delli restanti delli tre altri.

Cioè $1\frac{1}{2}$ q.eguale a 2.co.piu 14.Cioe 1.q.eguale a 1 $\frac{1}{2}$ co.piu $9\frac{1}{2}$. Et cosi la q.& però il sec. sarà $1\frac{1}{2}$ + p.$9\frac{1}{2}$ Et dal quarto,che è 1.co.piu 80.men 1.q.men 1.q.di q.leuato per la 1.q.il valore d'essa 1.q.cioè $1\frac{1}{2}$ co.piu $9\frac{1}{2}$.si dirà il quarto essere 70.$\frac{1}{4}$.men $\frac{1}{4}$ co.men 1.q.di q.Et hora facendosi di nuouo la positione si diranno li numeri essere

Il primo	Il secondo	Il terzo	Il quarto
1.co.	$1\frac{1}{2}$ co.piu $9\frac{1}{2}$.	1.q.di q.	70$\frac{1}{4}$ men $\frac{1}{4}$ co.men 1.q.di q.

6
18
28

5 | 1.q.di q.piu 52.

$\frac{1}{2}$ q.di q.piu $10\frac{1}{2}$.eguale a 2.co.piu 28.men 1. q. di q. che la somma delli restanti delli altri tre.

Cioè 1. $\frac{1}{2}$. q. di q. eguale a 2. co. piu $17\frac{1}{2}$. Cioe 1. q. di q.eguale a $1\frac{1}{2}$.co.piu $14\frac{1}{2}$. E così la q.di q. Et però il terzo numero è $1\frac{1}{2}$ co.piu $14\frac{1}{2}$. E dal quarto,che è 70 $\frac{1}{2}$ men $\frac{1}{2}$ co. men 1.q. di q.leuato il valore d'essa 1.q.di q. che è $1\frac{1}{2}$ co.piu $14\frac{1}{2}$ si dirà il quarto numero essere 56.men 2. co. Et hora facendo di nuouo la positione li quattro numeri saranno

Il pr.1.co.	Il secondo $1\frac{1}{2}$ co.piu $9\frac{1}{2}$.	Il terzo 1 $\frac{1}{2}$ co.piu $14\frac{1}{2}$.	Il quarto 56.men 2.co.
si caua 14.	20	40	14
			20
resta 1.co.men 14.	$1\frac{1}{2}$.co.men 10.$\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ co.men 25.$\frac{1}{2}$.	40
			130.men 2. co.

La somma delli tre restanti è la somma delli tre numeri primo,secondo,& terzo,manco il 74. dato al quarto,cioè ella è 4.co.men 50.della quale il 130. men 2. co. che ha poi il quarto, è triplo,onde conuersamente il tripln di 4.co.men 50.cioe 12.co.men 150.è eguale al 130.men 2. co se.Cioè 14.co.è eguale a 280.però là co.vale 20.Perilche li quattro numeri posti 1.co. 1 $\frac{1}{2}$ co. piu 9. $\frac{1}{2}$. 1 $\frac{1}{2}$. cos. piu 14.$\frac{1}{2}$. 56.men 2.co.saranno. Il primo 20. Il secondo 26.$\frac{1}{2}$.piu 9. $\frac{1}{2}$. Cioe 36. Il terzo 31.$\frac{1}{2}$ piu 14.$\frac{1}{2}$.cioe 48. Et il quarto 56. men 40. cioè 16.

Cinque compagni hanno denari, dice il primo, se il secondo mi da 10. de suoi, il terzo 18. il quarto 16.& il quinto 24.io haverò poi 2.tanti di quanto in somma resta a tutti loro, Dice il secondo se il terzo mi da 20.de suoi,il quarto 22, il quinto 28, & il primo 4. io haverò poi 3. tanti di quanto in somma resta a tutti loro,Dice il terzo, se il quarto mi da 10. de suoi, il quinto 12. il primo 6.& il secondo 8.io haverò poi tanto,quanto in somma resta a tutti loro, Dice il quarto, se il quinto mi da 30.de suoi,il primo 10.il secondo 12.& il terzo 16.io haverò 5. tanti di quanto in somma resta a tutti loro,Dice il quinto,se il primo mi da 10.de suoi,il secondo 14. il terzo 20. & il quarto 30. io haverò poi 11. tanti di quanto in somma resta a tutti loro. Si domanda quanto ha ciascuno.

Notisi che senza far mentione di quanto dà ciascuno, basta sapere quanto ciascuno d'essi la sua volta riceue in tutto da gl'altri. E senza cauare ad vno ad vno da quello, che egli si troua, quello che da per vedere il restante, & sommar poi essi restanti insieme,basta cauare la somma

di

Digitized by Google

Primo 1 A. Secondo 1 B. Terzo 1 C. Quarto 1 D. Quinto 1 E.

10
18
16
24

a | 1.A.piu 68.

$\frac{1}{2}$ A piu 34.eguale a 1 B.piu 1 C. piu 1 D. piu 1 E. men 68.
Cioè $\frac{1}{2}$ A piu 102.men B. men C. men D. eguale ad E. Et però 1 E. farà $\frac{1}{2}$.A.piu 102.men 1 B.men 1 C. men 1 D. Onde di nuouo si ponerà

Primo	Sec.	Terzo	Quarto	Quinto
A	B	C	D	$\frac{1}{2}$ A piu 102.mẽ B,m.C,mẽ D.

20
22
20
4

5 | B.piu 74.

$\frac{1}{2}$ B.piu 24 $\frac{1}{2}$.eguale a 1 $\frac{1}{2}$ A.piu 28.men B.Cioè
1 $\frac{1}{2}$ B.eguale a 1 $\frac{1}{2}$ A.piu 3 $\frac{1}{2}$. Cioe
4 B.eguale a 4 $\frac{1}{2}$ A piu 10.Cioè
1 B.eguale a 1 $\frac{1}{8}$ A piu 2 $\frac{1}{2}$.Et però B è 1 $\frac{1}{8}$.A piu 2 $\frac{1}{2}$.
Onde di nuouo si pone

Primo	Secondo	Ter.	Quar.	Quinto
A	1 $\frac{1}{8}$ A piu 2 $\frac{1}{2}$	C	D	99 $\frac{1}{2}$ men $\frac{5}{8}$ A.men C.men D.

10
12
6
8

C piu 36.eg.a 66.piu 1 $\frac{7}{8}$ A men C.cioè
2 C.eg.a 30 piu 1 $\frac{1}{2}$ A.cioè
1 C.eg.a 15.piu $\frac{3}{4}$ A,però C è 15.piu $\frac{3}{8}$ A.
Onde di nuouo si pone

Primo	Secondo	Terzo	Quarto	Quinto
A	1 $\frac{1}{8}$ A.piu 2 $\frac{1}{2}$	15 p. $\frac{3}{8}$ A.	D	84 $\frac{1}{2}$.men 1 $\frac{3}{8}$ A. mẽ D

30
10
12
16

5 | D piu 68.

$\frac{1}{5}$.D piu 13 $\frac{3}{5}$.eg.a 1 $\frac{1}{2}$ A piu 34.mẽ D.
Cioè 1 $\frac{1}{5}$ D.eg.ad 1 $\frac{1}{2}$ A. piu 20 $\frac{3}{5}$. Cioè
1 D.eguale ad 1 $\frac{7}{10}$ A piu 17: Però D.è 1 $\frac{1}{2}$ A piu 17.
Onde di nuouo si pone

di quello che dãno li 4. della somma di quello, che haueuano, che cosi restarà la somma de restanti loro. Che perciò il primo riceuendo 10. dal secondo, 18 dal terzo, 16.dal quarto, & 24. dal quinto, basta dire, che riceue da gl'altri in somma 68. (& però in somma hauerà A p.68.) Et quello che in somma restarà a gl'altri quattro sarà quello che haueuano, cauatone questo 68. dato al primo, cioè sarà 1 B.piu 1 C.piu 1 D piu 1 E, men 68. Et il quesito si considerarà come se dicesse.

Cinque hanno denari dice il primo, se gl'altri mi diano 68. delli loro, io poi haurò 2. tanti di tutto quello che gli resti, Dice il secondo se gli altri mi diano 74. delli loro io haurò poi 5.tanti di tutto quello, che gli resti, Dice il terzo, se gl'altri mi diano 36. de i loro io haurè poi tanto a punto, quanto è quello, che in tutto gli resti, Dice il quarto, Se gl'altri mi diano 68, delli loro, io poi haurò 5. tanti di quanto in tutto gli resti, Dice il quinto, Se gl'altri mi diano 74. delli loro, io haurò poi 11. tanti di quanto in tutto gli resti.

Si domanda quanto ha ciascuno

Primo	Secondo	Terzo	Quarto
1	1 $\frac{1}{2}$ A piu 2 $\frac{1}{2}$	15.piu $\frac{3}{4}$ A.	1 $\frac{1}{4}$.A piu 17.

Cauatone 74.li resta 4 $\frac{1}{8}$.A men 39 $\frac{1}{2}$.
Il quinto.67 $\frac{1}{2}$ meu 2 $\frac{5}{8}$ A.che giontoli il 74,che riceue da gli altri fa 141 $\frac{1}{2}$ men 2 $\frac{5}{8}$ A,quale partito per 11.ne viene 12 $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{88}$ men $\frac{7}{88}$ A.il che e eguale a 4 $\frac{1}{8}$ A,men 39 $\frac{1}{2}$ che resta a gl'altri.
Cioe 5 2 $\frac{7}{11}$.eguale a 4 $\frac{1}{11}$ A. Cioe
536.eguale a 48. A.Et però 1.A.vale 12.& questo e il primo delli 5.numeri de denari;perilche essi cinque numeri saranno.

Primo	Secondo	Terzo	Quarto	Quinto
12	16	24	32	36

In altro modo pono che fra tutti 5.habbino vna q.Et il primo habbi 1.co.che riceuuto 68 da gl'altri haurà 1 co piu 68.onde la mità di questo,cioe $\frac{1}{2}$ co.piu 34.farà eguale a quello che re-

Digitized by Google

ſta a gli altri,che ſarà la 1.q.che hanno fra tutti 5. cauatone q̃llo che ſi trouarà poi il pr.cioè cauatone l'1.co.più 18.onde quel reſt.loro ſarà 1.q. m.1.co.m. 68,& ſarà eg.a $1\frac{1}{2}$.co.p.34.cioe 1.q. ſara eg. a $1\frac{1}{2}$ + p. 102.però fra tutti 5.haueranno $1\frac{1}{2}$.co p. 102.che è il valore della q. poſto eſſere la ſomma di tutti 5.& coſi hauendo fra tutti $1\frac{1}{2}$. co. più 102. il primo haurà 1. coſa. Hora con il modo medeſimo potremo andar cercando quanto ſeparatamente ha ciaſcuno de gli altri. Pono che il ſecondo habbi 1.q. Tutti 5.hanno $1\frac{1}{2}$.co. più 102.

riceue 74 — ſi caua 1.q.più 74.

3 | haurà 1.q.più 74.
$\frac{1}{2}$ q.più 24. $\frac{1}{2}$. eg.a $1\frac{1}{2}$.co.p.28.m.1.q.
Cioè $1\frac{1}{2}$.q.eg.a $1\frac{1}{2}$.co.p.3 $\frac{1}{2}$.
4.q. eg.a $4\frac{1}{2}$.co.p.10.
1.q.eg.a $1\frac{1}{2}$.co.p.2 $\frac{1}{2}$. cioè vna q. vale
$1\frac{1}{2}$.co.più 2 $\frac{1}{2}$. E queſto ha il ſecondo, hauendo il primo 1. co. habbi il 3.1.q. tutti 5.hanno $1\frac{1}{2}$.co.più 102.

riceue 36. — ſi caua 1.q.p 36.

haurà 1.q.p. 36.eg.a $1\frac{1}{2}$.co.più 66.m. 1.q.
cioè 2.q. eg.a $1\frac{1}{2}$. co. più 30.
1.q.eg.a $\frac{1}{4}$.co.più 15.Però 1.q.vale
$\frac{1}{4}$.co.più 15. Et queſto ha il terzo.
Habbi il quarto 1.q. Tutti 5.hanno $1\frac{1}{2}$.co. più 102.

riceue 68. — ſi caua 1.q. più 68.

5 | haurà 1.q più 68.
$\frac{1}{2}$.q.più 13.$\frac{1}{2}$. eguale a $1\frac{1}{2}$.co più 34.m.1.q.
cioè $1\frac{1}{2}$.q. eguale a $1\frac{1}{2}$.co.più 20 $\frac{1}{2}$.
cioè 1.q. eguale a $1\frac{1}{2}$.co.più 17.però 1.q.vale
$1\frac{1}{2}$.co.più 17. E queſto ha il quarto.
Habbi il quinto 1.q. Tutti 5.hanno $1\frac{1}{2}$ co.più 102.

riceue 74. — cauiſi 1.q. più 74.

11 | haurà 1.q.più 74.
$1\frac{1}{2}\frac{1}{4}$.q.più 6 $\frac{8}{4}$. eg.a $1\frac{1}{2}$ co.più 28.m.1.q.
$1\frac{1}{2}\frac{1}{4}$.q. eguale a $1\frac{1}{2}$.co.più $2\,1\frac{3}{4}$.
11.q. eguale a 16 $\frac{1}{2}$.co. più 234.
1.q. eguale a $1\frac{3}{8}$.co.più 19 $\frac{1}{2}$.pero 1.q.vale
$1\frac{3}{8}$.co.più 19 $\frac{1}{2}$. E queſto ha il quinto.

Hora habbiamo trouato che poſto il primo vna co.li 5. numeri ſaranno.
Il primo 1.2.
Il ſecondo $1\frac{1}{8}$ 2.p.2 $\frac{1}{2}$.
Il terzo $\frac{3}{4}$.co.più 15.
Il quarto $1\frac{1}{2}$.2. più 17.
Il quinto $1\frac{3}{8}$.2. p. $19\frac{1}{2}$.
Però ſono in tutto $5\frac{1}{2}$.co. p. 54, ma hanno anco $1\frac{1}{2}$. 2. più 102. perilche queſte due quantità ſono eguali, onde 2. coſe. ſono eguali a 48. & la co. vale 12. & coſi eſſi 5.numeri,o li 5.compagni haueranno
Il primo.12.
Il ſecõdo 16.
Il terzo 24.
Il quarto 32.
Il quinto 36.
In tutto 120. che è $1\frac{1}{2}$.co. più 102.cioè 18. più 102.

Quero in queſto queſito pono che il primo habbi 1.quantità, & fra tutti cinque habbino 1.2.

Primo 1.q. tutti cinque 1.coſa.

riceue 68. — ſi caua 1.q.p.68.

2 | haurà 1.q.p.68.
$\frac{1}{2}$ q.p.34.eg.a 1.2.m.1.q.m.68.
$1\frac{1}{2}$ q.eguale a 1.2.m. 102.
1.q.eguale a $\frac{2}{3}$.2.m.68.però 1.q.vale
$\frac{2}{3}$.2.m.68.Et queſto ha il primo quando fra tutti 5.habbino 1.2.
Habbi il ſecondo. Tutti 5. hanno 1.2.
1.q. ſi caua 1.q.p.74.

riceue 74.

3 | haurà 1 q.p.74.
$\frac{1}{2}$.q.p.24. $\frac{1}{2}$. Eg.a 1.2.m.1.q. m.74.
$1\frac{1}{2}$.q.Eg.a 1.2.m 98 $\frac{1}{2}$.
4 q. Eg.a 3.2.m.196.
1. q. Eg. a $\frac{2}{3}$.2.m.74.però 1.q.vale.
$\frac{2}{3}$.2.m.74.E queſto ha il ſecondo.
Habbi il terzo Tutti 5.hanno 1.2.
1.q. ſi caua 1.q p.36.

riceue 36.

Haurà 1.q.p.36.eg.a 1.2.m.1.q.m.36.
2.q.eg.a 1.2.m.72.
1.q.eg.a $\frac{1}{2}$.co.m.36.però 1.q.vale
$\frac{1}{2}$.2.m.36.E queſto ha il terzo
Habbi il quarto Tutti 5 hanno 1.2.
1.q. ſi caua 1.q.p.68.

riceue 68.

5 | haurà 1.q.p.68.
$\frac{1}{2}$.q.p.13 $\frac{1}{2}$.eg.a 1.co.m.1.q. m.68.
$1\frac{1}{2}$.q.eg.a 1.co. m.81.$\frac{3}{4}$.
6.q. eg.a 5.co.m.408.
1.q.eg.a $\frac{1}{6}$.co.m.68. però 1.q.vale
$\frac{1}{6}$.co.m.68. E queſto ha il quarto.
Habbi il quinto 1.q. Tutti 5. hanno 1.co.
riceue 74. ſi caua 1.q. p.74.

11 | Haurà 1.q.p 74.
$1\frac{1}{2}\frac{1}{4}$.q.p.6 $\frac{8}{4}$.eg.a 1.co.m. 1.q.m.74.
Cioè $1\frac{1}{2}\frac{1}{4}$.q. eg.a co.m.80.$\frac{8}{4}$.
11.q.eg.a 11.2.m.888.

1.q.

Digitized by Google

1. q. eguale a $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$. cos. men 74. però 1. q. vale
$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$. co. men 74. E questo ha il quinto.

Perilche hauendo Il primo $\frac{1}{3}$. co. men 68.
Il secondo $\frac{1}{2}$. co. men 74.
Il terzo $\frac{1}{2}$. co. men 36.
Il quarto $\frac{5}{6}$. co. men 68.
Il quinto $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$. co. men 74.

Haueranno in tutto $3\frac{1}{3}$. co men 320. Ma si pose che haueſſero 1. co. però $3\frac{1}{3}$. co. men 320. sarà eguale a 1. co. cioè $2\frac{1}{3}$. eguale a 320. cioè 8. co. eguale 960. però la co. valerà 120 perilche 120. sarà quello che hanno fra tutti, Et il primo $\frac{1}{3}$. co. men 68 haverà 80. men 6. cioe 12.

Il secondo 90. men 74. Cioe 16.
Il terzo 60. men 36. Cioè 24.
Il quarto 100. men 68. Cioè 32.
Et il quinto 110. men 74. Cioè 36.

Ma facilmente per risoluere questo quesito, & simili, considereremo che se il primo riceuuto, che habbia 68. da gl'altri haverà 2. tanti, quanto è il loro restante, posto esso restante 1. co. egli si trouarà 2. co. (onde auanti che riceuesse il 68. haueа 2. co. men 68.) & però fra tutti haueranno le 2. co. & la 1. co. de gl'altri restatali di più, cioè 3. co. della quale totale somma le 2. co fono li $\frac{2}{3}$. però esso primo haverà li $\frac{2}{3}$. di tutta la somma, qual somma se hora la poneremo essere 1. co. o 1. q. o 1. A. o altro, egli haverà $\frac{2}{3}$. co. o $\frac{2}{3}$. q. o $\frac{2}{3}$ A. hor sia $\frac{2}{3}$ A. ma prima haueua di manco il 68. riceuuto, però prima haueua $\frac{2}{3}$ A. men 68. & questo si serbi per il primo, che si conclude hauere li $\frac{2}{3}$. della totale somma, ma 68. manco, cioè 68. manco delli $\frac{2}{3}$. di q'llo che hanno fra tutti. Il secondo riceuuto che habbi 74. haverà 3. tanti del restante de gl'altri, onde se egli ha 3. il restante è 1, & però in tutto hanno 4. del quale il 3 è li $\frac{3}{4}$. cioè egli haverà li $\frac{3}{4}$. del tutto, ma auanti che riceuesse il 74. haueа questo 74. di manco, però egli haueа li $\frac{3}{4}$. del tutto men 74. che essendo il tutto 1. A. egli haueа $\frac{3}{4}$ A men 74. Il terzo riceuuto che habbi 36. haverà tanto quanto il restante de gli altri: però se ha 1 il restante sarà 1. & il tutto sarà 2. del quale l'1. che ha esso terzo è la metà, cioè è l'$\frac{1}{2}$. però haueua la metà del tutto, cioè dell'A. onde prima haueua $\frac{1}{2}$. A. men 36. E così il quarto che riceuuto 68. haverà 5. tanti del restante de gl'altri si vede che hauera del 6. totale (che esso restante sara 1. quando egli si pona hauere 5.) li $\frac{5}{6}$. E notisi che questo rotto $\frac{5}{6}$. ha sempre per numeratore il 5. che significa li 5. tanti quanto è il restante, & il 6. denominatore è sempre 1. piu del numeratre 5. perche significa il tutto che hanno fra tutti cinque. poiche il restante si pone sempre essere 1. rispetto al 5. delli 5. tanti di hora, & così de gl'altri. Il quarto dunque che ha li $\frac{5}{6}$. del tutto, cioe del totale A. haueра $\frac{5}{6}$ A, onde prima che riceuesse il 68. haueа $\frac{5}{6}$. A. men 68. Et il quinto riceuuto il 74. perche haueра 11. tanti di quello che resta a gl'altri (che il restante è 1. egli ha 11. & il tutto è 11. Onde del 11. haueра 11. cioe li $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{1}$. & perche il tutto si pone essere 1. A, egli haueра $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{2}$ A, onde auanti che riceuesse il 74. haueа $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{2}$ A. men 74. Hauendo dunque trouato distintamente che ciascuno delli 5. ha, quanto s'è concluso, supremo che fra tutti hanno $2\frac{1}{3}$ A, men 320, ma esso tutto è 1 A; però questo $3\frac{1}{3}$ A, men 320. sarà eguale ad 1 A, onde le quando 1 A. da ciascuna banda & accomo dando il meno, si haueра $2\frac{1}{3}$. A eguale a 320, cioe 8 A. eguale a 960, cioe 1 A. egual a 120. però il tutto posto 1 A, sara 120. Di questo li $\frac{2}{3}$. men 68. per il primo sono 80. men 68. cioe 12. & così supremo che il primo ha 12. & nel medesmo modo che gli altri seguenti hanno 16, 24, 32, & 36.

Il primo ha	$\frac{2}{3}$.	A.	men	68.
Il secondo	$\frac{3}{4}$	A.	men	74.
Il terzo	$\frac{1}{2}$.	A.	men	36.
Il quarto	$\frac{5}{6}$.	A.	men	68.
Il quinto	$\frac{1}{1}$ $\frac{1}{2}$.	A.	men	74.
In tutto	$3\frac{1}{3}$.	A.	men	320.

Dalle cose dette si conosce che si può dare facile Regola per risoluere simili quesiti, & potra essere questa.

Scriuasi sopra ad vna righetta per numeratore d'vn rotto, il numero significante il numero delle volte che quello che haverà il primo dopo riceuuto quanto egli do manda contenira il restante de gl'altri, & per denominatore si scriua vn numero maggiore d'esso numeratore in vna vnita, E così si formi vn'altro rotto nel medesimo modo per il secondo. & poi per il terzo, & poi per il quarto, & per ciascuno delli seguenti: Dipoi tutti essi rotti si sommino insieme, & dalla somma si cauі sempre 1. & con il restante si parta la somma di tutti i numeri che domandano li compagni, o persone proposte, che l'auueniмento sara la somma, o il numero, che haueranno fra tutti, della quale prese di mano in mano le parti significate dalli rotti formati, & da esse cauato

il-

Digitized by Google

il numero che quello a chi appartiene tal rotto domanda, il restante sarà quello che ha quella persona, o compagno a chi tal rotto appartiene.

Per esempio sia che si dica.

Sono dieci compagni ciascuno de quali ha vn certo numero di scudi, Dice il primo, se il secondo mi da scu. 2. de suoi, il terzo 1. il quarto 3. il quinto 4. il sesto 6 $\frac{1}{2}$ il settimo 6. l'ottauo 2 $\frac{1}{2}$. il nono 6. & il decimo 2. *(cioè fra tutti scu 28, che non importa quãto li dia ciaſcuno di loro)* io hauerò poi volte 1 $\frac{1}{2}$. tanti scu. quanti sono quelli che in somma restano a tutti loro, Dice il secondo, se il terzo mi da scu. $\frac{1}{2}$. de suoi, il quarto 2, il quinto 3. il sesto 1. il settimo 1 $\frac{1}{2}$. l'ottauo 4. il nono 5. il decimo 3 $\frac{2}{3}$. & il primo 1 $\frac{1}{2}$. *(cioè in tutto scu. 22.)* io hauerò poi volte $\frac{1}{2}$. tanto, o vogliamo dire, hauerò tanto, quanto è li $\frac{1}{2}$. di quello, che in somma resta a tutti, loro. Dicetil terzo se *(per nõ nominarli ad vno ad vno, che ſolo ſi faria per far parere il queſto molto laborioſo, a qualche perſona, che non vi haueſſe molto giudicio)* gl'altri in tutto mi danno scu. 38. delli loro, io hauerò poi volte 1 $\frac{7}{10}$. tanto, quanto è la somma di quello, che restarà a loro, Dice il quarto, se gli altri mi danno 42. delli loro, io hauerò poi volte 2 $\frac{1}{2}$. tanto, quanto è la somma di quello, che resta a tutti loro, Dice il quinto, se gl'altri mi diano 8. delli loro, io hauerò poi volte $\frac{1}{1}\frac{3}{7}$. o li $\frac{1}{1}\frac{1}{7}$. di quello, che resta a loro, Dice il sesto, se gl'altri mi diano 12. delli loro io hauerò poi li $\frac{1}{10}$. di quello che resta a loro, Dice il settimo, se gl'altri mi diano *16*. delli loro, io hauerò poi li $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. di quello, che resta a loro, Dice l'ottauo, se gl'altri mi diano *64*. delli loro, io hauerò poi volte 5 $\frac{1}{4}$. tanto, quanto è quello che resta a loro, Dice il nono, se gl'altri mi diano 56. delli loro, io hauerò poi volte 7. $\frac{1}{2}$. tanto, quanto è quello che resta loro, Dice il decimo se gl'altri mi diano 32. delli loro, io hauerò poi li $\frac{1}{8}$. di tutto quello, che resta a loro. Si domanda quanto ha ciaſcuno d'eſſi 10. compagni.

Queſto queſito adoprando la Regola data si potrà riſoluere, come si vede nella ſeguente operatione.

per il primo si forma $\frac{1\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$ — cioe $\frac{3}{1}$ riceue 28

per il ſecondo $\frac{\frac{2}{1}}{1\frac{2}{3}}$ cioe $\frac{2}{1}$ 22

per il terzo $\frac{1\frac{7}{10}}{2\frac{7}{10}}$ cioe $\frac{1}{2}\frac{6}{3}$ 38

per il quarto $\frac{2\frac{1}{2}}{3\frac{1}{3}}$ cioe $\frac{1}{1}\frac{1}{6}$ 42

per il quinto $\frac{\frac{2}{1\frac{1}{3}}}{1\frac{2}{1\frac{1}{3}}}$ cioe $\frac{3}{1}\frac{1}{4}$ 8

per il ſesto $\frac{\frac{5}{6}}{3\frac{5}{6}}$ cioe $\frac{5}{4}$ 12

per il ſettimo $\frac{1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{2}}$ da $\frac{1\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2}}$ 16

per l'ottauo $5\frac{1}{4}$ da $\frac{1\frac{7}{10}}{2\frac{7}{10}}$ 66

per il nono $7\frac{1}{4}$ da $\frac{1\frac{5}{6}}{1\frac{5}{6}}$ 56

per il decimo $\frac{\frac{3}{8}}{\frac{7}{8}}$ da $\frac{7}{1\frac{7}{8}}$ 32

somma $5\frac{6}{1\frac{7}{1}}\frac{1\frac{8}{2}}{2}\frac{1\frac{1}{0}}{0}\frac{1}{9}$ 318. da partire 5161200

fi caua 1 30967200

resta $4\frac{6}{1\frac{7}{1}}\frac{1\frac{8}{2}}{2}\frac{6}{0}\frac{1\frac{1}{0}}{0}$ partitore 7510211 | 547087100

72

21372430

Hauerano fra tutti scud. $72\frac{6}{1\frac{7}{1}}\frac{3}{2}\frac{5}{0}\frac{2}{0}\frac{0}{9}\frac{8}{1\frac{1}{0}}$ del quale numero totale che è cioe la somma de scu. che li 10. compagni, hanno in tutto; il primo ne haverà la parte significata dal primo rotto $\frac{3}{1}$.

p. $\frac{3}{1}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{0}{5}$ ter. $-1\frac{6}{2}\frac{1}{5}\frac{7}{0}$ ott. 5 4 24 85 109 9 100 25 36 275 311 400

il ſe. & qn. fan. $\frac{7}{4}$ cioè $\frac{1}{4}$ il ſeſto, & dec. fanno $\frac{8}{1}$. che cõ l' $\frac{1}{2}$. fa $1\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$. ſet. 242 115 11 16 —quar. no. 4 15 357 17 506 7590 6069 13659 5057 1 8602

2021800 94612 25806 4698022 2349011 $-1\frac{6}{1\frac{7}{1}}\frac{1\frac{8}{2}}{2}\frac{6}{0}\frac{1\frac{1}{0}}{0}\frac{1}{6}$

$\frac{3}{4}$. formato per lui, ma manca il 28. che egli riceue da gli altri, che sarà quasi 45. manco 28, cioè quasi 17. Il secondo la parte similmente significata dal rotto $\frac{1}{2}$. formato per lui, ma manco il 22. che egli riceue da gl'altri, che sarà quasi 21. m. 22, ma perche questo 21. m. 22. non si può hauere, vediamo che il quesito non può stare a questo modo, nondimeno per non hauer fatta la fatica indarno potremo accomodarlo in modo che possa stare, & sarà, ponendo i numeri piccoli, che sono fra i numeri da leuarsi, con li rotti piccoli, & li numeri grandi con li rotti grandi, onde perche $\frac{1}{2}$. rotto pertinente al secondo è piccolo, cioè non arriua del 72 ———— ad essere, o importare 21. potremo fingere che il suo numero da leuarsi sia 16, e così restarà quasi 5, che sarà quello che ha il secondo da se, E potremo accomodare i numeri a gl'altri rotti con simil modo, cioè che il numero importi manco, che il rotto o parte del totale 72 ———— dal quale esso numero s'ha poi da cauare, accioche li resti quello che ha, o è per hauere la persona, alla quale esso rotto appartiene.

primo li $\frac{3}{4}$.	manco	28.
Secondo li $\frac{1}{2}$.	manco	16
Terzo li $\frac{1}{2}\frac{6}{1}$.	m.	42.
Quarto li $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$.	m.	38.
Quinto li $\frac{1}{2}\frac{1}{8}$.	m.	12.
Sesto li $\frac{1}{2}\frac{1}{6}$.	m.	32.
Settimo li $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$.	m.	22.
Ottauo li $\frac{1}{2}\frac{1}{10}$.	m.	56.
Nono li $\frac{1}{2}\frac{1}{16}$.	m.	64.
Decimo li $\frac{1}{2}\frac{1}{11}$.	m.	8.
		318.

Se vorremo mo praticare la Regola data in numeri noti, potremo fingere, che di tre compagni il primo habbi scu. 88. il secondo 28. & il terzo 42, cioe in tutto scu. 158, & che il primo dal secondo riceua 6 & dal terzo 8, cioè in tutto 14. che con li suoi 88. fa 102. quale rispetto al 56. che resta a gl'altri dui è volte $1\frac{3}{4}$ quanto esso restante. E che il sec. riceua dal terzo 20, & dal primo 40 cioe in tutto 60. che con li suoi 28. fa 88, quale rispetto al 70. che resta a gl'altri dui è volte $1\frac{9}{7}$. quanto esso restante. Et il terzo riceua dal primo 80. & dal secondo 24. cioè in tutto 104, che con li suoi 42. fa 146. quale rispetto al 12. che resta a gl'altri dui è volte $12\frac{1}{6}$. quanto esso restante, Et hora formare vn quesito dicendo.

Tre hanno denari, dice il primo, se il secondo mi da 6. delli suoi, & il terzo 8, io haverò poi volte $1\frac{2}{3}\frac{3}{6}$. tanto, quanto è quello che resta in tutto a loro, Dice il secondo, se il terzo mi da 20. de suoi, & il primo 40. io haverò poi volte $1\frac{9}{7}$. tanto, quanto è quello che resta in somma a loro. Dice il terzo, se il primo mi da 80. de suoi, & il secondo 24. io haverò poi volte $12\frac{1}{6}$. tanto, quanto è quello, che resta a loro, Si domanda quanto ha ciascuno de tre compagni.

da $1\frac{2}{3}\frac{3}{6}$. si forma per il prim	$\frac{5}{7}\frac{1}{6}$.	6. & 8. fa 14.
da $1\frac{9}{7}$. si forma per il secondo	$\frac{4}{7}\frac{9}{0}$.	20. & 40. fa 60.
da $12\frac{1}{6}$. si forma per il terzo	$\frac{7}{7}\frac{3}{0}$.	80. & 24. fa 104.
somma	$\frac{1}{7}\frac{0}{0}\frac{6}{9}$	somma 178.
cioe	$2\frac{1}{7}\frac{0}{9}$	da partire.
ricaua	1	
resta	$1\frac{1}{7}\frac{0}{9}$. partitore	

$$\frac{89}{27} \quad \frac{178}{1}$$

Delli totali scu. 158. ha
Il primo li $\frac{3}{4}$. manco 14. cioe 102. men 14. che è 88.
Il secondo li $\frac{4}{7}\frac{9}{0}$. manco 60. cioe 88. men 60. che è 28.
Il terzo li $\frac{7}{7}\frac{3}{0}$. manco 104. cioe 146. m. 102. che è 44.

fa 158. auertimento, & è quanto hanno fra tutti tre.

Notisi che il primo rotto $\frac{5}{7}\frac{1}{6}$. & cosi gli altri si può formare facilmente senza fare prima il rotto che habbi per numeratore $1\frac{2}{3}\frac{3}{6}$. & per denominatore 1. di piu, cioe $2\frac{1}{7}\frac{0}{9}$. che fa $1\frac{2}{3}\frac{3}{6}$. da ridur poi a rotto ordinario che breuemẽte si può dire $1\frac{2}{3}\frac{3}{6}$. sono 511. 28. esimi del che fa $\frac{2}{3}\frac{3}{6}$. 511. si pona sop. ad vna riga p numeratore, e di sotto per denominatore si pona la somma di quello 511. con il 28. denominatore del $\frac{2}{3}\frac{3}{6}$. o del $\frac{1}{2}\frac{1}{8}$. qual somma è 79. & si formarà $\frac{5}{7}\frac{1}{9}$. Et per formare il secondo dall' $1\frac{9}{7}$. diremo 1. via 35. fa 35. & 9. fa 44. da scriuere sopra alla riga per numeratore, Et poi 44. & 35. fa 79. da ponere di sotto per denominatore, & si formarà $\frac{4}{7}\frac{4}{9}$. che è il secondo. & per trouare il terzo diremo 12. intiero via 6 *(denominatore dell' 1)* fa 72. & 1. *(numeratore dell' 1)* fa 73 che è numeratore, qual è con 6. *(denominatore dell' $\frac{1}{6}$)* fa 79. che è denominatore, & così si haverà $\frac{7}{7}\frac{3}{9}$. che è il terzo rotto.

Ouero. Posto che la totale somma delli scu. fia 1 1, & il primo riceuuto che habbi 14. da gl'altri habverà volte $1\frac{2}{3}\frac{3}{6}$. quanto il restante de gl'altri, che posto esso restante 1. il primo haueria $1\frac{2}{3}\frac{3}{6}$. & però la somma totale saria $2\frac{2}{3}\frac{3}{6}$. cioe quando la somma totale fia $\frac{7}{7}\frac{6}{9}$. all'hora il restante de dui saria $\frac{3}{3}\frac{6}{6}$. & quello che haverà il primo saria $\frac{1}{2}\frac{1}{8}$. o vogliamo dire schiuando i rotti, quando la somma totale fusse 79. il restante de dui saria 28. & il primo haueria 51. ma noi vogliamo

Digitized by Google

mo che la ſomma totale ſia 12, però il reſtante de dui ſarà $\frac{1}{2}\frac{8}{9}$.2. & il primo haverà $\frac{1}{2}\frac{1}{9}$.2. onde auanti che riceueſſe il 14.da gl'altri dui egli haueà $\frac{1}{2}\frac{1}{9}$.2.m.14.per ilche ſi conclude, che il primo ha $\frac{1}{2}\frac{1}{9}$.co.m.14.quando la ſomma totale di quanto hanno tutti tre ſia 12.2. Il ſecondo quando riceua 20.dal terzo,& 60.dal primo,cioe 80 in tutto haverà volte $1\frac{8}{17}$.di quello che reſta a gli altri dui.onde ſe poniamo reſtargli 1.egli hauera $1\frac{8}{17}$.cioe $\frac{25}{17}$.o per ſchiuare il rotto ſe poneremo reſtargli 35.il ſecondo haverà 44. & in tutto haueriano 79. perilche il ſecondo haverà li 44.79.eſimi del tutto,ma eſſo tutto è poſto 1.2. però haueria $\frac{25}{79}$.2. onde auanti che riceueſſe il 60.haueà $\frac{25}{79}$.co.men 70.Et per il terzo riceuuto che egli habbi 80. dal primo,& 24. dal ſecondo,cioe 104.in tutto haverà volte $12\frac{1}{6}$.tanto,quanto è quello che reſta a gl'altri dui,però ſe eſſo reſtante ſia 1.egli haverà $\frac{73}{6}$,o voglamo dire ſe eſſo reſtante ſia 6.egli haverà 73.& in tutto haueriano 79.perilche il terzo haueria li $\frac{73}{79}$.del tutto,& perche eſſo tutto è poſto eſſere 1.co.egli haueria $\frac{73}{79}$.co.onde auanti.che riceua il 104.haueà $\frac{73}{79}$.co.men 104. Et coſi giudicialmente ſappiamo che il primo ha $\frac{1}{6}$.co.men 14.Il ſecondo $\frac{25}{79}$.co.men 60. & il terzo $\frac{73}{79}$.co.m. 104, Onde in ſomma il tutto ſaria $2\frac{1}{6}\frac{0}{0}$.co.men 178.ma è poſto eſſere 1.co.però eſſo $1\frac{1}{6}\frac{0}{0}$.co.men 178.è eguale ad 1.co.& accomodata la equatione $1\frac{1}{6}\frac{0}{0}$.co è eguale a 178 cioe $\frac{80}{6}$.co.eguale a 178.cioe 1.co.eguale a 158(*che 80.numeratore in 178.entra 2.volte,& queſte 2. moltiplicato per 79.denominatore fa 158.*) onde la co.vale 158. & però la ſomma de ſeu. delli tre compagni poſta 1.co.ſarà 158.de quali,hauendo il primo $\frac{1}{6}\frac{1}{0}$.co.men 14.Il ſecondo $\frac{25}{79}$.co.men 60.Et il terzo $\frac{73}{79}\frac{1}{0}$.co men 104.(*che ogni $\frac{1}{6}\frac{1}{0}$.co.importa 2. entrando 2.volte il 79 in 158.*) eſſi haueranno 102.men 14.Et 88.men 60.& 146.men 104.cioe il primo 88.il ſecondo 28. & il terzo 42.

Ma per formare queſito, che poſſa realmente accadere, ancora ſenza hauere ad appoſtare i numeri come ſi fece nel queſito antecedente,noi ci fingeremo tanti rotti facili da ſommare inſieme quanto è il numero delle perſone che vogliamo che interueghino nel queſito, & che anco la ſomma di queſti rotti ſia numero intiero,o habbi per rotto vn rotto facile, cioe il denominatore del quale ſia numero piccolo & che ſia parte facile di ſcu.o altra moneta che ſi adopri nel ſito,acciò che ſi poſſa realmente pigliare eſſa parte dello ſcu in moneta vſitata,Hor ſia che le perſone ſi ponano eſſere 12.& però i rotti 12. & ſiano li a b c d e f g h i l m n; delli quali 140. è denominatore comune, & il 240 eſimo è parte reale di ſcu. quale, valendo lo ſcudo lire 4. cioe bolognini 20.cioe quattrini 480.importa quat. 2. Di queſti 12. rotti la ſomma è $9\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. dalla quale cauato l'1.che ſempre per regola ſi caua reſta $8\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. che è ſempre partitore della ſomma delli numeri tutti de ſcudi,che ciaſcuno riceue,o da vn ſolo de gli altri ſe ne haverà a ſufficienza,o da molti di loro,o da tutti loro,o egualmente, o ineguallemente a beneplacito pure che poſſa conuenirli Queſta ſomma di ſcu.potrà mo ponerſi tale che il partitore $8\frac{1}{2}\frac{7}{0}$.cioe $\frac{1}{2}\frac{0}{0}\frac{7}{0}$.v'entri al cun numero preciſe di volte,che ſenz'altra fatica entrando egli in 1957.ſignificato dal ſuo numeratore, volte 140. ſignificato poi dal ſuo denominatore; queſto auenimento 140. potrà eſſere il numero delli ſcudi.che hanno fra tutti li 12.compagni, quando la ſomma di tutti i riceueri ſia il 1957. ſuppoſto. Et ie fingeſſimo partire alcun numero moltiplice al 1957.poniamo 9785.a lui quintuplo,l'auenimento ſaria ancora ſimilmente quintuplo al 140. & però ſaria 1200. & coſi la ſomma de ſcu. che eſſi riceueriano al modo detto ſaria 9785. Et il numero de ſcu. che eſſi haueriano fra tutti ſaria il 1200. Quando anco ſi voleſſe che il numero de ſcud. che li 12. compagni haueſſero in tutto fuſſe non vn numero ſemplicemente moltiplice al 240. ma che li haueſſe qual ſi vogli proportione la medeſma proportione anco doueria poi hauere il numero della ſomma de ſcudi,che eſſi riceueſſero al 1957. Et pero ſe la ſomma de ſcudi. che habbino fra tutti ſia 120. 0 60.0 180, 0 300, 0 600, 0 320. 0 330. o altro che per denominatore dellla proportione loro al 240 hanno $\frac{1}{2}$,o $\frac{1}{4}$,o $\frac{1}{8}$,o $1\frac{1}{4}$,o $2\frac{1}{2}$,o $1\frac{1}{8}$,o altro, allhora il numero della ſomma delli ſcu. che eſſi douueſſero riceuere,& che va partito per il $\frac{1}{2}\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{7}{0}$.per deriuarne nell'auenimento il 120 0 60,0 ſeguenti,doueria(*con la medeſima proportione al* 1957.)eſſere $978\frac{1}{2}$,o $489\frac{1}{4}$,o $1467\frac{3}{4}$. o $2446\frac{1}{2}$,o $4892\frac{1}{2}$,o $2609\frac{1}{4}$,o $2690\frac{3}{8}$,o altro.Hor ſia che ſi piglino il 1200. per la ſoma totale delli ſcu.che hanno, & il 9785. per la ſomma di tutti i riceueri loro,quale partita per $1\frac{2}{4}\frac{7}{0}$. ne deue venire il 1200.

Li numeri mo, o li rotti, o miſti ſcritti in forma di rotto, dalli quali ad vno, ad vno ſi formino li adoprati a, b, c, d, & ſeguenti, facilmente ſi troueranno, perche il numeratore poniamo del primo corriſpondente all'a, ſarà l'iſteſſo 5, che è numeratore dell'a $\frac{1}{5}$. & il denominatore ſarà la differenza che nell'a e dal numeratore 5. al denominatore 6, cioe ſarà 1.& coſi haueremo $\frac{1}{5}$. cioe 5. o che ſignifica 5, pero ſi dirà che il primo riceuuto che habbi quello che gli ſia dato da gl'altri haverà poi 5. volte tanto quanto è la ſomma di tutto quello che reſta a gl'altri,E con l'iſteſſo modo trouaremo gl'altri vndici miſti che ſaranno li poſti in margine.

Hora

Digitized by Google

Hora posto che il numero totale delli scudi che hanno fra tutti sia 1200, trouaremo mediante li rotti a.b.c, & seguenti quanto habbi ciascuno doppo che habbi ricevuto quello che gli diano gl'altri. poiche il primo douendo poi hauere li $\frac{1}{2}$. del totale 1200. hauerà 1000, che è bene 5. tanti del 100. che in tutto haueranno poi gl'altri. Il secondo douendo hauere li $\frac{7}{20}$. del 1200. hauerà 1050. che sono 7. tanti del 150. che resta a gl'altri, Et cosi vedremo che il terzo hauerà 800, il quarto 600, & gl'altri per ordine 720. 840, 900. 880. 1020. 1100. 1115. & 950. Et per vedere, o concludere quanto hauea da se ciascuno, conuerrà dal suo numero in ciascuno cauarne a beneplacito quanto ci piacerà, ma di modo che il cauato poi da tutti 12. sia in somma il 9875. Onde dal primo 1000. se vorremo cauarne 800. il restante 200. haverà da se il primo. Et se dal secondo 1050. vorremo cauarne 1000. il restante 50. haverà da se il secondo. Et cosi seguendo potremo formare li numeri delli scu. che haverà da se ciascuno. & il numero delli scudi, che douerà ricevere da gl'altri. Et hora si potrà formare il quesito dicendo.

Habbino scudi 1200. fra tutti.

1.	a	$\frac{1}{2}$	200	primo $\frac{1}{2}$. cioe 5.	1000	al primo 800	Numeri da darsi a ciascuno. Haverano questi ciascuno da se.	Il primo	200
	b	$\frac{7}{20}$	210	secondo $\frac{7}{20}$. cioe 7.	1050	secon. 1000		Il secondo	50
	c	$\frac{4}{15}$	160	terzo $\frac{4}{15}$. cioe 2.	800	terzo 750		Terzo	30
	d	$\frac{3}{20}$	120	quarto $\frac{1}{20}$. cioe 1.	600	quarto 580		Quarto	20
	e	$\frac{1}{5}$	144	quinto $\frac{3}{20}$. cioe $1\frac{1}{4}$	720	quinto 345		Quinto	375
	f	$\frac{7}{120}$	168	sesto $\frac{7}{40}$. cioe $2\frac{1}{2}$.	840	sesto 800		Sesto	40
	g	$\frac{3}{40}$	180	settimo $\frac{3}{40}$. cioe 3,	900	settimo 840		Settimo	60
	h	$\frac{1}{120}$	176	otta. $\frac{1}{40}$. cioe $2\frac{3}{4}$	880	ottauo 800		Ottauo	80
	i	$\frac{1}{100}$	204	non. $\frac{1}{20}$. cioe $5\frac{1}{4}$.	1020	nono 1000		Nono	20
	l	$\frac{1}{100}$	220	dec. $\frac{1}{20}$. cioe 11.	1100	decim. 1000		Decimo	100
	m	$\frac{1}{150}$	235	vnde. $\frac{1}{30}$. cioe 15.	1125	vndeci. 925		Vndecimo	200
	n	$\frac{1}{300}$	190	duod. $\frac{1}{30}$. cioe $3\frac{3}{5}$.	950	duodec. 945		Duodecimo	5
	som. 9	$\frac{3}{4}$	2197			in tutto 9785		in tutto	1200
	si ca. 1		240 esimi						
	resta 8	$\frac{3}{4}$							

Sono dodici compagni, ciascuno delli quali ha vna quantità di scudi, Dice il primo, se il secondo mi da scudi 10. de suoi. il terzo 30. il quarto 15. il quinto 330. il sesto 10 il settimo 50. l'ottauo 70. il nono 11. il decimo 90. l'vndecimo 160 & il duodemo 4. *(cioe fra tutti li 1200 scu. 800.)* io all'hora haverò 5. tanti di tutto quello che in somma resta a loro, Dice il secondo, se il terzo mi da scudi 40 de suoi, il quarto 15. il quinto 370. il sesto 30. il settimo 50. l'ottauo 60. il nono 2. il decimo 99. l'vndecimo 180 il duodecimo 4. & il primo 150. *(cioe fra tutti li 1200 scudi 1000.)* io all'hora haverò sette tanti di tutto quello che in somma resta a loro, Dice il terzo se il quarto mi da scud. 20. de suoi, il quinto 375. il sesto 25. il settimo 40 l ottauo 30. il nono 10. il decimo 10. l'vndecimo 10. il primo 200. il secondo 15. & il terzo 15. *(cioe fra tutti li 1200 750.)* io haverò poi il doppio di quello che in somma resta a tutti loro. Dice il quarto se il quinto mi da scu. 370. de suoi, il sesto 40. il settimo 60. l ottauo 75. & ciascuno de gl altri 5. *(cioe fra tutti li 1200 scudi 580.)* io haverò poi tanto quanto è quello che in somma resta a tutti loro. Dice il quinto se il sesto mi da scudi 30. de suoi, il settimo 40. l'ottauo 80. il nono 20. il decimo 100. l'vndecimo 70. & ciascuno de gl'altri 1. *(cioe fra tutti li 1200 scu. 345)* io haverò poi volte $1\frac{1}{2}$. tanto, quanto è quello che in somma resta a tutti loro. Dice il sesto, se il settimo mi da scudi 60. de suoi, l'ottauo 70. il decimo 90. l'vndecimo 180. il primo 160. & il quinto 240. *(cioe fra tutti li 1200 scu. 800.)* io haverò poi volte $2\frac{1}{2}$. tanto quãto è quello che in somma resta a tutti loro, Dice il sett. se l'ott. mi da scu. 80. de suoi. il decimo 100. l'vndec. 200 & il pri. 200. & il quinto 260. *(cioe fra tutti li 1200 scu. 840.)* io haverò poi il triplo di tutto quello che in somma resta a tutti loro. Dice l'ottauo se il decimo mi da scu. 90. de suoi, l'vndecimo 200. il primo 190. il secondo 10. il terzo 40. & il quinto 230. *(cioe fra tutti li 1200 scu. 800.)* io haverò poi volte $2\frac{1}{2}$. tanto, quãto è quello, che in somma resta a tutti loro. Dice il nono, se il decimo mi da scu. 100. de suoi, l undecimo 200. il primo 100. il quinto 350. il sesto 30. il settimo 50. & l'ottauo 70. *(cioe fra tutti li 1200 scu. 1000.)* io haverò poi volte $3\frac{1}{4}$. tanto, quanto è quello, che in somma resta a tutti loro. Dice il decimo, se l'vndecimo mi da scu. 180. de suoi, il primo 200. il secondo 50. il terzo 30. il quinto 370. il sesto 10 il settimo 60. & l'ottauo 80. *(cioe fra tutti li 1200 scu. 1000.)* io haverò poi volte 11. tanto, quanto è in somma quello che resta a tutti loro, Dice l'vndecimo, se il primo mi da scudi 200. de suoi,

il

Digitized by Google

il ſecondo 50. il terzo 50. il quinto 375. il ſeſto 40. il ſettimo 60. l'ottauo 80. & il decimo 70. (*cioe li diano ſcudi 925 fra tutti*) io hauerò poi 15. volte tanto, quanto è la ſomma di quello, che reſta a tutti loro. Dice il duodecimo, ſe il primo mi da ſeu. 200. de ſuoi, il ſecondo 50. il terzo 40. il quarto 20. il quinto 170. il ſeſto 40. il ſettimo 60. l'ottauo 80. il nono 15. & il decimo 70, (*cioe fra tutti li diano ſcudi 945.*) & hauerò poi volte $3\frac{1}{4}$. tanto, quanto è la ſomma di quello, che reſta a tutti loro. Si domanda quanti ſcudi ha ciaſcuno d'eſſi 12. compagni.

Et ſe il queſito fuſſe ſolo in dui, dicendo. Dui hanno denari, dice il primo ſe il ſecondo mi da 3. de ſuoi, io hauerò dui tanti, o il doppio di quello che reſta a lui. Dice il ſecondo, ſe il primo mi da 23. de ſuoi io ancora hauero il doppio di quello che reſta a lui. Si domanda quanto ha ciaſcuno.

Noi potiamo in molti modi trouarlo, Che ponendo che il primo habbi 1. ꝛ. riceuendo 3. dal ſecondo hauerà 1. ꝛ. p. 3. & queſto deue eſſere il doppio di quello che reſta al ſecondo dunque li reſta $\frac{1}{2}$. ꝛ p. $1\frac{1}{2}$. & però hauea di piu il 3. dato, cioe hauea $\frac{1}{2}$ ꝛ. p. $4\frac{1}{2}$. Hora eſſo ſecondo riceuendo dal primo 23. hauerà $\frac{1}{2}$. ꝛ. p. 27. $\frac{1}{2}$. che ſarà doppia all' 1. ꝛ. m. 23. che reſta al primo, onde $\frac{1}{2}$. ꝛ p. $13\frac{1}{2}$. è eguale a 1. ꝛ. m. 23. cioe $36\frac{1}{2}$. è eguale a $\frac{1}{2}$. ꝛ però la 2. vale 49. & queſto ha il primo. Et il ſecondo che hauea $\frac{1}{2}$. ꝛ. p. 4. $\frac{1}{2}$. hauerà $24\frac{1}{2}$ p. $4\frac{1}{2}$. cioè 29.

Quero ſi può ponere che il primo habbi 1. ꝛ. & il ſecondo 1. quantità, che dato 3. al primo li reſta 1. q. m. 3. alche 1. ꝛ p. 3. che hauerà il primo è doppio, però $\frac{1}{2}$. ꝛ. p. $1\frac{1}{2}$. è eguale a 1. q. m. 3. cioe $\frac{1}{2}$. ꝛ. p. 4 $\frac{1}{2}$. è eguale ad 1. qu. onde la q. vale $\frac{1}{2}$. ꝛ. p. 4 $\frac{1}{2}$. & queſto ha il ſecondo, quando il primo habbi 1. ꝛ. Et poi ſeguire come di ſopra. Quero mediante la regola data.

Il primo hauerà due tanti riceuuto 3, però il ſuo rotto è $\frac{2}{3}$. & il num. è 3.
Il ſecon. hauerà 2. tanti riceuuto 23. però il ſuo rotto è $\frac{2}{3}$. & il num. è 23.

la ſomma è $1\frac{1}{4}$	Come ſi	26.
ſi caua	1	da partire per
per partitore reſta $\frac{1}{4}$		l' $1\frac{1}{4}$. & ne viene 78. che è

La ſomma delli 23. & 3. cioe 26. è l' $\frac{1}{4}$ del totale 78. che hano fra ambidui. & la differenza de 23 & 3. è la differenza loro onde eſſi ſono 2. numeri, che in ſomma ſono 78. & per differenza hanno 20. però ſi trouano facilmente cauando 20. da 78. & la mità del reſtante 58. cioe 29. ſarà l'vno, & 20. di piu, cioe 49. ſarà l'altro.

quanto hanno fra tutti dui Di 78. il primo hauerà li $\frac{1}{4}$. manco 3. cioe 49. & il ſecondo $\frac{1}{4}$ manco 23. cioe 29.

Si vede mo che la differenza de denari di doditi compagni in ſimili caſi è ſempre l'iſteſſo 20. che è differenza delli 3. & 23. che domandano. Et che l'vno ha il doppio di 23. & 3. di piu, cioe 49 Et l'altro ha il doppio del 3. & 23. di piu, cioe 29. Ne ſpecularemo mo la cauſa, & intanto la regola facile ſarà queſta. Quando li dui compagni il primo riceuendo vn numero A, poniamo 7. dal ſecondo habbia poi 2 tanti di quello che reſta al ſecondo. Et che ſimilmente il ſecondo riceuendo vn num. B poniamo 5. dal primo, habbia il doppio di quello che reſta al primo. All'hora il doppio di B. cioe 10. & A 7. di piu, cioe 17. hauerà il primo. Et il doppio di A, cioe 14. & B. 5. di piu, cioe 19. hauerà il ſecondo. Et la loro differenza è il 2. iſteſſo, che è differenza di A, & B.

Ma la cauſa che habbiamo detto di ſpecularne è facile da conoſcere, che primamente ſe del totale 78. o altra quantità il primo ha li $\frac{1}{4}$. manco 3. Et il ſecondo ne ha li iſteſſi $\frac{1}{4}$. manco 23. egli viene ad hauere manco del primo tanto, quanto importa la differenza di 23. & 3. cioe 20. Cioe ſe il primo ha 3. manco di 5 2. & il ſecondo non ſolo 3. ma 23. manco dell'iſteſſo 52. è chiaro che ha manco del primo quel 20. in che il ſuo mancamento 23. è maggiore del ſolo 3. mancamento del primo.

Ancora perche operando ſecondo la data regola vniuerſale il 78. totale naſce dal partire il 26. ſomma del 3. & 23. $\frac{1}{4}$. cioe dal moltiplicare il 26. per 3. (*che ſa 78.*) & che di queſto 78. per ciaſcuno poi delli 2. compagni ſi piglia li $\frac{1}{4}$. perche ogni $\frac{1}{4}$. importa il 26. li $\frac{3}{4}$. importarà il doppio del 26. cioe 2. volte 23. & 2. volte 3. ma perche il primo non ha intieramente li $\frac{3}{4}$. di 78. cioe le 2. volte 26. o vogliamo dire le 2. volte 23. & 2. due volte 3. ma 3. di manco, egli perciò viene ad hauere 2. volte 23. & 1. volta ſolo il 3. cioe 46. & 1. che fa 49 per il che queſto 49. ſi troua giongendo 3. al doppio di 23. Et ſimilmente perche il ſecondo non ha intieramente li $\frac{1}{4}$. di 78. cioe le 2. volte 26. o vogliamo dire le 2. volte 23. & 2. volte 3. ma 23. di manco, egli perciò viene ad hauere 2. volte 3. & 1. volta ſolo il 23. cioe 6. & 23. che fa 29. per il che queſto 29. ſi troua giongendo 23. al doppio di 3.

Et ſe il primo domandaſſe 9. & il ſecondo 49. il doppio di queſto 49. che domanda il ſecondo con 9. di piu, cioe 107. hauerà il primo. Et il doppio di 9. che domanda il primo con 49. di piu, cioe

Digitized by Google

63.haueria il secondo,& fra ambidui haueriano 174.numero che si parte per 3.in intieri cosi prē
so accioche il suo $\frac{1}{3}$.cioe 58. habbi il secondo dato che hauerà al primo quello che domanda, &
che esso primo habbi poi il doppio di detto 58. cioe li $\frac{2}{3}$. del totale 174. che è 116. Et potiamo
mo fingere che il primo habbi,o che dia al secondo,ouero il secondo habbi,o dia al primo quel-
lo che ci pare,poniamo che il primo domandi 70,per hauer poi 116.che cosi ha lui 46.& il secon
do haverà il resto fino a 174.che è 128. *(del quale dato 70. al primo li resta 58. del che il 116. è*
doppio come si dice) ma hauendo il primo 46. non può dare cosa tale che li resti 58. però bisogna
ponere che egli habbi piu di 58. accioche dando qualche cosa al secondo li resti anco 58, hora
habbia 59.che cosi li restarà 58.dando 1.& il secondo haverà il resto fino a 174.cioe 115.che con
l'1. datali dal primo farà 116.doppio al 58.che restarà al pr. di questo 115.acciò li resti solo 58.cō-
uerrà cauarne 57.da dare al primo,che ha 59.& cosi haverà poi 116.doppio al 58.che restarà al
secondo,Onde formando il quesito si dirà.

Dui hanno denari,dice il primo, Se il secondo mi da 57. de suoi io haverò dui tanti di quello,
che resta a lui,Dice il secondo se il primo mi da 1.de suoi 10 ancora haverò 2. tanti di quello che
resta a lui.si domanda quanto ha ciascuno di loro.

Onde il doppio d'1. che domanda il secondo con 57.di piu che domanda il primo,cioè 59.ha-
verà il primo, & il doppio di 57. che domanda il primo con 1 1. di piu che domanda il secondo,
cioe 115.haverà il secondo,&la loro differenza 56.è l'istesso 56.che è differenza delli 1.& 57.che
essi domandano.

Ancora preso vn numero diuisibile per 4. poniamo 144. che ne viene 36. se fingeremo che di
dui compagni l'vno dato qualche cosa all'altro li resti 36.& l'altro habbi 108 che gli è triplo po
tremo formare vn'altro quesito,nel quale l'vno di essi,& sia il primo dando qualche cosa li resti
36 hora habbi 43. che dando 7. li restarà il 36. Il secondo poi haverà il resto del 144. cioe 101.&
acciò li resti 36.doverà dare 65.Et però si potrà dire, Dui hanno denari,dice il primo,se il secon
do mi da 65.de suoi io haverò 3.tanti di quello che resta a lui,Dice il secondo,se il primo mi da
7. de suoi, io ancora haverò 3.tanti di quello che restaa lui. Si domanda quanto ha ciasc̄u
no di loro.

Qui la differenza di 7. a 65. è 58.& però sarà la differenza del 101, del secondo al 43. del pri
mo. Aacora 7.& 65.in somma fanno 72.& il doppio,cioe 2.tanti *(che è 1.manco di 3. tanti che*
haverà l'vno rispetto al restante dell'altro.) è 144. quale è la somma de denari d ambidui, onde
conuiene diuidere 144. in due parti che siano differenti in 58. però l'vna sarà la mitā di 144. piu
la mitā di 58. & l'altra la mitā di 144. manco la mitā di 58. cioè 72. p. 29. & 72.m. 29. Che sono
101.& 43.

Ancora domandi il primo 37.& il secondo 8.& ciascuno poi habbi il triplo di quello che resta
al compagno.

37 8. la differenza è 29.

La la somma è 45.il doppio è 90 cauatone 29.differenza resta 61.però la mitā cioe $30\frac{1}{2}$.ha il pri
mo.& il resto fino a 90.*(che è la somma di quello che hanno fra ambidui)* cioe $59\frac{1}{2}$ha il secondo.

Perche secondo che insegna la Regola la somma 45. si parte per $\frac{1}{3}$. che dal 3. significato
dal triplo in ciascuno de dui compagni si forma $\frac{3}{3}$.& $\frac{3}{9}$.che sommati insieme fanno $1\frac{4}{9}$.dal qua
le cauato l'1. per regola resta $\frac{4}{9}$.con il quale si parte 45.somma detta delli 37.& 8. che si doman
dano,& ne viene 90 che è la somma delli denari d'ambidui i compagni.

Et se dicessero d'hauere ciascun d'essi volte $3\frac{1}{2}$. tanto quanto è quello che resta al compagno
riceuuto li 37.& 8.che fanno 45.All'hora con il $3\frac{1}{2}$.che è $\frac{7}{2}$.si faria $\frac{7}{6}$ & $\frac{7}{9}$. che in somma fanno
$1\frac{4}{9}$.& cauatone 1.resta $\frac{4}{9}$ con il quale si parte il 45.che ne viene 9.volte 9.cioe 81.che è quanto
hanno fra ambidui.ma la differenza loro è la differen
za istessa da 8.a 37.cioe 29. onde cauato dalla somma
81.& dal restante 52.la mi-
tā 26. haverà quello che do
manda il 37.maggiore,& il resto all'81.cioe 55.haverà l'altro che domanda l'8.minore.

55		26		55		26	
si giunge	8	si cauа	8	si cauа 37		37. si giunge	
fa	63	resta 18		resta 18		fa 63	che è volte
Che è volte $3\frac{1}{2}$.il 18						$3\frac{1}{2}$.il 18.	

Et se bene accioche gli Studenti si faccino esperti nelle operationi simili, doue si possono ado-
prare le 2,le quantità,le q.di quantità, &c. Et che ancora di mano in mano vadano accomodan-
do l'intelletto alla inuentione ii è scritto molto.si potrà ancora considerare, Che se alcun nume-
ro di sen. o altro sia da diuidersi in molte persone conuiene che li rotti che mostrano qual parte
deua hauere ciascuno d'essi ad vno ad vno gionti poi insieme formino in somma la vnità. significā
sante il tutto totale, o numero di seu.preso da diuidere, cioe che se quelli che hanno da diuidere

fra loro il n., poſto fuſſero poniamo 4, & che il primo douesſe hauere l'$\frac{1}{6}$. il ſec. li $\frac{3}{6}$. & il ter. li $\frac{5}{6}$. conuerria poi che il quar. di neceſſità haueſſe la parte ſignificata dal rotto che ſi trouì a cauare la ſom. delli 3. rotti detti cioe $\frac{9}{6}$. della vnità totale, cioè da 1. & è $\frac{7}{12}$. pò cõuerria dire & il quar. li $\frac{7}{12}$. che dicẽdoſi douerne hauere ſolo poniamo li $\frac{7}{13}$. perche queſto in ſomma con gl'altri rotti non forma la vnità intiera ma ſolo $\frac{23}{26}$. all'hora non ſi verria a pigliare il totale numero, o vnità diuidenda, & però ve ne reſtaria qualche parte, ilche non è a propoſito; Et dicendoſi eſſo quarto douerne hauere poniamo li $\frac{7}{13}$. perche queſto con gl'altri rotti fa $\frac{89}{78}$. che ſupera la vnità, non vi faria tanto nel totale numero da diuidere che preſene gl'altri le parti dette ne reſtaſſe poi anco li $\frac{5}{78}$. per il quarto. Perilche ſi vede che nel primo caſo quando la ſomma delli rotti detti $\frac{1}{6}$. $\frac{3}{6}$. $\frac{5}{6}$. $\frac{7}{13}$. non arriua alla vnità (che fa ſolo $\frac{89}{78}$.) all'hora per pigliare tutto il numero propoſto diuidendo conuiene che alcuno delli 4. compagni, o dui, o tre, o tutti quattro, piglino di piu oltre la parte del numero diuidendo ſignificata dal ſuo rotto, qualche numero che venga a ſupplire alli $\frac{5}{78}$. del numero propoſto che manca al $\frac{89}{78}$. per arriuare alla vnità, che perciò dicendoſi il primo deue hauere l'$\frac{1}{6}$. del numero diuidendo (quale anco fia incognito) & 3. di piu, il ſecondo li $\frac{3}{6}$. e 5. di piu. &, il terzo li $\frac{5}{6}$. & 7 di piu, & il quar. li $\frac{7}{13}$. & 10. di piu, perche quelli quattro rotti ſanno $\frac{89}{78}$. conuiene che il reſto ſino alla vnità, cioe li $\frac{5}{78}$. o vogliamo dire l'$\frac{1}{78}$. ſi cõtenghi nelli 3, 5, 7, & 10. di piu che oltre alli rotti ſi danno alli quattro compagni, Et perche eſſi 3. 5. 7. 10. in ſomma fanno 25. queſto 25. ſarà li $\frac{25}{78}$. o l'$\frac{1}{78}$. del numero diuidendo, però egli ſarà 450. Che l'$\frac{1}{6}$. piu 3 per il primo, è 78. li $\frac{3}{6}$. piu 5. per il ſecondo, ſono 105. li $\frac{5}{6}$. piu 7. per il terzo ſono 175. Et li $\frac{7}{13}$. piu 10. per il quarto ſono 91. che in tutto fanno 450. come biſogna; Et ſe haueſſimo detto d'vna quantità di ſcu. da diuidere fra 4. compagni, il primo deue hauerne l'$\frac{1}{6}$. & 3. di piu. Il ſecondo li $\frac{3}{6}$. ma 4. di manco Il terzo li $\frac{5}{6}$. manco 9. Et il quarto li $\frac{7}{13}$. & 12. di piu; all'hora perche 3. con m. 4. con m. 9. & con p. 12. fa 15. m. 13. cioe 2. conuerria che queſto 2. fuſſe li $\frac{25}{78}$. o l'$\frac{1}{78}$. del numero da diuidere, che manca alla ſomma delli quattro rotti per arriuare alla vnità, onde ſe l'$\frac{1}{78}$. è 2. il numero totale diuidendo ſarà 156. & le quattro parti ſaranno 6. p 3. Et 8. m. 4. Et 13$\frac{1}{2}$. m. 9 & 6$\frac{1}{2}$. p. 12. cioe 9. 4. 4$\frac{1}{2}$. & 18$\frac{1}{2}$. che formano il totale 36.

Che ſe li quattro rotti ſuperaſſero la vnità conuerria che la ſomma delli numeri a cõpagnatili fuſſe m, accioche ella importaſſe nel num. diuidendo quella parte, in che la vnità fuſſe ſuperata che dicendoſi d'vna quantità di ſcu. da diuiderſi fra 4. compagni, il primo deue hauerne l'$\frac{1}{6}$. il ſecondo li $\frac{3}{6}$. piu 10. il terzo li $\frac{5}{6}$. & il quarto l'$\frac{1}{13}$. manco 16, perche la ſomma delli quattro rotti è $1 + \frac{3}{6} + \frac{3}{6}$. queſto $1 + \frac{3}{6} + \frac{3}{6}$. in che ella ſupera la vnità, ſarà contenuto nel m. 6 ſomma di 10. m. 16 che è con li rotti, cioe 6. ſarà li $1 + \frac{3}{6} + \frac{3}{6}$. del numero diuidendo, però egli ſarà 156. Et le quattro parti ſaranno $4 + \frac{8}{3}$. Et $5 + \frac{5}{4}$. piu 10. & $15 + \frac{5}{6}$. & $6\frac{1}{2}$. m. 16. ma perche queſta quarta parte nõ può ſtare coſi, che ella ſignificaria, o ſaria men 9. $\frac{3}{4}$. quando il queſito fuſſe pure propoſto coſi, egli ſaria impoſſibile, o inſolubile; Si potria bene accomodare ſminuendo a baſtanza il numero 16 che è m. & farto eſſere poniamo 6. cioe m; ma conuerria leuare il p. 10. dicendo che il primo deue hauere l'$\frac{1}{6}$. Il ſecondo li $\frac{3}{6}$. Il terzo li $\frac{5}{6}$. Et il quarto l'$\frac{1}{4}$. m. 6. & coſi il 6. che ſaria pure li $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$. del numero diuidendo ci moſtraria eſſo diuidendo douere eſſere il detto $25\frac{1}{2}$. Et le quattro parti eſſere $4 + \frac{8}{3}$. & $5\frac{1}{4} + \frac{5}{4}$. & $15 + \frac{5}{6}$. m. 6. (cioe $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$.) che fanno $25 + \frac{1}{4}$. numero diuidendo come biſogna.

$\frac{1}{6}$	180
$\frac{3}{6}$ piu 10.	30
$\frac{5}{6}$	40
$\frac{1}{13}$ men 16.	108
	45
	223
	43
	180

Finalmente per moſtrare di doue anco può deriuare il modo facile da riſoluere i queſiti ſuperiori, poniamo il poſto a carte 7. delli 12. compagni, conſideriſi che ſe il primo riceuuto che habbia da gl'altri ſcu. 800. hauerà 5. tanti di quello che in ſomma reſta a gl'altri, egli verrà ad hauere li $\frac{1}{10}$. di tutto quello che hanno fra tutti eſſi 12. Et per la medeſima ragione, o cauſa il ſecondo riceuuto che habbia 1000. haueràli $\frac{1}{8}$. di tutto quello che hanno fra tutti eſſi 12. Et il terzo haueràli $\frac{3}{8}$. ſimilmente del tutto Il quarto l'$\frac{1}{4}$. Il quinto li $\frac{3}{5}$. Il ſeſto li $\frac{7}{10}$. Il ſettimo li $\frac{1}{2}$. L'ottauo li $\frac{1}{3}$. Il nono li $\frac{1}{2}$ 7. Il decimo li $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{2}$. L'vndecimo li $\frac{1}{1}$ $\frac{5}{6}$. Et il duodecimo li $\frac{1}{2}$ $\frac{9}{4}$. Et perche ſe non riceueſſe alcuno delli 12. cõpagni coſa alcuna, all'hora la ſomma di tutto quello che haueſſero ciaſcuno di loro, faria in tutto apunto il numero diuidendo, & perciò li rotti, o parti che haueſſero d'eſſo tutto giunti inſieme formariano a punto la vnita, ſi vede che quando la ſomma d'eſſi rotti tutti ſuperi la vnita è neceſſario che queſto ſuperamento auuenga per cauſa delli numeri che eſſi riceuono oltre alli loro proprij. Onde ſe la ſomma de rotti loro fuſſe 2. che ſupera

la

Digitized by Google

la vnita totale in vn'altra vnita, conuerria che quest'altra vnita si conteneſſe nella ſomma delli numeri de denari che riceuono fra tutti, però ſe la ſomma d'eſſi numeri fuſſe poniamo 100. queſto 100. importaria vna vnita detta, & perciò ci moſtraria anco che 100. fuſſe la ſomma delli ſcudi, che haueſſero fra tutti. Onde ſimilmente ſe la ſomma de rotti fuſſe poniamo $3\frac{1}{2}$. che ſupera la vnita in $2\frac{1}{2}$. queſto $2\frac{1}{2}$. moſtraria che la ſomma delli numeri de denari che riceuono contiene queſte vnit $2\frac{1}{2}$. & che perciò fuſſe volte $2\frac{1}{2}$. tanto, quanto è la ſomma de denari che hanno fra tutti, perilche partito hora il 100. che ſupponiamo eſſere la ſomma del numero de denari, che riceuono per queſto $2\frac{1}{2}$, che ne viene 40. eſſo 40. ſaria il valore della ſola vnita, & perciò ſaria il numero de' denari che haueſſero fra tutti loro, Dalche ſi viene a conoſcere che la Regola da trouare quanto è il numero de denari che hanno fra tutti può eſſere queſta. Dalla ſomma delli rotti che moſtrano la parte che hauera ciaſcuno della total ſomma di quanto hanno fra tutti riceuuto che hauera quel numero de denari che domanda, ſi caui la vnita, cioe 1. & con il reſtante ſi parta la ſomma de denari che fra tutti domandano, che l'auenimento ſara la ſomma de denari, che hanno fra tutti; Della quale per ciaſcuno d'eſſi preſa la parte ſignificata dal ſuo rotto, & poi cauatone quel numero di denari che domanda, o vogliamo dire che riceuera da gl'altri, il reſtante ſara quello che egli hauera da ſe.

Et qui terminiamo lo ſcriuere fatto diſordinatamente certo con varij interualli, fra le molte anguſtie, ſpeſe ſtraordinarie, rubbamenti, & infirmità periculoſe, che con vna debolezza ſtraordinaria mi hanno ſempre affliſto. N.S. Dio eterno onnipotente miſericordioſamẽte mi facci gratia di liberarmene in tutto, & fare che io operi ſempre a gloria di S.D. Maeſtà.

Hora per far coſa grata alli Studenti deſideroſi d'acquiſtare intiera intelligenza in molte coſe di ſpeculatione ſi ſeguirà a ponere il ſeguente diſcorſo.

QVESITO.

VNO ha lire 100. & vuol ſpenderle in 100. Animali Fagiani a lire 5. l'vno, Perdici a lire 1. l'vna, & Tordi a ſoldi 1. l'vno, ſi domanda quanti vccelli pigliera d'ogni ſorte.

Noi riducendo il Queſito in aſtratto vediamo che queſto puo ſignificare il diſſi. Diuidaſi 100. num. de gl'Vccelli in 3. parti tali che l'vna A moltiplicata per 5. la B per 1, & la C. per $\frac{1}{20}$. numeri delle lire valore delle 3. ſorti d'animali, & li 3 prodotti gionti inſieme la ſomma ſia 100. numero delle lire. Onde perche vna di queſte 3. parti a moltiplicarla per 1. il prodotto è il numero iſteſſo della medeſima parte, attenderemo all'altre due, & ſeruendoci della fida ſcorta dell'Algebra poneremo la B eſſere 1. ☍, che moltiplicata per 5. fa 5. ☍. & la C. 1. quantita, che moltiplicata per $\frac{1}{20}$. fa $\frac{1}{20}$. quantita che gionti inſieme eſſi dui prodotti fanno 5. ☍. p. $\frac{1}{20}$. quantita, & ſono eguali alla ſomma delle due parti A, & C cioe a 1. ☍. p. 1. quantita, però 4. ☍ ſono eguali a $\frac{1}{20}$. quantita, perilche 1. quantita importa $4\frac{1}{20}$ ☍ dalche ſi conoſce la proportione che deue hauere il numero della parte A, al numero della parte C, vedendo che quando A ſia 1. ☍. cioe 1. la C. douerà eſſere $4\frac{1}{20}$. ☍. cioe $4\frac{1}{20}$. ma perche i numeri d'A. & C, che ſono numeri d'Vccelli hanno da eſſere intieri riducendo queſta proportione in intieri minimi eſſi ſaranno 19. & 80. Et però quando A ſia 19, C. douerà eſſere 80. cioe per ogni 19. fagiani ſi pigliaranno 80. Tordi che fanno 99. & vagliano lire 95. li Fagiani, & lire 4. li Tordi, che fanno 99. lire, onde ſi douerà poi pigliare ſolo vna Perdici, che compiſca il num. delli 100. vcelli, & il valore delle 100. lire.

Et quando il numero delli Vccelli. & delle lire fuſſe piu di 100. ſimilmente per ogni 19. Fagiani ſi pigliarebbe 80. Tordi, o vna, o piu volte a noſtro piacere quando nel numero dato v'entraſſe piu volte eſſo 99. Onde volendo ſpendere poniamo lire 320. che ſe ne può canare vna volta, & anco due volte, & anco 3. volte il 99 Potremo anco con tre diuerſe riſpoſte dire che ſi piglino 19. Perdici, 80. Tordi, & il reſto ſino 320, che è 121. Perdice, ouero 38. Fagiani, 160. Tordi, & 122. Perdici, ouero 57. Fagiani, 240. Tordi, & 23. Perdici.

E dicendoſi che li Fagiani vaglino lire $3\frac{1}{2}$. l'vno, & li Tordi ſoldi $1\frac{1}{2}$. l'vno, cioe $\frac{1}{30}$. ouero, che vanno 15. Tordi alla lira, poneremo l'A. cioè il fagiano eſſere 1. ☍. di numero, & il C. cioe il Tordo 1. quantità, la ſomma de prodotti è $4\frac{1}{2}$. ☍. p. $\frac{1}{15}$. q. Et è vguale a 1. ☍. p. 1. q. cioe $3\frac{1}{2}$. coſe,

egua-

eguale a 2 1/6.q.perilche 1.q.importa 3 3/4.co.onde quando A,o li Fagiani fiano 1.conuiene,che li C,o Tordi fiano 3 3/4., che ridotti a minimi intieri sono 4. & 15. però per ogni 19. Vcelli si pigliaranno 4.Fagiani,che importano lire 18.& 15 Tordi, che importano lire 19.& fanno lire 19. (*Si può ancora considerare che d'ogni Fagiano il valore,che è lire 4 1/2. sopra l'1 suo numero in 3 1/4. Et nel Tordo che è lire 3 3/4. scema del suo numero 1 1/4. Onde bisogna pigliare tante volte 1 1/4. che facci 3 1/4. ma 1 1/4. m.3 1/4. cioe 4 8/16. in 1 8/16. cioe 28 in 105. entra volte 3 3/4. però conuien pigliare Tordi 3 3/4. per ogni Fagiano, cioe in minimi intieri Tordi 15. per ogni 4 Fagiani.*) Et perche il 19.in 100. numero delle lire, & de gl'Vcelli che vogliono entra 5. volte, si potrà dare in ciò cinque diuerse risposte, dicendo di si potranno pigliare 4. Fagiani, 15. Tordi, & 81. Perdice; o 8.Fagiani 30.Tordi, & 62.Perdici, & c.come si vede notato in margine.

Fagiani	Tordi	Perdici
4	15	81
8	30	62
12	45	43
16	60	24
20	75	5

E dicendosi Si hanno Ducatoni 90. & si vogliono spendere in 90. Animali viui, che sono A, 1 Ducatoni 2 1/6.l'vno B.a 3 per 2.Ducatoni(cioe a Ducatoni 3/2.l'vno) & C.a Carlini 14.l'vno, che il Ducatone è 17.Carlini(& però a 1/17. di Ducatone l'vno.)Si domanda quanti animali si pigliarà per sorte.

Pono che si pigli 1 A,& 1 B,che valeranno 2 1/6 A, 3/4.B, & perche il numero delli Ducatoni deue essere eguale al numero delli Animali, qual numero delli Animali hora è 1 A più B (in cambio d'1. A. più 1. quantità, che a noi sta il dargli che segno ci pare) haueremo 2 1/6. A, più 1/4. B; eguale a 1.A.più 1.B,cioe 1 1/4 A,eguale a 3/4 B,& però 1 B vale 4 1/3 A,cioè per ugual conuersamente si pigliarà 4 1/3.B,che in minimi intieri per ogni 2 A,saranno 9.B,che in tutto sono 31.Animali & vagliono 5.& 6 fanno 11.Ducatoni similmente.

Et venendo alli C, che pure si adoprano co'li A (cioe si piglia vno di quelli che vale manco d'vna moneta che hora è il Ducatone con vno di quelli,che vale più d'vna delli stesse monete) pono che si pigliro 1 A,& 1 C,che valeranno 2 1/6 A,& 1/3 C che questi numeri hora si adoprano in astratto,& però sono eguali ad 1 A più 1.C,& così si haurà 1 1/4 A,eguale a 1 1/3.C Et questi sono dui numeri conuersamente che moltiplicato 1 1/3 per 3/4.& 1/3 per 2 1/4 che fanno 1 5/12. & 1 1/4. la somma d'essi prodotti, cioè 2 1/6. è quanto la somma d'essi dui numeri 1 1/4, & 1/3. che anch'ella è 1 1/6 il che significarie che per ogni 1/3.A si pigliasse 1 1/6.C.ma riducendoli a minimi intieri(senza vedere 1.C,quanti A sin(che saria 8 1/2. perche 1/3. importano 8 1/2.& 1 1/4 importano 8 1/2.& significaria che per ogni A,che passal'1. di valore conuerriano 8 1/2.C,che non arriua il C ad 1.di valore)che non importa,che sono 2.& 17.si dirà che per ogni 2.A si piglino 17 C,quali 19.animali vagliono bene 5.& 14.cioe 19. Ducatooi. Da questo operare si conosce che considerato l'A,quale vale 1 1/2.di più della sua vnità,& il B,che vale solo 3/4.cioe 1/4. manco della sua vnità si dirà che conuersamente per 1/4.A si piglino 1 1/2.C,(che fanno 1 1/2.& vagliono 1/6.& 1. cioe pure 1 1/6.)ma perche noi habbiamo bisogno d'intieri ridurremo questa proportione di 1/4 a 1 1/6.alli minimi intieri,& saranno 2,& 9 onde per ogni 2.A. si pigliaranno 9.B. Ancora considerando l'A, & il C. (che il B, & il C. non seruiriano valendo ciascun d'essi manco d'1.che perciò qual si vogli numero di B, & di C. superaria sempre il numero della somma delli loro valori, ne meno sariano a proposito quando ciascun d'essi valesse più d'1)de quali l'A,importa 1 1/2.più della sua vnità,& il C 1/3.meno della sua vnità, diremo perciò, che conuersamente per ogni 3/4. A si piglino 1 1/2.C,che ridotti alli minimi intieri di questa proportione saranno per ogni 1 A.17.C. E così se per 2.A.si pigliano 9.B,& per altri 2.A,17. C. vediamo che pigliando 4. A. si pigliaranno anco 9.B,& 17.C,che in tutto fanno 30.Animali,& importano 16,& 6,& 14. cioe 30. Ducatoni. E perche questo 30.nel 90.numero dato entra 3.volte triplicaremo questi numeri,& saranno 12 A,27.B,& 51.C,che si doueriano pigliare.

QVESITO.

SI vogliono spendere scudi 100 in 4.sorti d'Animali,che sono Pecore a scu. 1/2. l'vna, Capre a scu. 1/4 .Porci a scu.1.& Asini a scu.3.l'vno,& si vuole che in tutto siano 100.animali,si domanda quanti se ne doueranno pigliare per sorte.

Quanto alli Porci,che vagliono scu.1 l'vno non occorre farne particolare considerazione,che accomodate l'altre sorti di prezzo maggiori,& minori d'1.fra loro,il resto poi farà il numero de

Porci,

Digitized by Google

Porci Qui solo gl'Asini vagliono ciascun d'essi più d'1.& la Pec. vale mãco d'1,&anco la Capra onde conuerrà accomodare gl'Asini,& con le Pecore,& con le Capre,& quanto alle Pecore ciascuna vale $\frac{1}{2}$.il che è $\frac{1}{2}$.manco dell'vnità,& l'Asino vale 3. che è più d'1.in 2. però per Pecore 2. sarà $\frac{1}{2}$.Asino,che ridotti a intieri minimi 4,& 1.per 1.Asino si pigliarà 4.Pecore

Et quanto alle Capre a scu.$\frac{1}{4}$.l'vna,questo è $\frac{1}{4}$.manco dell'vnità, che paragonato al 2.superamento nell'Asino sarà come $\frac{1}{4}$.a 2.cioe come da 2.a 6.& in minimi intieri come da 1. a 3. onde con 1.Asino si pigliarà 3.Capre,Et così pigliando 2.Asini, con l'vno si pigliarà 4. Pecore, & con l'altro 3.Capre,però d'ogni 9.animali di queste 3.sorti si possono pigliare 2.Asini, &4.Pecore, & 3.Capre(che vagliono 6.2.& 1.cioe 9 scu.)E perche il 9.nel 100.dato entra molte volte, si vede che il Quesito può hauere molte risposte, & primamente ne conosciamo 11. perche il 9. in 100.entra 11. volte con auanzo, & è 1. però quest'1. seruirà a pigliare 1. Porco quando si siano presi 11. volte 2.Asini 4.Pecore,& 3.Capre,cioe 22.Asini 44.Pecore,& 66.Capre.Li 11.modi hora conosciuti sono li seguenti,ne i quali il numero de Porci in ciaseuno ordinatamente varia per 9.essendo il maggior numero 91.& il minore 1. Nelle Pecore varia ordinatamente per 4.essendo il minore 4.& il maggiore 44.Nelli Asini per 2.essendo il minore 2.& il maggiore 22. Et nelle Capre per 3.essendo il minore 3. & il maggiore.

Asini	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
Capre	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
Porci	91	82	73	64	55	46	37	28	19	10	1

Et se stando fermo 1. Asino,& 4.Pecore andaremo variando gl'Asini seguenti, & Capre (che con li Porci saranno 95.animali,& valeranno 95.lire) formaremo gl'altri seguenti 22.modi(che il primo di questi è il medesimo che il primo delli Superiori) & in questi il numero de Porci va ordinatamente variando per 4. che perche questo 4. in 91. numero maggiore de Porci entra volte 22.& auanza 3.li modi,o variationi sono 22. & vno di più,doue il minor numero de Porci è 3,& però sono 23.variationi,come anco si conosce a partire 95. per il 4. che ne viene 23.& auanza 3.

Asini	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Pecore	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Capre	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
Porci	91	87	83	79	75	71	67	63	59	55	51 ☼

☼ 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
36	39	42	45	48	51	54	57	60	63	66	69
47	43	39	35	31	27	23	19	15	11	7	3

E se anco stando fermo 1. Asino, & 3. Capre, andaremo variando gl'Asini,& Pecore seguenti, che saranno 96.animali,& valeranno 96.lire formaremo gl'altri seguenti 18.modi(che il primo di questi è il medesimo che il primo delli superiori)&qui il nu.de porci va ordinatamẽte variando per 5, quale entrando in 91.volte 18. & auanzando 1.le variationi sono 18. & vno di più, doue il nũmero de Porci è 1.come anco si conosce partendo 96.per 5.che ne viene 19.& auanza 1. & se bene è anco 1.nell'vltimo de primi modi quello nondimeno che è 22. Asini.44.Pecore.33.Capre, & 1.Porco,è differente da questo che è 20.Asini.76 Pecore.3. Capre, & 1.Porco, come anco nel num 19.de Porci del primo ordine è differenza,o variatione dal numero 19. del secondo ordine, & il 46.del primo al 46.del terzo. & li 11.31.51.del secondo alli 11.31.51.del terzo; perilche fin hora vediamo le variationi essere 11.23.& 19.cioe 53.in tutto, ma remossene due,perche la prima di ciaseuno delli tre ordini è vna medesma, cioe 2. Asini, 4. Pecore, 3. Capre, & 91.Porco, restano solo 51.variationi.

Capre	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Asini	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
Porci	91	86	81	76	71	66	61	56	51	46	41

Digitized by Google

3	5	3	5	8	5	3	3
1	1	1	1	1	1	1	1
12	13	14	15	16	17	18	19
48	52	56	60	64	68	72	76
36	31	26	21	16	11	6	1

Et perche nel primo modo delle 11. variationi si vidde che si arriuaua a pigliare 22. Asini, & Porci 1. che è il minor numero de Porci, che si possi hauere (*essendo le Pecore 49. e le Capre 33.*) se vorremo chiarirci se si possa passare esso numero di 22. nelli Asini (*se ben poi lo vedresemo nel progresso delli discorsi nell' altre Tauole o modi delle variationi*) noi lo potremo sicuramente cercare con l'Algebra, che ponendo di volere 23. Asini, che importano lire 69. & solo 1. Porco che è il minor numero che se ne possa pigliare, & vale lire 1. haueremo in 24. animali dato lire 70. on de restaranno 76. animali, & lire 30. da spendere in essi, cioe in Pecore a lire $\frac{1}{4}$. & in Capre a lire $\frac{1}{3}$. onde potremo ponere che il numero delle Pecore sia 38. p. ♯. Et delle Capre 38. m 1. ♯. le loro valute sono 19 p. $\frac{1}{2}$ ♯. & 12 $\frac{1}{3}$. m. $\frac{1}{3}$. ♯. la somma è 31 $\frac{1}{3}$. p. $\frac{1}{6}$. ♯. & è vguale a 30. però si haurà 1. $\frac{2}{3}$. p. $\frac{1}{6}$. ♯. eguale a niente, ilche è impossibile (*perche il numero 1 $\frac{2}{3}$. è qualche cosa si bene l' $\frac{1}{6}$. co. fusse niente, o la co. valesse niente, come occorreria se il numero delli cercati cioe delle pecore fusse precise la mità del 76. cioe 38 & l'altro delle Capre pure 38. cioe eguali fra loro, che cosi tanto importaria 38. p. 1. co. quanto 38. m. 1. co. che la co. valeria 0, cioe niente*) questa impossibilità di 1. $\frac{2}{3}$. p. $\frac{1}{6}$. ♯. eguale a niente non ci chiarisce perciò che la domanda sia impossibile, cioe che non si possano hauere 76. animali tali che vaglino 30. lire; ma ci fa conoscere che impossibile è la positione fatta delle Pecore in 38. p. 1. ♯. & delle Capre in 38 m. 1. ♯. cioè è impossibile che il numero delle Pecore sia maggiore del numero delle Capre: onde per chiarirci in tutto di quello che occorra conuertendo la positione, diremo il numero delle Pecore essere 38. m. 1. ♯. che valeranno 19. m. $\frac{1}{2}$. ♯. & il num. delle Capre 38. p. 1. ♯. che valeranno 12 $\frac{2}{3}$. p $\frac{1}{3}$. ♯. la somma sarà 31 $\frac{1}{3}$. men $\frac{1}{6}$. ♯. & è eguale a 30. che hora sarà 1 $\frac{1}{3}$. eguale a $\frac{1}{6}$. co. & la co. vale 10. però le Pecore poste 38. m. 1. ♯. faranno 38. m. 10. cioe 28. & le Capre 48. & cosi conosciamo che si possono pigliare 23. Asini, & con essi 28. Pecore, 48. Capre, & 1. Porco.

E se volessimo vedere se con li 23. Asini si potessero pigliare 2. Porci, diressimo li 23. Asini importano 69. lire, & li 2. Porci 2. lire; però essi 25. Animali importano lire 71. onde ci restano lire 29. da spendere in 75. animali fra Pecore & Capre. che posto il numero delle Pecore 1. ♯. & delle Capre 75. m. 1. ♯. (o se ci piacesse delle Pecore 37 $\frac{1}{2}$. m. 1. ♯. & delle Capre 37 $\frac{1}{2}$. p. 1. ♯.) i valori saranno $\frac{1}{6}$. ♯. & 25. m. $\frac{1}{3}$. ♯. che la somma è 25. p. $\frac{1}{3}$. ♯. & però sarà eguale a 29 che habbiamo. onde $\frac{1}{6}$. ♯ sarà 4. & la ♯. valerà 24. che è numero di Pecore posto 1. ♯ però le Capre saranno 75 m. 24. cioe. 51. E cosi conosciamo che si potranno pigliare 23. Asini, & 2. Porci, & infieme douranno essere 24. Pecore, & 51. Capre.

Se anco vorremo conoscere se si possino pigliare 24. Asini, pure giongendoli almeno 1. Porco, faranno 25. animali, & valeranno 73 lire, onde ci restaranno 17 lire da spendere in 75. animali fra Pecore & Capre. che posto il numero delle Pecore 1. ♯. & delle Capre 75. m. 1. ♯. le valute loro saranno $\frac{1}{6}$. ♯ & 25 m. $\frac{1}{3}$. ♯. la somma è 25. p. $\frac{1}{3}$. ♯. & è eguale a 27. cioe $\frac{1}{6}$. ♯. eguale a 2. & la ♯. vale 12. però si vede potersi pigliare 12. Pecore, & 63. Capre hauendo con esse li 24 Asini, & 1. Porco. Se anco si vogli vedere se si possino pigliare 23. Asini, & almeno 1. Porco. che sono 26 Animali, & vagliono 76, lire. però restano lire 24. da spendere in 74. animali fra Pecore, & Capre. poneremo il numero delle Pecore (o delle Capre, come ci piaccia) essere 1. ♯. & però delle Capre 74. m. 1. ♯. le valute loro sono $\frac{1}{6}$. ♯. & 24. $\frac{1}{4}$. m. $\frac{1}{4}$. ♯. la somma è 24. $\frac{1}{4}$. p. $\frac{1}{6}$. ♯. & è eguale a 24. cioe $\frac{1}{4}$. p. $\frac{1}{6}$. eguale a niente. ilche è impossibile.

Et se diceßimo le Capre essere 1. co & le Pecore 74. m. 1. co. le valute sariano $\frac{1}{4}$. co. & 37. men $\frac{1}{6}$. co. la somma è 37. m. $\frac{1}{12}$. co. & saria eguale a 24. cioe 13. eguale a $\frac{1}{12}$. co. & la co. valeria 78. però le Capre poste 1. co. sariano 78. & le Pecore poste 74. m. 1. co. sariano 74. m 78. cioe m. 4. il che se bene importa 74. animali che 78. & m. 4. fa 74. & vagliono lire 24. che 26. & m. 2. valute loro fanno 24. non fa nondimeno a nostro propositо, & cosi conosciamo che realmente non si può diuide re 74. in due parti tali che moltiplicato l'vna per $\frac{1}{2}$. & l'altra per $\frac{1}{3}$. la somma de prodotti sia solo 24. perche quando anco tutto il 74. si moltiplicasse per il minore $\frac{1}{3}$. questo prodotto passaria 24. essendo 24. $\frac{2}{3}$. ilche se bene era euidente ho voluto farlo deriuare dalle posirioni Algebraiche, per sodisfare alli amorenoli, & studiosi principianti, alli quali le diligenti chiarezze non sono mai superflue. Et cosi finalmente si vede non si potere pigliare 25. Asini ma solo 24. al piu.

Ma habbiamo sin qui posto il numero minore de gl' Asini essere 2. ne perciò siamo ben chiari se se ne potesse pigliare 1. solo, onde per conoscerlo interamente potremo fingere di pigliare 1.

solo

Digitized by Google

solo Asino & con esso 1. solo Porco, che è il numero minore, che se ne possi pigliar questi 2. animali vagliono lire 4. però restariano lire 96. da spendere in 94. fra Pecore, & Capre, onde quando anco li volessero tutte Pecore, che sono di maggior valore delle Capre) le 98. Pecore valeriano solo 49. lire, che è molto minore delle lire 96. che si vogliono spendere, Ma poniamo che si pighiasse con l'1. Asino ancora 97. Porci che è il maggior numero, che se ne possa pigliare con l'1. Asino, che fanno 98. animali (acciò vi possi restare luogo almeno per 2. cioe per 1. Pecora, & 1. Capre) questi 98. animali valeriano lire 3 & 97. cioe lire 100. onde non vi restaria cosa alcuna, il che non è a proposito. Et pigliando solo 96. Porci, che con 1. Asino fa 97. & vagliono lire 99. ui restaria lire 1. da spendere in 3. animali fra Pecore, & Capre, il che si uede non si poter fare in animali intieri, non si potendo diuidere 3. in parti intiere che moltiplicate l'una per $\frac{1}{3}$. & l'altra per $\frac{1}{4}$. la somma de prodotti sia 1. & anco si uede che quando la lire 1. si spendesse in Capre, che 3. Capre ualeriano esse lire 1. elle fariano li 3. animali ne ui saria alcuna Pecora, E pigliando 95. porci ui restariano lire 2. da spendere in 4. animali che quando anco si pigliassero tutte Pecore, cioe 4. Pecore che sono del maggior ualore, che le Capre elle solo arriuariano al ualore delle lire 2. ne si potria pigliare Pecora alcuna, perche non si arriuarebbe a spendere le totali lire 2. Et pigliandosi Porci 94. o numero minore tanto piu saria impossibile il caso, per che il numero delle lire da spendere saria piu di quello, che potesse importare il ualore de gl'animali da comprarsi quando anco fussero tutti Pecore, che hora si haueriano lire 3. da spendere in 5. animali, che superano il loro ualore, perche quando anco fussero 5. Pecore elle non vagliono se non lire $2\frac{1}{2}$. Siamo dunque chiari che ne gl'Asini non si puo passare il numero di 24. ne meno potessene pigliare manco di 2. & perche con questi 2. ui bisognano 4. Pecore, & 3. Capre, che in tutto sono 9. animali, conosciamo che il maggior numero di porci che si possa hauere è 91. essendo il minore 1 Et delle pecore il minor numero è 4 & delle Capre 3. E cosi uediamo con 2. Asini non si potere pigliare altro che 4 Pecore, 3. Capre, & 91. Porco.

In altri modi ancora si potranno uariare essi 100. animali di ualore di scudi 100. come segue quali si sono posti ordinatamente, & se ne potranno poi escludere quelli che in diuersi ordini riuscissero i medesimi ritenendo solo una loro uariatione, che sia uaria da tutte l'altre.

In 3. Asini

Pecore	4		8	
Asini	1		2	
Asini	2		1	
Capre	6		3	
Porci	86		89	

In 4. Asini.

Pecore	4	8	12	
Asini	1	2	3	
Asini	3	2	1	
Capre	9	6	3	
Porci	83	82	81	

In 5. Asini.

Pecore	4	8	12	16
Asini	1	2	3	4
Asini	4	3	2	1
Capre	12	9	6	3
Porci	79	78	77	76

In 6. Asini

Pecore	4	8	12	16	20
Asini	1	2	3	4	5
Asini	5	4	3	2	1
Capre	15	12	9	6	3
Porci	75	74	73	72	71

In 7. Asini.

Pecore	4	8	12	16	20	24
Asini	1	2	3	4	5	6
Asini	6	5	4	3	2	1
Capre	18	15	12	9	6	3
porci	71	70	69	68	67	66

In 8. Asini

pecore	4	8	12	16	20	24	28
Asini	1	2	3	4	5	6	7
Asini	7	6	5	4	3	2	1
Capre	21	18	15	12	9	6	3
porci	67	66	65	64	63	62	61

In 9. Asini

pecore	4	8	12	16	20	24	28	32
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8
Asini	8	7	6	5	4	3	2	1
Capre	24	21	18	15	12	9	6	3
porci	63	62	61	60	59	58	57	56

In 10. Asini

4	8	12	16	20	24	28	32	36
1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	8	7	6	5	4	3	2	1
27	24	21	18	15	12	9	6	3
59	58	57	56	55	54	53	52	51

In 11. Asini

4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
30	37	24	21	18	15	12	9	6	3
55	54	53	52	51	50	49	48	47	46

In 12. Asini.

pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Asini	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Capre	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3
porci	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41

In

In 13. Asini.

Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Asini	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
Capre	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6
Porci	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37

In 14. Asini

48	Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36
12	Asini	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Asini	13	12	11	10	9	8	7	6	5
3	Capre	39	36	33	30	27	24	21	18	15
36	Porci	43	42	41	40	39	38	37	36	35

In 15. Asini.

40	44	48	52	Pecore	4	8	12	16	20	24
10	11	12	13	Asini	1	2	3	4	5	6
4	3	2	1	Asini	14	13	12	11	10	9
12	9	6	3	Capre	42	39	36	33	30	27
34	33	32	31	Porci	39	38	37	36	35	34

In 16. Asini.

28	32	36	40	44	48	52	56	Pecore	4	8			
7	8	9	10	11	12	13	14	Asini	1	2			
8	7	6	5	4	3	2	1	Asini	15	14			
24	21	18	15	12	9	6	3	Capre	45	42			
33	32	31	30	29	28	27	26	Porci	35	34			
12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
33	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	
33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	

In 17. Asini.

Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Asini	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	
Capre	48	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18	
Porci	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	

In 18. Asini.

48	52	56	60	64	Pecore	4	8	12	16	20			
12	13	14	15	16	Asini	1	2	3	4	5			
5	4	3	2	1	Asini	17	16	15	14	13			
15	12	9	6	3	Capre	51	48	45	42	39			
20	19	18	17	16	Porci	27	26	25	24	23			
24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68		
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17		
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1		
36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3		
22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11		

In 19. Asini

Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44			
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			
Asini	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8			
Capre	54	51	48	45	42	39	36	33	30	27	24			
Porci	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13			
												48		

Digitized by Google

48	52	56	60	64	68	72
12	13	14	15	16	17	18
7	6	5	4	3	2	1
21	18	15	12	9	6	3
12	11	10	9	8	7	6

In 20. Afini.

pecore	4	8	12
Asini	1	2	3
Asini	19	18	17
Capre	57	54	51
porci	19	18	17

16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	
48	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18	15	
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	

In 21. Asini

64	68	72	76		Pecore	4	8	12	16	20	24	
16	17	18	19		Asini	1	2	3	4	5	6	
4	3	2	1		Asini	20	19	18	17	15	16	
12	9	6	3		Capre	60	57	54	51	48	45	
4	3	2	1		Porci	15	14	13	12	11	10	

28	32	36	40	44	48	52	56	60	Qui si termina			64
7	8	9	10	11	12	13	14	15	che non si può			16
24	13	12	11	10	9	8	7	6	no pigliare			5
42	39	36	33	30	27	24	21	18				15
9	8	7	6	5	4	3	2	1				0

In 22. Afini.

Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	
Afini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Afini	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	
Capre	61	60	57	54	51	48	45	42	39	36	33	
Porci	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	

In 23. Asini

Pecore	4	8	12	16	20	24	28
Afini	1	2	3	4	5	6	7
Afini	22	21	20	19	18	17	16
Capre	66	63	60	57	54	51	48
Porci	7	6	5	4	3	2	1

In 24. Afini

pecore	4	8	12
Asini	1	2	3
Asini	23	22	21
Capre	69	66	63
porci	3	2	1

Formaremo hora l'istesse considerationi cominciando dalle Capre.

In 3. Afini.

Afini	5	6	
Pecore	1	2	
Afini	2	1	
Capre	8	4	
Porci	86	87	

In 4. Asini

Capre	3	6	9	
Afini	1	2	3	
Afini	3	2	1	
Pecore	12	8	4	
Porci	81	82	83	

In 5. Afini

Pecore	3	6	9	12
Afini	1	2	3	4
Afini	4	3	2	1
Capre	16	12	8	4
Porci	76	77	78	79

In 6. Afini.

Pecore	3	6	9	12	15
Afini	1	2	3	4	5
Afini	5	4	3	2	1
Capre	20	16	12	8	4
Porci	71	72	73	74	75

In 7. Afini

Pecore	3	6	9	12
Afini	1	2	3	4
Afini	6	5	4	3
Capre	24	20	16	12
Porci	66	67	68	69

In 8. Afini.

15	18		Pecore	3	6	9	12	15	18	21		
5	6		Afini	1	2	3	4	5	6	7		
2	1		Afini	7	6	5	4	3	2	1		
8	4		Capre	28	24	20	16	12	8	4		
70	71		Porci	61	62	63	64	65	66	67		

Digitized by Google

In 9. Asini.

Pecore	3	6	9	12	15	18	21	24
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8
Asini	8	7	6	5	4	3	2	1
Capre	32	28	24	20	16	12	8	4
Porci	56	57	58	59	60	61	62	63

In 10. Asini.

Pecore	3	6	9	12	15	18	21	24	27
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Asini	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Capre	36	32	28	24	20	16	12	8	4
Porci	51	52	53	54	55	56	57	58	59

In 11. Asini

Pecore	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Asini	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Capre	40	36	32	28	24	20	16	12	8	4
porci	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55

In 12. Asini

Pecore	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Asini	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Capre	44	40	36	32	28	24	20	16	12	8	4
Porci	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51

Et cosi si potria seguire a gl'altri numeri d'Asini, ma sono superflui quelli che cosi si facessero, & anco i fatti sopradetti (che si sono posti acciò maggiormente si renda chiaro) perche riescono li medesimi a punto chetli fecero prima cominciando dalle Pecore, che di continuo (se bene con ordine conuerso) con i medesimi numeri d'Asini sono i medesimi numeri di Porci. che per esempio nelli 6. Asini cominciando dalle Pecore vi sono 71. 74. 73. 72. 71. numeri di Porci, & similmente nelli 6. Asini cominciando dalle Capre vi sono i medesimi 5. numeri di Porci 71. 72. 73. 74. 75. (le bene cominciano qui dal minore 71. & seguono al maggiore 75.) doue nelli primi al numero poniamo 73. delli Porci con li 6. Asini sono 12. Pecore, & 9. Capre, Et nelli secondi cõ detti 73. porci, & 6. Asini, sono 9. Capre, & 12. Pecore similmente, ne è possibile mutarui il numero delle Pecore, o Capre; perche se pigliando li 73. Porci, & 6. Asini, che fanno 79. & delli restanti a 1. animali (hauendo vna volta concluso che siano 12. pecore, & 9. Capre) non si potrà poi dire che possino essere poniamo 11. pecore, & 10. Capre, perche la Capra che si giunge in luogo della pecora, che si leua non vale tanto quanto la pecora, & però il va ore d'esse 11. pecore, & 10. capre non saria quanto il valore delle 12. pecore, & 9. capre; perilche la somma del loro valore con quello delli 73. porci, & 6. Asini non arriuaria a 100. & cosi quanto maggior numero di Capre si pigliasse, in cambio d'altretanto numero di pecore, tanto maggiormente si andaria sminuendo esso 100. valore totale (E se leuandone capre in luogo loro si pigliasse altretanto numero di pecore (che valgliono più delle capre) all'hora il totale valore superaria il 100 Dalche si conosce anco che stabiliti dui delli 4. numeri delle 4. sorti delli animali, è impossibile a variare poi i dui numeri de seguenti animali che vna volta si conoscè conuentili; che per esempio. Se pigliando 4. pecore, & 8. Asini si concluda che gl'altri 88 animali siano 21. capre, & 67. porci; questi dui numeri mo 21. & 67 sono inuariabili, che non si può scambiare alcun porco in capra, ne capra in porco, perche essendo l'vno animale diuerso di valore all'altro la somma del 100. valore totale delli 67. porci, 21. capre, 4. pecore, & 8. asini anc ella variarebbe, ne sarebbe più 100 ma sarebbe più di 100. se in cambio d'alcuna capra ci fusse dato alcun porco, & sarebbe manco di 100. se in cambio d'alcun porco ci fusse dato alcuna capra; E cosi hauendo vna volta reduto che con 79. porci, & 13. capre, vi sono 7. Asini, & 8. pecore, sempre che si vogliono esse 70. pecore, & 15. capre, non si potrà poi pigliare di più altro che li detti 7. Asini, & 8. pecore, E questo basti.

Vedremo hora quello che occorreria stando fermo 2. asini & 8. pecorre aggiungendo altri asini, capre, & porci.

Pecore	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Asini	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	

Capre

Capre	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60	63	66		
Porci	86	82	78	74	70	66	62	58	54	50	46	42	38	34	30	26	22	18	14	10	6	2		

3. Asini, & 12. Pecore.

Pecore	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12		
Asini	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3		
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21			
Capre	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60	63			
Porci	81	77	73	69	65	61	57	53	49	45	41	37	33	29	25	21	17	13	9	5	1			

Tutti queſti ſi trouano fra le variationi già formate come ſi trouariano anco gl'altri che con queſt ordine ſi andaſſero formando, che per eſempio nella claſſe doue ſtanno fermi 3. aſini, & 12. pecore arriuando al numero di porci 25. vediamo che ha per compagni 45. capre, & altri 15. aſini, che fanno 18. aſini in tutto, & però ſono 12. pecore, 18 aſini, 45. capre, & 25. porci, onde alla Claſſe delli 18. aſini fra le ſuperiori, quando ſi peruiene di ſopra alli aſini 3. che ha per compagnia di ſop. le 12 pecore, & poi ſeguono ancora 15. aſini di neceſſità vi ſaranno diſotto le 45. pecore, & 25. porci, perche eſſendo già ſtabilite le due ſorti d'animali 12. pecore, & 18. aſini, è neceſſario, che ſempre habbino per compagne nell'altre due ſorti, le medeſime 45. capre, & 25. porci.

Seguiremo anco a conoſcere che auuerrà l'iſteſſo ſtando fermo qual ſi vogli numero di capre & aſini ad eſſe corriſpondenti, & aggiungendo altri aſini, & pecore, & porci.

Stando fermi 2. Asini, & 6. Capre.

Capre	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6		
Asini	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
Asini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18						
Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72						
Porci	87	82	77	72	67	62	57	52	47	42	37	32	27	22	17	12	7	2						

Che ben ſi vede per eſempio al numero di 52. porci, che hanno per compagni 8. & 2. cioe 10. aſini, & anco 32. pecore, & 6. capre, andando noi nelle prime Claſſi al numero delli 10. aſini, & per uenendo di ſotto al numero di 52 pecore, vedremo come è neceſſario che habino per compagne le 6. capre, & 32. pecore, che ſono ancora qui.

Per vedere anco quali ſono le variationi eguali (eſſendouene) ne i modi primi diuerſi, attenderemo al numero de porci come piu comodo, & vedremo va medeſimo numero de porci ſe in diuerſe Claſſi doue ſi troui ha vna iſteſſa variatione o diuerſe,

Qui ſeruendoci di tutte le Claſſi formate vedremo con i diuerſi numeri de porci cominciando da 1. & ſeguendo all'vltimo loro maggior numero 91. quanti altri animali de l'altre ſorti ſi pigliaranno, & coſi verremo a conoſcere facilmente tutte le diuerſità, o variationi.

Porci	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2		
Asini	22	20	20	21	22	23	24		20	21	22	23	24		
pecore	44	76	76	60	44	28	12		72	56	40	22	8		
Capre	33	3	3	18	33	48	63		6	21	36	51	66		

3	3	3	3	3	3		Porci	4	4	4	4				
24	20	21	22	23	24		Asini	20	21	22	23				
4	68	52	36	20	4		pecore	64	48	32	16				
69	9	24	39	54	69		Capre	12	27	42	57				

5	5	5	5		6	6	6	6	6	6		7	7	7	7
20	21	22	23		19	19	20	21	22	23		23	19	20	21
60	44	28	12		72	72	56	40	24	8		4	68	52	36
15	30	45	60		3	3	18	33	48	63		6	6	21	36

porci

porci	7	7		8	8	8	8		9	9	9	9			
Asini	22	23		19	20	21	22		19	20	21	23			
pecore	20	4		64	38	32	16		60	44	28	12			
Capre	51	66		9	24	39	54		12	27	42	57			

10	10	10	10	10				porci	11	11	11	11	11		
20	19	20	21	22				Asini	22	18	18	19	20		
40	56	40	24	8				pecore	4	68	68	52	36		
30	15	30	45	60				Capre	63	3	3	18	31		

11	11		12	12	12	12		13	13	13	13				
21	22		18	19	20	21		18	19	20	21				
20	4		64	48	32	16		60	44	28	12				
48	63		6	21	36	51		9	24	39	54				

14	14	14	14		porci	15	15	15	15	15					
18	19	20	21		Asini	21	18	19	20	21					
56	40	24	8		pecore	4	52	36	20	4					
12	27	42	57		Capre	60	15	30	45	60					

16	16	16	16	16		17	17	17	17		18	18			
17	17	18	19	20		17	18	19	20		17	18			
64	64	48	32	16		60	44	28	12		56	40			
3	3	18	33	48		6	21	36	51		9	24			

18	18		porci	19	19	19	19	19	19		20	20			
19	20		Asini	18	20	17	18	19	20		17	18			
24	8		pecore	36	4	52	36	20	4		48	32			
39	54		Capre	27	57	12	27	42	57		15	30			

20		21	21	21	21	21		22	22	22	22				
19		16	16	17	18	19		16	17	18	19				
16		60	60	44	28	12		56	40	24	8				
45		3	3	18	33	48		6	21	36	51				

Porci	23	23	23	23	23		24	24	24		25	25			
Asini	19	16	17	18	19		16	17	18		16	17			
Pecore	4	52	36	20	4		48	32	16		44	28			
Capre	54	9	24	39	54		12	27	42		15	30			

25		26	26	26	26	26		27	27	27	27	27			
18		15	15	16	17	18		18	15	16	17	18			
12		56	56	48	24	8		4	52	36	20	4			
45		3	3	18	33	48		51	6	21	36	51			

Porci	28	28	28	28		29	29	29		30	30	30			
Asini	16	15	16	17		15	16	17		15	16	17			
Pecore	32	48	32	16		44	28	12		40	24	8			
Capre	24	9	24	39		12	27	22		15	30	25			

31	31	31	31	31	31		32	32	32						
17	14	14	15	16	17		14	15	16						
4	52	52	36	20	4		48	32	16						
48	3	3	18	33	48		6	21	36						
Porci	33	33	33		34	34	34		35	35	35	35			
Asini	14	15	16		14	15	16		16	14	15	16			
Pecore	48	28	12		40	24	8		4	36	20	4			
Capre	9	24	39		12	27	42		45	15	30	45			

36

Digitized by Google

Porci	36	36	36	36		37	37	39	37		38	38	38
Afini	13	13	14	15		14	13	14	15		13	14	15
Pecore	48	48	32	16		28	44	28	12		40	24	8
Capre	3	3	18	33		21	6	21	36		9	24	39
porci	39	39	39	39		40	40		41		42	41	41
Afini	15	13	14	15		13	14		12		12	13	14
Pecore	4	36	20	4		32	16		44		44	28	12
Capre	42	12	27	22		15	30		3		3	18	33
Porci	42	42	42		43	43	43	43			44	44	
Asini	12	13	14		14	12	13	14			12	13	
Pecore	40	24	8		4	36	20	4			32	16	
Capre	6	21	36		39	9	24	39			12	27	
Porci	45	45		46	46	46	46	46	47	47	47	47	
Afini	12	13		12	11	11	12	13	13	12	13	11	
Pecore	28	12		24	40	40	24	8	4	20	4	16	
Capre	15	30		18	3	3	18	33	36	21	36	36	
Porci	48	48		49	49		50	50	51	51	51	51	51
Afini	11	12		11	12		11	12	12	10	10	11	12
Pecore	32	16		28	12		24	8	4	36	36	20	4
Capre	9	24		12	27		15	30	33	3	3	18	33
Porci	52	52		53	53		54	54	55	55	55	55	59
Afini	10	11		10	11		10	11	10	11	10	11	
pecore	32	16		28	11		24	8	20	4	20	4	
Capre	6	21		9	24		12	27	15	30	15	30	
Porci	56	56	56		57	57		58	58		59	59	59
Afini	9	9	10		9	10		9	18		10	9	10
pecore	32	32	16		28	12		24	8		4	20	4
Capre	3	3	18		6	21		9	24		27	12	27
Porci	60		61	61	61		62	62		63	63		63
Afini	9		8	8	9		8	9		9	8		9
Pecore	16		28	28	12		24	8		4	20		4
Capre	15		3	3	18		6	21		24	9		24
Porci	64	64		65		66	66	66	67	67	67		
Asini	18	8		8		7	7	8	8	7	8		
pecore	16	16		12		24	24	8	4	20	4		
Capre	12	12		15		3	3	18	21	6	21		
Porci	68	69	70	71	71	71	71		72	73	73		
Afini	7	7	7	7	6	6	7		6	6	6		
Pecore	16	12	8	4	20	20	4		16	12	12		
Capre	9	21	15	18	3	3	18		6	9	9		
Porci	74	75	75		76	76	77	78	79	79			
Afini	6	6	6		5	5	5	5	5	5			
pecore	8	4	4		16	16	12	8	4	4			
Capre	12	15	15		3	3	6	9	12	12			
porci	80	81	81		82	82	83	83	84	85			
Afini		4	4		4	4	4	4					
pecore	impossi	12	12		8	8	4	4	Impossi				
Capre		3	3		6	6	9	9	bili.				

Digitized by Google

porci	86	86		87	87		88.89.90.		91	91	91		
Asini	3	3		3	3		Impos-		2	2	2		
pecore	8	8		4	4		sibi-		4	4	4		
Capre	3	3		6	6		li		3	3	3		

Auertasi che il segno — va anco posto nella prima & seconda classe del primo ordine d'1. porco, & sotto la prima del terzo ordine, & sotto la prima del sesto, & anco sotto la prima del 7. ordine.

Nell'hauer copiate con quest'ordine tutte le varietà già trouate si vede efferuene alcune simili, & però da leuare le superflue, come occorre nella prima d'1. porco doue delle 7 varietà, le due di 20. asini & 22. asini sono segnate due volte, onde leuando le due superflue restaranno solo 5. reali varietà di 20. 21. 22. 23. & 24. asini. & c. Similmente nell'vltima di 91. porci, doue le 3. note sono vna medesima ne pigliaremo vna sola che è di due asini, 4. pecore, & 3. capre. Et cosi andaremo leuando gl'altri luoghi tutte quelle che trouaremo replicate.

Ma per maggior comodità doue in ordinare queste Classi ci siamo seruiti del numero ordinato de porci, noi in vn'altra nota che hora faremo a questa similitudine intieramente libera da superfluità, ci seruiremo del numero delli asini, cominciando da 2. che è il minor numero loro, & seguendo sino all'vltimo maggiore che è 24. & cosi finalmente vedremo chiaro quante varietà si possino fare nella compra d'essi 100. animali delle 4. sorti dette.

Qui seruendoci del numero delli asini per ordine cominciando da 2. loro minore numero, & seguendo al 24. numero maggiore d'essi poneremo tutte le diuersità, o varietà che in questo caso possino farsi.

Asini	2			3		3			4		4	4		5		5		5		5			
Pecore	4			4		8			4		8	12		4		8		12		16			
Capre	3			6		3			9		6	3		12		9		6		3			
Porci	91			87		86			83		82	81		79		78		77		76			
Asini	6		6		6		6	6		7		7	7		7		7		7				
Pecore	4		8		12		16	20		4		8	12		16		20		24				
Capre	15		12		9		6	3		18		15	12		9		6		3				
Porci	75		74		73		72	71		71		70	69		68		67		66				
Asini	8	8	8	8	8	8	8		9	9	9	9	9	9	9	9							
Pecore	4	8	12	16	20	24	28		4	8	12	16	20	24	28	32							
Capre	21	18	15	12	9	6	3		24	21	18	15	12	9	6	3							
Porci	67	66	65	64	63	62	61		63	62	61	60	59	58	57	56							
Asini	10	10	10	10	10	10	10	10	10														
pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36														
Capre	27	24	21	18	15	12	9	6	3														
porci	59	58	57	56	55	54	53	52	51														
Asini	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11													
pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40													
Capre	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3													
porci	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46													
Asini	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12												
pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44												
Capre	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3												
porci	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41												
Asini	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13											
Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48											
Capre	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3											
Porci	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36											
Asini	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14										
Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52										
Capre	39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3										
Porci	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31										

Asini

Digitized by Google

Afini	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	
Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	
Capre	42	39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	
Porci	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	

Asini	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	
pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	
Capre	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	
porci	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	

Asini	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	
Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	
Capre	48	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	
Porci	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	

Asini	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	
Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	
Capre	51	48	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	
Porci	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	

Asini	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	
Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	
Capre	54	51	48	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	
Porci	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	

Afini	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	
Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	
Capre	57	54	51	48	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	
Porci	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	

Afini	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	
Pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80	
Capre	60	57	54	51	48	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	
Porci	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1						

Afini	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	
pecore	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80	84	
Capre	63	60	57	54	51	48	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3	
porci	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1											

Afini	23	23	23	23	23	23	23	24	24	24												
Pecore	4	8	12	16	20	24	28	4	8	12												
Capre	66	63	60	57	54	51	48	69	66	63												
Porci	7	6	5	4	3	2	1	3	2	1												

Qui si vede bellissimo ordine di numeri, che la prima Classe, o variatione con 2 asini è vna sola, la seconda con 3 asini sono 2. la terza con 4. asini sono 3. la quarta con 5 asini sono 4, & cosi seguendo per ordine sino che il maggior numero delle varietà che occorra si fa con 20. asini nella decinouesima Classe, & sono 19 varietà onde fin qui sono (19. vltima. & 1. prima fa 20. la mità 10. moltiplicata per 19. numero de termini fa) 190, Le seguenti 4. Classi poi che sono di 15. 11. 7. & 3. variationi, che vanno scemando di 4 in 4. rispetto in tal scemamento al numero de porci arriuando sempre all' 1. Porco, fanno 36. variationi, che con le 190. sono in tutto 226. Et cosi anco di mano in mano il numero de porci in ciascuna Classe va scemando per ordine d'vnità in vnità, come anco va scemando il numero delle Capre, ordinatamente di 3. in 3. fino che arriua al loro minore numero in ogni Classe, che è 3. essendo nella piu numerosa Classe di varietà, che è quella di 20. asini il maggior num. d'esse Capre 57. Ma il numero delle pecore accrescendo ordinatamente pure) di 4. in 4. cominciando dal 4. minor numero d'esse nel principio delle Classi, & arriuando nella maggior Classe delle variationi (che è la decimanona di 20. asini) a 76. quale si ve-

de

de essere il maggior numero di pecore, che si possa pigliare. Onde queste 23. Classi (cioe vna di manco del 24. numero de gl'asini che per ordine si possono pigliare, essendo che non si puo pigliare vn'asino solo) cosi ordinate vengono a mostrare mirabile progressione nelle loro variationi in ciascuna delle 4. sorti d'animali.

Io ho vsata intiera diligenza nella solutione di questo quesito (*scritto da Frate Luca dal Borgo San Sepolcro dell'ordine di S. Francesco nella sua Somma di Aritmetica, Geometria, proportioni, & proportionalità nel fine di carte 105. alla prima faccciata che è il num. 17. al 4. artic. del 2. Trattato della 7. Distintione, doue adoprando la Regola dell'Halcatahim, o doppia falsa positione conclude che si pigliino 19. Asini, 8. Pecore, 51. Capre, & 22. Porci senza dirui altro, come anco lo pone Nicolò Tartaglia Brescano nel fine della prima parte del suo General Trattato di numeri, & misure, con la istessa solutione*) acciò lo studioso Lettore vegga le mirabili proprietà delli numeri, & come di niano in mano il discorso naturale in compagnia dell'Arteleuada inuentando (*come anco con industriosa fatica hauemo fatto nel libro de Giuochi diuersi ingegnosi che si fanno, o possono fare con i numeri, doue mostrano la causa di ciascun d'essi, & come se ne potessero formare de gl'altri, ma esso libro in vna cassetta piena di molte mie opere & altre cose importanti mi fu leuata di Casa di nascosto fino l'anno 1594. nelli giorni delle Rogationi a mezzo il mese di Maggio, senza essermi mai fatto ribauere cosa alcuna, tanto può la perfidia de gl'ignobili animi, però guardiamocene in tutto, poiche doue non è fine d'honore non si troua cosa buona, & come dice il giudiciosissimo Tasso nel Poema della Hierusalem liberata, o Goffredo; LA VIA D'HONOR DELLA SALVTE E' VIA*) Hauerei bene molto volontieri posto il tempo, & fatica in cose di maggior importanza, come sono le osseruationi Astronomiche, Cosmographiche, & le dependenti dalla Perspettiua, Speculatiua, Machinatoria & altre; ma mi sono mancati i mezi atti, & necessarij, che sono le Ricchezze, Robustezza, Compagni di nobile animo, & simili, & al contrario sono stato vessato da angustie, perditi di facultà, oppressioni, infirmità, & in somma si puo dire da tutti gl'incommodi, onde l'essere peruenuto sin qui, & operato pure ingenuamente quanto ho fatto, se bene circondato da continue molestie è stata particolar gratia di N. S. Dio, in quanto ci è di buono restando l'imperfetto a me medesimo, Conuerrà che le Congregationi DEODATE, di che dò il fondamento, & mostro il modo in altro luogo, in diuersi tempi, & paesi da erigersi, douentando copiose di ricchezze con negotij nobili & vtili, & di huomini, & persone Illustri per eccellenza di Dottrine, & Artificij va dano di continuo speculando, & attentamente discorrendo intorno alla marauigliosa Opere della Natura arricchendo prima, & poi comodamente filosofando, come ne auuertisce anco il giudiciosissimo & dottissimo Signor Giouanbattista Porta Napolitano, nella sua Magia Naturale al fine del terzo Capitolo del primo libro, acciò lietamente, con facilità si possa operare di continuo, ad Gloriam DEI eterni omnipotentis, cui sit semper omnis laus, & honor.

Auertasi che molti si stimano per l'hauere, altri per il sapere, & altri per il potere; perilche ci conuiene hauere, sapere, & potere, che consistono nelle ricchezze, scienze, & dominij.

1616. Q. 5. Augusti.

Hor notisi, che nelli Quesiti non basta l'Arte sola, o vogliamo dire la Dottrina, ma è anco necessario il giuditio, che non si danno i Quesiti alli dotti, o professori di Scienze per vedere se possedono la Dottrina, che già si suppone che ne siano eccellenti, ma per poter conoscere se essi han no giu dicio da saperssene seruire, riducendoli alla astrattione, sciogliendo le difficultà, & inuentando modi a proposito alla loro solutione, con maggior breuità, facilità, & chiarezza che si posa, & perciò imparata l'Arte conuiene andarsi esercitando in saperssene valere ne i diuersi Casi, & hauer caro le occasioni che lo possino fare pratico, & pronto, che come si dice, *L'occasioni fanno gl'huomini*, & attendere alle breuità, & desterità dell'operare, che perciò nelle mie Opere si vanno inserendo di mano in mano le operationi di conto, nelle quali consiste la bellezza dell'Arti; Ma non si puo scriuere ogni cosa; & giona grandemente il vedere operare; perilche haurei hauuto grandissimo contento, che fussero passati i miei anni, se bene turbulenti, & faticosi fra persone che hauessero preso diletto d'imparare cosi nobili, & mirabili scienze, & in particolare la sottilissima, & giocondissima dottrina Algebrica, o Algebratica, ottima speculatrice massime delle marauigliose qualità, & conuenienze fra loro delle quantità chiamate irrationali (*cioè inesplicabili con numeri ordinarij, & solo manifestiabili, o reperibili con quantità continue, cioè di linee, superficie, &c.*) & loro applicationi; Et il desio che le persone ancora di debole facoltà posi sino attendere & seguire all'acquisto di queste scienze, m'ha fatto potere ogni industria in particolare nel comporre, & dare in luce la mia Aritmetica vniuersale diuisa nelle sue 4. parti, & a beneficio de poueri, della prima parte subito che la feci stampare l'anno 1602. dispensarglene, & sarglene dispensare circa 8. centonara gratis. Et quando si trouasse qualche numero di persone

di che

di che età si siano che habbino volontà d'attendere a queste, & altre scienze dando principio a Congregatione libera, doue fra persone Catholiche, & di salutari costumi elle si vadano acquistando, & esercitando io vi porrò tutte le mie forze, prouedendoli di casa propria, & altri aiuti, se bene per hora mediocri. & così si haueranno, o condurrà vita salutare, vtile, & gioconda fauorendone N.S. Dio eterno onnipotente, al quale sia sempre ogni honore, & gloria.

Sa ancora che si dica, Vno alloggia 10. persone fra huomini, donne, & putti, & da ciascun huomo piglia 4. pauli, dalla donna $\frac{1}{2}$. paulo, & dal putto $\frac{1}{4}$. di paulo, & hebbe in tutto per suo pagamento 10. pauli. si domanda quanti huomini, donne, & putti erano.

Questo questito significa. Diuidere 10. in 3. parti tali in intieri che moltiplicate la A. per 4, la B. per $\frac{1}{2}$. & la C. per $\frac{1}{4}$. la somma de prodotti sia 20 Ma noi con il modo già adoprato ne i questiti simili confideraremo l'A. il moltiplicãte 4. del quale supera l'vnità, & con il B, & con il C. i moltiplicanti $\frac{1}{2}$, & $\frac{1}{4}$. de quali nõ arriuano alla vnità, che però il 4. dell'A. superando la vnità in 3. & l'$\frac{1}{2}$. del B. essendo superato dall'vnità in $\frac{1}{4}$. & l'$\frac{1}{4}$. & l'$\frac{1}{4}$. del C. in $\frac{1}{4}$. Quãto all'A & B. diremo che p $\frac{1}{4}$ A, si pigli 3. B. (che in tutto fanno $\frac{3}{4}$ & impor. 2. & $\frac{1}{2}$. cioe medesimamẽte $\frac{3}{4}$.) ma in intieri minimi faranno 1. & 6. & quanto al 3. & $\frac{1}{4}$. per l'A, & C. si dirà che per $\frac{3}{4}$ A si pigli 3. C che fanno 3 $\frac{3}{4}$ & importano pure 3 $\frac{3}{4}$. & intieri minimi saranno 1. & 4. che fanno 5. & importano 4. & 1. cioe similmente 5. Perilche si dirà che per 1. huomo siano 6. donne, & per vn'altro huomo siano 4. putti, & così per 2. huomini saranno 6. donne, & 4. putti, che in tutto sono 12. persone. & importano 8 & 8. & 1. cioe similmente 12. pauli, ma questo 12. non entra precise nel 10. dato, & anco pigliandolo 1. sol volta, nel restante 8. non s'accomoda ne il 5 somma d'1. huomo, & 4. putti, ne il 7. somma d'1 & 6. huomo, & donne, onde il quesito pareria impossibile, perilche si auertirà nel dire che per 2. huomini saranno 6. donne, & 4. putti, che questi 3. numeri 2. 6. & 4. non sono tra loro incommunicanti; & però non sono li minimi nel composto delle 2. loro proportioni, anzi si possono schiffare & abbreuiare per 2. & douentano 1. 3. 2. quali hora sono li minimi; & perciò si vede, che per 1. huomo si possono accompagnarli 3. donne. & 2. putti, che fanno 6 persone, & importano 4. 1$\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioe 6. pauli similmente. Hora sappiamo che 1. huomo puo hauere in compagnia 6. donne. Et 1. altro huomo 4. putti. Et anco 1. huomo può hauere 3. donne, & 2. putti con la qual cognitio ne conuiene andarsi accomodando di modo che si formi il 20. dato, & perciò pigliando 1. huomo 3. donne. & 2 putti, che fanno 6. resta poi 14. fino al 20. nel qual 14 entra il 7. contenuto da 1. huomo, & 6 donne, che ci entra 2. volte precise, & però importa 2. huomini, & 12. donne che con li 1. huomo, 3. donne, & 2. putti fanno 3. huomini 15 donne, & 2. putti, & perche nel 14. non entra precise il 5. contenuto da 1. huomo, & 4. putti, ne si puo diuidere in altro modo doue habbino luogo il 7. & il 5. si conosce che il quesito non puo hauere altra risposta che questa vna; dicendo che erano 3. huomini, 15. donne, & 2. putti.

Ancora dicendo Vno vuol spender soldi 40. in 40. animali, cioe in legorotti a soldi 3. l'vno, pizzoni cornaroli a sol. 1. d'vno, & stornelli a den. 1. l'vno, si domanda quanti ne hauerà di ciascuna sorte. Qui quanto alli pizzoni che vagliono sol. 1. l'vno non occorre tenerne conto, ma attendendo alli legorotti che vagliono sol. 3. vi è 20. di più della vnità, & nelli stornelli a den. 1. che è $\frac{1}{20}$. di sol. è $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{3}$. manco della vnità, onde con questi dui numeri 2. & $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{3}$. ridotti alli intieri minimi si hauera 24. & 11. & però con 11. legorotti si pigliaranno 24. stornelli che fanno 35 & importano 33. & 2. cioe similmente 35. sol. & perche questo 35. entra vna sola volta con quanto nel 40. da 20. il quesito haverà solo vna risposta, & è che si haverà 11. legorotti, 24. stornelli, & 5. pizzoni, *(che è il resto di 35. & 40.)*

Questo è quesito di Nicolò Tartaglia al numero 120. del libro decimosesto della prima parte del suo general Trattato di numeri, & misure risoluto da lui con altro modo, come anco il superiore è da lui posto al numero 127.

Il medesimo Tartaglia al numero 128. scriue; 18. persone mangiano 18. tordi, cioe huomini, donne, & fanciulle. gl'huomini ne mangiano 2. per vno, le donne 1. per vna, & le fanciulle $\frac{1}{2}$. per vna, si domanda quanti huomini, donne, & fanciulle erano: Et in risposta dice, Io ti rispondo che furno 5. huomini, 3. donne, & 10. fanciulle, che tutti 18. mangiano 18. tordi, & se la proui la troue rai star bene. Ma noi al solito, lassando le donne, l'vnità delle quali mangia anco vna vnità di tordi, attendendo alli huomini, che mangiando ciascuno 2. tordi, il 2. supera la vnità in 1. & alle fanciulle, che mangiando ciascuna $\frac{1}{2}$. tordo, l'$\frac{1}{2}$. è superato dalla vnità in $\frac{1}{2}$. noi seruendoci d'essi 1. & $\frac{1}{2}$. che ridotti ad intieri minimi sono 2 & 1. diremo che per 1. huomo si piglino anco 2. fanciulle, che sono 3. persone & importano 3. tordi, & perche questo 3. entra nel 18. dato molte volte, cioe 5. volte & con auanzo, 5. risposte ancora si potranno dare a questo quesito, & saranno 1 huomo, 15. donne, & 2. fanciulle: ouero 2. huomini, 12. donne, & 4. fanciulle, o 3. huomini, 9 donne, & 6 fanciulle, o 4. huomini 6. donne, & 8. fanciulle, o 5. huomini, 3. donne, & 10. fanciulle.

Digitized by Google

Et al numero 122 ſcriue, Si vuol ſpendere 31.ſol.in 31.vccelli,cioe Capponi a ſol.3.l'vno, Andre a ſol. 2.l'vna,& Tordi a 3.al ſol. ſi vuol ſapere quanti ne pigliarà di ciaſcuna ſorte. Noi perche del valore di queſte 3.ſorti d'Vccelli 2.di loro paſſano la vnità.& dell'altra ſola egli è minore della vnità, faremo conſideratione di ciaſcuna delle due con l'altra, che per i Capponi il ſuo valore è 2.più dell'vnità,& per i Tordi è $\frac{1}{3}$. manco della ſua vnità,onde di 2.& $\frac{1}{3}$.preſa la proportione in minimi intieri,cioe di $\frac{6}{3}$.a $\frac{2}{3}$.ella è come 3. ad 1.però per 1. Cappone ſi pigliaranno 3. Tordi,& per le Andre il valore 2. è 1. più della ſua vnità, che paragonato a $\frac{1}{3}$. del Tordo, farà come $\frac{1}{3}$.a $\frac{1}{3}$. cioe 3.a 2.onde conuerſamente ſi dirà che per ogni 2. Andre ſi pigliano 3. Tordi,ſi che conoſciamo per vn conto che di 4. Vccelli 1.è Capponi,& li 3. Tordi,Et anco che di 5. Vccelli di più 2.ſono Andre.& 3.Tordi;perilche conuiene del 31.dato cauarne tante volte l'vn 4.che nel reſto capiſca preciſe l'altro 5.ò vogliamo dire cauarne tante volte l'vn 5.che nel reſto capiſca preciſe l'altro 4.& vedremo che a cauarne vna volta il 4. reſta 27. che non è a propoſito, nemeno a cauarne 2.volte il 4.cioe 8.che reſta 23.ne 3.volte,cioe 12.che reſta 19.ma a cauarlo 4. volte,cioe 16.reſta 15.che capiſce il 5.3.volte preciſe,perilche queſti 16.& 15 ſono a propoſito; Et le 4.volte il 4. moſtrano che ſi pigliino 4.volte 1.Cappone,& 3 Tordi, cioe 4. Capponi, & 12. Tordi,& le 3.volte il 5 moſtrano che ſi pigliino 3 volte 2.Andre,& 3. Tordi,cioe 6.Andre,& 9. Tordi,& coſi diremo che ſi pigliaranno 4.Capponi, 6. Andre.& 21. Tordi. Et perche non ſi può cauare altro che 4. volte il . 4. da 31. ſi che nel reſtante entri preciſe l'altro 5. cioe perche non ſi può diuidere il 31.ſe non in 16.& 15. tali che in l'vno entri preciſe l'vn 4. & nell'altro l'altro 5.ſi conoſce che queſto queſito non può hauere ſe non l'vna riſpoſta che è la torale.

Et al num 123.eſſo Tartaglia ſcriue;Vno vuol comprare 100.beſtie per lire 100. & ne vuole da lir.1.l'vna,da lir.1.& da ſol.1.l'vna, ſi domanda quante ne pigliarà di ciaſcuna ſorte.

Noi ſimilmente vedremo che le A.nel valore hanno 2. più della ſua vnità,& le B. 1.più, & le C.(che vagliono $\frac{1}{2}$.di lir.l'vna)hanno $\frac{1}{3}$ $\frac{0}{0}$.manco della ſua vnità;& però quanto all'A.& C.la proportione,o conuenienza è come 2.a $\frac{1}{3}$ $\frac{0}{0}$.o $\frac{+0}{+0}$.a $\frac{1}{3}$ $\frac{0}{0}$, cioe in intieri minimi,come da 40.a 19.onde conuerſamente hauendo 19.& 40. ſi dirà che a ogni 19. A. conuiene accompagnare 40. C.Et delli B,& C.la conuenienza è come 1.a $\frac{1}{3}$ $\frac{0}{0}$. cioe da $\frac{1}{3}$ $\frac{0}{0}$.a $\frac{1}{3}$ $\frac{0}{0}$. che in intieri minimi è da 20.a 19.onde conuerſamente hauendo 19.& 29.ſi dirà che ad ogni 19. B conuiene accompagnare 20 C.perilche pigliando 19.A,& 40.C.& anco 19.A.& 20 C.ſi hanno in tutto 98. animali,che vagliono 98.lire.onde ci reſtano 2.lir.da ſpendere in 2. animali, queſti 2. animali non ſi poſſono pigliare delli C.che importariano ſolo lir.$\frac{2}{3}$ $\frac{0}{0}$.ne delli A.del maggior prezzo, che importariano lir 6.ma delli B del mezano prezzo importariano li 4.(& fariano poi 21.C.)che ſono lir.2.di più di quello che habbiamo,& perche l'A.vale lir.1.di più d'1.B ci accorgiamo che togliendo 1 B in cambio d'1.A.ſi auanza 1.lir & perciò biſognando auanzare 2.lir. ſi potranno pigliare 2.B in cambio d'1.A.& coſi li 19 A.reſtando 17.A.& li 19.& 2.cioe li 21. ti douentaranno 23. B.onde haueremo 17.A.& 23.B.& 60.C.che fanno in tutto 100.& vagliono lir.51.lir.4.6. & lir. 3. che ſommano anc'elle lir.100.come biſogna.

Ancora eſſo Tartaglia al nu.127.ſcriue 15.perſone,cioe huomini,donne. & fanciulli mangiano 11.pizzoni.gl'huomini ne mangiano 1 $\frac{1}{2}$.per vno, le donne mangiano li $\frac{1}{2}$. d'vn pizzone per ciaſcuna,& i fanciulli mangiano $\frac{1}{3}$. pizzone per ciaſcuno, ſi domanda quanti huomini, quante donne,& quanti fanciulli furono. Et dice che furono 9.huomini.3.donne,& 3.fanciulli,il che non riesce & farà errore di ſtampa,che li 9.huomini importano 12.pizzoni,le 3.donne 2.pizzoni,& li 3.fanciulli pizzoni 1 $\frac{1}{2}$.che in ſomma fanno pizzoni 15 $\frac{1}{2}$.& non 15. Ma noi al ſolito con l'A.a $\frac{1}{2}$.& B $\frac{1}{3}$. l'vno $\frac{1}{2}$. piu della ſua vnità, & l'altro $\frac{1}{3}$. manco della ſua vnità vediamo che la conuenienza dell'vno all'altro è come da $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{3}$.cioe di egualità,& perciò conuerrà pigliare tanto numero di donne,quanto d'huomini,cioe per 1.huomo pigliare 1.donna, o per 2.huomini pigliare 2.donne,&c.Et per i putti al C.$\frac{1}{2}$.manca $\frac{1}{2}$.alla ſua vnità che ha ad $\frac{1}{2}$. ſuperamento nell'A. la conuenienza di 1 a 2.onde con 3.huomini ſi accompagnaranno 2.putti,che fanno 5.& ſino al 15. reſta 10.& perche ad 1 huomo ſi accompagna 1.donna,queſto 10. hauendoſi a formare fra huomini,& donne ſi haueranno 5.huomini & 5.donne,che con li 3. huomini,& 2. putti detti ſono 8. huomini,5.donne,& 3.putti,che importano $\frac{5}{2}$.& $\frac{1}{3}$ $\frac{0}{0}$.cioe 14. & $\frac{3}{2}$. cioe 1.che in tutto fanno 15. Non ſi farebbe potuto pigliare 6.huomini & 4.putti, perche il 5. che rimane fra huomini,& donne non ſi può diuidere in 2.parti eguali in intieri,ne ſi poſſono pigliare 2 $\frac{1}{2}$. huomini, & 2 $\frac{1}{2}$. donne.

Et al nu.121 ſcriue,Vno vuol ſpendere 40.den.in 40.vccelli cioe in Merli a den 3.l'vna,& lodole a den.1.l'vna & in paſſare a den.$\frac{1}{2}$.l'vna ſi domanda quanti ne haverà di ciaſcuna ſorte.Qui il 3.delli M. ſupera la ſua vnità in 2. che paragonato a $\frac{4}{3}$. in che l'$\frac{1}{2}$. del P. è ſuperato dalla ſua vnità la conuenienza è come da $\frac{1}{3}$ $\frac{0}{0}$.a $\frac{4}{3}$.cioe come 3.a 2.onde ad ogni 2.M. conuiene accompa-

gnare

gnare 3.P. Ancora il 1 dell'L. supera la sua vnità in 1. che paragonato al $\frac{4}{1}$ detto la conuenienza è come da 5. a 4. onde ad ogni 4. L. si accompagni 5. P. & così habbiamo per li M. & P. 2. & 5. che fa 7. Et per li L. & P. 4. & 5. che fa 9. Conuien mo, questi 7. & 9. accomodarli nel 40. in quanti modi si può, ma a cauare 7. da 40. ne vna volta, ne due, ne tre, ne quattro, ne cinque volte in alcuno delli restanti che sono 33. 26. 19. 12. 5. non entra precise il 9. però si dirà il quisito non essere solubile (in interi) nondimeno conuiene auertire se vi è alcun'altra cosa da considerare, & vedremo, che dicendosi a 2. M. douersi accompagnare 5. P. & a L. 5. P. veniamo a dire che pigliandosi 2. M. & 4. L. si pigliano 10. P. ma questi tre nu. 2. 4. 10. sono schisabili per 2. & ne deriuano 1. 2. 5. & però vediamo che si può pigliare 1. M. 2 L. & 5. P. che sãno 8. & vagliono 8. quale 8. in 40 entra 5. volte, onde questi 1. 2. 5. si pigliariano 5. volte, & così haueremo 5. Merle, 10. Lodole, & 25. Passeri. Queste preſi l'1. M. 2. L. & 5. P. cioè 8. cauandolo da 40. resta 32. quale si può diuidere in 14 & 18. che capiscono precise il 7. & il 9. però per il 14. che è 2. volte 7. si pigliarà 2. volte 2. M & 5. P. cioè 4. M. & 10. P. & per il 18. che è 2. volte 9. si pigliarà 2. volte 4. L. & 5. P. cioè 8. L. & 10. P. & così in tutto si haueranno li 5. M, 10. L. & 25. P. detti.

Il Tartaglia istesso al nu. 126. scriue. Sono 12. persone a tauola, che mangiano 12. Quaglie, cioè huomini, che ciascuno mangia 2. Quaglie, Donne ciascuna delle quali mangia $\frac{1}{2}$. quaglia, & fanciulli che mangiano $\frac{1}{4}$. di quaglia per ciascuno, Si domanda quanti huomini, donne, & fanciulli furono.

In questo il 2. nelli A. supera la sua vnità in 1. che paragonata a $\frac{1}{2}$. in che l'$\frac{1}{2}$. nelle D. è superato dalla sua vnità, la conuenienza è come 2. a 1. però conuersamente a 1. H. si accompagnano 2. D. & l'1. detto per l'H. paragonato a $\frac{1}{4}$. in che l'$\frac{1}{4}$. nelli F. è superato dalla sua vnità, la conuenienza è come 4. a 3. però a 1. H. si accompagnino 4. F. Et così habbiamo 1 & 2. cioè 3. rispetto alli H, & D & 3. & 4. cioè 7. rispetto alli H & F. però bisogna diuidere 12. dato in 2. parti tali che in l'vna entri precise il 3. & nell'altra il 7. ma cauandone o 3. o 6. restano o 9. o 6. che non capiscono precise il 7 però il Quesito pare non solubile; onde considerando che preso 1. H, & 2. D & 3. H. & 4. F. haueremo 10. persone, & 10. quaglie, vediamo che vi bisognano ancora 2. persone. & 2. quaglie, & se per le 2. persone pigliaremo 2. H. saranno bene 12. persone. ma importeranno 14 quaglie, cioè 2. più del douere, perilche bisognarà andare barattando fra loro le persone in modo che si compensino queste 2. quaglie, onde leuando 1. H. che importa 2. quaglie, & in suo luogo aggiungendo 1. D che importa $\frac{1}{2}$. quaglia, auanzaremo. o compenſaremo quaglie $1\frac{1}{2}$. & così li 5. H. 2. D. & 5. F. importaranno quaglie $11\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{2}$. quaglia più del bisogno. Et perche vediamo che in cambio d'1. D. che importa $\frac{1}{2}$. quaglia a pigliare 1. fanciullo, che importa $\frac{1}{4}$. di quaglia si viene ad auanzare $\frac{1}{4}$. di quaglia, conosciamo che dalle 3. donne leuandone 2. & in suo luogo pigliando 2. F. sodisfaremo al bisogno, & haueremo 5. huomini, 1 D. & 6. F. che importano $10\frac{1}{2}$, & $\frac{6}{4}$. cioè 12. quaglie come bisogna. Et così appare chiarissimo che nell'i Quesiti la parte principale è il giudicio da saperui applicare l'Arte, con andar ſpeculando, & sciogliendo le difficultà, & accorgersi se sono impossibili, & perche, o possibili, & come, & se con vna, o con quante risposte.

Nicolò Tartaglia ancora nel fine della prima parte del suo General Trattato, scriue questo Quesito. Vno vuol spendere 200 Ducati in 200. animali di 5. sorti, cioè pecore a duc. $\frac{1}{2}$. l'vna, capre a duc. $\frac{1}{2}$. porci a duc. 1. Asini a duc 3. & Muli a duc. 12. l'vno, si domanda quanti ne haverà per sorte. Et conclude con vna doppia falsa positione che saranno 96. pecore, 52. Capre, 34. Porci, 16. Asini, & 6. Muli.

Ma noi facilmente con il modo dato potremo accomodare le pecore, che vagliono manco della vnità con gl'asini, o con i muli, poniamo con gl'asini che vagliono più della vnità, & anco accomodare le restanti Capre che vagliono manco della vnità con i restanti muli che vagliono più della vnità (*Et anco si posſono accomodare, & gl'vni, & gl'altri, con gl'vni, & gl'altri, cioè & le pecore, & le capre con gl'asini, & anco pure, & le pecore, & le capre con i muli.*) Et quanto alli porci che vagliono precise vna vnità non ci occorre a tener conto particolare, perche essi s'accomodaranno a tutti i numeri. Inteso dunque le pecore, & gl'asini il valore $\frac{1}{2}$. di ciascuna delle pecore è superato dalla sua vnità in $\frac{1}{2}$. & il valore 3. dell'asino supera la sua vnità in 2. & la conuenienza di detti $\frac{1}{2}$. & 2. è come di 1. a 3. che perciò si dira che per 1. asino si pigliano 3. pecore, (*che sono 4 animali, & vagliono 3. & $\frac{3}{4}$. cioè 4. duc.*) Et volendo accomodare gl'asini con le capre vediamo che il 2. superamento nell'asino ad $\frac{1}{4}$. scemamento nella capra è come 4. ad 1. & però per ogni asino si pigliaranno 4. capre; Ancora per le capre, & muli, l'$\frac{1}{4}$. in che l'vnità supera $\frac{1}{4}$ ualore della capra a 11. in che il 12. valore del molo supera la sua vnità ha la conuenièza d'1. a 22 & perciò ad 1. mulo si ſi accompagnaranno 22. capre, che essi 23. animali vagliono 12, & $\frac{3}{4}$, o 11. cioè 23. ducati; Et accomodando anco le pecore con i muli, l'11. superamento nel mulo a $\frac{1}{4}$. scemamento nelle pecore è come 33. a 2. che perciò ad ogni 2. muli conuerria accompagnare

Digitized by Google

33.pecore.Onde ſe pigliaremo 1. aſino,3.pecore,22.capre,& 1.mulo queſti 27.animali valeran no 3 $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$. & 12. cioe 27.ducati, che ſino a 200. reſtano 173. & potranno eſſere porci, & vaglino ſimilmente ducati 173. Et coſi diremo, che pigliando 3. Pecore 22. Capre, 173. Porci,1. Aſino,& 1. Mulo ſi hauerà l'intento.

Et quanto a i Muli ſi conoſce poterſene pigliare 10.al piu; perche a 2.Muli non ſi puo accompagnare manco numero dell'altre beſtie,che 33. Pecore (che delle Capre ne biſognaria 44.cioe 22.Capre per ogni Mulo) Onde con 10. Muli fariano 165. pecore,che fanno 175. animali,& ne biſognano anco 25.nelli quali non ſi puo pigliare 1. Mulo, & 22 Capre, perche fariano in tutto 198.ne vi reſtaria luogo per gl'Aſini, & Porci; poiche non ſi puo pigliare 1. Aſino, ſe non ſe gli accompagna 4.Capre,o 3. Pecore; onde il 25.che rimane ſi puo empire con Aſini, & Pecore, ò Aſini,& Capre,ò Aſini,& Capre,& Pecore;& il reſto Porci,come occorra.E ſi vede queſto queſito potere hauere molte,& molte riſpoſte. Ma queſto baſti intorno a ſimili caſi. 120

Aſini.	Pecore.	Capre.	Muli.	porci
2	6	22	1	169
3	9	22	1	165
1	3	44	2	150
2	3	86	4	106
2	6	44	2	146

Aſini.	Capre.	pecore.	Muli.	porci
1	4	33		160
2	8	33	2	155
1	4	66	4	125

Et ſeguendo in altri molti modi

Aſini.	pec.	Cap.	Muli.	Porci.
10	30			
10		40		
		22	1	
	33		2	
20	63	62	3	51

Muli.	Cap.	Aſi.	Pec.	Cap.	Porci.
10	165	1	3		21
		2	3	4	16
		6	18		1
		4		16	5

Muli.	Pec	Aſini.	Cap.	porci.	
8	132		44		9
2	6	2			24
		1	4		1
10	138	3	48	1	Duc.200

Ma a formare la ſolut ione del Tartaglia ſi farà come ſegue

Pec.	Capre.	Porci.	Asini.	Muli.
66			10	4
30	44			2
	8		2	
		34		
96	52	34	12.	6

LAVS DEO SEMPER.

Fr.Paulus Maria,&c. pro Illuſtriſſ. D. Card. Archiep. Bonon.
Imprimatur
Fr.Oauph.pro Reuerendiſſ.Inquiſit. Bonon.

Digitized by Google

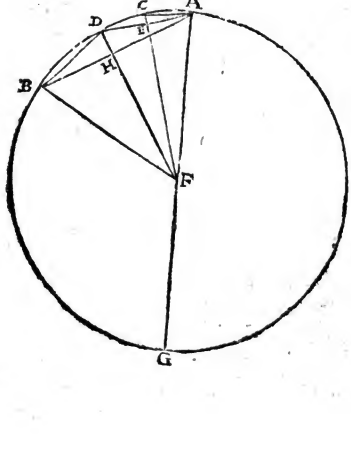
DISCORSO

Oue si annulla la oppositione del Signor Ioseffe Scaligero, data alla propor-ne qual mostra Archimede Siracusano, douere essere fra la cir-conferenza del Cerchio al suo diametro.

PER trattar breuemente, & tener conto solo di quanto occorre in questo discorso, si dice, che Archimede Siracusano nel suo Trattato de Dimensione Circuli, ò vogliamo dire Della misura del Cerchio, conclude, che, posto il Diametro del Cerchio 1. all'hora la sua circonferenza sarà più di $3\frac{1}{7}-\frac{1}{497}$. ma manco di $3\frac{1}{7}$. Onde quando il diametro sia 1. si conclude che la sua circonferenza non può arriuare a $3\frac{1}{7}$. Alche opponendosi il Signor Ioseffe Scaligero, dice che non può essere, che quando il diametro del Cerchio è 1. la sua circonferenza non arriui a $3\frac{1}{7}$. anzi che è necessario, che ella passi detto $3\frac{1}{7}$. perche se la circonferenza non passasse questo $3\frac{1}{7}$. ò vogliamo dire se la circonferenza non fusse piu di $3\frac{1}{7}$. ne seguiria che l'Ambito, ò cõtorno, ò giro della figura rettilinea di dodici lati eguali, & tanto maggiormente l'Ambito di ciascun'altra figura di maggior numero di lati inscritta nel Cerchio, fusse maggiore, che non è la circonferenza istessa del Cerchio (& che però si trouassero portioni di cerchio nelle quali la Corda fusse piu lunga dell'arco, ò vogliamo dire, che la linea retta fusse più lunga della curua hauente i medesimi dui punti per termini) ilche è inconueniente, & impossibile; Onde è anco inconueniente, & impossibile, che la circonferenza del Cerchio sia solo $3\frac{1}{7}$. quando il diametro si pona 1. Et per dimostrare quanto egli dice (cioe che stante la proportione sesquisettima data da Archimede fra la circonferenza del Cerchio, & il suo diametro, ne seguiria il detto inconueniẽte.) Il Signor Ioseffe nel suo libro a facciate 28. pone la seguente sua Propositione quinta.

Ambitus Dodecagoni circulo inscribendi plus potest, quam circuli ambitus. Et quanto deinceps plurium laterum fuerit Polygonum circulo inscribendum tanto plus poterit ambitus Polygoni, quam ambitus circuli.

Cioe. L'Ambito del Dodecagono da inscriuere nel cerchio è maggiore che l'ambito del Cerchio. Et consequentemente di quanti più lati sarà la figura rettilinea equilatera da inscriuersi nel Cerchio tanto più sarà mag. l'ambito d'essa, che l'ambito del Cerchio;



FORMANDO il Cerchio A. C. D. B. G. & in esso inscriuendo vn Duodecagono equilatero, siano le due linee rette A. D. & D. B. dui lati d'esso Duodecagono, & tirata la retta A. B. ad essi dui lati sottotendente ella sarà il lato dell'Esagono inscritto nel Cerchio, & perche ella è sempre eguale al semidiametro del Cerchio in che l'Esagono si inscriua, ponendosi il diametro A.G. di questo Cerchio 16. essa A. B. lato dell'Esagono verrà ad essere 8. Hora dice il Signor Ioseffe, che posto il diametro del Cerchio 16. all'hora la sua circonferenza per quanto mostra Archimede non arriuaria a $50\frac{1}{7}$. (che nasce a moltiplicare 16. via $3\frac{1}{7}$.) ma supposto anco che ella arriuasse a 51. con tutto ciò l'Ambito del Duodecagono eccederia essa circonferenza, poiche l'ambito del Duodecagono detto è più di 51. & per mostrallo, il Si-

Digitized by Google

gnor Ioseffe tirata la linea retta F. H. D. dal centro F. del Cerchio all'angolo D. del Duodecagono, quale F. D. segà per mezo an angoli retti nel punto H. la retta F. A. lato dell'Esagono sottotendente alli dui lati del Duodecagono, dice (come è vero) che la potentia della linea F. H. è 48. (cioe che la linea F. H. è per la lunghezza radice quadra di 48.) & seguendo dice, che la lunghezza d'essa F. H. sarà $6\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. in circa, che cauato dalla lughezza F. D. (semidiametro posto 8) restarà la lughezza di H. D. $1\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. in circa. Et poco di sotto segue a dire (come è vero) che l'angolo D. H. A. è retto, & che il quadrato di D. A. è eguale alla somma de' quadrati di D. H. & H. A; poi seguendo a righe 26. dice.

Et quia D. A. est latus Duodecagoni ambitus Duodecagoni plus poterit quam duodecies H. A. hoc est quam triplum diametri A. G. duodecies quadrato $1\frac{1}{4}\frac{1}{8}$ *hoc est 13. integris fere potentialibus; quorum latus longe maius est, quam* $\frac{3}{4}$ *diametri. Maior est igitur ambitus Duodecagoni quam* $\frac{5}{6}\frac{1}{6}$ *diametri, ideo longe maior quam peripheria A. B. D. B. G.*

Cioe. Et perche D. A. è il lato del Duodecagono, l'ambito del Duodecagono sarà più potente, che dodici volte la H. A. cioe che il tripio del diametro A. G. tanto quanto importa dodici volte il quadrato d'$1\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. ilche è 13. intieri potentiali in circa, il lato de' quali è molto maggiore, che li $\frac{5}{6}\frac{1}{6}$. del diametro. Maggior dunque è l'ambito del Duodecagono, che li $\frac{5}{6}\frac{1}{6}$. del diametro, però è molto maggiore, che non è la circonferenza A. B. D. B. G.

Hora notisi che in questo suo ragionamento doue consiste la sua conclusione non è realmente dimostratione necessaria; perche se bene D. A. lato del Duodecagono è piu potente di H. A. (che è la quarta parte del diametro A. G. (essendo essa H. A. la metà del lato dell'Esagono inscritto) & però è 4.) tanto quanto importa il quadrato della linea H. D. (dà lui posta circa a $1\frac{1}{4}\frac{1}{8}$.) non è però necessario esser vero quello che detto Signor Ioseffe ne fà seguire, cioe che l'ambito del Duodecagono (che è 12. volte quanto il lato D. A.) sia piu potente, che il dodecuplo di H. A. cioe che il triplo del diametro A. G. tanto, quanto è 12. volte il quadrato d'$1\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. Et lo conosceremo trasportando in margine il triangoletto rettangolo A. H. D. & allungando il lato A. H. verso l'H. fino in r. talmente che A. r. sia dodecuplo ad A. H. & che però sia 48. triplo del diametro A. G. & ancora allungando il lato A. D. verso il D. fino in n. talmente che A. n. sia dodecupla ad A. D. & che però essa A. n. venga ad essere l'ambito del Duodecagono da inscriuere nel sopradetto Cerchio, & tirando la r. n. che farà equidestante alla H. D. per la 2. propositione del sesto de gli Elementi d'Euclide, & però perpendicolare alla r. A. haueremo formato il triangolo rettangolo A. r. n. simile al triangoletto rettangolo A. H. D. perilche essendo la linea A. r. 12. volte quanto la A. H. a lei corrispondente nel triangolo piccolo (& cosi la A. n. 12. volte quanto la A. D.) ne seguirà per la seconda del sesto, che la r. n. sia similmente 12. volte quanto la H. D. a lei corrispondente nel triangolo piccolo, onde quando la H. D. sia $1\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. all'hora la r. n. saria $12\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. ma supponiamo che ella fusse 13. [poiche il Signor Ioseffe dice l'ambito del Duodecagono potrà più del triplo diametro A. G. dodici volte il quadrato d'$1\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. cioe quasi 13. intieri potentiali, il lato de' quali [dic'egli] è molto più delli $\frac{5}{6}\frac{1}{6}$. del diametro (cioe molto più di 3. vnità; perche essendo il diametro A. G. 16. vnità, ciascun sedicesimo del diametro è 1.) ilche insieme con il triplo della lunghezza del diametro (cioe con 48.) fa più delli $\frac{5}{6}\frac{1}{6}$. del diametro (cioe di 51.) & però è molto maggiore della circonferenza A. C. D. B. H. Hora dico se la linea r. n. dodecupla alla H. D. si pone essere 13. perche la linea A. n. è più potente della A. r. 48. nel quadrato r. n. se noi mediante le A. r. & r. n. vogliamo trouare la A. n. non bisogna giongere la radice quadra di 13. che è piu di 3. alla lunghezza di A. r. che è 48. & faria più di 51. & dire che perciò A. n. è più di 51. che questo in tal caso non fa a proposito, ne è vniersalmente vero, che nelli Triangoli rettangoli giongendo la radice quadra d'vno de' dui lati, che contengono l'angolo retto con la lunghezza dell'altro d'essi dui lati, ne venga per somma la lunghezza del lato oppostо all'angolo retto; & quando pure alcuno hauesse opinione che potesse esser vero bisognaria dimostratiuamente prouarlo, & stabilirlo.

Anzi se noi mediante le linee A. r. & r. n. poste 48. & 13. vogliamo trouare la lunghezza di A. n; bisogna giongere il quadrato di 13. che è 169. con il quadrato di 48. che è 2304. & la somma che è 2473. farà il quadrato, ò potenza di A. n; però la lunghezza di A. n. farà la radice quadra di 2473. cioe alquanto meno di $49\frac{3}{4}\frac{1}{6}$. & però ancor meno di $2\frac{3}{4}$. Et cosi l'ambito del Duodecagono non saria piu di 51. come vuol concludere il Signor Ioseffe. ma ne anco arriuaria a 50. perilche egli non eccederia altramente la circonferenza del Cerchio. Et se il Signor Ioseffe volesse intendere, che l'ambito del Duodecagono sia più potente del Dodecuplo della linea A. H. nel Dodecuplo del quadrato della linea A. D. posta da lui $1\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. questo non saria vero, perche hauendo noi prouato che la linea r. n. è Dodecupla alla H. D. vedremo a conoscere, che il quadrato d'essa r. n. non è Dodecuplo al quadrato della H. D. anzi le farà 144. vplo, poiche la pro-

por-

Digitized by Google

portione de' quadrati, e duplicata alla proportione delle linee, che sono lati d'essi quadrati (per la 19. del sesto di Euclide) onde se questo mediante volesse trouare quãto più possa l'A. n. che la A. r. conuerria trouare il quad. di H. D. che essendo ella posta $1\frac{1}{4}$. esso suo quad. saria $1\frac{1}{2}\frac{6}{0}$. & questo moltipl. per 144. che faria $167.\frac{1}{6}$. però diresimo il quadrato di A. n. eccedere il quadrato di A. r. in 167. in circa, onde per trouare la lunghezza di A. n. conuien trouare il quadrato di A. r. che e 2304. & a questo giongere il quadrato di r. n. posto essere 167. in circa, che faria 2471. in circa, per la potenza, ò quadrato di A. n. però essa linea A. n. faria circa a $49\frac{1}{2}$. & non più di 51. come dice il Sig. Ioseffe. Et il dire che con dodici volte il quadrato d'$1\frac{1}{4}$. e quasi 13. intieri potentiali, il lato de' quali e molto piu di 3. none cosa che appresso il Geometra sia di valore alcuno.

Et notisi, che quando pure fusse vero l'ambito del Duodecagono essere piu di 51. ne seguiria, che esso ambito fusse maggiore non solo del numero attribuito ad Archimede a questa circonferenza; ma anco del numero che ad essa circonferenza vuole attribuire il Signor Ioseffe, togliendo egli a dimostrare nella sua propositione sesta, che ella e potentialmente decupal al suo diametro, perche essendo il diametro hora 16. la sua potenza, ò quadrato saria 256. & il decuplo di questo saria 2560. per la potenza della circonferenza, onde essa circonferenza saria la radice quadra di 2560. cioe alquanto manco di $50\frac{1}{2}$. & però secondo quello che dice il Signor Ioseffe, quando la circonferenza d'vn Cerchio fusse manco di $50\frac{1}{2}$. all'hora l'ambito del Duodecagono inscritto li verria ad essere più di 51. ilche si conosce essere impossibile, & inconueniente.

Et diuiso per mezo l'arco A. D. con la retta F. C. che si parta dal centro F. & tirata la C. A. ella sottotenderà alla mità della duodecima parte della Circonferenza del Cerchio, cioe essa C. A. sarà vn lato del 24. agono equilatero da inscriuere nel Cerchio; ilche inteso, soggiunge poi il Signor Ioseffe a facciate 29. alla penultima riga.

Rursus quadratum latinis $1\frac{1}{4}$. *rectæ H. D. sunt* $\frac{1}{4}\frac{0}{6}$. *quæ composita cum quadrato H. A. efficient quadratum D. A.* $17\frac{1}{6}\frac{7}{0}$. *per 47. primi, quod angulus D. H. A. sit rectus, vt iam ortensum est. Quadratum igitur E. A. est* $\frac{1}{1}\frac{3}{0}\frac{0}{0}$. (*nempe quanta pars quadratum D. A. dupla ipsius E. A.*) *Quadratum autem rectæ C. A. plus potest, quam quadratum C. A. quadrato E. C. per eandem 47. primi, quod scilicet rectæ F. C. peripheria D. C. A. bifaria in C. diuidens, recta quoque D. A. bifaria diuidat in E. per antecedentem, & ideo ad angulos rectos. Triangulum itaque C. E. A. est orthogonium. Sed quad. E. A. est* $\frac{3}{1}\frac{7}{6}\frac{0}{0}$. *cuius latus paulo maiusculum quam* $2\frac{1}{1}\frac{7}{6}$. *Quare vicesies quater plusquam* $2\frac{1}{1}\frac{7}{6}$. *erunt plusquam, aut sane non minus quem* $\frac{1}{1}\frac{6}{6}$. *ambitus nempe ἀπόσσα φύσεως κυκλικὰς, maior vtique ambitu circuli circumscribentis, qui tantum positus erat* $\frac{5}{1}\frac{1}{6}$. *Et quo pluria fuerint latera polygoni, eo longe maior per numeros reperitur ambitu circuli circumscribentis ambitus polygoni inscripti. Quod erat demonstrandum.*

Nel quale ragionamento pare che egli vogli mostrare l'ambito del 24. agono inscritto in quello Cerchio di 16. per diametro, essere circa a 61. & però molto maggiore della circonferenza del Cerchio, ma perche egli non troua la lunghezza di A. C. lato del 24 agono, da tale ragionamento non si può veramente cauare quanto sia l'ambito del 24. agono; saluo se egli non volesse intendere la linea A. C. essere circa a $2\frac{1}{1}\frac{7}{6}$. numero da lui nominato, ma attribuito ad E. A. forsi per errore; perche ponendo il quadrato d'E. A. $\frac{3}{1}\frac{7}{6}\frac{0}{0}$. il lato, ò linea E. A. saria la radice quadra di $\frac{3}{1}\frac{7}{6}\frac{0}{0}$. che e alquanto piu di $2\frac{1}{1}\frac{7}{6}$. (& non $2\frac{1}{1}\frac{7}{6}$.) che a voler trouare la A. C. lato del 24. agono, conuerria giongere il quadrato di E. C. con il quadrato di A. E. & il compotto, ò somma saria il quadrato di A. C. però la radice quadra d'esso composto saria la linea A. C. che moltiplicata per 24. numero de' lati, mostraria l'ambito del 24. agono.

Et notisi che dal dire il Sign. Ioseffe, che il quadrato della linea D. A. (lato del Duodecagono) è $17\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{7}{0}$. si viene a poter conoscere, che la radice quadra di questo $17\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{7}{0}$. essendo manco di $4\frac{1}{6}$. cioe essendo la linea A. D. manco di $4\frac{1}{6}$. he segue che l'ambito del Duodecagono secondo questo calcolo venga ad essere 12. volte, manco di $4\frac{1}{6}$. cioe manco di 50. & non più di 51. come egli di sopra volea concludere. Oltre di ciò auertasi, che quelli numeri adoprati dal Signor Ioseffe a facciate 30. sono fallati, perche primieramente a giongere $\frac{1}{1}\frac{0}{6}\frac{0}{0}$. quadrato (secondo lui) di H. D. con il quadrato della linea H. A. qual quadrato e 16. non fa $17\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{7}{0}$. ma $17\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{7}{0}$. onde D. A. saria anco minore di quello che egli dice, & però l'ambito del Duodecagono saria tanto più minore di 50. (che la radice quadra di $17\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{7}{0}$. è manco di $4\frac{1}{7}$. & 12. volte $4\frac{1}{2}$. fa solo $49\frac{1}{2}$.) Et quando il quadrato di D. A. fusse $17\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{7}{0}$. come stante la H. D. $4\frac{1}{4}$. egli douerìa essere, all'hora la quarta parte d'esso non verria ad essere $\frac{7}{1}\frac{1}{6}\frac{0}{0}$. come dice il Signor

Digitized by Google

Ioseffe, ma $\frac{7}{1}\frac{2}{6}\frac{5}{9}$. Et se pure l'ambito del 24. agono, ò d'altra figura rettilinea inscritta nel Cerchio fusse 6 r. (numero che pare, che egli vogli attribuire ad esso ambito del 24. agono, & da lui composto non sò in che modo, poi che non si vede di doue veramente deriui il $2\frac{7}{3}$.) è manifesto che tale ambito saria anco molto maggiore del numero, che il Signor Ioseffe con la sua regola cerca d'attribuire alla circonferenza del detto Cerchio, poiche volendo che ella sia potentialmente decupla al suo diametro, che hora è 16. ella non arriuaria a $50\frac{2}{3}$. come di sopra s'e detto.

Et notisi, che di sopra hò detto non essere vniuersalmente vero, che ne' triangoli rettangoli giongendo la radice quadra d'vno de' dui lati, che contengono l'angolo retto, con la lunghezza dell'altro d'essi dui lati ne venga per somma la lunghezza del lato opposto all'angolo retto; perche può ben essere che si troui alcun triangolo rettangolo tale; & se noi nel triangolo rettangolo A. r. n. volessimo che il lato A. r. fusse 48. all'hora il lato r. n. saria questa quantità irrationale, cioe $\frac{2}{3}$. piu rad. cuba L. $4607\frac{2}{2}\frac{6}{7}$. piu rad. $21233322\frac{2}{3}$. ꝗ. piu rad. cuba L. $4607\frac{2}{2}\frac{6}{7}$. m̄ rad. $21233322\frac{2}{3}$. ꝗ. la rad. quadra del che gionta ad A. r. 48 faria 48. piu rad. cuba L. 48. piu radice $2303\frac{2}{2}\frac{6}{1}$. ꝗ piu rad. cuba L. 48. meno rad. $2303\frac{2}{2}\frac{6}{7}$. ꝗ. & questo saria il lato A. n; che se volessimo esplicare queste quantità irrationali con numeri rationali propinqui al vero, potressimo dire il lato r. n douere essere circa $21\frac{1}{4}\frac{4}{6}\frac{0}{0}$. la rad. quadra del quale e $4\frac{1}{2}\frac{7}{0}$. che giōta ad A. r 48. fa $52\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. & che però A n. saria circa a $52\frac{1}{2}\frac{3}{0}$.

Ma quando noi nel triangolo rettangolo A r. n. volessimo che il lato r. n. fusse 13. douendo essere l'A. r. tale, che con la radice quadra di 13. formasse il lato A. n; all'hora il lato A. r. saria rad. 468. che giontoli la radice di 13. faria rad. 637. & questo saria l'A. n. il quadrato del quale e 637. che e eguale alla somma de' quadrati di A. r. & r. n, che sono 468 & 169. Et molti, anzi quanti vogliamo Triangoli rettangoli, si possono trouare tali, che il lato opposto all'angolo retto sia tanto lungo quanto il numero che nasce a sommare vno de' lati che formano l'angolo retto con la rad. quadra dell'altro; come sono li posti in margine, in ciascuno de quali il lato A r. insieme cō la rad. quad. del lato r. n. constituiscono la lunghezza del lato A. n. † Quì vanno li Triangoletti.

Et se vorremo alcun Triangolo rettangolo Isoscele, cioe di dui lati eguali, tali che la ℞ quadra dell'vno, ò dell'altro de' dui lati che formano l'angolo retto gionta al lato ad esso compagno nel formare l'angolo retto, constituisca la lunghezza del lato opposto all'angolo retto, potremo dire, che ciascuno de' dui lati A. r. & r. n, sia 3. p̄ ℞ 8. che cosi la rad. dell'vno qual si vogli, & e ℞ 2. p̄ 1. gionta all'altro fa ℞ 18 p̄ 4. che e il lato A. n.

Et perche dalle cose dette non sappiamo la vera quantità dell'ambito del Duodecagono, ne del 24. agono da inscriuersi nel proposto Cerchio, verrò ritrouandolo con diligente operatione, dicendo. Il diametro del Cerchio A. C. D. B. G. e 16. domando la lunghezza della linea A. D. lato del Duodecagono equilatero da inscriuere in esso Cerchio, & ancora l'ambito del medesimo Duodecagono.

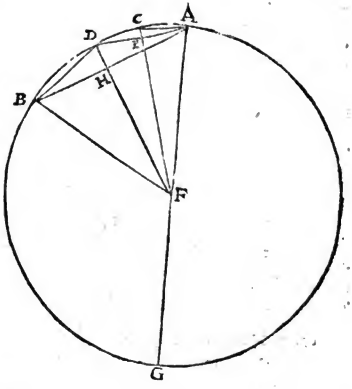
Per trouarlo, Considerato dal punto A. tirata la linea retta A. B lato dell'Esagono, che si inscriuesse in esso Cerchio, che cosi ella sottotenderà a dui lati del Dodecagono; & considerato dal centro F. al punto D. tirata la retta F. D. semidiametro del Cerchio, & che ella sega la A. B. ad angoli retti in due parti eguali, onde la H A. mità del lato dell'Esagono sarà 4. (perche tutto il lato che è eguale al semidiametro del Cerchio è 8. dal supposito) & considerato il Triangolo rettangolo A. H. F. noi mediante la cognitione della A. H. che è 4. & del lato A. F. opposto all'angolo retto che è 8. essendo egli semidiametro del Cerchio) trouaremo il restante lato, ò linea F. H essere rad. 48. & questo cauaremo da tutta la F. D. che è 8. & restarà 8. meno rad. 48. per la linea H. D.

Hora considerato il Triangolo rettangolo D. H. A. del quale li dui lati che formano l'angolo retto D. H A. sono noti, mediante essi trouaremo il lato A. D. opposto all'angolo retto, giongendo il quadrato di H. D. quale è 112. meno rad. 12288. con il quadrato di A. H. quale è 16. & fa per somma 128. meno rad 12288. ilche è il quadrato della linea A. D. però essa linea A. D. che è lato del Dodecagono da inscriuere nel Cerchio proposto sarà la rad. quadra di detto 128. meno rad. 12288. cioe sarà rad. 96. meno rad 32. Trouato il lato del Dodecagono essere rad. 96. meno rad. 32. lo moltiplicaremo per 12. numero de' lati del suo ambito, & fa rad. 13824. meno rad. 4608. & questo è l'ambito precise del Dodecagono. Ilche se vorremo nominare per numero rationale prossimo al vero, potremo dire egli essere fra $49\frac{6}{8}\frac{0}{7}\frac{0}{1}$. & $49\frac{2}{3}\frac{4}{5}\frac{4}{1}\frac{1}{0}$. cioe alquanto piu di $49\frac{6}{8}\frac{0}{7}\frac{0}{1}$. ma alquanto manco di $49\frac{2}{3}\frac{4}{5}\frac{4}{1}\frac{1}{0}$.

Et perche l'ambito, ò circonferenza del Cerchio secondo la regola d'Archimede è minore di volte $3\frac{1}{7}$. il diametro, ma maggiore di volte $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. conosciamo, che del proposto Cerchio

Digitized by Google

chio quale hà 16. per diametro, la circonferēza sarà manco di $50\frac{1}{7}$. ma più di $50\frac{18}{71}$. & per adoprare rotti facili, essendo $\frac{1}{4}$. (rotto comodo) poco minore di $\frac{18}{71}$. in vece di $\frac{18}{71}$. potremo dire, che la circonferenza sia piu di $50\frac{1}{4}$.



Ma l'ambito del Dodecagóno è manco di $49\frac{2441}{3510}$. cioe per adoprare rotti facili è manco di $49\frac{7}{10}$. (poiche $\frac{7}{10}$. cioe $\frac{2437}{3510}$. è maggiore di $\frac{2441}{3510}$.) onde essendo l'ambito del Cerchio più di $50\frac{1}{4}$. & l'ambito del Dodecagono manco di $49\frac{7}{10}$. non segue, che il Dodecagono giri più del Cerchio, anzi gira meno come è necessario. Et per ciò di qui non si può cauare argumento da distruggere la Regola di Archimede.

Cercaremo hora il lato, & ambito del 24. agono da inscriuere nel medesimo Cerchio.

Operatione.

A. B. lato dell'Esagono è 8. A. H. mità di A. B. è 4. F. H rad. 48.
F. D. 8. H. D. 8. m̄ rad. 48. D. A. lato del Dodecagono è rad. 96. m̄ rad 32.

L'ambito del Dodecagono è rad. 138224. m̄ rad. 4608. cioe alquanto più di $49\frac{6000}{8771}$. ma alquanto meno di $49\frac{2441}{3510}$.

H. D. 8. meno rad. 48.
8. meno rad 48.
64 768
48
112 meno rad 12288. è il quadrato di H. D.
16 è il quadrato di H. A.
128. meno rad. 12288. è il quadrato di A. D.
128
16384
12288
4096. La sua rad. quadra è 64. la mità della quale e 32. che gionta, & cauata a 64. & di 64. mità di 128 nome maggiore del nostro residuo, fa 96. & 32. la rad. di ciascuna delle quali somma, & restante e rad. 96. & rad. 32. che cauata la minore dalla maggiore, resta rad. 96. m̄ ℞ 32. & questo residuo e la ℞ quadra di 128. m̄ rad. 12288. però il lato del Dodecagono e rad. 96. m̄ rad. 32. da moltiplicare per 12.
64

rad. 96. m̄ rad. 32. via 12.
1152 384
rad. 13824. m̄ rad. 4608. e il prodotto, & però l'ambito del Dodecagono.
117 67
1724 1008

Cioe. $117\frac{1225}{1724}$. m̄ $67.\frac{1184}{1724}$. in circa.

Cioe. $49\frac{6000}{8771}$. in circa, ilche e alquanto manco del douere, cioe non arriua al vero ambito del Dodecagono, come conosceremo dal seguente discorso.

$\frac{15}{26}$. $\frac{15}{134}$.
390
2010
2400
1200 600
1742 871

Dicendosi la ℞ di 13824. essere $117\frac{1225}{1724}$ q̄sto $117\frac{1225}{1724}$. è alquanto più del douere, perche il denominat. del rotto e il doppio dell'intiero 117. & (per la proprieta di questo modo di formare il rotto nella estrattione delle rad. quadre) il quad. di q̄sto num. eccede il 13824. in tanto quā-

to importa il quadrato del $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$. rotto, cioe in $\frac{1}{1}\frac{8}{4}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{5}{6}$ il quale eccesso è manco d'$\frac{1}{4}$. ma più d'$\frac{1}{4}$. però se da 135. numeratore del rotto detto della R si cauta $\frac{1}{4}$. che resta $134\frac{1}{4}$. esimo di 234. questo rotto è manco del douere, perche moltiplicato via il doppio di 117. intiero, cioe via 234. fa $134\frac{1}{4}$. che fino al 135. (numero in che il quadrato di $117\frac{1}{4}$ intiero è minore del 13824. del qua le si toglie la rad.) vi manca $\frac{1}{4}$. & questo $\frac{1}{4}$. non è ricompensato in tutto dal quadrato di $134\frac{1}{4}$. esimo di 234. perche esso quadrato è manco d'$\frac{1}{4}$. perche anco il quadrato di $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$. è maggior di lui, sappiamo essere manco d'$\frac{1}{4}$. Et cosi venimo a conoscere, che $\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{7}{8}$. è più del douere in manco d'$\frac{1}{4}$. esimo di 234. Ma se da 135. numeratore del rotto detto della rad. si cauasse $\frac{1}{4}$. che resta $134\frac{3}{4}$. esimo di 234. questo rotto è più del douere, perche moltiplicato via il doppio del 117. intiero, cioe via 234. fa $134\frac{3}{4}$. che fino al 135. vi manca $\frac{1}{4}$. & questo $\frac{1}{4}$. non solo è ricompensato, ma anco superato dal quadrato di $134\frac{3}{4}$. esimo di 234. che è più d'$\frac{1}{4}$. (che so'o $\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{7}{8}$. cioe $\frac{1}{4}$. moltiplicato in se stesso faria $\frac{1}{8}$.) Onde sappiamo la R di 13824. essere piu di 117. $134\frac{1}{4}$. esimo di 234. ma manco di 117. $134\frac{3}{4}$. esimo di 234. ò vogliamo dire essere piu di $117\frac{9}{2}\frac{9}{3}\frac{9}{4}$. ma manco di $117\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$.

Similmente dicendosi la rad. di 4608. essere $67\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{9}{16}$. ne segue per la medesima causa, che questo $67\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{9}{16}$. sia più del douere, & che il suo quadrato superi il 4608. in quanto importa il quadrato di $\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{1}{16}$. suo rotto, cioe in $\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{1}{16}\frac{1}{256}$. il quale eccesso è più di $\frac{1}{4}$. ò vogliamo dire di $\frac{1}{16}$. però se da 119. numeratore del rotto detto della rad si cauarà $\frac{1}{16}$. che resta $118\frac{1}{16}$. esimo di 134.

67. $118\frac{1}{16}$. esimo di 134.
$11924\frac{8}{16}$.
$5\frac{1}{16}$.
$13976\frac{9}{8}\frac{3}{1}$.
7 — 17956
9 — 125602
$13965\frac{7}{16}$.

questo rotto sarà anco più del douere, perche moltiplicato via il doppio di 67. intiero, cioe via 134. fa $118\frac{1}{16}$. che fino al 119. manca $\frac{1}{16}$. & questo $\frac{1}{16}$. non solo è ricompensato, ma è superato dal quadrato di $118\frac{1}{16}$. esimo di 134. onde veniamo a conoscere che $67\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{9}{16}$. è più del douere in più di $\frac{7}{16}$. esimo di 134. Et perche questo $\frac{7}{16}$. esimo di 134. è anco più che non è l'$\frac{1}{4}$. esimo di 234. in manco di che il $117\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$. è più del douere conosciamo che più del douere è $67\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{9}{16}$. di quello che fia $117\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$. perilche a cauare $67\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{9}{16}$. da $117\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$. che resta $49\frac{6}{8}\frac{9}{1}\frac{9}{6}$. questo $49\frac{6}{8}\frac{9}{1}\frac{9}{6}$. viene ad essere manco del douere; Poiche cauando vn numero A. che sia più del douere, da vn numero B. che sia anzi egli più del douere, ma manco del douere, che l'A. non è più del douere, il restante sarà manco del douere, cioe manco del vero restante, che si trouaria a cauare A. da B. quando ciascun d'elli fusse il numero reale douuto. Che essendo per essempio A. reale 20. & B. reale 50. & però il vero restante saria 30. Se fingeremo A. essere 24. & B. essere 53 cioe A. 4. più del douere, & B. solamente 3. più del douere, che a cauare A. finto da B. finto resta 29. questo 29. conosciamo essere manco del douere, perche B. è manco più del douere che non è A. cauato, anzi perche B. è manco più del douere di A. invna vnità, conosciamo che il 29. restàte finto è anch'egli manco del restante vero nella medesma vnità, quale giontali farà 30 che è il restante vero.

Et notisi, che senza hauere tale consideratione, noi per trouare vn numero rationale vicino al vero, quale non superi l'ambito del Dodecagono; cioe che sia manco del vero ambito (non si potendo con numero rationale esplicare hora precise esso ambito) noi nel pigliare la R di 13824.

$67\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{9}{16}$.	$117\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$.	$49\frac{6}{8}\frac{9}{1}\frac{9}{6}$.	$49\frac{6}{8}\frac{9}{1}\frac{9}{6}$.	
705	4323	3778800	6298	
938 — 938	30261	3765113	44086	
536 — 268	34584	13467	50384	
6298	$49\frac{6}{8}\frac{9}{1}\frac{9}{6}$.	3765333	5485558	5485558

potremo dire, che ella sia $117\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$. che è alquanto manco del douere, per esser formato il denominatore del rotto con il doppio dell'intiero, & 1. di più, & nel pigliare la rad. di 4608. diremo che ella fia $67\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{9}{16}$. che è alquanto più del douere, per esser formato il denominatore del rotto, con il doppio dell'intiero; onde cauando $67\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{9}{16}$. cioe più del douere da manco del douere resta $49\frac{6}{8}\frac{9}{1}\frac{9}{6}$. che però è manco del douere, cioe non arriua al vero ambito, però il vero ambito saria più di $49\frac{6}{8}\frac{9}{1}\frac{9}{6}$. il che è minore del $49\frac{6}{8}\frac{9}{1}\frac{9}{6}$. in $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{7}{1}\frac{6}{6}$. & questo $49\frac{6}{8}\frac{9}{1}\frac{9}{6}$. è minore in $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{1}\frac{1}{6}$.

Cauisi $49\frac{6}{8}\frac{9}{1}\frac{9}{6}$. da $49\frac{6}{8}\frac{9}{1}\frac{9}{6}$.
2441
17087
19528
2126111
2106000
resta $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{1}\frac{1}{6}$.

Cauisi $67\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{9}{16}$. da $117\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$.
16
416
2025
resta $49\frac{6}{8}\frac{9}{1}\frac{9}{6}$.

Digitized by Google

$\frac{1}{3}\frac{0}{0}\frac{4}{1}\frac{7}{2}\frac{1}{1}$ di 49 $\frac{4}{3}\frac{6}{1}\frac{7}{0}$ numero che è maggiore del vero ambito; qual numero maggiore del vero ambito facilmente s'è trouato in questo modo.

Nel pigliare la rad. di 13824. s'è posto che ella fia $117\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. numero alquanto maggiore del douere per esserſi formato il denominatore del rotto con il doppio di 117. intiero. Et nel pigliare la rad. di 4608. s'è posto che ella fia $67\frac{1}{1}\frac{0}{1}$. numero alquanto minore del douere, per esserſi formato il deuominatore del rotto con il doppio di 67. intiero, & 1. di piu, onde cauato $67\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{0}{1}$. da $117\frac{1}{1}\frac{0}{1}$. cioe manco del douere da piu del douere, il restante sarà tanto maggiormente piu del douere, però $40\frac{4}{1}\frac{5}{0}\frac{1}{0}$. che resta è piu del douere, cioe maggiore del vero ambito del Dodecagono come s'è detto.

Et perche di sopra ſi moſtrò che $118\frac{3}{4}$. efimo di 134. cioe $67\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{6}{1}\frac{4}{0}$. e piu della rad. di 4608. & che $117\frac{1}{1}\frac{0}{1}\frac{2}{0}$. e manco della rad. di 13824. cioe che $117\frac{1}{1}\frac{0}{1}\frac{1}{0}$. e manco del douere, & che $67\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{0}{1}\frac{1}{0}$. e piu del douere, ſe cauaremo $67\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{0}{1}$. da $117\frac{1}{1}\frac{0}{1}\frac{2}{0}$. cioe piu del douere, da manco del douere, quallo che reſtarà, cioe $\frac{1}{1}\frac{6}{3}\frac{3}{1}\frac{0}{1}\frac{7}{0}$. sarà tanto maggiormente manco del douere, però queſto $49\frac{1}{2}\frac{6}{1}\frac{0}{1}\frac{3}{0}\frac{7}{1}$. e minore dell'ambito del Dodecagono, ma s'accoſta piu al vero, che nó fà $49\frac{4}{2}\frac{3}{1}\frac{7}{0}\frac{1}{1}$. & anco che $49\frac{6}{8}\frac{0}{7}\frac{0}{1}$. ſimilmente minori del douere; poiche ſupera eſſo $49\frac{6}{8}\frac{0}{7}\frac{3}{1}$. in $\frac{1}{0}\frac{2}{0}\frac{0}{8}\frac{6}{3}\frac{7}{1}\frac{1}{3}\frac{3}{0}\frac{7}{1}$. però hora potremo dire, l'ambito del Dodecagono eſſere alquanto maggiore di $49\frac{1}{2}\frac{6}{1}\frac{3}{1}\frac{0}{7}\frac{7}{1}$. ma non arriuare a $49\frac{2}{4}\frac{4}{3}\frac{5}{1}\frac{0}{0}$. Et notiſi, che dalle coſe dette di ſopra, ne potiamo deriuare la Regola che ſegue.

Cauiſi $67\frac{1}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{4}$. da $117\frac{3}{1}\frac{6}{1}\frac{4}{1}$.

71

121806

24921

146727

211653

reſta $49\frac{1}{2}\frac{6}{1}\frac{3}{1}\frac{0}{2}\frac{3}{1}$.

Cauiſi $49\frac{6}{8}\frac{0}{7}\frac{0}{1}$. da $49\frac{1}{2}\frac{6}{1}\frac{0}{3}\frac{3}{1}$.

23517

164619

188136

20483307

16393

111121

130424

14299913

141102

reſta $\frac{4}{2}\frac{0}{0}\frac{7}{4}\frac{7}{3}\frac{1}{1}\frac{7}{0}$.

Regola facile da approſſimarſi al vero, nel pigliare la radice quadra delli numeri.

Preſa la rad. d'un numero propoſto, & formato il rotto della rad. ponendo ſopra alla riga per numeratore l'auanzo, & di ſotto per denominatore il doppio de l'intiero trouato; che coſi il quadrato di queſta rad. trouata ſuperarà ſempre il numero propoſto, in quanto importa il quadrato del rotto detto, qual quadrato del rotto trouato che ſia, ſi vegga qual rotto facile ſe li auicini in grandezza, ma che non lo ecceda, anzi ſia minor di lui, & quello per comodità ſi chiami A. qual d. ſi caui dal numeratore del rotto della rad. reſtando fermo il denominatore, che il nuouo rotto che formaremo, & ſi ridurrà a rotto di forma ordinaria chiamandolo B. accompagnato all'intiero medeſmo già trouato componerà un numero il quadrato del quale, eccederà il numero propoſto da trouarne la rad. in manco che non lo eccedeua la rad. primieramente trouata, cioe haueremo formato vna ſeconda rad. del numero propoſto piu vicina al vero, che non era la prima.

Ma auuertaſi nondimeno, che il rotto A. da cauarſi dal numeratore del rotto della rad. primieramente trouata non ſia tanto grande, che non paſſa eſſere ſuperato dal quadrato del rotto B. perche quando il quadrato del rotto B. non ſuperaſſe il rotto A. all'hora il quadrato della ſeconda rad. che trouiamo non eccederia il numero propoſto di che ſi pigliaua la rad. anzi faria eceduto da eſſo numero propoſto in tanto, in quanto il rotto A. eccedeſſe il quadrato del rotto B. che ſempre la differenza che è dal numero propoſto al quadrato della ſeconda rad. coſi trouata, farà tanto, quanto è la differenza del rotto A. al quadrato del rotto B. & ſe il quadrato del rotto B. ſarà maggiore del rotto A. ancora il quadrato della ſeconda rad. eccederia il numero propoſto, ma quando il quadrato del rotto B. fuſſe minore del rotto A. ancora nella medeſma quantità il quadrato della ſeconda radice faria minore, ò vogliamo dire faria eceduta dal numero propoſto.

Per eſſempio; Proponendoſi 75. da pigliarne la radice, & dicendoſi ella eſſere $8\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. il quadrato del qualle $8\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. eccede il 75. in $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. quadrato del rotto $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. noi per trouare vna rad. piu proſſima al vero, conſideraremo, che $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. non arriua ad $\frac{1}{2}$. (però non ci ſerue) ma paſſa $\frac{1}{4}$. però potreſſimo pigliare $\frac{1}{4}$. & perche $\frac{1}{3}$. & anco $\frac{2}{5}$. maggiori di $\frac{1}{2}$. piu s'accoſtano al $\frac{1}{2}$. potremo pigliari poniamo $\frac{3}{5}$. che è il rotto, che chiamiamo A. & cauarlo da $\frac{1}{2}$. numera-

tore

Digitized by Google

tore del rotto $\frac{1}{6}$ che restarà $10\frac{3}{4}$ esimo di 16 cioe $\frac{3}{64}$ che chiamiamo B. quale accompagnato all'8. intiero fa $8\frac{3}{8}$. & questo è rad. più propinqua di 75. che non era $8\frac{1}{16}$ cioe che il suo quadrato quale è $75\frac{2}{64}$ eccede il 75. in măco di $\frac{1}{16}$. in che lo eccedeua il quadrato di $8\frac{1}{16}$. perche eccede il 75. solo in $\frac{2}{64}$. numero in che $\frac{2}{64}$. quadrato di $\frac{1}{8}$ B. eccede il $\frac{1}{16}$ A.

di 75

la prima rad. è $8\frac{1}{16}$. eccede in $\frac{1}{16}$. che è più di $\frac{1}{64}$.

hor pigliſi $\frac{1}{64}$. per il rotto A.

la seconda rad. più prossima è 8. $10\frac{3}{4}$. esimo di 16. cioe $8\frac{3}{64}$.

$8\frac{3}{8}$

64 — 1280

$10\frac{3}{4}$

2560

il suo quadrato è $75\frac{2}{64}$.

Ma ſi di ſopra per rotto A. noi haueſſimo preſo nō $\frac{2}{64}$. ma $\frac{0}{64}$. che più l'auicina al $\frac{1}{32}$ senza arriuarlo, cioe che pur anco è minore del $\frac{1}{32}$. & queſto $\frac{0}{64}$. cauato da 11. numeratore d'$\frac{11}{16}$. che reſta $10\frac{3}{4}$. esimo di 16 cioe $\frac{3}{64}$. che ſi chiama B. (da accompagnare all'8. intiero, & faria $8\frac{1}{16}$. per la ſeconda rad.) perche il quadrato di queſto B conoſciamo eſſere măco di $\frac{0}{64}$. A. (eſſendo che $\frac{1}{32}$. ò vogliamo dire il 10. $\frac{1}{32}$. esimo di 16. ſi vede eſſer manco di $\frac{1}{32}$. & il quadrato di $\frac{1}{32}$. cioe $\frac{0}{64}$. è manco di $\frac{1}{64}$. poiche al $\frac{0}{64}$. per arriuare ad $\frac{1}{64}$. vediamo mancarui $\frac{1}{64}$. & al $\frac{0}{64}$. per arriuare medeſmamente ad $\frac{1}{64}$. manca più, mancandoui $\frac{1}{128}$. che è più d'$\frac{1}{64}$. onde ſe il quadrato di $\frac{1}{64}$. non arriua a $\frac{0}{64}$. tanto manco vi arriuaria il quadrato di $\frac{1}{32}$. che è manco di $\frac{1}{64}$.) vediamo anco à conoſcere, che ſe diceſſimo la rad. di 75. eſſere $8\frac{1}{16}$. ella non saria più del douere, anzi saria manco del douere, & il ſuo quadrato che è $74\frac{1}{64}$ saria eccesduto dal 75. in quantità in che anzo $\frac{1}{64}$. quadrato di $\frac{1}{32}$. B. eccesduto dal $\frac{0}{64}$. ò vogliamo dire $\frac{0}{64}$. A.

Di 75. la rad. è $8\frac{1}{16}$. eccede in $\frac{1}{16}$. che è più di $\frac{0}{64}$. che preſo $\frac{0}{64}$. per A. il B. saria $10\frac{3}{4}$. esimo di 16. cioe $\frac{3}{64}$. Et la seconda rad. verrà ad eſſere $8\frac{1}{16}$.

$8\frac{1}{16}$

64 — 5120

$10\frac{1}{4}$

5632

Il ſuo quadrato è $74\frac{1}{64}$.

Hor ſappiaſi, che potreſſimo ancora dare Regola di approſſimarſi nel pigliare la rad. quadra delli numeri, dicendo.

Preſa la rad. d'vn numero propoſto, & formato il rotto della rad. ponendo ſopra alla riga per numeratore l'auanzo, & di ſotto per denominatore il doppio dell'intiero trouato, che coſi il quadrato di queſta rad. trouata ſuperarà ſempre il numero propoſto in quanto importa il quadrato del rotto detto. qual quadrato del rotto, troualo che ſia, ſi vegga qual rotto facile ſia eguale, ò poco maggiore di lui, cioe che non ſia eccesduto da lui, (& maggior propinquità ne apportarà lo eguale,) & queſto rotto facile per comodità ſi chiami R. qual R. ſi caui dal numeratore del rotto della rad. reſtando fermo il denominatore, che il nuouo rotto che formaremo, & ſi ridurrà a rotto di forma ordinaria chiamandola S. accompagnato all'intiero medeſmo già trouato cōponerà vna ſeconda rad. il quadrato della quale non eccederà altrimenti il numero propoſto, ma anzi sarà ſempre minore d'eſſo numero propoſto in tanto, in quanto il quadrato del rotto S. ſia minore del rotto R.

Per eſſempio proponendoſi 72. da trouarne la rad quadra; Dicendoſi ella eſſere 8 & auanzare 8. che poſto ſopra ad vna riga per numeratore, & di ſotto il doppio d'8. intiero, cioe 16. per denominatore haueremo in tutto $8\frac{8}{16}$. (che biſogna conſiderare coſi il rotto ſenza ſchiſarlo) per rad. propinqua di 72. propoſto, ma che è più del douere, poiche il quadrato d'eſſo $8\frac{8}{16}$. ſupera il 72. in $\frac{1}{16}$. quadrato del rotto $\frac{8}{16}$. (ò vogliamo dire $\frac{1}{2}$.) Noi per trouare vna ſeconda rad. propinqua, ma che non ſia maggiore del douere, vedremo qual rotto facile ſia nō minore del detto $\frac{1}{2}$. ma eguale,

Trouiſi la rad. di 72.

la prima rad. è $8\frac{8}{16}$. che eccede in $\frac{1}{16}$.

hor pigliſi $\frac{1}{16}$. per il rotto R.

la seconda rad sarà 8. $7\frac{3}{4}$. esimo di 16. cioe $8\frac{3}{64}$.

$8\frac{3}{8}$

64 — 1024.

$7\frac{3}{4}$

63.

Il ſuo quad. è $71\frac{63}{64}$.

Digitized by Google

Io, ò poco maggiore di lui, & vediamo $\frac{1}{0}$. iſteſſo eguale a lui eſſere rotto faſile, & però chiamandolo R. lo cauaremo da 8. numeratore di $\frac{8}{0}$. & reſta 7 $\frac{8}{0}$. eſimo di 16. cioe $\frac{3}{0,1}$. che chiamiamo S. quale accompagnato all'8. intiero, fa 8 $\frac{1}{0}$. per la ſeconda rad. propinqua, il quadrato della quale è minore di 72. numero propoſto ſolo in $\frac{6\,3}{0\,0\,0}$. in che $\frac{0\,0\,6\,1}{0\,0\,0\,6}$. quadrato dal $\frac{3}{0}$. S. è manco di $\frac{1}{0}$ R.

Et dicendo; Trouiſi la rad. di 200 $\frac{1}{0}$. ella ſarà 14. 4 $\frac{1}{0}$. eſimo di 28. che del rotto $\frac{1}{0,1}$. il quadrato è $\frac{1}{0\,0\,0\,1}$. del quale $\frac{1}{0\,0\,0}$. è maggiore, & queſto $\frac{1}{0}$. ſia R. che cauate da 4 $\frac{1}{0}$. numeratore del rotto reſta 4 $\frac{1}{8}$. eſimo di 28. che è S. però la ſeconda rad. propinqua, ma minore del douere ſarà 14. 4 $\frac{1}{8}$. eſimo di 28. cioe 14 $\frac{1}{0,1}$. è vogliamo dire 14 $\frac{1}{0,1}$. il quadrato della quale che è 200. $\frac{3}{0\,0\,0}$. & $\frac{3}{0\,0\,0,1}$. cioe 200 $\frac{6}{0\,0\,0,1}$. ſarà ſuperato dal 200 $\frac{1}{0}$. propoſto in $\frac{3}{0\,0\,0}$. quantità in che il quadrato di $\frac{1}{0,1}$. S. cioe $\frac{1}{0\,0\,0,1}$. è ſuperato da $\frac{1}{0\,0}$. R.

Et dicendoſi Trouiſi la rad. di 14 $\frac{1}{7}$. ella ſarà prima 3. 5 $\frac{1}{7}$. eſimo di 6. il quad. della quale ſupera il 14 $\frac{1}{7}$ in quanto importa il quadrato del rotto $\frac{2\,0}{0\,0\,1}$. che importa $\frac{2\,0}{0\,0\,1}$. & pernendo queſto eſſere l'R. cauãdo la da 5 $\frac{1}{7}$. (cioe da 5 $\frac{1}{0\,0\,1}$.) numeratore del rotto della rad. trouata reſta 4 $\frac{3\,5\,6}{0\,0\,1}$. eſimo di 6. per il rotto S. cioe $\frac{3\,1\,0\,0}{0\,0\,0\,6}$. che giõto al 3. intiero ſa 3 $\frac{1\,0\,6\,0}{0\,0\,0\,6}$. per la ſeconda radice propinqua, il quadrato della quale ſarà minore del 14 $\frac{1}{7}$. propoſto in $\frac{1\,4\,0\,0\,0\,0\,0}{0\,0\,0\,0\,0\,0}$. che è la quantità in che $\frac{1}{0\,0\,0\,0\,0\,0}$. quad. di $\frac{1}{0\,0\,0\,0\,0\,6}$. S. è ſuperato da $\frac{2\,0}{0\,0\,1}$. R.

Trouiſi la rad. di 14 $\frac{1}{7}$.

La prima rad. è 3. 5 $\frac{1}{7}$. eſimo di 6. $\frac{2\,0}{0\,0\,1}$. il quadrato è $\frac{3\,6\,0\,0}{0\,0\,0\,0}$. eccesſo preſo per R.

63

5

da 5 $\frac{1}{7}$. cauato $\frac{4\,0\,0}{0\,0\,1}$.

reſta 4 $\frac{5\,6}{0\,0\,1}$. però S. ſarà 4 $\frac{5\,6}{0\,0\,1}$. eſimo di 6. cioe $\frac{3\,1\,2\,0}{0\,0\,0\,6}$. però la ſeconda rad. ſara 3 $\frac{1\,0\,6\,0}{0\,0\,0\,6}$. R. $\frac{4\,0\,0}{0\,0\,1}$. 3969.

il quadrato di $\frac{1\,0\,6\,0}{0\,0\,0\,6}$. S. è $\frac{1\,1\,2\,3\,6\,0\,0\,0}{0\,0\,0\,0\,0\,0}$. $\frac{1\,5\,8\,7\,6\,0\,0}{0\,0\,0\,0\,0\,6}$. R. qual quadrato è minore di R. in $\frac{6\,4\,0\,0\,0\,0}{0\,0\,0\,0\,0\,6}$. Et in queſto iſteſſo il quadrato della ſeconda rad. è minore del 14 $\frac{1}{7}$. propoſto.

Ma in altro modo di 14 $\frac{1}{7}$. la prima rad. minore del douere ſaria 3. 5 $\frac{1}{7}$. eſimo di 7. cioe 3 $\frac{1\,0\,6\,0}{0\,0\,0\,7}$. che è maggiore di 3 $\frac{1\,0\,6\,0}{0\,0\,0\,6}$. (anch'ella minore del douere) in $\frac{1\,1\,2\,3\,6\,0\,0}{0\,0\,0\,0\,0\,6}$. però 3 $\frac{4\,0\,0}{0\,0\,0\,6}$. è rad. più propinqua, che il ſuo quadrato è 14. 2 $\frac{4\,0\,0}{0\,0\,0\,6}$. quale è minore del 14 $\frac{1}{7}$. propoſto ſolo in $\frac{1\,3\,6\,0\,0}{0\,0\,0\,1}$.

3 $\frac{0}{0}$.	3 $\frac{1\,0\,6\,0}{0\,0\,0\,6}$.	3 $\frac{0}{0}$.	240
7.	189.	3 $\frac{0}{0}$.	44
1.	27.	14 $\frac{1\,1\,2\,3\,6\,0\,0}{0\,0\,0\,0\,0\,6}$.	49
1080.	1060.	343.	2156
1323.	1323.	5.	1600
		1715.	3756
		2401.	360
			2401

Di 14 $\frac{1}{7}$. la prima rad. è 3. 5 $\frac{1}{7}$. eſimo di 6. hora ſia A. 4 $\frac{8}{0}$. eſimo di 7. cioe $\frac{4}{0}$. cauato da 5 $\frac{1}{7}$. numeratore reſta 5 $\frac{1}{0}$. però B. ſarà 5 $\frac{1}{0}$. eſimo di 6. cioe $\frac{3\,0}{0\,0\,6}$. cioe $\frac{3\,1\,8\,0}{0\,0\,0\,6}$. il ſuo quad. è $\frac{1\,0\,1\,2\,5\,0\,0}{0\,0\,0\,0\,0\,6}$. che eccede $\frac{4}{0}$. A. cioe $\frac{1\,5\,0\,0\,8\,5}{0\,0\,0\,0\,0\,6}$. in $\frac{3\,5\,7\,2\,1}{0\,0\,0\,0\,0\,6}$. però la ſeconda rad. più propinqua ſarà 3 $\frac{1\,8\,5}{0\,0\,0\,6}$.

B. 158	158	44. A.	63
189	189		2268
il ſuo quadrato è $\frac{2\,0\,6\,4}{0\,0\,0\,0\,0\,6}$.	567		2268
			24948
			35721 A.

Auertaſi nondimeno, che queſto modo di trouare la ſeconda rad. minore del douere, mediante la prima maggiore del douere, non è da vſare generalmente, perche ſpeſſe volte, eſſa ſeconda rad. ſaria manco vicina al vero, che non è quella minore del douere, che facilſſimamente ſi trouaſſe formando il denominatore del rotto della prima con il numero che naſce a giongere 1. al doppio dell'intiero della radice ilche ſi conoſce auuenire hora, perche 3. 5 $\frac{1}{7}$. eſimo di 7. è maggiore di 3 $\frac{1\,0\,6\,0}{0\,0\,0\,6}$. in $\frac{1\,1\,2\,3\,6\,0\,0}{0\,0\,0\,0\,0\,6}$. & però il quadrato di 3 $\frac{4\,0\,0}{0\,0\,0\,6}$. più s'auuicinarà al 14 $\frac{1}{7}$. propoſto, che non fa il quadrato di 3 $\frac{1\,0\,6\,0}{0\,0\,0\,6}$. ſi bene ciaſcun di loro è minore d'eſſo 14 $\frac{1}{7}$ propoſto. Noi dunque potremo ſolo tener conto del primo modo, ò regola per trouare vna ſeconda rad. più propinqua della prima, ma anch'ella maggiore del douere, & volendolo vſare hora vedremo che la ſeconda rad. di 14 $\frac{1}{7}$ propoſto, più propinqua di 3 $\frac{0}{0\,0\,1}$. ſarà 3 $\frac{1\,8\,5}{0\,0\,0\,6}$.

Digitized by Google

Di $14\frac{1}{5}$. la prima rad è 3. $5\frac{1}{5}$. esimo di 6. il quadrato del rotto $\frac{2}{3}$. è $\frac{4}{9}$. che è la quantità dell'eccesso oltre il douere; Per trouare la seconda rad. che ecceda in manco, cioe che sia più propinqua; consideriamo che detto $\frac{4}{9}$. è più di $\frac{4}{10}$. cioe di $\frac{1}{2}$. Hora preso $\frac{1}{2}$. per A. & cauato da $5\frac{1}{5}$. resta $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{10}$. cioe $4\frac{1}{10}$. onde B. saria $4\frac{1}{10}$. esimo di 6. ma quel rotto è manco di $\frac{1}{2}$. & il quadrato d'un rotto (intendendo hora per rotto ciascuna quantità che non arriui ad 1.) è sempre minore d'esso rotto; però il suo quadrato d'esso B. saria tanto più minore d'A. onde per A. connumpigliare manco di $\frac{1}{2}$. Dalche ci accorgiamo, che non solo A. deue essere superato dal quadrato di B. ma anco deue essere superato dal B. istesso (essendo B. minore d'1. intiero, & però maggiore del suo istesso quadrato;) Onde quando vedremo che B. sia rotto minore d'A. senza cercare altramente il quadrato di B. conosceremo A. essere troppo, ma quando B. si vegga essere rotto maggiore d'A. all hora conuerrà trouare se il quadrato d'esso B. supera A. (che ben può essere che il rotto B. sia maggiore d'A. ma che poi il quadrato di B. sia minore del detto A.) per chiarirci che l'A. detto sia all'hora a proposito. Hor sia che per A. si pigli solo $\frac{1}{5}$. che facilmente si caua da $5\frac{1}{5}$. numeratore del $5\frac{1}{5}$. esimo di 6. & resta un rotto facile cioe $\frac{4}{5}$. per B. il quadrato del quale $\frac{16}{25}$. è pur minore di $\frac{2}{3}$. A. (che $\frac{2}{3}$. ridotto à 36. esimi è 24. volte $5\frac{1}{5}$. cioe $25\frac{1}{5}$. 36. esimi) onde anco $\frac{16}{25}$. è troppo da pigliarsi per A. (che dicendosi B essere $\frac{4}{5}$. & però la rad. di $14\frac{1}{5}$. essere $3\frac{4}{5}$. questa si ben si troua molto propinqua al vero, saria nondimeno minore del douere, & noi la cerchiamo maggiore del douere.) Hor pigliasi per A. un rotto alquanto minore di $\frac{4}{5}$. & sia solo $\frac{88}{100}$. esimo di 7. cioe $\frac{7}{8}$. che cauato da $5\frac{1}{5}$. numeratore resta $5\frac{12}{25}$. esimo di 6. per B. cioe $\frac{512}{600}$. il quadrato del quale cioe $\frac{7}{8}\frac{7}{8}\frac{6}{6}$. è ben maggiore di $\frac{4}{5}\frac{4}{5}\frac{6}{6}$. A. che è solo $\frac{4}{5}\frac{4}{5}\frac{6}{6}$. onde accompagnato questo $\frac{1}{8}\frac{5}{8}\frac{6}{6}$. B. al 3. intiero fà $\frac{1}{1}\frac{4}{8}\frac{6}{6}$. per la seconda rad. più propinqua al vero, che non era il $3\frac{4}{5}$. prima rad. & il quadrato di questa seconda rad. eccede il quadrato di $14\frac{1}{5}$. rotto solo in $\frac{1}{5}\frac{1}{7}\frac{6}{2}\frac{4}{4}$. quantità in che $\frac{7}{8}\frac{7}{2}\frac{6}{4}$. quadrato di B. eccede $\frac{4}{5}\frac{4}{5}\frac{6}{6}$. & vogliamo dire $\frac{1}{5}\frac{1}{7}\frac{6}{2}\frac{4}{4}$. A.

Et proposto di trouare la R di 24. dicendosi ella essere $4\frac{8}{9}$. il quad. del suo rotto, & vogliamo dire della parte che serue per rotto in essa) è 1. & però sia A. poniamo $\frac{4}{5}$. minore di detto 1. Questo $\frac{4}{5}$. cauato da 8. numeratore dell'$\frac{8}{9}$. resta $7\frac{1}{5}$. esimo d'8. cioe $\frac{71}{90}$. il quadrato del quale cioe $\frac{56}{81}\frac{41}{00}$. è ben maggiore di $\frac{4}{5}$. A. onde il B. hora sarà $\frac{9}{10}$. che accompagnato all'intiero 4. fa $4\frac{9}{10}$. per la seconda rad. più propinqua di 24. che il quadrato di detto $4\frac{9}{10}$. supera il 24. proposto solo in $\frac{1}{1}\frac{8}{0}\frac{1}{0}\frac{0}{0}$. in che l'$\frac{1}{1}\frac{8}{0}\frac{1}{0}\frac{0}{0}$. quadrato di $\frac{9}{10}$. B. supera $\frac{2}{5}$. A.

Et proposto di trouare la R di $24\frac{1}{5}$. dicendosi ella essere $4.8\frac{1}{5}$. esimo d'8. il quad. di $\frac{1}{10}$. rotto, ò quatità che serue per rotto in essa sarà $\frac{1}{2}\frac{1}{5}$. & questo è maggiore di $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{0}{0}$. però poniamo A. essere $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{0}{0}$. cioe $\frac{6}{8}$. che cauato da $8\frac{1}{5}$. numeratore di $8\frac{1}{5}$. esimo di 8. resta $7\frac{1}{5}$. esimo di 8. & que sto saria B. ma il suo quadrato che è manco d'1. non supera A. che è più d'1. però conuien ponere per A. manco di $\frac{9}{10}$. Hor ponasi A. essere 1. che cauato da $8\frac{1}{5}$. numeratore di $8\frac{1}{5}$. esimo di 8 resta $7\frac{4}{5}$. esimo di 8 & questo saria B. ma perche egli è manco d'1. ancora il suo quadrato conosciamo douere essere maco d'1. & però non supera ria A. posto 1. Dalche ci accorgiamo che dall'$8\frac{1}{5}$. numeratore quando egli è maggiore del denominatore 8. (cioe quando la quantità che nella prima rad. trouata serue per rotto è maggiore d'1. intiero) conuien sempre cauare manco d'1. cioe che ancora in questi casi, & però sempre conuien che l'A. sia manco d'1. Hor ponasi A. essere $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{0}{0}$. che cauato da $8\frac{1}{5}$. numerat. detto resta B. $7\frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{0}{0}$. esimo d'8. cioe $\frac{4}{5}\frac{0}{0}$. il quad. del quale, cioe $\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{0}{0}\frac{1}{0}\frac{0}{0}$. è ben maggiore di $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{0}{0}$. ò vogliamo dire di $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{0}{0}$. A. & è maggiore in $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{0}{0}$. però $\frac{9}{10}$. B giunto al 4. intiero, che fa $4\frac{9}{10}$. mostrarà questo essere la seconda rad. più propinqua di 24. & il quadrato d'essa superari il 24. solo in $\frac{1}{1}\frac{8}{0}\frac{1}{0}\frac{0}{0}$. sopradetto.

Et proponendosi 216. da trouarne la R dicendo ella essere $14\frac{1}{2}\frac{0}{0}$. che il quad di $\frac{1}{2}\frac{0}{0}$. è $\frac{4}{5}\frac{0}{0}$. & però più d'$\frac{1}{2}$. pigliando $\frac{1}{2}$. per A. & cauàdolo da 20. numerat del $\frac{1}{2}\frac{0}{0}$. resta $19\frac{1}{2}$. esimo di 28. cioe $\frac{1}{2}\frac{0}{0}$. B. che il suo quad. è $\frac{1}{1}\frac{5}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. ma non arriua ad A posto $\frac{1}{2}$. però esso $\frac{1}{2}$. è troppo (cioe dicendosi la R di 216. essere $14\frac{1}{2}\frac{0}{0}$. ella saria manco del douere, che il suo quad. non arriuaria a 216. ma vi mancaria $\frac{1}{1}\frac{4}{0}\frac{4}{0}\frac{1}{0}$. che manca a $\frac{1}{1}\frac{5}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. per arriuare ad $\frac{1}{2}$.) onde pigliaremo manca d'$\frac{1}{2}$. & sia $\frac{1}{5}$. per A. che cauato da 20. numeratore di $\frac{1}{2}\frac{0}{0}$. resta $19\frac{1}{5}$. esimo di 28. per il B. cioe $\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{0}{0}$. cioe $\frac{4}{5}$. il quadrato del quale, cioe $\frac{1}{1}\frac{6}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. arriua & supera A. $\frac{1}{2}$. in $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. però la seconda rad. più propinqua della prima saria $14\frac{1}{5}$. Et se volessimo approssimarci più al vero, cioe che la rad. da trouarsi eccedesse il 216. in manco di $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. conuerria dal 20. numeratore di $\frac{2}{5}\frac{0}{0}$. cauarne un'A. che fusse ben manco d'$\frac{1}{2}$. ma più di $\frac{1}{4}$. & sia poniamo $2\frac{1}{4}$. esimo di 5. cioe $\frac{7}{8}$. che così il $\frac{1}{2}\frac{8}{0}$. restarà $19\frac{1}{8}$. esimo di 28. cioe $\frac{1}{4}\frac{5}{0}\frac{1}{0}\frac{0}{0}$. per B. il quadrato del quale, cioe $\frac{1}{1}\frac{7}{0}\frac{5}{4}\frac{8}{0}\frac{1}{0}\frac{0}{0}$. è ben maggiore di $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{0}{0}$. A. cioe di $\frac{1}{1}\frac{8}{0}\frac{1}{0}\frac{0}{0}$. che lo supera in $\frac{1}{1}\frac{7}{0}\frac{6}{4}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. però potremo dire la rad. propinqua di 216. essere $14\frac{1}{2}\frac{0}{0}$. & il suo quadrato superare esso 216. solo in $\frac{3}{1}\frac{5}{7}\frac{2}{0}\frac{0}{0}$. Et se pigliassimo per A. un rotto che fusse ancora alquanto più

di

di $\frac{7}{9}$: ma manco d' $\frac{1}{9}$ poniamo $\frac{1}{9}$. cauandolo da 20. numeratore del $\frac{1}{8}$ resteria $19\frac{6}{9}$. essmo di 28. per il B. sicos $\frac{3}{4}\frac{6}{0}\frac{6}{0}\frac{7}{0}$. che il suo quadrato $\frac{1}{1}\frac{6}{0}\frac{6}{0}\frac{7}{0}\frac{6}{0}\frac{4}{0}\frac{9}{0}$ è più di $\frac{1}{2}\frac{6}{0}$. A. (quale A. ridutto alla denominatione di 38416000. esimi haueraà per numeratore 34. volte 54880. cioe 17. volte 109760. una 186590.) in $\frac{1}{6}\frac{6}{0}\frac{6}{0}\frac{7}{0}\frac{6}{0}$. Onde la rad. ancor più propinqua di 216. saria $14\frac{8}{9}\frac{8}{0}$. che il suo quadrato superarà il 210. solo in $\frac{1}{0}\frac{6}{0}\frac{6}{0}\frac{7}{0}\frac{6}{0}$. cioe in manco d' $\frac{1}{1}\frac{6}{0}\frac{6}{0}\frac{7}{0}\frac{6}{0}$.

Et proponendosi 2504268435. da trouarne la rad. qual rad. primameute si vedrà essere 50042. & $\frac{6}{1}\frac{6}{0}\frac{6}{0}\frac{7}{0}\frac{6}{0}\frac{4}{0}$. noi per deriuarne una rad. più propinqua di quella con facilità, considerando che il rotto $\frac{6}{1}\frac{6}{0}\frac{6}{0}\frac{7}{0}\frac{6}{0}\frac{4}{0}$ è più di $\frac{6}{1}$. (mostrato dalle prime figure finistre d'esso rotto) o vogliamo dire è più di $\frac{5}{9}$. sapremo che per ciò il suo quadrato sarà più di $\frac{5}{1}$. Hora posto per A. $\frac{5}{9}$. (che è superato dal quadrato di detto rotto della prima rad. cioe dall'eccesso del quadrato d'essa prima rad.) & cauato dal 66671. numeratore, resta per nuouo numeratore 66670 $\frac{1}{9}$. però B. sarà $66670\frac{1}{9}$. esimo di 100084. ilche perche similmente è più di $\frac{1}{9}$. (essendo molto poco differente dal primo rotto) conoscemo benissimo, che il suo quadrato sarà più di $\frac{9}{1}$. & però eccederà A. posto $\frac{5}{9}$. & così facilmente sapremo che $66670\frac{1}{9}$. 100084. cioe $\frac{1}{1}\frac{6}{0}\frac{1}{0}\frac{7}{0}\frac{6}{0}$. ò vogliamo dire $\frac{8}{1}\frac{1}{0}\frac{9}{0}\frac{5}{0}\frac{0}{0}$. insieme con l'intiero 50042. componerà rad. più propinqua che non saria $50042\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{8}{0}\frac{4}{0}$.

Et così potremo procedere ne gl'auanzi (che seruono per numeratore del rotto) nell'attrattione delle rad. delli numeri grandi. Cioe, Considerato qual rotto facile sia alquanto minore del rotto che si trouasse in esse, moltiplicarlo in se stesso, & il prodotto, o suo quadrato, cauarlo dall'auanzo, o numeratore detto, che il restante sara nuouo numeratore stando pur fermo per denominatore il doppio dell'intiero trouato della rad. & questo nuouo rotto (che si ridurrà a forma di rotto ordinario) con l'intiero detto formaranno sempre una nuoua, & seconda rad. al quadrato della quale eccederà il numero proposto da pigliarne la rad. in manco che non lo eccederia la prima rad. trouata.

Onde similmente; Proposto 13824. da pigliarne, & trouare la rad quadra propinqua maggiore del douere, trouaremo che l'intiero è 117. & auanza 135. per numeratore, che con il doppio del 117. per denominatore formarà $\frac{1}{2}\frac{3}{0}\frac{5}{0}$. rotto, che subito si conosce essere maggiore d' $\frac{1}{2}$. il quadrato del quale è $\frac{1}{4}$. questo $\frac{1}{4}$. (che si suole chiamare A.) cauato da 135. numeratore, resta

$$\begin{array}{r} 13824 \\ 117 \\ \hline 82 \quad 1754 \\ 135 \\ \hline 234. \end{array}$$

$134\frac{1}{2}$. nuouo numeratore, però il rotto (che si suole chiamar B.) sarà $\frac{1}{6}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. & la rad. propinqua sarà $117\frac{1}{2}\frac{1}{0}$. il quadrato della quale eccederà il 13824. proposto in quello in che il quadrato di $\frac{1}{2}\frac{3}{0}\frac{6}{0}$. che è $\frac{1}{3}\frac{0}{0}\frac{9}{0}\frac{1}{0}$. eccede $\frac{1}{8}\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{3}{0}\frac{4}{0}$. cioe $\frac{1}{8}\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{3}{0}\frac{4}{0}$. cauato dal 135. quale eccesso si vede essere $\frac{7}{8}\frac{1}{7}\frac{4}{6}\frac{9}{0}\frac{7}{0}$. cioe manco d' $\frac{1}{8}\frac{1}{7}\frac{4}{6}\frac{9}{0}\frac{6}{0}$. però il

$234.$ è più di $\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. il quadrato di questo è $\frac{1}{5}\frac{2}{0}\frac{9}{0}$. che è più di $\frac{4}{9}$. rotto facile, qual pigliaremo per A. da cauare da 135. numeratore, & haueremo per B. $134\frac{5}{9}$. esimo di 234. cioe $\frac{1}{0}\frac{7}{0}\frac{5}{0}$. però la rad. più propinqua sarà $117\frac{1}{2}\frac{7}{0}\frac{5}{0}$.

Di $\frac{1}{2}\frac{7}{0}\frac{5}{0}$. il quad. è $\frac{3}{0}\frac{0}{2}\frac{9}{5}\frac{1}{3}\frac{6}{0}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. che superà $\frac{1}{3}$. in $\frac{1}{0}\frac{8}{0}\frac{1}{0}\frac{6}{0}\frac{8}{0}\frac{0}{0}$. cioe in

$$\begin{array}{r} 711821 \\ 4 \\ \hline 2847312 \\ 218689 \end{array}$$

denominatore 876096. contiene il numeratore 71497. più di 12. volte, entrando detto numeratore nel denominatore 12 volte con auanzo.

Et se di sopra considerando il $\frac{1}{2}\frac{3}{0}\frac{5}{0}$. rotto della prima rad. hauessimo alquanto più diligentemente discostandosi manco dal vero, detto che egli è più di $\frac{1}{2}\frac{3}{0}$. il quadrato del che è $\frac{1}{5}\frac{2}{0}\frac{9}{0}$. & sotto questo $\frac{1}{2}\frac{6}{0}\frac{9}{0}$. per A. Ouero essendo egli retto hora discomodo da adoprare; in vece sua preso $\frac{3}{5}\frac{0}{0}$. cioe $\frac{3}{5}$. minor di lui, per essere sicuri che questo $\frac{3}{5}$. sia nō solo minore del quadrato del detto rotto $\frac{1}{2}\frac{3}{0}\frac{5}{0}$. ma ancora del quadrato del rotto che deriuarà per B. quando haueremo cauato il $\frac{3}{5}$. (che è quello che importa il tutto) & adoprato $\frac{3}{5}$. per A. perche esso $\frac{3}{5}$. è maggiore d' $\frac{1}{4}$. di sopra adoprato egli ci seruirà a formare rad. più propinqua che nō è 117. $134\frac{5}{9}$. esimo di 234. (deriuata dal pigliare $\frac{1}{4}$. per A.) che cauato $\frac{3}{5}$. da 135. numeratore resteria $134\frac{2}{5}$. esimo di 234. per il B. cioe $\frac{1}{0}\frac{7}{0}\frac{0}{0}$. che con l'intiero 117. fa $117\frac{1}{2}\frac{7}{0}\frac{0}{0}$. rad. propinqua che eccede il 13824. solo in $\frac{1}{0}\frac{1}{2}\frac{8}{5}\frac{9}{3}\frac{6}{6}\frac{0}{0}$. cioe nella quantità in che $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{0}{3}\frac{6}{7}\frac{0}{6}\frac{1}{0}$. quadrato di

Digitized by Google

di $\frac{1751}{2042}$, *eccede* $\frac{4}{13}$. *cioè* $\frac{284731\frac{2}{4}}{9253764}$. *quale eccesso è manco d'* $\frac{1}{42}$. *perche il 218689. numeratore entra, ò vogliamo dire, è contenuto nel 9253764. denominatore più di 42. volte.*

Il diametro del Cerchio A. C. D. B. G. è 16. domando la lunghezza della linea A. C. lato del 24. agono Equilatero da inscriuere in esso cerchio; Et ancora l'ambito del medesimo 24. agono.

Operatione.

La linea F. A. semidiametro del Cerchio è 8.

La D.A. lato del Duodecagono (& base del Triãgolo Equicrure D. F. A. è ℞ 96. m̃ ℞ 32.

La A. E. mità della D. A. è rad. 24. meno rad. 8.

La F. E. perpendicolare nel Triangolo Equicrure detto D.F.A. cioè che fà angolo retto con la E.A. viene ad essere rad. 24. piu rad. 8.

F. C. è 8.

E. C. 8. m̃ rad. 24. m̃ rad. 8.

A.C. lato del 24. agono ℞ L 128. m̃ ℞ 6144. m̃ ℞ 2048. ⅂.

Il giro, ò ambito del 24. agono è rad. L. 73728. m̃ rad. 2038431744. m̃ rad. 679477248. ⅂. cioè alquanto manco di $50\frac{7}{10}$.

O' vogliamo dire più di rad. $2512\frac{1}{6}\frac{4}{5}$. ma manco di rad. $2512\frac{3}{13}$.

O' vogliamo dire più di $50\frac{7}{6}\frac{9}{5}\frac{4}{6}$. ma manco di $50\frac{149}{1300}$.

O' vogliamo dire più di $50\frac{1}{9}$. ma manco di $50\frac{1}{8}$.

A. E. rad. 24. m̃ rad. 8.
rad. 24. m̃ rad. 8.

Quadrato di A. E. 32. m̃ rad 768. Cauato da 64. quadrato di A. F. resta 32. p̃ rad. 768. che è il quadrato di F. E. però essa linea F.E. sarà rad. 24. piu rad. 8. Et questa cauata da F.C. quale è 8. resta 8. m̃ rad. 24. m̃ rad. 8 che è la linea E. C.

E. C. 8. m̃ rad. 24. m̃ rad. 8.
8. m̃ rad. 24. m̃ rad. 8.
64
24
8
96. m̃ rad. 6144. m̃ rad. 2048. piu rad. 768. è il quadrato di E. C.
32. m̃ rad. 768. è il quadrato di E. A.
128. m̃ rad. 6144. m̃ rad. 2048. è il quadrato di A. G. però la linea A. C. lato del 24. agono sarà la rad. quadra d'essa quantità, cioè sarà rad. vniuersale, ò legata di 128. m̃ rad. 6144. m rad. 2048. Et l'ambito del 24. agono sarà 24 volte tanto.

rad. L. 128. m̃ rad. 6144. m̃ rad. 2048. ⅂. da moltiplicare per 24. cioe per rad. L. 576. ⅂.

3072	147456	49152
73728	3538944	1179648
	84934656	28311552
	2038431744	679477248

rad. L. 73728. m̃ rad. 2038431744. m̃ rad. 679477248. ⅂. è l'ambito del 24. agono

	45148	26066
8	438	34772
90	1343	353648
902	44217	40802
9028	811144	B. $26066\frac{10213}{12043}$.
	89840	

A. $45148\frac{11230}{11287}$.

Per trouare vicino al vero in quantità rationale, il valore della detta rad. quadrata vniuersale, ò legata, che mostra l'ambito del 24. agono; Noi da 73728. cauaremo, cioe da 73728. si hà da cauare alquanto manco d'A. & alquanto manco di B. ma per breuità cauiamone solo 45148. & 26066. cioe cauiamone 71214. che è manco di quello che veramente si doueria cauare, & restarà 2514. che perciò è più di quello, che veramente doueria restare, onde la detta rad. vniuersale, ò ambito del 24. agono è alquanto manco di rad. vniuersale 2514. ò vogliamo dire è alquanto man-

Digitized by Google

manco di rad.2514.ma questa radice 2514. ridotta a numero rationale è alquanto manco di 50 $\frac{7}{8}$ $\frac{7}{60}$. (perche il quadrato di 50 $\frac{7}{8}$ $\frac{7}{60}$. eccede 2514. in $\frac{7}{8}$ $\frac{7}{60}$.) però 50 $\frac{7}{8}$ $\frac{7}{60}$. è alquanto più del l'ambito del 24.agono,cioe detto ambito è manco di 50 $\frac{7}{8}$ $\frac{7}{60}$. Ma se nel determinare detto ambito del 24.agono, ci vorremo accostare più al vero di quello che si fà dicendo egli essere alquanto manco di 50 $\frac{7}{8}$. Consideraremo che ponendo il numero A. 45148 $\frac{8}{8}$ $\frac{8}{0}$ $\frac{8}{0}$ $\frac{8}{0

in due parti eguali nel punto I, & da esso I al centro F. tirata la retta I. F. ella diuiderà per mezo angoli retti in P. la retta A.C. onde ancò haueremo nota la A. P. mità di A.C. nota, & tirata la retta A.I. (che sottotenderà all'arco A. I. che è la mità della vigesimaquarta parte della circonferenza del cerchio, & però vna delle 48. parti eguali d'essa circonferenza) questa A. I. sarà il lato del 48. agono equilatero che si inscriuesse nel proposto cerchio, & per trouarne la quantità, cioe per conoscere per numero quanto sia lunga la detta linea A. I. consideraremo il triangolo rettangolo F.P.A. & mediãte li dui lati noti F.A. 8. & A.P rad. L 32. meno rad. 384. meno rad. 128. ⅂. trouaremo il lato, ò linea F.P. essere rad. L 32. p̃ rad. 384. p̃ rad. 128 ⅂. quale cauaremo da tutta la F I 8 & restarà 8. meno rad. L 32 p̃ rad. 384 p̃ rad. 128. ⅂ per la linea P. I. Hora considerato il triangoletto rettangolo A. P. I. del quale li dui lati A. P & P I. che formano l'angolo retto già ci sono noti, noi essi mediante trouaremo l'altro che si oppone all'angolo retto, cioe la linea A. I. che è anco del lato 48. agono detto; essere rad. L 128. meno rad. L. 8192. p̃ rad 25165824. p̃ rad. 8388608 ⅂ ⅂. & cosi moltiplicando questa quantità per 48. numero de' lati del 48. agono che produrrà rad. L 294912. meno rad L 47308602492. p̃ rad. 709154811724 67782144. p̃ radice 2363849372414225940 48. ⅂ ⅂ questa sarà la vera quantità dell'ambito 48. agono da inscriuersi nel proposto cerchio; quale ambito ridotto a numero rationale facile propinquo al vero vedremo non arriuare a $50\frac{23}{100}$. Ma la circonferenza del detto proposto cerchio secondo la regola d'Archimede passa $50\frac{1}{4}$. cioe $50\frac{23}{100}$. però conosciamo che ne anco di qui si potria cauare argomento da distruggere la regola d'Archimede; Onde a volerla pur distruggere, essendo ella formata & stabilita con propositioni, ò dimostrationi Mathematiche, conuerria far conoscere nelle dimostrationi che egli adoprà doue consistesse l'errore, ò fallacia. ò vogliamo dir in qual parte, ò in qual luogo vi si trouasse mancamento, ò non si concludesse a sufficienza il vero.

Operatione.

La linea F. A. semidiametro del Cerchio è 8.
La A.P. mità di A.C è rad. L 32. meno rad. 384. meno rad. 128. ⅂.
La P.I. è 8. meno rad L 32. p̃ rad. 384 p̃ rad. 128. ⅂.
La A.C. lato del 24. agono è rad L 128. meno rad 6144. meno rad. 2048. ⅂.
La F P che fà angolo retto con la P A è rad. L 32 p̃ rad. 384. p̃ rad 128. ⅂.
La F. I. semidiametro è 8.
La A I. lato del 48. agono è rad L 128. meno rad. L 8192. p̃ rad. 25165824 p̃ rad 8388608. ⅂ ⅂.

L'ambito del 48. agono è fra rad. $2523\frac{7626}{584777}$ & rad. $2523\frac{7627}{584777}$. O' vogliamo dire in numeri rationali alquanto più largamente è fra $50\frac{23}{101}$ & $50\frac{23}{100}$. Cioe l'ambito del 48. agono è maggiore di $50\frac{23}{101}$ ma non arriua a $50\frac{23}{100}$. quando il diametro del cerchio che lo circonda toccando ciascun suo angolo è 16.

La linea A. P. è rad L 32 meno rad. 384. meno rad. 128. ⅂ il suo quadrato è 32 meno rad. 384. meno rad 128 quale cauato da 64 quadrato della linea A. F. resta 32. p̃ rad. 384 p̃ rad. 128. che è il quadrato della linea F.P. però essa linea F.P. sarà la rad. d'essa quantità, cioe sarà rad. L 32. piu rad. 384. piu rad. 128. ⅂.

La linea P.I. è 8. meno rad. L 32 p̃ rad 384 p̃ rad. 128. ⅂.
8 meno rad L 32. p̃ rad 384. p̃ rad. 228. ⅂.
64. p̃ 32 p̃ rad 384. p̃ rad. 128.

moltiplicatione di me. rad. L 32. p̃ rad. 384. p̃ ℞ 384 p̃ ℞ 128 ⅂. via 16. ch'è ℞ L 256. ⅂

492 2048
8192 32768
524288

meno rad. L 8192 p̃ rad. 25165824. p̃ rad. 8388608. ⅂. è il prodotto.

96 p̃ rad 384 p̃ rad 128. me. ℞ L. 8192 p̃ rad. 25165824. p̃ rad. 8383608. ⅂ è il quadrato di P.I.
32. m̃ rad. 384. m̃ rad. 128. è il quadrato di P.A.

128. meno rad. L 8192. piu rad. 25165824 piu rad. 8388608. ⅂ è la somma, & questa è il quadrato d'A. I. però la linea A.I lato del 48. agono, sarà la rad. quadra di questa somma, cioe sarà rad. L. 128. meno rad. L. 8192. piu rad. 25165824 piu rad. 8388608. ⅂ ⅂ Et l'ambito del 48. agono sarà 48. volte tanto.

Moltiplichisi radice L. 128. meno radice L. 8192. piu rad. 25165824. piu rad. 8388608. ⅂ ⅂. per 48. cioe per radice L. 2304. ⅂.

radice L 2304 ⅂.
rad. L. 294912. ⅂.

Digitized by Google

Moltiplicatione di meno rad. L rad. L 8192. piu rad. 25165824. piu rad. 8388608. ⅂⅂. via radice L. 2304. ⅂. cioe via rad. L L. 5308416. ⅂⅂.

rad. L L. 5308416. ⅂⅂ 5308416
rad. L L. 8192. ⅂⅂. 5308415
42467328 84934656
10192 5872 21233664
43489543872 42467328
15925248
26532080
rad. 28179280429056
rad. 8388608
2254342434324 48
169075682574336
2254342434,2448
2254342434324 48
84537841287168
2254342434324 58
rad. 23638493724142259404 8
rad. 7091549117242677821 44

Rad. L 294912. meno rad. L 43486543872. più radice 7091548117242677821 44. piu radice 23638493724142259404 8. ⅂⅂. è la vera qnantità dell'ambito del 48. agono.

r. L 294912. m̄ r. L 43486543872 p̄ r. 7091548117242677821 44. p̄ r. 23638493724142859404 8. ⅂⅂

292388 $\frac{577150}{584777}$. C
rad. L 2523 $\frac{7627}{584777}$. L
50
23 $\frac{7627}{584777}$.
50 $\frac{23}{100}$.

ma solo 50 $\frac{23}{100}$. è maggiore più vicino al vero, che il suo quadrato 2523. $\frac{529}{10000}$. è poco maggiore di 2523 $\frac{7627}{584777}$.

2 0 6 2 9 9 6 0 7 9 0
4 309
52 3315
532 15948
4 530411
58 5117072
98 32377142
53259920 4212166778
14 484072 2021
26629960790 $\frac{47130158044}{53259921581}$ A.

1 5 3 7 4 8 1 5 0 3 1.
1135
305 22949
74 148037
8 2506124
96 4622914
2 154705322
307496300 9571975940
6 34708693148
15374815031 $\frac{3956063087}{30749630063}$ B.
26629960790 A.
42004775822
43486543872
85591339694
2 9 2 3 8 8
454
58 1391
4 22731
6 520296
38476 5255294
292388 $\frac{577150}{584777}$ C.

Per ridurre la vera quantità del ambitu del 48. agono a numero rationale vicino al vero, ma che non sia minore del vero, anzi che superi il vero, trouaremo il valore della rad L. ⅂. interiore, composta dal trinomio che si vede, ma scarsamente; cioe che non arriui al suo vero valore, ò vogliamo dire, che sia minore del douere, accioche dal 294912. cauato esso manco del douere, resti più del douere; & che cosi esso restante mostri che il vero ambito del 48. agono non arriua

al

al valore di detto reſtante; Onde ridotta la prima, ò maggior rad. del trinomio a numero, vedremo ella eſſere alquanto più di 2662996079 & ridotta la ſeconda, ò minor rad. del medeſimo trinomio a numero, vedremo ella eſſere alquanto più di 1537481503 & perche la ſomma delli dui rotti ſopradetti è maggiore d'1. intiero, ponendoli in conto ſolo d'1. intiero, & ſommandolo inſieme con li dui numeri intieri accompagnati ad eſſi dui rotti, che faranno 4200477582 2. queſto numero ſarà alquanto manco del vero valore delle due rad. dette del trinomio; onde ſapremo là ver: a ſomma di dette due rad. importare alquanto più di 4200377582 2. giunto dunque, ò ſommato queſto numero con 4148654872. numero del trinomio, & farà 8549131969 4. ſapremo queſta ſomma non arriuare alla vera ſomma, & però la rad. L 7. interiore detta importarà, ò ſarà alquanto più che rad. L 8549131969 4. 7. ma queſta è alquanto più di 2923 88 & però conoſciamo detta rad. L 7. interiore importare alquanto più di 2923 88 onde cauando ſolo queſto 2923 88 da 2949 12. verremo a cauarne manco del douere, & però il reſtante che è 25 13 verrà ad eſſere più del douere. & però il vero valore della vera quantità dell'ambito del 48. agono non arriuarà a rad. L 2521 & ma queſta è alquanto manco di 50 . (perche il quadro di 50 cioe 2525 è più di 25 13) cioe non arriua a 50 . onde maggiormente non vi arriuarà il vero ambito del 48. agono, & coſi haueremo conoſciuto il vero ambito del 48 agono eſſere minore, cioe non arriuare a 50 .

Et ſe per chiudere il vero ambito del 48. agono fra dui numeri rationali propinqui, vorremo trouarue vn'altro che non ſia maggiore del vero, cioe che ſia ſuperato alquanto dalla vera quantità del vero ambito; conuerrà trouare il valore della rad. L 7. interiore compoſta da dui trinomio che ſi vede; alquanto ſoprabondantemente, cioe che ſuperi il vero valore d'eſſa, ò vogliamo dire che ſia maggiore del douere, accioche dal 294912. cauato eſſo più del douere reſti manco del douere, & che perciò il vero ambito del 48. agono, ſuperi il valore d'eſſo detto reſtante, perciò dunque potremo ſupponere, che la prima, ò magg. rad. del trinomio importi 2619960790 che è alquanto più del douere, & che la ſeconda rad. del medeſimo trinomio importi 1537481 501 ch'è ſimilmente alquanto più del douere. & che la ſoma di ſi dui num. (pigliando il primo rotto p cioe & il ſecodo rotto per cioe che in ſoma poi fanno manco d'1 .) arriui a 4200477582 2. che pure è più del douere, ilche giunto al 4148654872. num. del trinomio faria 8549131969 4. che è ſimilmente più del douere. & perche egli è num. di rad. L 7. preſone la rad. au antaggioſa, ò ſoprabondante che ſaria 292388. 77150 . eſimo di 58476 ouero più comodamente tolto 2923 88 che è pur anco magg del douere (poche il quad. di queſto 2923 88 ſupera 8549131989 4 7. eſſendo che il quad. del rotto è più d' 7.) noi ſin hora ſapremo il valore dellarad L 7. interiore non arriuare a 2923 88 & però ſi to eſſere magg del douere, onde cauandolo da 294912. ſe ne verrà a cauare più del douere, & però il reſtante 25 13 verrà ad eſſere manco del dnuere; peril che ſapremo che il vero valore della vera quantità dell'ambito del 48. agono paſſarà la rad. di 2523 & (& di ſopra trouaſſimo che non arriuaua alla radice di 2523 ma la rad. di 2523 ſcarſa è 50. 23 eſimo di 101. & percio tanto più ſcarſo ſarà ſolo 50 . cioe tanto maggiormente manco del douere ſarà 50 . onde veniamo a conoſcere, che la vera quantità del vero ambito del 48. agono è maggiore di 50 . Et coſi haueremo chiuſo eſſo ambito fra 50 & 50 . Onde alquanto più propinquamente fra radice 2523 & radice 2523 .

HORA è da notare, che ſe vogliamo conoſcere la proportione potentialmente decupla, che dice il Sig. Toſeffe trouarſi fra la circonferenza del Cerchio, & il ſuo diametro, non poter li conuenire altramente, anzi ella eſſere maggiore del douere, lo potremo fare facilmente, conſiderando nella figura, & operatione ſuperiore, che ſtando F centro d'vn cerchio, & ſecondo la apertura di compaſſo, ò ſemidiametro F. P. formando vn cerchio, che toccaria la retta A. C. nel puto P. (poiche eſſa A. C. è perpendicolare al ſemidiametro F. P. nell'eſtremità P.) queſto cerchio veria ad eſſer quello che ſi inſcriueſſe al 24. agono equilatero, & equiangolo il lato del quale è la linea A. C. della lunghezza della qual linea A. C. & anco dell'ambito di detto 24. agono, habbiamo notitia per numero hauendo concluſo detta linea A. C eſſere rad. L 128. meno rad. 4144. meno rad. 2048 7. & eſſo ambito del 24. agono eſſere rad. L 73728. meno rad. 10384 3744. meno rad. 679477248 7. cioe più di 50 , ma manco di 50 . Hora ſtante queſto, Trouiſi ancora la quantità della circonferenza del Cerchio, che ſi inſcriueſſe a detto 24. agono, mediante la proportione potentialmente decupla, che il Signor Toſeffe dice eſſere dalla circonferenza al diametro, che perciò verria ad eſſere potentialmente quar ant'vpla fra la circonferenza, & il ſemidiametro,

Digitized by Google

mero, cioe come da rad. 40. ad 1. Onde sapendo noi il semidiametro F. P. essere rad. L. 32. piu rad. 384. piu rad. 128. T. Io moltiplicaremo per rad. 40. & produrra rad. L. 1280. piu rad. 614400. piu rad. 204800. T. ilche ver

Moltiplichisi rad. L. 32. piu rad. 384 piu rad. 128. T. via rad. L. 40. T. ria ad esser la vera quanti-
Il prodotto è rad. L. 1280. piu rad. 614400. piu rad. 204800. T. tà della circonferenza del

4 5 1 0

7 8 3 8 4 2 8

detto Cerchio, secondo il Si-
gnor Iosefe, che per ridur-
la a numero rationale vici-
no al vero, giongeremo la
radice di 614400. che è 783
& alquanto piu, & a
la rad. di 204800. che è 452
& alquanto piu, con
1280. che la somma sarà
2516 & piu, però essa cir-
conferenza sarà piu di rad.

50 1/2 1/8 — 14 — 1244 — 90 — 2300
50 1/4 1/8 1/16 — 356 — 6000
2500 1/2 1/4 1/8 1/16 — 1311 — 452 — 905
16 1/2 1/4 1/8 1/16 — 783 — 1567
2516 1/2 1/4 1/8 1/16 la somma è 1236 1/2 & piu. — 1280

B. L. 2516 1/2 T. cioe B. 2516 1/2 & piu.

2516 1/2, & però piu di 50. 16 1/2. esimo di 101. cioe di 50 1/2 1/4 1/8 1/16. Quero per adoperare retto piu facile, & anco piu propinquo al vero, potremo dire che ella sarà piu di 50 1/2 1/4 1/8 1/16. che il quadrato di 50 1/2 1/8. cioe 2516 1/2 1/4 1/8 1/16. non arriua a 2516 1/2. .) ma l'ambito del 24. agono nel quale detto Cerchio si finge douersi inscriuere è manco di 50 1/4. cioe manco di 50 1/2 1/4 1/8 1/16. però si vede, che nel Cerchio, supponendo la Circonferenza essere potentialmente decupla al diametro ne seguirà l'ambito del 24 agono (& conseguentemente l'ambito di ciascun'altro retti-neo equilatero di maggior numero di lati,) ci conscritto ad esso Cerchio, essere minore dell'ambito del Cerchio stesso, ilche è cõtro il douere, & impossibile; perilche di qui si conosce che se il diametro del Cerchio è 1. la Circonferenza non può arriuare a rad. 10. cioe non può la Circonferenza essere potentialmente decupla al diametro; anzi conuiene che sia minore di potentialmente decupla.

Ma perche l'hauere la Circonferenza proportione potentialmente decupla al diametro è da questo Signore fondato sopra la propositione Geometrica da lui formata, ventimo all'esamine della dimostratione d'essa, che a facciate 31. è per ordine la sesta, & dice come segue.

Propositio 6. Theorema.

Quadratum ab ambitu circuli decuplum est quadrati a diametro.

Circulus N. O. abscindat de linea infinita Q. T. rectã A. B. incipiens super ea moueri ab eo punctõ, quod in eo est, donec ad idem reuoluatur per prius Postulatum huius. Recta igitur A. B. est equalis perimetro eiusdem circuli propositi N. O. Semicirculo A. E. F. B. super recta A. B. descripto accomodetur longitudo E. B. tripla longitudinis N. O. per primã quarti, sungatur recta E. A. Deinde a signo E. demittatur recta E. C. perpendicularis ad A. B. per 12. primi. Rursus de eadem recta A. B. abscindatur pars decima D. B per 9. sexti. Postremo a punctõ D. excitetur D. F. ipsi A. B. perpendicularis per 11. primi, & connectatur recta F. A. F. B. Per Corollarium 8. sexti, recta B. F. est media proportionalis inter A. B & B. D. Ergo per Corollarium 19. aut 20. sexti, est longitudo A. B. ad longitudinem B. D. ita quadratum A. B. ad quadratum B. F. Sed longitudo A. B. est decupla longitudinis B. D. ex constructione. Ergo quadratum A. B. est decuplum quadrati B. F. Quare per 47. primi quadratum A. F. est nonupium quadrati B. F. hoc est longitudo A. F. est tripla longitudinis F. B. per 9. decimi. His ita demonstratis excitentur A. R. B. P. perpendiculares ipsis A. B. ac propterea parallelæ erunt rectis C. E. D. F. Itaque angulus R. A. E angulo A. E. C. & angulus P. B. F. angulo B. F. D. erunt equales, vt pote alterni. Item anguli E. H. A. F. H. B. per 15. primi equales. In triangulis vero E. A. H. B. H. anguli A. E. H. B. F. H. equales, quia recti sunt per 31. tertij. Igitur reliquus E. A. H. reliquo F. B. H. equalis. Quibus ablatis ab equalibus R. A. B. P. B. A. remanent R. A. E. hoc est A. E. C. F. A. B. ita P. B. F. id est B. F. D. E. B. A. equales; Sed anguli A. E. C. A. B. E. sunt equales, item B. F. D. F. A B. ppea & triangula A. E. C. A. E. B. sunt ita F D B F A. equiangula a 8. sexti. QVARE F. A. B. E. B. A. sunt equales: quemadmodum etiam anguli A. E. B. & F. A. in triangulis A. B. E. B. A. F. Reliquus ergo E. A. B. reliquo F. B. A. equalis, & triangulum triangulo equangulum. Cum igitur ambo triangula A. B. E. B. A. F. habeant latus commune A. B. oppositum equalibus angulis A. E. B. B. F. A: idemque adiacens equalibus angulis E. A. B. F. B. A. erit ergo per 26. primi, reliqua latera A. F. F. B. reliquis lateribus B. E. E. A. sunt equalia. Sed longitudo A. F. est tripla longitudinis F. B. ex constructione; Ergo consequenter B. E. tripla erit longitudinis E. A. Atqui eadẽ B. E. est tripla longitudinis N. O. ex constructione. Ergo per 9. quin-

Digitized by Google

ti A.E. N.O. sunt aquales. Ideo quadratum A.B. hoc est quadratum a peripheria circuli N.O. est decuplum quadrati a diametro N.O. Quod erat demonstrandum.

Corollarium.

Ex istis constat, quod ratio quam habet longitudo ambitus circuli ad longitudinem dimetientis maior est tripla sesquiseptima.

Nam si, verbigratia longitudo diametri fuerit septem partium: qualium potentia diametri fuerit 49. talium 490. erit potentia perimetri: que quidem maior est, quam 484. que sunt in ratione tripla sesquiseptima.

Questa Propositione non conclude quello che ella piglia a dimostrare, perche in essa doue dice QVARE F.A.B. E.B.A. sunt æquales (cioe perilche li dui angoli F.A.B. & E.B.A. sono eguali fra loro;) Questo dalle cose antecedenti non si può dedurre in alcun modo, perche se bene nelli dui angoli retti R.A.B. P.B.A. leuando dall'vno l'E.A.H. & dall'altro l'F.B.A. eguali fra loro, rimangono dall'vno li dui R.A.E. F.A.B. & dall'altro li dui P.B.F. E.B.A; & che perciò la somma delli dui R.A.E. F.A.B. sia eguale alla somma delli altri dui P. B. F. E. B. A; & che conseguentemente in vece dell'R A E. ponendo l'A E C. a lui eguale, & in vece del P B F. ponendo il B F D. a lui eguale, ne segua che la somma delli dui A E C. F A B. sia eguale alla somma delli dui B F D. E B A; & che nelli vni l'A E C. superiore sinistro sia eguale nelli altri all'A B E. inferior destro, & che l'F A B inferior sinistro sia eguale al B F D. superior destro, non ne segue però che l'F A B. inferior sinistro deua essere eguale all'E B A. inferior destro, cioe essendo l'F A B. eguale al B F D. nõ ne segue però che il medesmo F A B. deua anco essere eguale all'E B A. che cosi conuerria che B F D. fusse eguale all'E B A. & anco l'A E C, all'F A B. cioe che li quattro angoli A E C, F A B, E B A. B F D fussero eguali fra loro, ilche non è necessario, perche considerando le due figure angolari poste in margine, ciascuno delli dui angoli A E C. E B A. può bene essere postano di gradi 16. & ciascuno delli dui F A B, B F D, poniamo di gradi 20. (essendo ciascuno delli dui angoli E A H. F B H. di gradi 54.) senza che F A B. di gradi 20 deua essere eguale ad E B A. di gradi 160. Et conseguentemente non è necessario li dui triangoli A B E, B A F, essere fra loro equiangoli; ne la linea A F, essere eguale alla B E; Anzi per trouare il vero, considerando noi che quando il diametro d'alcun Cerchio sia 4970. all'hora la Circonferenza (come mostra Archimede) non può arriuare a 15620. (che è volte $3\frac{1}{7}$. il diametro) ma ben passa 15610. (che è volte $3\frac{10}{71}$. il diametro) conosciamo che quando la Circonferenza si dica essere 15620. all'hora il diametro è più di 4970. ma quando la Circonferenza si dica essere 15610 all'hora il diametro non arriua a 4970. onde nella figura proposta quando la linea retta A B. si posa eguale alla circonferenza d'alcun Cerchio, & sia 15620. sappiamo il suo dibmetro essere piu di 4970. & pciò il triplo d'esso preso per la linea B E. cioe la linea B E, sarà piu di 14910. ma il quadrato d'A B. 15620. è 243984400. & li $\frac{10}{71}$. d'esso sono 2. 0585960. & questo sarà il quadrato della linea A F. mentre che la linea B D, sia la decima parte della A B, come pone il Signor Ioseffe, però essa linea A F. non arriuarà 14814$\frac{1}{2}$. onde veramente douendo essere la B E. (14910. & piu) piu lunga di B F. (14814$\frac{1}{2}$. & meno) conosciamo che la B E, s'accostarà piu alla linea B A. che non fa la F A. cioe che il punto E. sarà piu vicino al punto A. che non è il punto F. al B, & però la A E, sarà piu corta della B F.

15620	15610	15610
		15610
		243984400
		21958 5960
4970	4970	1 4 8 1 8
$3\frac{1}{7}$	$3\frac{10}{71}$	28 2358
710	700	396 545.9
14910	14910	2 24986.0
15620	15610	12836
		14814 3209
		7409

Et perche li dui triangoli rettangoli H E A, H F B, sono equiangoli, & perciò di lati proportionali, essendo il lato A E, nell'vno piu corto del lato F B. a lui corrispondente nell'altro. ancora l'A H. opposto all'angolo retto nell'vno sarà piu corto dell H B. opposto all'angolo retto nell'altro; onde nel triangolo A H B, essendo il lato A H più corto del lato B H, ne seguirà per la 18. del primo delli Elementi d'Euclide, che ancora l'angolo A B H, ò vogliamo dire A B E, sia piu piccolo dell'angolo B A H, ò vogliamo dire B A F.

Et notisi che con il modo istesso di dimostrare del Signor Ioseffe, in detta sua propositione sesta, si potria ancora concludere l'ambito del Cerchio al suo diametro hauere qual altra proportione ci paresse; che se volessimo mostrare l'ambito al diametro esserli potentialmente quincuplo, si diria.

Qua-

Digitized by Google

Quadratum ab ambitu circuli quincuplum eſt quadrati a diametro.

Et ſeruendoci delle parole iſteſſe, & delle lettere iſteſſe della figura d'eſſa ſeſta propoſitione, mutando ſolo nel corſo d'eſſa ad vna ad vna

le parole tripla decima decupla decuplum nonuplum tripla tripla tripla trip decuplum in queſte dupla quinta quintupla quintuplù quadruplù dupla dupla dupla dup.quintuplù; nelli luoghi occorrenti; Et nel Corollario mutando quello che fuſſe neceſſario come ſi vede di ſotto; concluderemmo l'ambito del Cerchio eſſer potentialmente quincuplo al ſuo diametro. Et di già ſi concludeua che eſſo ambito era potentialmente decuplo al medeſimo diametro, Onde ſtando fermo il diametro d'vn Cerchio, la circonferenza faria, & lunga, & corta a beneplacito, il che in tutto ſi conoſce eſſere impoſſibile.

Propoſito 6. Theorema.

Quadratum ab ambitu Circuli ℚVINCVPLVM eſt quadrati a diametro.

Circulus N O. abſcindat de linea infinita ℚT. recta A B. incipiens ſuper ea moueri ab eo puncto, quod in eo eſt, donec ad idem reuoluatur, per prius Poſtulatum huius. Recta igitur A B, eſt aqualis perimetro eiuſdem circuli propoſiti N O; Semicirculo A E F B, ſuper recta A B, deſcripto accomodetur longitudo E B. DVPLA longitudinis N O. per primam quarti, ſiungatur recta E A. Deinde a ſigno E. demittatur recta E C. perpendicularis ad A B. per 12. primi. Rurſus de eadem recta A B. abſcindatur pars ℚVINTA D B. per 9. ſexti. Poſiremo a puncto D. excitetur D F. ipſi A B. perpendicularis per 11. primi, & cõnectatur recta F A. F B. per Corollarium 8. ſexti, recta B F. eſt media proportionalis inter A B. B D. Ergo per Corollarium 19. aut 20. ſexti, vt longitudo A B. ad longitudinem B D, ita quadratum A B, ad quadratum B F. Sed longitudo A B. eſt ℚVINCVPLA longitudinis B D, eſt conſtructione, ergo quadratum A B. eſt ℚVINCVPLVM quadrati B F. Quare per 47. primi quadratum A F. eſt ℚVADRVPLVM, quadrati B F. hoc eſt longitudo A F, eſt DVPLA longitudinis E B. per 9. decimi. His ita demonſtratis excitentur A R. B P. perpendiculares ipſi A B, ac propterea parallelæ erunt rectis C E. D F. Itaque angulus R A E, angulo A E C, & angulus P B F. angulo B F D. erunt aquales, vt pote alterni; Item anguli E H A, F H B, per 15. primi aquales. In triãgulis vero E A H, F B H, anguli A E H, B F H, aquales, quia recti ſunt, per 32. tertij. Igitur reliquus E A H. reliquo F B H, aqualis. Quibus ablatis ab aqualibus R A B. P B A, remanent R A E, hoc eſt A E C, F A B. item P B F, ideſt B F D, E B A, aquales. Sed anguli A E C. A B E, ſunt aquales, item B F D, F A B, propterea quod triangula A E C, A E B, item D F D, B F A, ſunt equiangula per 8. ſexti. ℚVARE F A B. E B A. ſunt aquales, quemadmodum etiam anguli A E B, B F A, in triangulis A B E, B A F. Reliquus ergo E A B. reliquo F B A. aqualis, & triangulum triangulo aquangulum. Cum igitur ambo triangulo A B E. B A F, habeant latus commune A B, oppoſitiſi aqualibus angulis A E B. B F A; idemque adiacens aqualibus angulis E A B, F B A, ergo per 26 primi reliqua latera A F, F B. reliquis lateribus B E, E A, ſunt aqualia. Sed longitudo A F, eſt DVPLA lõgitudinis F B. ex conſtructione. Ergo conſequenter B E. DVPLA erit longitudinis E A. Atqui eadem B E. eſt DVPLA longitudinis N O, ex conſtructione. Ergo per 9. quinti A E, N O, ſunt aquales; Ideo quadratum A B, hoc eſt quadratum a peripheria circuli N O, eſt ℚVINCVPLVM quadrati a diametro N O. Quod erat demonſtrandum.

Corollarium.

Ex iſtis conſtat, quod ratio quam habet longitudo ambitus circuli ad longitudinem dimetientis. MINOR eſt tripla ſeſquiſeptima.

IMMO MINOR eſt dupla ſequiquarta.

Nam ſi verbigratia, longitudo diametri fuerit ſeptem partium; qualium potentia diametri fuerit 49. talium 245. erit potentia perimetri: qua quidem MINOR eſt; quam 484. quæ ſunt in ratione tripla ſeſquiſeptima.

IMMO qua quidem MINOR eſt, quam 248 $\frac{1}{7}$. quæ ſunt in ratione dupla ſeſquiquarta.

Et ſe nella figura della noſtra Propoſitione, alcuno diceſſe non eſſer vero, che la linea B E, ſia dupla al diametro N O. del Cerchio, come diciamo che ſi pona; ſi riſponde che egli la faccia pure longa, ò corta al ſuo modo, cioe faccia pure terminare il punto E. più vicino, ò più lontano dall'A. doue gli pare, che queſto non oſtante la dimoſtratione reſtarà nel medeſmo ſuo vihore.

Et ſe alcuno dirà che nella figura del Signor Ioſeffe, ſe ben non ſi proua che l'angolo F A B, ſia eguale all'angolo E B A, non è perciò che queſto non ſia vero, onde conſequentemente la linea A F. è eguale alla B E, & la F B, alla E A, perilche eſſendo A F. tripla alla F B, come s'è prouato,

an-

ancora la B E, sarà tripla alla E A; ma la medesma B E. e posta tripla alla N O. dalla construttione, onde perciò la A E, sarà eguale al N O, & consequentemente il quadrato di A B, cioe della circonferenza del Cerchio che e decuplo al quadrato di B F, & però decuplo al quadrato di E A, sarà ancora decuplo al quadrato del diametro N O. come si volea mostrare. Et che il trouar noi che la linea B E, deua esser piu lunga che la F A, & consequentemente il punto E, accostarsi piu all'A. che non fa il punto F. al B. & seguendo, che perciò l'angolo A B E. sia piu piccolo che l'angolo B A F, nasce dal supposito falso, che noi facciamo, cioe, che quando la linea A B, presa per la circonferenza del Cerchio sia 1620. all'hora il diametro preso per N O. deua essere piu di 4970. come vuole Archimede, ilche e a punto quello che il Signor Ioseffe non consente, anzi del tutto cerca di distruggere. Et che se noi stante la proportione potentialmente decupla, che il Signor Ioseffe dice essere fra la circonferenza, & il diametro del Cerchio, construeremo diligentemente la figura, vedremo che a punto come e il vero la linea A F, sarà eguale alla B E, (perche ciascuna d'esse sarà la rad. di 21958590, cioe quasi 14818 $\frac{1}{2}$.) & la F B. eguale alla E A, (& ciascuna d'esse eguale al semidiametro N O, che sarà la rad. di 24398440, cioe quasi 4929 $\frac{1}{2}$.) & però essere certificato ogni cosa.

Rispondo, che non e dubbio che la figura si può construere in modo che la linea B E, sia eguale alla A F, & farne seguire tutto il rimanente della conclusione; ma io dico, che quando ciò auuenga all'hora e impossibile che essa B E. sia tripla al diametro N O, del cerchio, alla circonferenza del quale si trouasse eguale la A B, posta potentialmente decupla a detta N O, & linealmente decupla alla D B; Ouero che quando la B E, fusse tripla al diametro N O. e impossibile che la A B, potentialmente decupla al diametro N O. possa essere eguale alla circonferenza d'esso, & che anzi questo a punto e quello che bisogharia prouare, cioe che quando la A B, fusse intesa, ò considerata eguale alla circonferenza d'alcun Cerchio, & presa la B D, sua decima parte, & dal punto D eretta la perpendicolare D F, & tirata la F A cile questa F A, saria necessariamente eguale al triplo del diametro del Cerchio del quale la A B, fu intesa, ò posta la circonferenza, cioe che la F B, sia il diametro del Cerchio medesmo, ò vogliamo dire che preso il triplo del diametro del medesmo Cerchio, & con vno de gl'estremi posto in B & accomodato nel Cerchio, l'altro estremo arriui precise nel punto E della circonferenza del mezo Cerchio, tolto tanto lontano dal termine A, del diametro A B, quanto e lontano l F, dall'altro termine B, dell'istesso diametro A B.

Et ancor noi nel dire che la circonferenza del Cerchio e potentialmente quincupla al suo diametro, potremo construere la nostra figura in modo che ponendo la A B, per circonferenza; & presa la B D, sua quinta parte, & eretta la perpendicolare D F, & poi tirata la B F, & ancora la A F, che si proua esser doppia alla B F. & accomodata la B E, nel mezo cerchio in modo che ella sia eguale alla A F, ò vogliamo dire in modo che il punto E, sia tanto lontano dall'A, quanto e l'F. dal B; potressimo poi dire che la B E, e presa doppia al diametro del Cerchio di che A B, e circonferenza; ouero che dal punto B, accomodata nel mezo Cerchio vna linea doppia al diametro del Cerchio detto, ella sarà la B E, eguale alla A F, ma perche non lo prouaressimo, la nostra propositione restarebbe indemonstrata, come anco auuiene a quella del Signor Ioseffe, ne e possibile a trouar modo di dimostrarla; perche la proportione potentialmente decupla detta non può essere fra la circonferenza; & il diametro; Et questa impossibilità si e mostrata in particolare, quando si e fatto conoscere che ne seguiria l'ambito del Cerchio trouarsi maggiore dell'ambito del 24. agono regolare, & consequentemente dell'ambito d'altre figure di maggior numero di lati circoscritte al Cerchio, ilche e impossibile. Et notisi che questa proportione potentialmente decupla e talmente maggiore di quella che veramente conuien che si troui fra la circonferenza, & il diametro, che non solo con l'intelletto, ma ancora con l'occhio ce ne potremo accorgere, poiche se il diametro d'vn Cerchio fusse 100. misure, la sua circonferenza seconda la proportione potentialmente decupla al diametro verria ad essere rad. 100000. cioe 316 $\frac{4}{2}$ $\frac{8}{1}$ & piu, & però con rotto piu facile potiamo dire che verria ad essere 316 $\frac{2}{9}$. & piu; ma se noi formaremo vn Cerchio che habbi 100. misure di diametro, & misurata dili-

100	100	100
10000	3 $\frac{10}{1}$.	3 $\frac{1}{7}$.
10	1000	quasi. 314 $\frac{2}{7}$.
100000	14	
3 1 6	290	
62 3900	314 $\frac{6}{7}$ $\frac{1}{1}$. & piu.	
613 $\frac{1}{6}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{4}{3}$. & piu.		

Digitized by Google

diligentemente la sua circonferenza, Ouero trouata la circonferenza d'vna ruota grande perfettamente tonda, & diuisala in parti che siano eguali ad vn centesimo del diametro cioe a quelle 100 in che si hà da dividere il suo diametro, trouaremo veramente che le parti della circonferenza non passano 3 16 $\frac{1}{2}$. ma nõ arriuano pure a 315. anzi ne anco deuono arriuare a 314 $\frac{1}{2}$. che è volte $3\frac{1}{7}$ quanto il diametro; ma deuono bene essere alquãto piu di $314\frac{8}{7}$. che è volte $3\frac{1}{7}$. Il diametro, cioe per adoprare rotti facili potremo dire che saranno piu di $314\frac{1}{2}$. ma non arriuaranno a $314\frac{1}{7}$.

Et questo per hora basti intorno alla consideratione della proportione, che nel Cerchio hà la circonferenza al suo diametro.

Et perche il Signor Ioseffe segue dipoi a voler mostrare il modo Geometrico di inscriuere nel Cerchio qual si vogli rettilineo equilatero, & per principio pone la sua propositione 12. a facciate 45. che è la seguente, farà bene per conoscere il vero, che vediamo di intendere quello, che ella contiene.

Propositio 12. Theorema.

Si duabus diametris in circulo se fenormiliter secantibus, a limite vnius ad alteram producta latera Hexagoni, & Pentagoni, eidem circulo inscribendorum ejusdem: reliquum diametri ejecta, quod interiectum est inter productũ latus Hexagoni, & latus quadrati circulo eidem inscribendi, bifariam a latere Pentagoni secatur.

In Circulo A B C D, diametrus B D secans diametrum A C. normaliter producta sit ad partes G in infinitum: ceu producta occurrat recta A G, aqualis diametro A G. Connectatur recta A B, & C G. intelligatur esse tangẽta. Deinde recta B G. secta sit bifariam in F. & manifestum est C G. esse aqualem ipsi G A; & totum triangulum A G C. esse aquilaterum. & quadrata A G, E G. esse vt 4. & 3. vt iam toties diximus, ideoque inter se potentia cõmensurabilia tantum. E B, autem dimidia ipsius A G, & ipsi A G, longitudine commensurabilis, Ideoque ipsi E G, potentia tantum commensurabilis. Erit igitur B G. ἀποτομη, linea δ λογος, Ano stalia ἀποτομὴ ductum occurrere signo F. Iungatur igitur recta A F. secans peripheria A I B, in punctõ M. Aio A M. esse latus Pẽtagoni circulo A B C D. inscribendi. Deserabatur alius circulus A B C D, B G, recta a limite A. in punctum secti dois bisaria F. demissa fuerit, an ipsa demissa esse latus Pẽtagoni circulo A B C D, inscribendi, hoc est latus Pentagoni circulo A B C D, inscribendi producti diametrus A C, diametrum B D, secans producatur in partes M. aut G. Connectatur D M. aqualis diametro B D. diuisa A M. in F. bifariam, iungantur F D. F B; Itaque, vt videtes, hic M D, obtinet locum rectæ A G. in altero circulo, & A M. est Apotome obtinens locum ipsius B G. Ostendendum est triangulum B F D. esse vnum ex quinque triangulis in que Pentagonum resolutur. Eadem enim opera ostendetur in D F, hoc est in A F. (in altero circulo) esse latus Pentagoni. Centro F. interuallo F D, aut F B, describatur circulus G B I D. Connectantur rectæ aquales B I, B K, & ex producta I B, infinite in N, absindatur B H, ipsi F B, aqualis. Connectatur recta H F, setans peripheriam G K B I D. in K. Deinde ex H I. absindatur H L. ipsi H K, aqualis. Quia recta I B, B K, aquales sumpta sunt ergo peripherias aquales subtendent per 28. tertij. Et per 27. eiusdem, anguli K F B, B F I. Triangulorum F K B, F I B, sunt aquales: Et triangulum K H L. alterutri triangulorum F K B, F B I, aquangulum, cum angulus B H F. sit aqualis angulo B F H. per 5. primi. Si enim duorum triangulorum isosceli um anguli ad virticem sunt aquales, reliqui omnino erunt aquales per 32. primi. Et triangula ipsa aquangula. Quare triangula K F B, B F I, K H L. sunt aquangula. Anguli autem infrabasim K L B. B I C, sunt aquales per 5. primi. Itaque per 11. sexti in triãgulo H F I, erit vt H K, ad K F, ita H L, ad L I, cõponẽdo vt H F. ad H K. ita H I. ad H L, ἀναλογιν, vt ad H F, ita H L, ad H I, ἐναγγὰξ, vt H K ad H L, ita H F, ad H I. Sed H K, H L, ex constructione sunt aquales. Ergo H F, H I, sunt aquales. Et propterea triangulum H F I, isosceles. Cum igitur in triangulo H F I, angulus ad vertitem F, sectus sit bifariam per rectam F B, secantem basim H I, in B, per 3. sexti erit vt H K, hoc est H I, ad F I, ita F I, hoc est H B, ad B I. Ergo recta H I, secta est in B, media, & extrema ratione per 3. definit sexti, atque adeo eius segmentum maius B H, est aquale semidiametro F I, circuli G B I D; Ergo minus segmentum B I, est latus Decagoni eidem circulo G B I D, inscribendi per conuersam 9. tertij decimi Elementi, olim a Campano demonstratam. Et quia semidiametrus F I, rectam B D, bifariam secat in F, ex hypothesi. peripheriam quoque B I D. bifariam secabit per 4. huius. Et ideo peripheria I B, I D. sunt decimæ partes perimetri G B I D. Recta autem B D, erit latus Pentagoni eidem perimetro G B I D. inscribendi. Triangulum isosceles H F I. habẽs alterutrum angulorum ad basim F I, duplum anguli H, qui ad verticem, est triangulum Pentagoni ad peripheriam per 10. & 11. quarti, si per 5. eiusdem, circa illud circulus describatur.

Digitized by Google

Ergo triangulum B F D, *eſt triangulum ad centrum vnum ex illis quinque in quod Pentagonum circulo* G K B I D, *inſcribendum reſoluitur, quando quidem baſis eius* B D, *eſt latus Pentagoni circulo, cuius centrum* F, *inſcribendi. Quod ſi in priore figura recta* G F, *iungatur triangulum* A F C, *eſt id triangulum, in quod Pentagonum circulo inſcribendum, cuius circuli ſemidiametros* F A *reſoluitur. Quare ſi recta* E M, *iungeretur eſſet triangulum iſoſceles* M A E, *æquangulum triangulo* A F C, *cum angulum communem* M A E *habeant, & ſint ambo iſoſcelia. Ergo reliquis* A E M, *reliquo* A F C, *erit æqualis. Eſt ergo triangulum iſoſceles* A M E, *vnum ex quinque, in quæ Pentagonum reſoluitur circulo* A B C D, *inſcribendum, ac propterea* A M, *eſt latus Pentagoni eidem circulo* A B C D, *inſcribendi. Quod erat demonſtrandum.*

Quello che in queſta Propoſitione 12. ſi toglie a dimoſtrare, ſi vede non eſſer prouato altrimẽti, & però eſſa Propoſitione reſtare indemonſtrata, & il mancamento della dimoſtretione ſi conoſce auuenire nel progreſſo d'eſſa a facciate 47. alla prima riga, doue dice. *Connectatur recta* H F, *ſecans peripheriam* G K B I D, *in* K. cioe; Tirifila retta H F ſegante la circonferenza G K B I D, nel punto K. Et di già il punto K, poco auanti è ſtato ſtabilito & terminato, ò fermato dalla linea B K tirata eguale alla B I, onde conuerria prouare che la linea F H, paſſaſſe neceſſariamente per il punto K, doue termina la linea retta B K; ma queſto non ſi proua, ò deduce da coſa alcuna, però la dimoſtratione che pare che ſi faccì è inualida, & la propoſitione non è ſtabilita, ò dimoſtrata da conclusione neceſſaria, però non ſerue a coſa alcuna. Ma oltre di ciò queſto che tal Propoſitione 12. toglie a dimoſtrare è impoſſibile, come ſi può conoſcere da quello, che qui di ſotto diremo.

Sia il diametro A C, del primo ſuperior Cerchio 16. che il ſemidiametro A E, ſarà 8. però il lato dell'Eſagono che ſe li inſcriueſſe, cioe la linea A I, ſarà 8. & il lato del Pentagono che ſe li inſcriueſſe preſo per la linea A M, ſarà ✓ L 160. m̃ ✓ 5120. 7. (il che facilmente ſi troua nel modo moſtrato, ò cauato da Tolomeo nella propoſitione del primo libro dell'Almageſto, & come ſi ve de nella operatione poſta in margine) trouiamo hora la lunghezza della linea D G, & di ciaſcuna delle ſue due parti B F, F G & coſi conoſceremo ſe eſſe due parti ſono eguali fra loro, cioe ſe il punto F, diuide la linea B G per mezo.

Venendo alla inueſtigatione di quanto occorre, imaginiamo che ſi tiri il ſemidiametro E t, conſiderãdo il triangolo equilatero A E I. onde l'angolo A I E. (vno de' ſuoi tre angoli) ſarà $\frac{1}{3}$. di retto, & l'angolo E I G, che per la 32. del primo d Euclide è il reſtante di dui retti, ſarà $1\frac{1}{3}$. di retto, però nel triangolo E I G, la ſomma delli dui angoli G, & E, ſarà $\frac{1}{3}$. di retto, ma l'I E G, è $\frac{1}{3}$. di retto (che reſta a cauare l'angolo A E I, del triangolo Equilatero dall'angolo retto A E G.) però l'angolo I G E, ſarà anch'egli $\frac{1}{3}$. di retto, perilche ſarà eguale alla I E G, & conſequentemente il lato I G ſarà eguale all'I E, & però ſarà 8. & tutta la linea A G, ſarà 16. perilche la linea E G, perpendicolare alla A E, verrà ad eſſere ✓ 192. ma la parte E B, è 8. però il reſtante B G, ſarà ✓ 192. m̃ 8. Hora per venire in cognitione della lũghezza B F, imaginiamo dal pũto A, verſo l'altra parte del Cerchio accomodarſi in eſſo la A O, eguale alla A M, lato del Pentagono, & tirarſi la M O, che ſottotenderà a dui lati del Pẽtagono, & perche ella p la 11. del 13. d Euclide viene ad eſſere vna linea diuiſa ſecõdo la ꝓportioue hauẽte il mezo, & dui eſtremi, la mag. parte della quale è sẽpre il lato del Pentagono; noi trouaremo vna quatità, che diuiſa ſecõdo la ꝓportione hauente il mezo, & dui eſtremi, habbi p ſua mag. parte r. L 160. m̃ r. 5120. 7. qual quãtità conoſceremo douere eſſere r. L 160. p̃ r. 5120. 7. (cioe il binomio del quale la rad. L 160. m̃ rad. 5129. 7. è reſiduo) & queſta è la M O, però la M r, mitã d'eſſa ſarà rad. L 40. p̃ rad. 320. 7. & A r. perpendicolare a detta M O. verrà ad eſſere rad. L 120. m̃ rad. 8000. 7. cioe 10. m̃ rad. 20. Et perche il triangolo rettangolo M r A, è equiangolo, & però ſimile al triangolo rettangolo F E A, la proportione di A r, ad A M. ſarà come da A E, ad E F. onde ſe A r. 10. m̃ rad. 20. da r M. rad. 7 40. più rad. 320. 7. la A E 8. derà rad. L 64. più rad. $3276\frac{3}{4}$. 7. per E F, dalla quale cauato E B. 8. reſta rad. L 64 più rad. $3276\frac{3}{4}$. 7. m̃ 8. per la linea B F.

Et per ridurla a numero rationale vicino al vero, conſideraremo che rad. $3176\frac{3}{4}$. è più di 57. $\frac{3}{4}$. che gionto a 64. fa più di $121\frac{3}{4}$. & però la ſua rad. è più d'11. (per la linea E F.) che cauatone 8. reſta più di 3. ſi che la linea B F. è più di 3. ilche è più della mita di G B; perche G B. è

rad.

Digitized by Google

rad.192.m̃ 8.cioe non arriua a $5\frac{3}{6}$. & però la mitá d'essa B G. non arriua a $2.\frac{9}{2}$. cioe quando B F, douesse essere la mitá di B G. come toglie a dimostrare il Signor Iosefe, conuerria che essa B F, fusse manco di $2\frac{9}{6}$, ma habbiamo concluso essa B F, douer essere piú di 3. quando A M. sia il lato del Pentagono, però si conosce che se A M. lato del Pentagono sia prolungato sino alla G B E. conuiene che il punto del concorso passi la mitá di G B, verso G, cioe che il punto F, sia piu vicino al punto G, che al B.

Et se nell'esphcare la linea B G, & le sue parti per numeri rationali, vorre mo auuicinarsi ancora piu al vero, potremo dire, che la linea totale B G rad.192. meno 8. non arriva a $5\frac{9}{6}$. (perche il quad. di $13\frac{6}{6}$ è 169 & $\frac{1}{6}\frac{3}{6}$. & $\frac{3}{6}\frac{6}{6}$. cioe $192\frac{1}{6}$. che supera 192.) & però la sua mitá nó arriua a $2\frac{1}{6}\frac{3}{6}$. Et che la parte B F, rad. L 64. p̃ r. $3276\frac{4}{6}$. .m̃ 8. è piu di $3\frac{1}{6}\frac{1}{6}$ (perche r. $3276\frac{4}{6}$, e piu di $57\frac{1}{6}\frac{7}{6}\frac{4}{6}\frac{7}{6}$. (che il quad. di $57\frac{1}{6}\frac{7}{6}\frac{7}{6}\frac{7}{6}$ è $3149.\&\ 2\frac{7}{6}\frac{7}{6}\frac{7}{6}$ & il quad. di $\frac{1}{6}\frac{7}{6}\frac{7}{6}\frac{7}{6}$. ò vogliamo dire di $\frac{7}{6}\frac{3}{6}$. (che non arriua a $\frac{6}{6}\frac{6}{6}\frac{6}{6}$. (rimanenti al $\frac{1}{6}$. oltre a 3276.) essendo solo $\frac{5}{6}\frac{1}{6}\frac{9}{6}\frac{3}{6}$. cioe $5\frac{8}{6}\frac{1}{6}\frac{6}{6}\frac{0}{6}$ 100. esimi) cioe il quadrato di $57\frac{7}{6}\frac{3}{6}$. non arriua a $3276\frac{4}{6}$. anzi vi manca $\frac{7}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}$ 100. esimi] qual $57\frac{7}{6}\frac{3}{6}$ manco del douere giunto a 64. fa $121\frac{1}{6}\frac{3}{6}\frac{6}{6}$. & quello è manco del douere, la rad. di che ecce de $11\frac{1}{6}\frac{0}{6}$. (che $11\frac{1}{6}\frac{0}{6}$. moltiplicato in se medesimo fa solo $121\frac{3}{6}\frac{0}{1}$. & $\frac{1}{6}\frac{1}{8}\frac{2}{8}\frac{8}{8}$. cioe $121\frac{3}{8}\frac{0}{8}\frac{0}{8}\frac{3}{1}$. che è 121. & $72\frac{4}{6}\frac{0}{8}\frac{0}{8}\frac{8}{1}$. 300. esimi) però tanto maggiormente manco del douere è $11\frac{1}{6}\frac{0}{1}$. rad. L 64 p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. .7. viene ad essere piu di $11\frac{1}{6}\frac{0}{1}$. per la linea E F, dalla quale cauato B. E B, resta piu di $3\frac{1}{6}\frac{1}{1}$. & tutta la B G manco di $5\frac{9}{6}$. cauando $3\frac{1}{6}\frac{1}{1}$. manco del douere da $5\frac{9}{6}$. piu del douere resta $2\frac{1}{6}\frac{1}{1}$. che è maggiormẽte piu del douere, peril che si può dire la parte F G. nó arriuare à $2\frac{1}{6}\frac{1}{1}$. (che se B F. fusse solo $3\frac{1}{6}\frac{1}{1}$. a cauarla da $5\frac{9}{6}$. douería restare veramente $2\frac{1}{6}\frac{1}{1}$. ma B F, è piu di $3\frac{1}{6}\frac{1}{1}$. onde da $5\frac{9}{6}$. cauiamo manco del douere, però il $2\frac{1}{6}\frac{1}{1}$. che resta viene ad essere piu del douere, cioe il vero restante non hà da arriuare a detto $2\frac{1}{6}\frac{1}{1}$. & però quando la B F, fusse veramente $5\frac{9}{6}$. all'hora la F G, non potria arriuare a $2\frac{1}{6}\frac{1}{1}$. ma la B G. è ancor manco di $5\frac{9}{6}$. cioe non arriuare a $5\frac{9}{6}$. & però tanto maggiormente la F G. non può arriuare a $2\frac{1}{6}\frac{1}{1}$.) Et cosi vediamo che delle due parti B F, & F G. la B F, è maggiore, che passa $3\frac{1}{6}\frac{1}{1}$. & la F G, è minore che non arriua a $2\frac{1}{6}\frac{1}{1}$. onde la B F, è piu lunga di F G, piu di $\frac{1}{6}\frac{1}{1}$.

$121\frac{2}{8}\frac{0}{8}\frac{0}{8}\frac{3}{1}$. questo rotto per vedere quanti 300. esimi è lo moltipliceremo per 300.

$$\begin{array}{r} 600900 \\ \hline 72 \\ \hline 21230 \end{array}$$

è $72\frac{4}{6}\frac{0}{8}\frac{0}{8}\frac{8}{8}$. 300. esimi.

Si potria anco dire, che essendo B G. rad. 192. meno 8. & la parte B F. rad. L 64. p̃ rad $3276\frac{4}{6}$. .7. meno 8. la F G. restante saria il restante. cioe saria rad. 192. meno rad. L 64. p̃ rad $3276\frac{4}{6}$. .7. Onde se B F, fusse veramente eguale ad F G, saria necessario che L 64 p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. .7. meno 8. essere eguale a 192. meno rad. L. 64. p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. .7. Onde a ciascuna di quelle due quantità giunto 8. saria necessario che rad. L 64 p̃ rad. $3279\frac{4}{6}$. .7. & rad. 192. piu 8. me. rad. L 64 p̃ R $3276\frac{4}{6}$. .7. fomme loro, fussero eguali fra loro, però a ciascuna di quelle giongendo rad. L 64. p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. .7. saria necessario che la somma da vna parte, cioe il doppio di rad. L 64 p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. .7. fusse eguale alla somma dall'altra parte, cioe a rad. 192 piu 8. & però la mitá dell'vna, cioe rad. L 64. p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. .7. verria ad essere eguale alla mitá dell'altra, cioe a rad. 48. piu 4. & consequentemente il quadrato dell'vna cioe 64. p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. verria ad essere eguale al quadrato dell'altra, cioe a 64. p̃ rad 3072. Onde cauando 64. da ciascuna parte, il restãte dell'vna, cioe rad. $3275\frac{4}{6}$. verria ad essere eguale a rad. 3072. restante dell'altra; ilche chiaramente si conosce essere impossibile.

Quero si potria dire; Che essendo B G. rad. 192. m̃ 8. & però la mitá d'essa rad. 48. m̃ 4. Quando B F, trouato essere rad. L 64. piu rad $3276\frac{4}{6}$. .7 m̃ 8. fusse la mitá di B G. ne seguiria rad. L 64. p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. L m̃ 8. douere essere eguale a rad. 48. meno 4. & però gionto 4. a ciascuna parte, che rad. L 64 p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. .7 meno 4. douesse essere eguale a rad. 48. & che però (quadrando, ò moltiplicando in se medesima ciascuna parte) 64. p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. piu 16. meno 8. volte rad. L 64. p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. .7. douere essere eguale a 48. perilche giongendo 8. volte rad L 64 p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. .7 a ciascuna parte, & cauandone 48. ne seguiria che 32. p̃ rad. $1476\frac{4}{6}$. douesse essere eguale ad 8. volte rad. L 64. p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. .7. & che però l'ottaua parte dell'vna, cioe 4 p̃ rad. $61\frac{6}{6}\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. douesse essere eguale all'ottaua parte dell'altra, cioe a rad. L 64. p̃ rad. $3276\frac{4}{6}$. .7 & consequentemẽte il quadrato dell'vna, eguale al quadrato dell'altra, cioe 16. piu $51\frac{6}{6}\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. piu 8. volte rad. $51\frac{6}{6}\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. ò vogliamo dire $67\frac{6}{6}\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. p̃ rad. $3276\frac{1}{6}$. a 64. piu rad. $3276\frac{4}{6}$. & cauato R $3276\frac{4}{6}$. da ciascuna parte, ne seguiria finalmente che $67\frac{6}{6}\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. douesse essere eguale a 64. ilche sappiamo essere impossibile.

Et se vorremo chiarirci del vero in altro modo. Supponiamo che la linea A F. diuida la B G.

in

Digitized by Google

in due parti eguali (come vuol mostrare detta propositione 12.) & questo mediante troviamo la lunghezza della parte interiore A M. quale quando sia rad. L 160. meno rad. 5120. ⅂, ò quantità a questa eguale conosceremo che la detta linea A M è veramente lato del pentagono inscritto nel proposto Cerchio, che hà 16 di diametro, ma essendo altramente conosceremo essa A M. non essere il lato del Pentagono come conuerria, accioche la proposition fusse vera.

Si dice dunque, che per essere B G. rad. 192. meno 8. se vorremo che B E. sia la mitá d'essa, ella sarà rad. 48. meno 4. & la F E, sarà rad. 48. più 4. il quadrato della quale che è 64. più rad. 3072. giunto al quadrato di A E, qual quadrato è 64. fa 128. più rad. 3072. ilche (per essere l'angolo F E A retto) viene ad essere il quadrato di F A. però essa F A, sarà rad. L 128. più rad. 3072. ⅂. Et perche fuori del proposto Cerchio è segnato il punto F. dal quale sono tirate le due linee rette F A, & F D, che segano esso Cerchio. & peruengono alla sua circonferenza interiore, ne segue per la 36. del terzo d'Euclide, che il prodotto che nasce a moltiplicare tutta la F A. nella sua parte esteriore F M. sia eguale al dutto di tutta la F D. nella sua parte esteriore F B, ma F D. è rad. 48 più 12. & F B. è rad 48. meno 4. che il prodotto della multiplicatione dell'vna in l'altra è rad. 3072. però il prodotto di F A. in F M. deue similmente essere rad. 3072. Onde partendo questo prodotto per F A. cioe partendo rad. 3072. per rad. L 128. più rad. 3072. ⅂ ne verrà la F M, ma ne viene rad. L $29\frac{7}{1}$. m̃ rad. $163\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. ⅂, però questa è la F M. quale cauata dalla totale F A, cioe da rad. L 128. p̃ rad. 3072. ⅂, resta rad. L 128. p̃ rad. 3072. ⅂ meno rad. L $29\frac{7}{1}$. me. rad. $163\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. ⅂, & questa quantità è la lunghezza d'A M. quale douendo essere lato del Pentagono inscritto nel Cerchio proposto douerà essere eguale a rad. L 160 meno rad. 5120 ⅂, ma le quantità eguali hanno li quadrati eguali, però il qnadrato dell'vna che è $157\frac{7}{1}$. meno rad. $4653\frac{7}{1}\frac{6}{0}\frac{0}{0}$. douera essere eguale a 160. meno rad. 5120. quadrato dell'altra, onde giongendo a ciascuna rad. $4653\frac{7}{1}\frac{5}{0}\frac{0}{0}$. & rad. 5120. la prima somma $157\frac{7}{1}$. più rad. 5120. douera essere eguale alla seconda somma 160. più rad. $4653\frac{7}{1}\frac{5}{0}\frac{0}{0}$. & cauato $157\frac{7}{1}$. da ciascuna, il primo restante rad. 5120. douera essere eguale al secondo restante $2\frac{6}{1}$. più rad. $4653\frac{7}{1}\frac{5}{0}\frac{0}{0}$. ilche si vede essere impossibile, & che rad. 5120. è più di $71\frac{7}{1}\frac{0}{4}\frac{0}{1}$. ma $2\frac{6}{1}$. più rad. $4653\frac{7}{1}\frac{5}{0}\frac{0}{0}$. è manco di $1\frac{0}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. più 68. $\frac{3}{1}\frac{0}{0}$. (che il quadrato di $68\frac{3}{1}$. cioe 4655 $\frac{7}{1}\frac{5}{0}\frac{0}{0}$. supera $4653\frac{7}{1}\frac{5}{0}\frac{0}{0}$. ⅂ cioe manco di $79\frac{9}{1}\frac{0}{0}$.) però conosciamo che la linea retta, quale partendosi dal punto A. deue arriuando alla B G. segarla per mezo, non può esser tale, che la sua parte interiore A M. sia lato del Pentagono da inscriuere nel Cerchio proposto.

Et perche di sopra habbiamo detto, che della linea A M. trouata essere rad. L 128. più radice 3072. ⅂ meno rad. $L\ 28\frac{7}{1}$. m̃ rad. $163\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. ⅂ il suo quadrato è $157\frac{7}{1}$. m̃ rad. $4653\frac{7}{1}\frac{5}{0}\frac{0}{0}$. veniamo a conoscere, che detta A M. si può dire essere la rad. di questa quantita, cioe si può dire, che A M. è rad. L $157\frac{7}{1}$. meno rad. $4653\frac{7}{1}\frac{5}{0}\frac{0}{0}$. ⅂, & questo è tanto quanto rad. L 128. più rad. 3072. ⅂ m̃ rad. L $29\frac{7}{1}$. m̃ B̃ $163\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. ⅂, che a cauare B̃ L $29\frac{7}{1}$. m̃ B̃ $163\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. ⅂. da radice L 128. p̃ rad. 3072. ⅂, resta bene rad L $157\frac{7}{1}$. m̃ rad. $4653\frac{7}{1}\frac{5}{0}\frac{0}{0}$. ⅂, & volendola esplicare con numero rationale vicino al vero, diremo che la rad. di $4653\frac{7}{1}\frac{5}{0}\frac{0}{0}$. è alquanto piu di $68\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. benche più comodamente potremo dire che è alquanto meno di $68\frac{1}{0}\frac{0}{1}$. (che il quadrato di $68\frac{1}{2}\frac{0}{4}$. è $4653\frac{8}{0}\frac{1}{1}$. & $\frac{1}{2}\frac{0}{8}\frac{0}{1}$. quantità maggiore di $4653\frac{7}{1}\frac{5}{0}\frac{0}{0}$.) però cauato da $157\frac{7}{1}$. resteria alquanto più di $89\frac{3}{0}\frac{1}{1}$. però A M. saria più rad. $89\frac{9}{0}\frac{0}{1}$. & consequentemente saria più di $9\frac{4}{0}\frac{4}{1}$. & per approssimarsi più al vero potremo dire che saria più di $9\frac{4}{0}\frac{4}{1}$. (che il quadrato di $9\frac{4}{0}\frac{4}{1}$. è $89\frac{1}{0}\frac{0}{1}\frac{0}{1}$. & $\frac{1}{1}\frac{6}{2}\frac{0}{8}\frac{0}{1}$. quantita che non arriua ad $89\frac{1}{0}\frac{0}{1}$.) Et perciò si vede ella essere più lunga, che il vero lato del Pentagono, quale per essere rad. L 160. m̃ rad. 5120. ⅂. non arriua a rad. 88. $\frac{4}{1}\frac{4}{4}$. & consequentemente non arriua a $9\frac{3}{0}\frac{7}{1}$. Onde essendo più corto il vero lato del Pentagono, che la linea quale allungata segasse la B G. per mezo, e necessario [come anco di sopra si conobbe] che esso lato s'accosti più al punto I, che non faria la detta linea, & perciò prolungando esso lato egli peruenghi alla B G. in vn punto più vicino al G, che al B.

Operatione per trouare il quadrato di M A; dicendo ella essere rad. L 128. più rad. 3072. ⅂ meno rad. $L\ 29\frac{7}{1}$. meno rad. $163\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. ⅂.

rad. L 128. più rad. 3072. ⅂ meno rad. L $29\frac{7}{1}$. meno rad. $163\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. ⅂.
rad. L 128. più rad. 3072. ⅂ meno rad. L $29\frac{7}{1}$. meno rad. $163\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. ⅂.

128. più rad. 3072		338
$29\frac{7}{1}$. p̃ B̃ $116\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$.		$\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{8}{1}\frac{3}{1}$.
$453\frac{7}{1}$.	2768	519168
	2304	43264
	288	5408
	18	338
	9	169

Ne

Digitized by Google

Ne viene rad. $\frac{169}{9}$. cioe $\frac{13}{3}$. cauatone 1. resta $\frac{10}{3}$. cioe rad. $\frac{100}{9}$. con ilche moltiplicato ℞. $163\frac{101}{169}$. cioe rad. $\frac{27648}{169}$. fa rad. $\frac{2764800}{169}$. 9. volte, cioe rad. $\frac{307200}{169}$. cioe radice $23630\frac{10}{13}$. esimo di 13. cioe rad. $1817\frac{127}{169}$.

Il prodotto della totale moltiplicatione e $157\frac{7}{13}$. piu rad. $1817\frac{127}{169}$. meno rad. 12288. quale si riduce a $157\frac{7}{13}$. meno rad. $4653\frac{75}{169}$. dalche si conosce che la linea A M. viene ad essere rad. L $157\frac{7}{13}$. meno rad $4653\frac{75}{169}$. ⅂. Et che pero a cauare rad. L $29\frac{7}{13}$. meno radice $163\frac{101}{169}$. ⅂. da rad. L 128. piu rad. 3072. ⅂. e necessario, che resti rad. L $157\frac{7}{13}$. meno radice $4653\frac{86}{169}$. ⅂.

piu radice L. 128. piu rad. 3072. ⅂.
meno rad. L $29\frac{7}{13}$. meno rad. $163\frac{101}{169}$. ⅂.

896
$68\frac{12}{13}$.
3712
$3780\frac{12}{13}$.
meno $708\frac{12}{13}$.
3072

Il prodotto e meno rad. L 3072. ⅂. che doppiato fa meno rad. 12288.

piu radice 3072.
meno ℞ 27648. 169. esimi.
82944
1090656
m̃ ℞ 84934656. 169. esimi.
cioe m̃ 9 2 1 6. 13. esimi.
18 393
184 294.6
2 110556

25 1
1600 64
19200 768

rad. $\frac{307200}{169}$. in rad. $\frac{12288}{1}$. entra volte rad. $\frac{169}{25}$. cioe $\frac{13}{5}$. che cauatone 1. resta $\frac{8}{5}$. cioe rad. $\frac{64}{25}$. da moltiplicare con il partitore.

$29\frac{7}{13}$.
384
384
rad. $\frac{147456}{169}$. via rad. 3072.
442368
10616832
fa rad. $\frac{452184832}{169}$.

2288
rad. $\frac{64}{25}$. via rad. $\frac{307200}{169}$.
1
98304
13 786432
13 $6040\frac{10}{13}$.
fa rad. $4653\frac{75}{169}$.

128. cioe rad. 16384.
via m̃ rad. 27648. 169. esimi.
131072
1048576
114688
32768
fa m̃ ℞ $\frac{452904832}{169}$. che e di numero eguale alla superiore, quale e piu, pero gionte insieme la somma loro e niente.

Di qui si puo auertire, che per cauare, o sottrare vna quantita da vn'altra, potiamo seruendoci del termine meno, supponere che resti A. meno B, & all'hora moltiplicare questo residuo A. meno B, in se medesmo, & del prodotto pigliare la rad. quadrata, che ella sara la quantita, che resta a cauare B. da A.

L'istesso modo serue nel sommare B. con A, che mediante il termine del piu li potremo giongere insieme, & fa A. piu B, & questo binomio moltiplicare in se medesmo, & del prodotto pigliare la rad. quadrata, che ella mostrara, o sara la quantita che nasce a sommare B. con A.

Operatione per trouare la lunghezza della linea retta A M. supponendo che ella sia tale, che prolungata seghi la B G, in due parti eguali nel punto F.

Partitore. prodotto di F M. in F A. da partire
F A. rad. L 128. p̃ rad. 3072. ⅂. rad. 3070.
suo residuo. rad. L 128. m̃ rad. 3072. ⅂.
16344
3072
prodotto rad. L 13312. ⅂. cioe rad. 13312. in rad. 3072.
832 192
52 12
entra volte rad. $\frac{3}{13}$. da moltiplicare

via rad.L 128.m̃ rad.3072.¶.

rad. $\frac{1}{1}$.¶.

384. 27648

2126 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.

fa rad.L 29 $\frac{7}{1}$.m̃ rad.163 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$.¶.
che è la lunghezza di F M.

Quero nel partire F A. per F M. moltiplicata che si farà ciascuna d'esse due quantità per il binomio di F.M. all'hora il prodotto che deriuarà da F A, che è.

Rad.L 4489 $\frac{1}{1}$. piu rad.107215344 $\frac{8}{1}\frac{1}{6}\frac{1}{0}$.¶. si riduca a quantità sciolta, che si può, & douentarà rad 3780 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. piu rad. 708 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. ilche hora si partirà per rad. 708 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. & ne viene similmente rad.5 $\frac{1}{2}$. p̃ 1.

58368
558368
466944
350208
175104
465944
291840

3406813424. 169.esimi.
18:1919328. 169.esimi.
1594884096. 169.esimi.
3 9 9 3 6. 13.esimi.
694 cioe 3072.
78 7388 la mità è 1536.
798 28740
6 47919.6

2244 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. 2244 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.
1536 1536
3780 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. 708 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.
rad.3780 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. piu rad.708 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.

F M.rad.L 29 $\frac{7}{1}$. meno rad.163 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$.¶.
via rad.L 5 $\frac{1}{1}$.¶.

3072

9 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. rad. $\frac{2}{1}\frac{5}{6}\frac{6}{0}$. via meno rad. $\frac{2}{1}\frac{7}{6}\frac{6}{0}\frac{8}{0}$.
147 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. 1
157 $\frac{7}{1}\frac{1}{2}$. 49152
13 786432
13 60494 $\frac{1}{1}\frac{0}{2}$.
fa m̃ rad.4653 $\frac{7}{1}\frac{1}{6}\frac{1}{0}$.
Il prodotto è rad.L 157 $\frac{7}{1}\frac{1}{2}$. m̃ rad.4653 $\frac{1}{1}\frac{6}{3}\frac{5}{0}$.¶.

F M.si caui da F A, & restarà A M. cioe si caui rad.L 29 $\frac{7}{1}$. m̃ rad. 163 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$.¶. da rad.L 128. piu rad. 3072.¶. & per farlo partasi F A, per F M, che ne uiene rad.5 $\frac{1}{2}$. piu 1. dal che cauato 1. resta rad.5 $\frac{1}{2}$. & con questo si moltiplichi F M. partitore, & produce rad.L 157 $\frac{7}{1}\frac{1}{2}$ meno radice 4653 $\frac{7}{1}\frac{1}{6}\frac{1}{0}$.¶. quale è il restante della sottratione, & però è la lunghezza di A M.

F M.partitore
rad.L 29 $\frac{7}{1}\frac{1}{2}$.m̃ rad.163 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$.¶.
rad.L 29 $\frac{7}{1}\frac{1}{2}$. p̃ rad.153 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$.¶.
841 $\frac{1}{1}\frac{0}{6}\frac{0}{0}$. suo binomio.
31 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.
872 $\frac{1}{1}\frac{0}{6}\frac{0}{0}$.
163 $\frac{1}{1}\frac{0}{6}\frac{0}{0}$.
rad.L 708 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.¶.
douenta il partitore.

F A.da partire.
rad.L 128. piu rad.3072.¶.
rad.L 29 $\frac{7}{1}\frac{1}{2}$. p̃ rad.163 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$.¶.

896
68 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.
3711
3780 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.
708 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.
4489 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.
rad.L 4489 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. p̃ rad.107215344 $\frac{8}{1}\frac{1}{6}\frac{1}{0}$.¶.
ne viene rad.L 6 $\frac{1}{2}$. piu rad. 21 $\frac{1}{2}$.¶.
4253 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.
236 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.
rotto $\frac{3}{0}\frac{0}{2}\frac{7}{1}\frac{1}{6}\frac{1}{2}$. che è $\frac{1}{2}$.

3072
3072
3107372. 169.esimi.
9217
49152
500736
6109568
84625584. 169.esimi.
3107372. 169 esimi.
849346 56. 169.esimi.
9 2 1 6. 13.esimi.
391. cioe 708 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.
184 2946
2 110556

Digitized by Google

708 1/2 .cioe
rad. 5 4 3 2 6 1/6 .in rad. 1 8 1 1 9 3 2 8 1/6
169869312
113246208
84934656
28391552

rad.L 6 1/2 .piu rad.11 5/6 .t.
40
21 1/2 .
18 7/6 .cioe 1 6 9/6 .che la sua rad.è 3/4 .
6 1/2 . 6 3/4 .
4 1/2 . 4 3/4 .
10 1/2 . 2
5 1/4 . 1
rad.5 1/4 .p̃ rad.1. cioe rad.5 1/4 . p̃ 1. è l'auenimento, cauatone 1. resta rad.5 1/4 .da moltiplicare con il partitore principale F M.

39 7/4 .
384. 13.esimi.
384. 13.esimi.
rad.147456. 169.esimi.
via rad. 3072.
442368
10616832
fa rad.2529484832. 169.esimi.

128
128
rad.16384
via rad. 263 1/6 0/6 .
cioe rad. 27648. 169.esimi.
via rad. 16384
110592
221184
82944
442368
fa rad.4529484832. 169.esimi.
sommato con l'altro prodotto a questo eguale.
fa rad.18119939228. 169.esimi.
1149379948 3/4 .
cioe rad.10722543 8/6 0/6 .

Operatione per trouare la M O. supponendo AM. essere il lato del Pentagono inscritto nel Cerchio che habbi 16. di diametro.

Diuidasi vna quantità, poniamo 10. secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi. Questo se bene si può fare facilmente mediante quello, che ci insegna la 11. propositione del secondo libro d'Euclide, giongédo al quadrato di 10. che è 100. il quadrato di 5. sua mità che è 25. & fa 125. & di questo pigliare la rad. quadrata, che è rad. 125. & cauarne 5. mità del 10. che resta rad. 125. m̃ 5. & questa è la maggior parte, essendo la minore il resto fino a 10. cioe 15. m̃ rad. 125. Nondimeno noi supponendo di non ricordarci di tal modo, ò non ci curando d'vsarlo potremo adoprare la regola della cosa, ò vogliamo dire l'Algebra; Ponendo la maggior parte essere 5 p̃ 1. 2, & la minore 5. m̃ 1. 2, che moltiplicata via 10. linea totale fa 50. m̃ 10. 2, & questo è eguale a 25. p̃ 10. 2. p̃ 1. 2, quadrato di 5. p̃ 1. 2, parte maggiore; Onde aggiuntagli haueremo 1. 2 p̃ 20. 2, eguale a 25. Et seguendo il Capitolo trouaremo la 2 valere rad. 125. m̃ 10. però la maggior parte posta 5. p̃ 1. 2 sarà 5. p̃ rad. 125. m̃ 10 cioe rad. 125. m̃ 5. Hora diremo se rad. 125. m̃ 5. maggior parte nasce da 10. linea totale, da che nascerà rad. L 160. m̃ rad. 5120. 7. magg. parte, & trouaremo che nascerà da rad. L 160. p̃ rad. 5120. 7. per la linea totale, quale hora è la linea M O.

1. 2 piu 10. 2 piu 25. Eguale a 50. meno 10. 2.
1. 2 piu 10. 2 Eguale a 25.
10
10
100
25
rad 125. meno 10. vale la 2.

rad. 125. meno 5. Viene da 10. (rad. L 160. meno rad. 5120. 7 rad. 125. piu 5. 100. il partitore. Si hà da moltiplicare per 10. & per rad. 125. p̃ 5. & partire per 100. ilche tutto è quanto moltiplic. per rad. 125. p̃ 5. & partire per 10. ma schiãdo, ò abbreuiando il moltiplicante rad. 125. piu 5. & il partitore 10. per 5. il moltiplicante douentarà rad. 5. piu 1. & il partitore douentarà 2. Onde per comodità partendo prima detta rad. L 160. meno rad. 5120. 7. per 2. cioe per rad. L 4. 7. ne viene rad. L 40. meno rad. 320. 7, & questo moltiplicando per rad. 5. piu 1. cioe per rad. L 6. piu rad. 20. 7. fa rad. L 160. piu rad. 5120. 7. che è la quarta quantità cercata nella propolta regola di 3. & però è la linea M O.

Quero nel dire rad. 125. meno 5. viene da 10. da che verrà rad. L 160. meno rad. 5120. 7. schiãdo noi la prima quantità, & la seconda per 5. elle douentaranno rad. 5. meno 1. & 2. però si potrà dire radice 5. meno 1. vie-

ne

ne da 2. da che verrà radice *L* 160. meno radice 5120.7?. Et hora per ridurre la prima, che è residuo a quantità simplice, potremo moltiplicare così essa prima come la seconda per rad. 6. più 1. (binomio della prima) & douentaranno 4. & rad. 20. più 2. però hora potremo dire; Se 4 viene da rad.20 più 2. ouero schifando prima per 2. Se 2. viene da rad.5. più 1. da che verrà rad. *L* 160. meno rad 5120.7? però hora partendo la terza per 2. prima che ne viene rad. *L* 40. meno rad. 320.7 moltiplicaremo questo per rad.5. più 1. seconda, & se ne produce rad. *L* 160. più rad. 5120.7 per la quarta quantità, che è la linea M O.

A r.	dar M.	che darà
10. meno rad. 20.	rad. *L* 40. più rad. 320.7.	A E 8.
5. meno rad. 5.	rad. *L* 1 $\frac{1}{2}$ più rad. $\frac{1}{4}$.7.	4.
5. più rad. 4.	40. più rad 1280.	5 più rad. 5.
20.	16. più rad. 460 $\frac{4}{5}$.	20. più rad. 80.
1.	64.	11. più rad. $\frac{11}{16}$

In questa Regola di Tre, potremo schifare, ò partire la prima quantità, & la terza per 2. che la prima douentarà 5. più rad. 5. & la terza 4. Hora potremo ridurre la prima, che hà da essere partitore a quantità simplice d'vn sol nome, moltiplicàdola per il suo binomio 5. più rad. 5. & per il medesmo moltiplicare la terza quàtità 4. per seruare la proportione loro, & così la prima douentarà 20. & la terza 20. più rad. 80. Et hora per hauere numeri più piccoli potremo partire la prima, & la terza per 20 che la prima douentarà 1. & la terza 1 più rad. $\frac{1}{5}$. Et così ci saremo ridutti a dire 1. da rad. *L* 40. più rad. 320.7, che darà 1. più rad. $\frac{1}{5}$? Onde moltiplicando rad. *L* 40. più rad. 320.7. via 1. più rad. $\frac{1}{5}$. cioe via rad. *L* 1 $\frac{1}{5}$. più rad. $\frac{1}{5}$.7. il prodotto che è rad. *L* 64 più rad. 3276 $\frac{4}{5}$.7, sarà la quarta quantità cercata, cioe E F, & però la linea F B, verrà ad essere rad. *L* 64 più rad 3276 $\frac{4}{5}$.7 meno 8.

Et notifi. che nella superiore moltiplicatione, hauendo noi a moltiplicare rad. 328. via 1 $\frac{1}{2}$. & rad. $\frac{1}{2}$. via 40. & sommare i prodotti insieme, potiamo facilmente, & ancora con la sola memoria, operare così, rad. $\frac{1}{2}$. in rad. 320. entra [80. via 5. fa 400.) rad. 400. volte, cioè 20 volte, però 40. volte rad $\frac{1}{2}$. sarà quàto 20. volte rad. 320. in cambio dunque di rad. $\frac{1}{2}$. via 40. pigliaremo rad. 320. via 2. ma anco vi è rad 320. via 1 $\frac{1}{2}$ però hauueremo in tutto rad. 320. via 3 $\frac{1}{2}$. cioe via radice $\frac{2 \cdot 5}{6}$ cioe via rad. 10 $\frac{6}{6}$. ma 320. via $\frac{2 \cdot 5}{6}$. fa 1920. 25. esimi, cioe 4. via 19.) 76 & $\frac{4}{5}$. & questo gionto a 3200. che nasce da 320. via 10. fa 3276 $\frac{4}{5}$. però 3 $\frac{4}{5}$. via rad. 320. fa rad. 3276 $\frac{4}{5}$. che cõ il 64. nato da moltiplicare 40. via 1 $\frac{1}{2}$. (che fa 48.) & rad. 320. via rad. $\frac{1}{2}$. (che fa (4. via 64. fa 156.) rad. 256. cioe 16.) & gionti i prodotti insieme, fa in tutto 64 più rad. 3276 $\frac{4}{5}$. però il prodotto totale è rad. *L* 64 più rad. 3276 $\frac{4}{5}$.7, il che mostra la E F, come s'è detto.

Et notifi. che potressimo ancora trouare la lunghezza della detta linea F B. (quando la A M. fia lato del Pentagono inscritto nel Cerchio, che habbi di diametro 16 cioè quando A M. fia rad. *L* 160. meno rad. 5120.7. senza aiuto della M O, operando per Algebra, è vogliamo dire per la Regola della Cosa, nel modo che segue.

Ponasi F B. essere 1. $\frac{1}{2}$. però F E sarà 1. $\frac{1}{2}$ p 8. Il suo quadrato è 1. $\frac{2}{2}$ p 16. $\frac{1}{2}$ p 64. al quale gionto 64. quadrato di A E, fa 1. $\frac{2}{2}$ più 16. $\frac{1}{2}$ più 128. & questo è il quadrato di F A; però essa F A, è la rad. quadra di questo. cioe è rad *L* 1. $\frac{2}{2}$ più 16. $\frac{1}{2}$ più 128.7. Hora essendo F B. 1 $\frac{1}{2}$, & B D. 16. tutta la F D, sarà 1. $\frac{1}{2}$ più 16. che moltiplicata per F B. 1. $\frac{1}{2}$, produce 1. $\frac{2}{2}$ più 16. $\frac{1}{2}$, & a questo è eguale il prodotto di F A. in F M. onde partito questo prodotto 1. $\frac{2}{2}$ più 16. $\frac{1}{2}$ per F A, rad. *L* 1. $\frac{2}{2}$ più 16. $\frac{1}{2}$ più 128.7. ne verrà la lunghezza di F M. perilche essa F M. sarà 1. $\frac{2}{2}$ più 16. $\frac{1}{2}$ esimo di rad. *L* 1. $\frac{2}{2}$ oiu 16. $\frac{1}{2}$ più 128.7, quale cauato dalla totale F A. cioe da rad. *L* 1 $\frac{2}{2}$ più 16. $\frac{1}{2}$ più 128.7. il restante sarà M A. ma essa M A. perche è supposta lato del Pentagono inscritto in questo Cerchio sappiamo essere rad. *L* 160. me. rad. 5120.7, però hauueremo rad. *L* 1. $\frac{2}{2}$ più 16. $\frac{1}{2}$ più 128.7. m 1. ce. p 16. co. esimo di r. L 1. ce. p 16. co. più 128.7. eguale a r. *L* 160. me. r. 5120.7; ouero pche a cauare 1. ce p 16. co. esimo di r. L 1. ce. p 16. co. p 128.7 F M da r. L 1. $\frac{2}{2}$ più 16. $\frac{1}{2}$ per 128. F A. resta 128. esimo di r. L 1. $\frac{2}{2}$ p 16. co p 128.7. (& si troua facilmente a memoria, che moltiplicado r. L 1. $\frac{2}{2}$ p 16. $\frac{1}{2}$ p 128.7. intiero, per rad. *L* 1. $\frac{2}{2}$ p 16. $\frac{1}{2}$ p 128.7. denominatore del rotto fa 1. $\frac{2}{2}$ p 16. $\frac{1}{2}$ più 128 & di questo (che è numeratore di F A. ridotta alla denominatione istessa, che ha il rotto di F M.) cauato 1. $\frac{2}{2}$ più 16. $\frac{1}{2}$, numeratore del rotto di F M. resta 128. per numeratore di ro to, che ha per denominatore l'istesso commune denominatore rad. *L* 1. $\frac{2}{2}$ più 16. $\frac{1}{2}$ più 128.7.) diremo che questo restante è la M A. quale sappiamo douere essere rad. *L* 160 meno rad. 5120.7

però

Digitized by Google

però a questo sarà eguale 128. esimo di r.L.1. ☍ p̄ 16.ꝛ piu 128.ℸ. Onde seguendo la eggguagliatione, trouaremo il valore della ꝛ, & consequentemente la linea F B. posta 1.ꝛ essere r.L64. piu rad.$3276\frac{1}{4}$.m̄ 8. rad.L 1.☍ piu 16.ꝛ piu 128.ℸ m̄ 2.☍ p̄ 16.ꝛ esimo di rad.L 1.☍ piu 16.ꝛ piu 128.ℸ. Eguale a rad.L 160.meno rad. 5120.ℸ. Questa prima parte della eggguagliatione ridotta a forma di rotto, moltiplicando l'intiero, via il denominatore del rotto, & del prodotto, che è 1.☍ piu 16.co.piu 128.& saria numeratore, cauato il numeratore del rotto, perche il rotto è meno, cioe cauato 1.☍ piu 16.co. resta 128 che è numeratore, essendo denominatore l'istesso denominatore però haueremo 128.esimo di rad.L 1.☍ piu 16. cose, piu 128.ℸ. Eguale a rad.L 160 meno rad.5120.ℸ. Et moltiplicando ciascuna parte in se medesima, haueremo 16384. esimo d'1.☍ piu 16.co. piu 128. Eguale a 160.m̄ rad.5120. Et moltiplicando ciascuna parte per il denominatore della prima parte, haueremo 16384. Eguale a (160.m̄ rad.5120.) piu (2560. meno rad.13107 20.) cose piu 20480.m̄ rad.83886080. Et leuando 20480.m̄ rad.83886080. da ciascuna parte; haueremo rad.83886080.meno 4096. Eguale a (160.meno rad.5120.)☍ piu (2560.m̄ rad.13107 20.) cose. Et hora in questa aggguagliatione di ☍,& co. Eguale a num. riducendo ad 1.☍; partendo ogni cosa per 160. meno rad. 5120. numero delli ☍, haueremo 1 ☍ p̄ 16. co. Eguale a rad.83886080.m̄ 4096.esimo di 160.m̄ rad. 5120. Et questa seconda parte schisata per 4. a rad 5242880. meno 1024. esimo di 40. meno rad.320.& anco schisata per 4. a radice 327680. meno 256. esimo di 10, meno rad.20.& anco schisata per 2. a rad. 81920. meno 128. esimo di 5. meno rad.5. Et ridotta a forma d'intiero, partendo il numeratore per il denominatore a rad $3276\frac{4}{5}$. Cioe finalmente haueremo 1.☍ piu 16.co. Eguale a rad $3276\frac{4}{5}$. Onde al quadrato del num. della mitá delle co. cioe a 64. giunto r.$3276\frac{4}{5}$.& della somma pigliata la r. haueremo r.L 64. piu rad $3276\frac{4}{5}$.ℸ,& di qsto cauato il num. della mitá delle co. cioe 8. resta rad.L 64 p̄ rad. $3276\frac{4}{5}$.ℸ m̄ 8. ilche è valore della cosa, però F B, che fu posta 1 co. sarà r. L 64. p̄ r. $3276\frac{4}{5}$.ℸ m̄ 8. suo binomio 5 m̄ rad. 5.

Partasi rad.81920.m̄ 128.

Per 5. p̄ rad.5.	rad. 5. p̄ 5.	m̄ 128.
20	℞ 409600	128.
	cioe 640	m̄ rad.16384.
		rad. 5.
		m̄ rad.81920.

Il prodotto si vede essere rad.2048000. m̄ rad 81920. Ma radice 81920. in rad.2048000. entra rad.25. cioe 5. volte, onde da rad.2048000 cauatone essa radice 81920. ella entrarà nel restante solo 4. volte; però il restante sarà 4. volte rad.81920 cioe sarà ℞ 1310720. & questo è il prodotto detto, che sihà da partire per 20. & ne viene rad.$3276\frac{4}{5}$. che è l'auenimento cercato. Ouero piu facilmente, perche il 4. volte sopradetto entra nel 20. (che hà da essere partitore) 5. volte, basta che in vece di moltiplicare rad.81920. per 4. & poi partire il prodotto per 20. basta dico partire essa rad. 81920. per 5. cioe per rad. 25. che ne viene rad.$3276\frac{4}{5}$. & questo è l'auenimento cercato.

Se hora vorremo ancora andare essaminādo q̄llo che si tratta per dimostrare essa Propositione. 12. noi posta la linea, ò diametro B D, del Cerchio piccolo essere 16. potremo andar trouando l'altre linee, che, & nel Cerchio grande, G B I D, & fuori d'esso si vanno considerando, che primieramente la D M. posta eguale alla D B sarà 16. la E D mitá di B D sarà 8. & la M E, che fa angolo retto con la E D sarà rad.192. però la M A, sarà M E. meno E A, cioe sara rad.192. meno 8. Et la F A, mitá della M A, sarà rad.48. meno 4. Onde la F E, sarà F A, piu A E, cioe rad.48. piu 4. perilche la F D, opposta all'angolo retto D E F, verrà ad essere rad.L 128. piu rad.3072.ℸ, & medesimamente ciascuna delle linee F I, F B, F K, & B H, ad essa poste eguali sarè rad L 128. piu radice 3072.ℸ. però la E I, sarà F I meno F E, cioe rad.L 128. piu rad.3072.ℸ, meno (rad.48. piu 4.) perilche la B I, opposta all'angolo retto B E I, verrà ad essere rad.L 256. piu rad.12288. meno rad. L 45056. piu rad.1811939328.ℸ ℸ. Et questa linea B I, dice il Signor Ioseffe essere il lato del Decagono da inscriuere nel Cerchio G B I D, onde per chiarirci se è vero, trouiamo noi la quantità del lato del Decagono che si inscriuesse in esso Cerchio G B I B, mediante le regole Geometriche, che se la sua quantità sarà eguale, ò maggiore, ò minore a detta rad.L ℸ. di B I, conosceremo similmente detta B I, essere veramente il lato del Decagono, ò minore, ò maggiore di lui. Onde seruendoci del Cerchio che hà di diametro 16. & però di semidiametro 8. & che sappiamo il lato del Decagono che se li inscriuesse essere rad.80. meno 4. potremo dire. Se posto il semidiametro 8. il lato del Decagono è rad.80. meno 4. hora che il semidiametro F D, del Cerchio è radice L 128. piu rad.3072.ℸ, quanto sarà il lato del Decagono da inscriuerli? & operando come conniene nella Regola del Tre (ò vogliamo dire delle quattro quantità proportionali per trouare la quarta mediante le tre prime) vedremo che la quantità del lato del Decagono da inscriuere in questo Cerchio G B I D, deue essere rad.L 192. piu rad.6912. me. rad.20480. meno rad.3840.ℸ

Digitized by Google

quale paragouaremo con la quãtità di B I, acciò ſi conoſca ſe ſono eguali, ò nò; Et perche quando eſſe due quantità fuſſero eguali fra loro, ancora li quadrati d'eſſe ſariano eguali fra loro, & giongendo, ò cauando quantità eguali da ciaſcuna d'eſſe ſempre le reſultanti ſomme, ò reſtanti ſariano fra loro eguali; noi potremo quadrare, cioe moltiplicare in ſe medeſma ciaſcuna d'eſſe due quantità, che dalla parte del vero lato del Decagono ne riſultarà 192. piu rad. 6912. meno rad 20480 meno rad. 3840. & dalla parte della linea B I, ne riſultarà 256. piu rad. 12288. meno rad. L 45056 piu rad. 181193928. 7 & hora giongendo a ciaſcuno d'eſſi dui quadrati, ò prodotti la rad. L 45056 piu rad. 181193928 7, & cauandone 192. & rad. 6912. haueremo dalla parte del lato del Decagono rad. L 45056. piu rad. 181193928. 7 meno rad. 20480. meno rad. 1840. & dalla parte della linea B I 64. piu rad. 768. Et hora giongendo a ciaſcuna parte rad. 20480. & rad. 3840. haueremo dalla parte del lato del Decagono rad. L 45056. piu rad. 181193928 7; & dalla parte della linea B I. 64. piu rad. 768. piu rad. 20480. piu rad. 3840. Et hora moltiplicando ciaſcuna di q̃ſte due quãtità in ſe medeſma haueremo dalla parte del lato del Decagono 45056. piu rad. 181193928. & dalla parte della linea B I. 29184. piu rad 452984832 piu r. 251658240. piu rad. 473169920. Et hora cauando 29184 piu rad. 452984832. da ciaſcuna parte, haueremo dalla parte del lato del Decagono 15872. piu rad. 452984832. & dalla parte della linea B I. rad. 473169920. piu rad. 251658240. Et però hora dalla parte del lato del Decagono, riduendoſi a numero rationale vicino al vero non arriuaremo a $371561/2$. ma dalla parte della linea B I. paſſaremo $376161/2$. Onde conoſciamo la quantità ſpettante al vero lato del Decagono da inſcriuere nel Cerchio G B I D. eſſer minore della linea B I, cioe la linea B I, eſſer piu lunga del lato del Decagono, & però ſa B D, eſſer più lunga del vero lato del Pentagono, che ſi inſcriueſſe nel detto Cerchio G B I D. (che ancora come ſi vede nella operatione poſta in margine, il vero lato di detto Pentagono douerìa eſſere rad L 320. piu rad. 19200 meno rad. 20480. meno rad 3840. 7. quantità irrationale. diuerſa, & minore della B D 16. non arriuãdo eſſa quãtita irrationale a $15\frac{9}{10}$.) Et ſe voleſſimo eſplicare la quantita del vero lato del Decagono da inſcriuere nel Cerchio G B I D per numero rationale vicino al vero, & aneo ſimilmente la quantita della linea B I. troua reſſimo che il lato del Decagono non arriua a $8\frac{3}{8}$. & che la linea B I, è piu di $8\frac{7}{16}$. & che però è maggiore del vero lato del Decagono in più di $\frac{1}{16}$. Queſto inteſo conoſciamo ancora che la linea H I, non è altramente diuiſa nel punto B. ſecondo la proportione hauente il mezo, & dui eſtremi, perche ſe bene la parte maggiore H B è poſta eguale al lato dell'Eſagono che ſi inſcriueſſe nel Cerchio G B I D (cioe eguale al ſemidiametro F B.) la B I. poi (parte minore) non è eguale al lato del Decagono che ſi inſcriueſſe nel medeſmo cerchio G B I D. anzi è maggiore, però eſſendo B I più lunga del douere, ancora la totale H I. ſara piu lunga di quella linea, che eſſendo diuiſa ſecondo la proportione hauente il mezo, & dui eſtremi, haueſſe la H B. per ſua parte maggiore, & però il rettangolo di B I, in I H, non ſara eguale al quadrato di B H, anzi eſſo rettangolo ſarà maggiore di detto quadrato.

Et ſeguendo a trouare l'altre linee adoprate nella detta dimoſtratione della Propoſitione 12. quanto alla H I ella ſara H B. piu B I. cioe ſara rad. L 128. piu rad. 3072. 7. piu rad L 256. piu rad. 12288. meno rad. L 45056 piu rad. 181193928. 7 7. Et tirando la linea retta H F, che va dal punto H, al centro F, qual linea dice il Signor Ioſeffe paſſare per il punto K. (& perciò eſſere eguale alla H I. & conſequentemente la parte H K d'eſſa fuori del Cerchio eſſere eguale alla B I.) noi ſupponendo che il punto doue eſſa retta H F ſega la circonferenza del Cerchio, ſia chiamata K. (ſe bene egli non ſara quell'iſteſſo K, doue in detta circonferenza termina la B K. poſta eguale alla B I.) per trouare la lunghezza di queſta eſteriore H K, fingeremo la H F. alluugata dalla banda del centro F. fino alla circonferenza in s. & conſiderãdo il Cerchio G B I D. fuori del quale è poſto il punto H, & da eſſo tirate fino alla circonferenza concaua del Cerchio le due rette H I, & H s. ſeganti la circonferenza nelli punti B, & H. ſapremo per la 35. del terzo libro de gli Elementi d'Euclide, che il dutto di tutta la H I. nella ſua parte eſteriore H B. deue eſſere eguale al dutto di tutta la H s. nella ſua parte eſteriore H K. onde ſeruendoci della Regola della Coſa, potremo ponere la H K, eſſere 1. co. che coſi tutta H s ſara 1. co. piu R L 512. piu rad. 49152. 7, & queſta moltiplicata per la parte eſteriore H K poſta 1 co fara 1. ce piu R L 1. eſimo di 512. piu R 49125. 7. ilche è eguale al dutto di H I, in H B, qual dutto è vna quantita irrationale poſta in margine (che non ſi eſplica per breuita.) Onde in queſto Capitolo di ce, & co. eguale a numero, moltiplicando il numero della mita delle co. in ſe medeſimo, (& per numero delle co. s'intende tutta la quantità delle co.) & al prodotto giongendo il numero della aggiugliatione (che s'intende eſſere tutta la quantita, che non ha denominatione di alcuna dignita Algebratica, & della R quadra della ſomma cauando la mita del numero delle co. il reſtante ſara il valore della coſa, & però ci moſtrara la lunghezza della linea H K, poſta eſſere 1. co. qual valore della co. è linea

H K,

Digitized by Google

H K. che è quantità irrationale, riducendola a numero rationale vicino al vero, ò per maggior chiarezza serrandola fra dui numeri rationali propinqui al vero. trouaremo che si può dire ella essere piu d'8 $\frac{3}{9}\frac{4}{1}$. ma manco d'8 $\frac{5}{1}\frac{6}{4}\frac{1}{5}\frac{6}{6}$; Onde essendo la H K, manco d'8 $\frac{5}{1}\frac{6}{4}\frac{1}{5}\frac{6}{6}$. & la *B* I. piu d'8 $\frac{7}{1}\frac{7}{7}$. numero maggiore di 8 $\frac{5}{1}\frac{6}{4}\frac{1}{5}\frac{6}{6}$. in $\frac{6}{2}\frac{5}{4}\frac{5}{7}\frac{5}{5}\frac{5}{2}$. conosciamo la *B* I, esser piu lunga della H K. & in piu di $\frac{6}{2}\frac{5}{4}\frac{5}{7}\frac{5}{5}\frac{5}{2}$. & però consequentemente la retta H I, esser più lunga della retta H F, & in più del medesmo $\frac{6}{2}\frac{5}{4}\frac{5}{7}\frac{5}{5}\frac{5}{2}$.

Operatione per trouare la quantità, ò lunghezza per numero delle linee, che nel Cerchio G *B* I D, & fuori d'esso si considerano.

B D, M D, E D, E B, E A — 16, 8

rad. L 128. piu rad. 3072. L meno (rad. 48. piu 4)
rad. L 128. piu rad. 3072. L meno (rad. 48. piu 4.)
128. piu rad. 3072.
64. piu rad. 3072.
192. p̄ rad. 12288.

però E M. rad. 192.
però A M. rad. 192. m̄ 8.
però A F. ouero F M. posta essere la mita di A M. sara rad 48. meno 4.
però F E. rad. 48. piu 4.

rad. L 128. piu rad. 3073. ⅂
m̄ rad L 64. piu rad. 3072. ⅂
8192 — 192
3072 — 192
meno rad. L 11265. piu rad. 11324628. ⅂. — rad. 36864
il suo doppio è — rad. 3072
meno rad. L 45056. p̄ ℞ 1811935328. ⅂. — 73738
258048
110592
rad. 113246208

però F D, F B, F K, F I, H B ℞ *L* 128. p̄ ℞ 3072. ⅂

pero E I. rad. L 128. p̄ rad. 3072. ⅂. m̄ (rad. 48. p̄ 4.)
è il quad. d'E I 192. p̄ ℞ 1228. m̄ rad. *L* 45056. piu rad. 1811939328. ⅂.
è il quad. di B E. 64.
è il quad di B I. 256 p̄ rad. 12288. m̄ ℞ L 45056. p̄ rad. 1811939328. ⅂.
però la linea retta B I, sara la rad. legata, ò v niuersale di tutta essa quantita.

però B I, I D, B K rad. *L* 256. piu rad. 12288. m̄ rad. *L* 45056. piu rad. 1811939328 ⅂ ⅂.

però H I. rad. L 128. piu rad. 3072. ⅂ piu rad. L 12288. m̄ rad. *L* 45056. piu rad. 1811939328. ⅂ ⅂.

Perche H I. & H S. sono linee seganti il Cerchio G B I D. il dutto di H S. nella parte esteriore H K. conuiene essere eguale al dutto di H I. nella parte esteriore H B. però ponendo H K. 1. co. per essere K S. (diametro totale del Cerchio G B I D,) rad. *L* 512. piu rad. 48152. ⅂ tutta la H S. sara vna co. piu rad. *L* 512. piu rad. 49152. ⅂, onde il dutto di H K, vna cosa in tutto H S. sara 1. ⅋ piu 1. esimo di rad. *L* 512. piu rad. 49152. ⅂, & questo è eguale al dutto di H I, in H B.
H I. rad. *L* 128. p̄ rad. 3072. p̄ rad. *L* 256. piu rad. 12288. m̄ rad. *L* 45056 p̄ ℞ 1811930328. ⅂ ⅂.
H B rad. *L* 128. piu rad. 3073. ⅂

Il prodotto loro è 128. piu rad. 3072. piu rad. L 38912. piu rad. 805306368. m̄ rad. L 1480589312. piu rad. 2153494678060051392. ⅂ ⅂.

rad. L 128. piu rad. 3072 ⅂
rad. L 128. piu rad. 3072 ⅂
16384
3072 — c
rad. L rad. L 19456. piu rad. 201326592. ⅂ ⅂.
meno rad. L rad. L 45056. piu rad. 1811936328. ⅂ ⅂.
t

116736
99280
97280
77824
876609536
603979776
1480589312

la c. entra nella t. rad. 9. cioe 3. volte, pero il prodotto loro, sara 3. volte il quadrato di c. Perche la t. contiene c. 3. volte, a moltiplicare t. per 19456. è quanto moltiplicare c. per il triplo di 19456. cioe per 58368. & questo con 45056. (per il quale s'ha da moltiplicare c.) fa 103424. da moltiplicare in c.

rad.

radice L 256. piu radice 12288. ⅂.
radice ⅂ 128. piu radice 3072. ⅂.

32768 256
6144 266
38912 rad. 65536
rad. 3072
131072
458752
196608
rad. 201326595. il doppio è rad. 805306368.
103424
103424
313696
2482176
310272
103424
rad. 10696523776
rad. 201326592
21393047552
99268763984
53482618880
139054809088
278109918176
21393047512
rad. 215349467806905 1392

1. ⅋ (piu r. L 512. p̄ 49152. ⅂. esimo d'1. co.) Eguale a 128. piu rad. 3072. piu rad. L 38912. piu rad. 805306368. m̄ rad. L 1480589312. rad. 215349467806905 1392. ⅂ ⅂.

rad. L 128. piu rad. 3072. ⅂. mita della quantita delle co.
rad. L 128. piu rad. 3072. ⅂.

128. piu rad. 3072. è il quad. della mita della quantita delle cose.

quātita del numero 128. piu rad. 3072. piu radice *L* 38912. piu radice 805306368. meno radice L 1480589312. piu rad. 215349467806905 1392. ⅂ ⅂.

la somma è 256. piu rad. 12288. piu radice L 38912. piu radice 805306368. meno rad. L 1480589312. piu rad. 215349467806905 1392 ⅂ ⅂.

Però la rad. quadra vniuersale, o legata di questa somma, manco rad. L 128. piu rad. 3072. ⅂. mita del numero delle co. vale la co. perilche essa quātita sara la vera lunghezza della linea H K, posta 1. co. cioe H K. sara alquanto piu d'$8\frac{34}{91}$.

n

rad. L 256. p̄ rad. 12288. piu rad. L 38912.

110

è piu di $110\frac{188}{211}$.
è piu di 256. esimo di $368\frac{188}{221}$.
piu di $113\frac{102}{103}$.
è piu di $480\frac{10143}{22763}$.

21 39

somminsi

$\frac{118}{221}$ $\frac{102}{103}$

103 22542
19364
41906
19343
22763

è piu di $21\frac{167}{182}$. perche il quad. di $21\frac{167}{182}$. nō arriua a $480\frac{10143}{22763}$.

$21\frac{167}{182}$ 3507 167
$21\frac{167}{182}$ 7014 167
441. $553\frac{43}{182}$ 38 27889
esimo di 182. 1554 153
$38\frac{98}{182}$ 98 968
480. $69\frac{43}{182}$. esimo di 182. che non arriua a $480\frac{10143}{22763}$.

589
43
182

c

piu radice 805306368. meno radice L 1480589312.

28377
56 2130
6 44163
74 449468
è piu di $28377\frac{52239}{56755}$.
39912
piu di $67289\frac{52239}{56755}$.
manco di m̄ $54296\frac{4760}{40722}$.
è piu di $12993\frac{18566110063}{22111177110}$.

113
$22\frac{893}{224}$.
è piu di $113\frac{102}{103}$. perche il quadrato di $113\frac{102}{103}$. non arriua a 12993. & suo rotto.

cauisi
4769
40722

23845
23845
33383
267064
270664595

Digitized by Google

da
52239
56755

104478
104478
365673
208956
2127276558
270664595
resta 1856611963
2311177110

113510
113510
397285
227020
2311177110

113 $\frac{102}{103}$.
113 $\frac{102}{103}$.
12769. 100 $\frac{1}{103}$. esimo di 103.
223
12993. 81 $\frac{1}{103}$. esimo di 103.
questo rotto non arriua a $\frac{4}{5}$. ma il rotto accompagnato al 12993. è piu di $\frac{4}{5}$.

113
204
23052
223
245
392
83
rotto 103

102 102
103 103

10404
101 $\frac{1}{103}$.
102

piu rad. 2153494678069051392. 111.
1 4 6 7 4 7 9 0 2 1
28 1934
292 21894
2934 14056
8 2319180
94 26477169
9580 626280513
4 3928890992
è manco di 1467479021 993932951
2934958042
1480589312
è manco di 2948068333 993932951
2934958042
5 4 2 9 6
448
2206
104283
664233
12712 $\frac{1}{3}$.
108592
38152 9538
325776 81444

è manco di meno 54296 $\frac{4760}{40772}$.
m rad. L 128. piu rad. 3072. 7. è la linea retta H K.
5 5
527
è manco di 55 $\frac{40}{117}$.
128
è manco di 183 $\frac{47}{110}$.
1 3 14 $\frac{1}{7}$. esimo di 26.
è manco di m 13 $\frac{00}{182}$. perche il quadrato di 13 $\frac{00}{182}$. supera 183 $\frac{47}{110}$. essendo egli 183 $\frac{1}{7}$. & $\frac{0801}{33124}$. che $\frac{1}{7}$. è 15 $\frac{5}{7}$. esimo di 110. quale cauato da $\frac{47}{110}$. resta 31 $\frac{2}{7}$. esimo di 110. ma $\frac{1}{110}$. è 301 $\frac{14}{110}$. esimo di 33124. però li 31 $\frac{2}{7}$. esimo di 110. saranno quasi 9421. 33124. esimi che non arriuano a $\frac{0801}{33124}$.
301 $\frac{14}{110}$. 602
31 $\frac{2}{7}$. 434
9331
86
manco di 4
quasi 9421. 33124. esimi.
da 21 $\frac{167}{182}$. che è manco del douere.
Cauisi 13 $\frac{09}{182}$. che è piu del douere.
Resta 8 $\frac{34}{91}$. che è manco del douere, però la quantità sopradetta è p di 8 $\frac{34}{91}$. Onde la cosa vale più d'8 $\frac{34}{91}$. però la linea H K. è più d'8 $\frac{34}{91}$.

Et per chiudere essa linea H K. fra dui numeri rationali propinqui al vero, sapendo che ella è

più d'8 $\frac{34}{91}$. cioe che 8 $\frac{34}{91}$. è termine minore del vero, vediamo hora di trouare l'altro termine che superi il vero; però al modo opposito, potremo dire la radice a, essere piu di 1467479021 $\frac{9903903}{2634903804}$. che aggiuntoli 1480589312. fa 2948068333. con il rotto detto, la R. quadra

Cauisi $\frac{50869}{4134678}$. da $\frac{17413}{18919}$.

2171684

5646784.
1737472.
7384356.
7563649984.

1954656
3909312
3908312
4108686912

457821.
915642.
915642.
962339742.
660131024 2.
resta 3300655121.
4108686912.

Moltiplichi in se stesso.

113 $\frac{102}{104}$.
111 $\frac{103}{104}$.
12769
206
16 $\frac{86}{104}$.
101 $\frac{1}{104}$. esimo di 104.
fa 12993. 84 $\frac{1}{104}$. esimo di 104.

vedasi di questi dui rotti quale è maggiore.

manco di	più di
3501	84
4508	104
39	39 $\frac{1}{2}$.
988	3276
52	42
104	3318.
39 $\frac{1}{2}$.	

4104. esimi, però è maggiore del $\frac{3301}{4108}$.

Moltiplichisi 55. 46 $\frac{9}{11}$. esimo di 110. in se stesso.

3025
46 $\frac{9}{11}$.
& manco di $\frac{2}{11}$.
fa manco di 3072

46 $\frac{9}{11}$.
46 $\frac{9}{11}$.
2116 322
46
29 $\frac{3}{11}$. 7 $\frac{4}{10}$. esimo di 11.

questo rotto 2191. 10 $\frac{4}{11}$. esimo di 11. non 12100.
arriua a $\frac{2}{11}$. che sono $\frac{1200}{12100}$.

Cauisi 13. 14 $\frac{1}{8}$. esimo di 26. da 23 $\frac{3}{4}$.

113
208

13
14

2705
1582
5122

Resta 8 $\frac{561}{1456}$.

Cauisi $\frac{34}{91}$. da $\frac{961}{1256}$.

49504 51051

Resta $\frac{1547}{132496}$.

Moltiplichisi 13. 14 $\frac{1}{8}$. esimo di 26. in se stesso.

169
14 $\frac{1}{8}$. cioe 84 $\frac{1}{2}$. esimo di 676.
199 $\frac{33}{64}$.
767

fa 183. 284 $\frac{1}{64}$. esimo di 677. che è manco di 182 $\frac{515}{1210}$. perche q̃sto è 183. 287 $\frac{87}{121}$. esimo di 676.

14 $\frac{1}{8}$. 14 $\frac{1}{8}$.
196
3 $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{64}$.
199 $\frac{33}{64}$.
676

121 | 676 | 515
10140
3380
48140
3164 | 0
287 $\frac{87}{121}$.

Somminsi insieme.

103 281
104 330

però cauisi $\frac{1}{104}$. da $\frac{281}{330}$.

29224
330

la somma è 1 $\frac{28894}{34320}$.

dra di che è piu di 54296. 12717 $\frac{1}{4}$. esimo di 108592. che è meno da serbare? Poi potremo dire

de la rad. c, esser manco di 28377 $\frac{5}{10}\frac{1}{7}\frac{3}{1}\frac{9}{0}$. che aggiuntoli 38912. fa 67289 $\frac{5}{10}\frac{1}{7}\frac{3}{1}\frac{9}{0}$. ilche è più del douere, dalche cauato meno 542176 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. ferbato, che è manco del douere. il restante 129794 $\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{6}{8}\frac{3}{8}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. sarà più del douere, la rad. quadra di che non arriua a 113. $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{4}$. però questo 113 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{4}$. è similmente più del douere, & è piu da ſerbare. Poi potremo dire la rad. n, esser manco di 110. 187 $\frac{1}{1}$. esimo di 220. onde questo 110 $\frac{5}{6}\frac{6}{0}$. è più del douere, al quale giunto 256. fa 366 $\frac{1}{1}\frac{8}{0}\frac{3}{0}$. che è medeſmamente più del douere, & a questo gionto il 113. $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{3}{0}$. ſerbato che anch'egli è più del douere, fa 480 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}\frac{7}{0}$. che è più del douere, la rad. quadra di che non arriua a 21 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{6}{0}$. però questo 21 $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. è similmente più del douere, & è più da ſerbare. Poi potremo dire la rad. t. esſere più di 55. 46 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. esimo di 110. che giontoli 128 fa 183 $\frac{5}{1}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. la rad. quadra di che è più di 13. 14 $\frac{1}{1}\frac{8}{0}$. esimo di 26. che è meno, & è come s'è detto manco del douere, & questo cauato da 21 $\frac{1}{1}\frac{3}{0}$. che è più del douere, reſta 8 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{6}{0}$. però questo 8 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{6}{0}$. è maggiormente più del douere, onde la quantità di H K non arriua a 8 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{6}{0}$. & come ſi ſappiamo eſſa H K. esſer maggiore di 8 $\frac{3}{0}\frac{4}{7}$. ma minore di 8 $\frac{1}{0}\frac{0}{7}\frac{6}{0}$. numeri che fra loro ſono differenti in $\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{7}{0}$. Hora che ſappiamo H K. esſer manco di 8 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{6}{0}$. & B I esſer più d'8 $\frac{8}{1}$. conoſciamo B I. esſer più lunga di H K. in più di $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{6}{0}\frac{1}{7}$. che a cauare $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{6}{0}\frac{1}{7}$. cioè $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{7}{0}$. che è più del douere da $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{7}{0}$. cioè $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. che è manco del douere, reſta $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{1}{7}$. che però è manco del douere onde cauando la vera H K dalla vera B I. douerà reſtare più di detto $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{1}{7}$. però la B I. è maggiore della H K. in più di $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{1}{7}$. come s'è detto.

Et perche la H K. è maggiore d'8 $\frac{3}{0}\frac{4}{7}$. & il vero lato del Decagono che ſi inſcriueſſe nel Cerchio G B I D. è minore d'8 $\frac{8}{1}$. numero che non è minore d'8 $\frac{3}{0}\frac{4}{7}$. anzi è maggiore d'8 $\frac{3}{0}\frac{4}{7}$. in $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$. Noi di qui non potiamo conoſcere, di H K, & del lato del Decahono qual ſia maggiore, ò ſe ſono differenti (che dicendoſi A. e maggiore di 90. & B. e minore di 100. questo non baſta a poter far comparatione dall'A. al B, che eſſi poniamo eſſere eguali fra loro, eſſendo ciaſcun d'eſſi poniamo 96. Et ancora A. potria eſſer maggiore di B. eſſendo A. poniamo 92. & B. poniamo 91. 90. 80. ò altro numero minore di 92. & conſequentemente di 100. Et anco A. potria eſſer minore di B. eſſendo A. poniamo 93. & B. poniamo 98. Onde volendo fare comparatione dalla linea H K. al vero lato del Decagono, eſſendoſi trouato con diligenza la H K. eſſere ſolo alquanto maggiore d'8 $\frac{1}{8}$. ma non molto diligentemente, il lato del Decagono non arriuare ad 8 $\frac{1}{8}$. noi perche questo 8 $\frac{1}{8}$. e ſolo maggiore dell'8 $\frac{3}{4}$. in $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}$. quantità molto piccola; conſideraremo ſe con maggior diligenza accoſtandoci al vero lato del Decagono più che non facciamo dicendo

Moltiplichiſi 8 $\frac{3}{0}\frac{4}{7}$. in ſe ſteſſo.

8 $\frac{3}{0}\frac{4}{7}$ — 544
64 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$ — 6.
5 $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$ — 8098
fa 70 $\frac{9}{1}\frac{5}{2}\frac{5}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$. 9355

8 $\frac{1}{7}\frac{8}{8}$. via 8 $\frac{1}{7}\frac{8}{8}$.
64 $\frac{7}{1}\frac{8}{2}\frac{8}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$. 448
5 $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$.
fa 70 $\frac{0}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$. però ci ſerue

fa 8. 11 $\frac{1}{1}$. eſimo di 39. cioè 8 $\frac{1}{1}\frac{3}{1}$. via 8 $\frac{1}{4}\frac{3}{4}$.
64 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$. 208
5 $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$.
fa 70 $\frac{9}{1}\frac{5}{2}\frac{5}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$. però ci ſerue.

Veggaſi quanto facci a moltiplicare 8 $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. in ſe ſteſſo.

8 $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$ — 176
64 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$. 5 $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$.
5 $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$.
fa 70 $\frac{0}{1}\frac{0}{2}\frac{0}{3}\frac{0}{4}\frac{0}{5}\frac{0}{6}\frac{0}{7}$. che è poco; però prouiſi 8. 11 $\frac{1}{1}$. eſimo di 30. cioè $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$. che è $\frac{1}{8}$. ma questo già ſappiamo eſſer troppo, però conuien trouare vn rotto facile fra $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. & 11 $\frac{1}{1}$. eſimo di 30. & ſia che ſi pigli 11 $\frac{1}{1}$. eſimo di 30. cioè $\frac{1}{7}\frac{8}{8}$. & vediamo s'è buono.

Ancora 8. 11 $\frac{1}{1}$. eſimo di 30 cioè $\frac{1}{2}\frac{0}{7}$. cioè $\frac{1}{2}\frac{1}{7}$. però 8 $\frac{1}{2}\frac{0}{7}$. via 8 $\frac{1}{2}\frac{0}{7}$.
64 $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$.
5 $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$.
fa 70 $\frac{9}{1}\frac{5}{2}\frac{5}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}$.

	368733	46
	5839966	729
52739684	3316797	35159796
4746572149	29831173	23439864
4271915214	268660557	26955843 6

Il $\frac{4}{7}\frac{6}{0}$. e maggiore in $\frac{8}{1}\frac{0}{2}\frac{7}{3}\frac{8}{4}\frac{7}{5}\frac{8}{6}\frac{9}{7}\frac{0}{0}$.

do

do egli essere manco d'8 $\frac{1}{6}$. potessimo vedere se egli fusse ancor manco d'8 $\frac{1}{6}$ $\frac{4}{9}$. numero molto poco minore di detto 8 $\frac{1}{6}$. Et perche sappiamo esso lato del Decagono non arriuare alla rad. di 70 $-\frac{3}{1}\frac{1}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. prouiamo se il quadrato d'8 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{9}$. eccedesse detto 70. & suo rotto, ma il quadrato d'8 $\frac{1}{6}$ $\frac{4}{9}$. è 70 $\frac{6}{1}\frac{7}{6}\frac{4}{9}$. quale è maggiore di detto 70 $\frac{3}{1}\frac{6}{0}\frac{8}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{0}$. però conosciamo che ancora 8 $\frac{1}{6}$ $\frac{4}{9}$. è maggiore del douere, cioe il lato del Decagono non potere arriuare ad 8 $\frac{1}{6}$ $\frac{4}{9}$. Et perche sappiamo la linea H K, esser maggiore, cioe eccedere in lunghezza il medesmo 8 $\frac{1}{6}$ $\frac{4}{9}$. que sto basta a far manifesto che la linea H K è maggiore del lato del Decagono; Et perche anco si può facilmente trouare delli numeri minori di 8 $\frac{1}{6}$ $\frac{4}{9}$. il quadrato de' quali più s'accostarà a 70. $\frac{3}{1}\frac{1}{0}\frac{6}{0}\frac{5}{0}\frac{1}{0}\frac{2}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$. eccedendolo in manco che non fa il quadrato di detto 8 $\frac{1}{6}$ $\frac{4}{9}$. Et 8 $\frac{1}{6}$ $\frac{8}{9}$. è uno di essi, che il suo quad. è 70 $\frac{6}{1}\frac{1}{6}\frac{1}{9}$. minore di 70 $\frac{6}{1}\frac{7}{6}\frac{4}{9}$. ma maggiore di 70 $\frac{3}{1}\frac{6}{0}\frac{8}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{0}$. Et più prossimo al vero è 8 $\frac{1}{6}$ $\frac{7}{9}$. il quadrato del quale è 70 $\frac{6}{1}\frac{1}{6}\frac{9}{9}$. Et ancora più prossimo al vero è 8 $\frac{1}{6}$ $\frac{9}{9}$. numero di rotto molto facile, il quadrato del quale è 70 $\frac{6}{1}\frac{2}{6}\frac{5}{9}$. numero maggiore di poco del 70 $\frac{3}{1}\frac{6}{0}\frac{8}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{0}\frac{3}{0}$. però in questo formandoci diremo il lato del Decagono non arriuare ad 8 $\frac{1}{6}$ $\frac{9}{9}$. & perciò esser minore di H K, che è fra 8 $\frac{1}{1}$ $\frac{6}{6}$ $\frac{1}{6}$. & 8 $\frac{1}{6}$ $\frac{8}{9}$. Et questa H K, esser minore di B L che passa 8 $-\frac{7}{1}\frac{1}{6}$.

Et notisi che la linea H K non solo è maggiore d'8 $\frac{1}{6}$ $\frac{4}{9}$. ma anco è maggiore d'8. 34 $\frac{1}{1}$. esimo di 91. cioe d'8 $-\frac{6}{1}\frac{5}{6}$. Perche quando nel ridurre la vera quantità d'essa a numero rationale non eccedente il vero; & che perciò nel trouare la rad di 480 $\frac{1}{1}\frac{7}{6}\frac{1}{9}$. diceßimo ci la essere più di 21 $\frac{1}{1}\frac{6}{6}\frac{7}{9}$. perche il quadrato di questo 21. $\frac{1}{1}\frac{6}{6}\frac{7}{9}$. non arriua al 480 $\frac{1}{1}\frac{7}{6}\frac{9}{9}$. potenamo ancora dire ella essere più di 21 $\frac{1}{1}\frac{6}{6}\frac{8}{9}$. perche ancora al quadrato di questo 21 $\frac{1}{1}\frac{6}{6}$. non arriua al 480 $\frac{1}{1}\frac{7}{6}\frac{9}{9}$. Onde all hora da

Moltiplichisi 21 $\frac{1}{1}\frac{6}{6}\frac{8}{9}$. in se stesso.
cioe 21 $\frac{1}{1}\frac{6}{6}\frac{8}{9}$. via 21 $\frac{1}{1}\frac{6}{6}$.
504 441 $\frac{1}{1}\frac{2}{6}\frac{8}{9}$.
38 $\frac{1}{1}\frac{6}{6}$.
fa 480 $\frac{1}{1}\frac{0}{6}\frac{0}{9}$.

21 $\frac{1}{1}\frac{6}{6}\frac{8}{9}$. che è manco del douere cauato 1 $\frac{1}{1}\frac{0}{6}\frac{0}{9}$. gia trouato, più del douere resta 8 $\frac{1}{6}\frac{0}{8}\frac{0}{1}$. che è manco del douere, & però la H K sarà più d'8 $\frac{1}{6}\frac{0}{8}\frac{0}{1}$. ma è manco d'8 $\frac{1}{6}\frac{1}{6}$. però l haueremo chiusa fra 8 $\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{6}{1}$. & 8 $\frac{1}{6}\frac{6}{8}\frac{0}{1}$. numeri che fra loro sono differenti in $\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{0}{9}\frac{0}{0}$.

Et quando così si fusse detto H K, essere maggiore, ò più d'8 $\frac{1}{6}\frac{6}{8}\frac{0}{1}$. haueressimo conosciuto subito, che il lato del Decagono, che si inscriuesse nel Cerchio G B I D. era minore di detta H K. dicendoli esso lato esser manco d'8 $\frac{1}{6}$. (senza trouare l 8 $\frac{1}{6}$ $\frac{0}{9}$. ò altro numero più diligente, ò prossimo al vero dell 8 $\frac{1}{6}$.) perche subito ancora si vede, che 8 $\frac{1}{6}$ $\frac{4}{9}$. è minore d'8 $\frac{1}{6}$ $\frac{8}{9}$. cioe d'8. 3 $\frac{1}{6}$ $\frac{3}{9}$. esimo di 8.

Operatione per trouare il lato del Decagono da inscriuersi nel Cerchio G B I D. che *hà* per semidiametro la linea F D. quale è rad. L 128. p̃ ℞ 3072. ⅂.

Quando il semidiametro del Cerchio sia 8.	Il lato del Decagono è rad. 8. meno 4.	Essendo il semidiametro ℞ L 128. p̃ ℞ 3072. ⅂.
2	rad. 5. meno 1. cioe	
1	℞ L 6 meno ℞ 10 ⅂.	℞ L 32. p̃ ℞ 192. ⅂.
	℞ L 32. più rad. 192. ⅂.	

Il prodotto è rad. L 192. meno rad. 1840. più rad. 6912. m̃ rad. 20480. ⅂. che è il lato del Decagono inscritto nel Cerchio G B I D.

La linea B L è rad. L 356. p̃ rad. 12488. m̃ rad. L 45056. p rad. 181193928. ⅂ ⅂.

Il quad. del lato del Decagono è 192. p̃ rad. 6912. m̃ rad. 30480. m̃ rad 3840.

Il quad. della linea B L è 256. p̃ rad. 12288. m̃ rad. L 45056. più rad 181193928. ⅂. rad. 6912 *in* rad. 12288. entra rad. 1 $\frac{1}{2}$. cioe volte 1 $\frac{1}{2}$. però cauando detta rad. 6912. & anco 192. da ciascuna quantità, & giongendo a ciascuna rad. L 45056 p̃ rad. 181193919. ⅂. haueremo.

Dalla parte del lato del Decagono.
℞ L 45056. più rad. 181193928. ⅂ m̃ rad. 20480. m̃ rad. 3840.
Dalla parte della linea B L. 64. più rad. 768.
Et giongendo rad. 20480. & rad. 3480. a ciascuna parte haueremo.
Dalla parte del lato del Decagono rad. L 45056. più rad. 181193928. ⅂.
Dalla parte della linea B L. 64. più rad. 768. più rad. 20480. più rad. 3840.
Et moltiplicando ciascuna quantità in se medesima; haueremo.
Dalla parte del lato del Decagono 45056. più rad. 181193928.
Dalla parte della linea B L 29184. più rad. 45298432. più radice 351658240. più radice 473169920.
Et cauando 29184. più rad. 45298432. da ciascuna parte, haueremo.
Dalla parte del lato del Decagono 15872. più rad. 45298432.

Della

Dalla parta della linea B L rad.4731699 10. piu rad.25 1658240.

Che però dalla parte del Decagono riducendo a numero rationale vicino al vero non arriuarà a 37151 $\frac{1}{5}$. Ma dalla parte della linea B I si passarà 37616 $\frac{1}{5}$. Onde conosciamo che la quantità conueniente al vero lato del Decagono da inscriuere nel Cerchio G B I D. e minore della linea B L, cioe che la linea B I, e più longa del lato del Decagono; Et consequentemente che la linea B D, e similmente più lunga del vero lato del Pentagono.

Moltiplichisi 64. piu radice 768. piu radice 20480. piu radice 3840.
via 64. piu radice 768. piu radice 20480. piu radice 3840.

4096	rad.768	rad.20480	3840. numero di questa vltima
768	Bt 4096	rad.4095	rad.e 5. volte 768. numero della
20480	3073	8192	prima rad. però il prodotto del
3840	73728	196608	doppio di rad.3840. via 64. sarà
29184	rad.3145728. il dop	Bt 83886080. il dop	rad.62614560.
	pio e Bt 335544320.	piu e r.335544320.	D
	a	c	

per sommare insieme le due rad. C c.

C.rad.11796480	C.rad.335544320	rad.11796480
147456	4194304	via rad. 40 $\frac{1}{6}$.
36864	1048576	1310720
2304	65536	4718192 00
144	4096	fa rad.473169920. per somma di C c.
9	256	

la c. entra nelle C. rad. $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$. cioe volte $\frac{1}{3}$ $\frac{9}{6}$. però entrarà nella somma volte $\frac{1}{4}$. onde moltiplicando la c. per rad. 40 $\frac{1}{6}$. il prodotto che e rad.473169920. sarà la somma delle rad. C c.

rad.768. via il doppio
di rad.20480.
fa rad.62914560.
D

Queste due radici D. che sono eguali sommate insieme fanno rad.25 1658240.

ra.768. via
rad.3840.
fa rad.2949120. il doppio e
rad.11796480.
C.
rad.20480. via il doppio di
rad. 3840.
fa rad.314572800.
A.

In rad. 314572800. A. la metà della a. entra rad. 100. volte, cioe 10. volte, però tutta la a. v'entrarà 5. volte, & però nella somma di A, & a. entrarà 6. volte, onde moltiplicando la a. per rad. 36. il prodotto sarà la somma d'A, & a.

a. rad.12582912.
rad. 36.
75497472
fa rad.4529848 32.
per somma d'A, & a.

Il prodotto della totale moltiplicatione e 29184 piu rad.4529848 32. piu radice 25 1658240 piu radice 473169920.

Riducasi 15872. piu rad.4529848 32. a numero rationale propinquo al vero.

2 1 7 5 2
42 5198
4 35448
56 146432
e manco di 21283 $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{2}{6}$.
15872
e manco di 35751 $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{2}{6}$.

Digitized by Google

Riducasi il lato del Decagono a numero rationale vicino al vero.

rad.L 192. piu radice 6912. meno radice 20480. meno radice 3840.Ţ.

manco di 83 $\frac{512}{192}$. | m̃ 143 $\frac{288}{192}$.& più m̃ 61 $\frac{288}{192}$.& più | m̃ 61 $\frac{31}{287}$.& piu. 4 109 113 3813 1148 2665 35501

la somma è manco di 275 $\frac{7}{100}$. | m̃ 205 $\frac{656}{256}$. & più

m̃ 205 $\frac{656}{256}$.& più

resta 70 $\frac{50629600}{256}$ .che è più del douere, perche li è cauato 205 $\frac{656}{256}$ .che è manco del douere da 275 $\frac{7}{100}$. che è più del douere, onde il restante tanto maggiormente è più del douere, & però il vero lato del Decagono non arriua a rad.70 $\frac{50629600}{256}$. & consequentemente non non arriua a 8 $\frac{7}{10}$.

Cauasi $\frac{656}{256}$ .da $\frac{328}{1}$.

15990 | 811923.

41640 | 443390

412390 | resta $\frac{50629600}{256}$.

Riducasi radice 4731699 20. piu radice 251658240. a numero rationale propinquo al vero.

è più di 21752 $\frac{4064}{4}$. | 15763 $\frac{3676}{4}$.& più.

è più di 15863 $\frac{3676}{4}$.

è più di 37616 $\frac{7}{4}$.

Ridueasi la linea B I. a numero rationale propinquo al vero.

rad.L 256. piu radice 12288. meno radice L 46056. piu radice 1811939328.Ţ.

più di 110 $\frac{128}{256}$. | 4736 | 42566 $\frac{18744}{256}$.

più di 366 $\frac{128}{256}$. | 10656 | 211

m̃ manco di 296 $\frac{70}{256}$. | 111296 | 84 4793

resta 70 $\frac{17920}{256}$. | 1547 | 850 56891

109749 | 8512 585728

74972

manco di 42566 $\frac{18744}{256}$.

45056

manco di 876221 $\frac{18744}{256}$.

296

58 3522

6

m̃ manco di 296 $\frac{70}{256}$.

che è manco del douere perche li è cauato 296 $\frac{70}{256}$. che è più del douere da 366 $\frac{128}{256}$. che è manco del douere. onde il restante tanto maggiormẽte è manco del douere, & però la linea B I, è più di rad. 70 $\frac{17920}{256}$. & consequentemente è più di 8 $\frac{7}{10}$. Il che supera 8 $\frac{7}{10}$. (à che non arriua il vero lato del Decagono) in $\frac{7}{256}$. onde la linea B I, è maggiore del vero lato del Decagono in più di $\frac{7}{256}$.

Operatione per trouare il lato del Pentagono da inscriuersi nel Cerchio G B I D, che hà per semidiametro la linea F D. quale è rad.L 128. piu rad. 3072.Ţ.

Quando il Semidiametro del Cerchio è 8 2	Il lato del Pentagono è ℞ L 160. m̃ ℞ 5120.Ţ. ℞ L 10. m̃ rad. 20.Ţ.	Essendo il Semidiametro rad.L 128. piu rad. 3072.Ţ. rad.L 32. piu rad. 192.Ţ.

la prima douenta 1

seconda quantità rad.L 10. m̃ rad. 20.Ţ.

terza quantità rad.L 32. p̃ rad. 192.Ţ.

Il prodotto e rad.L 320 m̃ rad. 3840. p̃ rad. 19200. m̃ rad. 20480.Ţ. Et questo è il vero lato del Pentagono, che è quantità irrationale, cioe che non si può ridurre a numero rationale, essendo ciascuna delle quantità partiali, che la compongono in comunicanti fra loro; che però nõ si può ridurre

Digitized by Google

ridurre a manco che a quantità di quattro nomi; Et il valore d'essa quantità totale, ò rad. L. non arriua a rad 253 $\frac{1}{2}$.& però non arriua a 15 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$.

Riducasi questo lato del Pentagono a numero rationale propinquo al vero.

rad. L 128. piu rad. 19100. meno rad. 3840 meno rad. 20480.

	1 3 8
26	2300
	156

manco di 128 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$.

Sommasi insieme	
13	32636
13	35301
	750628
	458913
	1208541

fa $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$.

m̃ 61 $\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{4}$.& più m̃ 123 $\frac{1}{1}+\frac{1}{8}$. & piu, che gionti insieme fanno meno 205 $\frac{1}{1}+\frac{2}{2}+\frac{6}{0}+\frac{6}{1}$. & piu, il che s'hà da cauare da 320 & restarà 114 $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{6}{0}+\frac{3}{1}+\frac{6}{2}$. che e piu del douere (perche dal 320. n'habbiamo cauato solo 205 $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{6}{0}+\frac{6}{1}$. che e manco di quello che veramente se ne douerìa cauare) onde il vero restante non arriuarà a 114 $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{0}+\frac{3}{1}+\frac{1}{2}$.al quale gionto radice 19200. che non arriua a 138 $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$. fa 253 $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$. & però la vera somma non douerà arriuare a 253 $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$. che e manco di 253 $\frac{1}{2}$. onde esso lato sarà manco di radice 253 $\frac{1}{2}$.& consequentemente sarà manco di 15 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$.

Hora che sappiamo la linea H K parte della retta H F, esser piu corta della B I. facilmente potremo conoscere che la linea retta tirata dal punto H. al centro F. non passarà per il punto della circonferenza doue termina la linea B K. posta eguale alla B I. ma segara essa B K. passando per vn punto della circonferenza piu vicino al B che non e il suo punto K, & chiamiamolo O. & da esso punto O. & al B. si consideri tirata vna linea retta O B. Perche essendo O F. semidiametro eguale ad H B, & H O. minore di B I; ne segue che tutta la linea retta H F. sia minore della retta H I. considerando il triangolo H F I, conosceremo che per essere il lato H F. minore del lato F I. e necessario che l'angolo H I F. opposto al lato minore sia piu piccolo dell'angolo H F I. opposto al lato maggiore; Et conciderato il triangolo B F I. Isoscele, cioe di dui lati F B & F I. eguali, & però che hà li dui angoli F B I, & F I B, eguali fra loro, ne segue che essendo l'vno di loro, cioe l'F I B. minore dell'angolo H F I. che ancora l'altro I B F. sarà minore del medesmo H F I. Hora se nelli dui triangoli H I B, B I F. il primo angolo H I F. dell'vno e eguale al primo angolo B I F, dell'altro (che e vn'istesso) & il secondo angolo H F I. dell'vno e maggiore del secondo angolo F B I. dell'altro, ne segue che il restante angolo F H I dell'vno, sia poi minore del restante angolo B F I dell'altro; Ma perche la linea B H. dalla constructione e posta eguale alla B F, & però nel triang. H B F, I ang. B F H. e eguale all'ang. F H B, ne segue, che essendo l'vno d'essi, cioe F H B, minore del B F I. che ancora l'altro B FH. sara min. del medesimo B F I. Onde cõsiderati li dui triangoli B F O. & I F B. perche li dui lati B F, & F O. dell'vno sono eguali alli dui lati I F, & F B, dell'altro, ciascuno al suo relatiuo; ma l'angolo B F O. cõtenuto dalli dui lati dell'vno è minore dell'angolo I F B, contenuto dalli dui lati dell'altro, ne segue per la 24. del primo d'Euclide, che la base B O. dell'vno, sia minore della base B I. dell'altro; ma la linea retta B K dalla constructione si pone eguale alla B I. però la B O. sarà similmente minore della B K; & perciò la B O. sottotenderà a minor circonferenza che non sottotende la B H. cioe la circonferenza B. O. sarà minore della circonferenza B K. & consequentemente il punto O. sarà piu vicino al B, che non è il punto K; Onde la retta che andando dal punto H, al centro F. passa per il punto O. non potrà passare altrimenti per il punto K. ma verrà a segare la B K auuicinandosi ella più al B, che non fa il punto K, come è manifesto.

Et tanto basti hauer discorso intorno a questo foodamento dell'inuentione, ò modo dell'inseriuere le figure equilatere nel Cerchio posto dal Signor Iosefe, che di ciò ne dì quello che segue nel Trattato d'esso Signore, non sarò altro esamine; potendo l'accorto Lettore da se medesmo andar considerando quanto li piacerà; Che io non ho preso ad andar mostrando la inualidità di tali inuentioni. ma a diffendere Archimede, come è ragioneuole, & come ci sforza l'obligo che gli deue non solo ogni buon Geometra, ma ciascun'altro ancora; per esserli egli affaticato, & scritto a giouamento vniuersale molte mirabili, & vtilissime opere. Et per obuiare in questa parte, che con danno delli poco essercitati nelle Mathematiche. & d'altri, non si lassino introdurre nuoue Regioe lontane dal vero. Et se bene in altre cose ancora il Signor Iosefe in esso Trattato contradice ad Archimede; si potrà in altro tempo quando occorrà, mostrare quanto esse contradittioni vaglino.

Et perche a volere intieramente diffendere Archimede intorno alla proportione che egli attribuisce alla circonferenza rispetto al diametro del suo Cerchio. & stabilire, che ella sia minore di tripla sesquisettima (che si troua fra 22. & 7. ò vogliamo dire che hà per denominatore 3 $\frac{1}{7}$.)

ma

ma maggiore di tripla superdecies partiens septuagesimas primas (che si troua fra 223. & 711 ò vogliamo dire che ha per denominat. $3\frac{1}{6}\frac{1}{9}$.) contien mostrare che egli habbi determinato ciò, con vera dimostratione, ò con ragione; pigliarò hora ad esplicare dissusamente, ò lo che egli bre uissimamente, & dottissimamente intorno a ciò ci ha lassato scritto, ò vogliamo dire è peruenuto alla nostra notitia.

Propositio tertia Archimedis in Tractatu de Circuli dimensione.

Cuiuslibet Circuli ambitus diametri est triplus, & adhuc superat parte quapiam, quæ quidem minor est septima diametri, maior autem decem septuagesimis primis.

Sit circulus, cuius diameter a c, centrum e, & c l f, linea circulum cõtingat; & angulus f e c, sit tertia pars recti; Ergo linea e f, ad f c, eam proportionem habet, quam 306. ad 153. ipse uerò e c, ad c f, maiorem proportionem habet, quam 265. ad 153. secetur angulus f e c, bifariam ducta e g. linea, ut igitur f e, ad e c, ita est f g, ad g c, & permutando, componendoque, ut uis que f e, e c, ad f c, ita e c, ad c g. maiorem ergo proportionem habet e c, ad c g. quam 571. ad 153. quare e g, ad g c. potestate maiorem habet proportionem. quam 349450. ad 23409. longitudinem uero maiorem, quam $591\frac{1}{10}$. ad 153. Rursus angulus g e c, bifariam secetur ipsa e h. linea: eadem ratione e c, ad c h maiorem proportionem habet, quam $1162\frac{1}{2}$. ad 153. quare h e, ad h c. maiorem habet quam $1172\frac{1}{2}$. ad 153. Secetur item h e c, angulus bifariam du ta e k, habet e c, ad k. proportionem maiorem, quam $2334\frac{1}{2}$. ad 153. ergo e k, ad c k maiorem habet, quam $2339\frac{1}{2}$. ad 153. Secetur demum angulus k e c, bifariam ipsa l e, habet igitur e c, ad l c, maiorem proportionem quam $4673\frac{1}{2}$. ad 153. Itaque quoniam angulus f e c. cum sit tertia pars recti, quater bifariam sectus est: ipse l e c, angulus erit recti pars quadragesima octaua; ponatur iã angulo l e c, æqualis angulus a d e, qui sit c e m. erit l e m. angulus recti pars vigesimaquarta, quare l m. recta linea latus erit polygoni circulo circumscripti, quod sex, & nonaginta lateribus continetur Quoniam igitur ostensa est e c, ad c l, maiorem habere proportionem, quam $4673\frac{1}{2}$. ad 153. ipsius autem e c, dupla est a e, & ipsius c l. dupla l m. habebit a c. ad ambitum polygoni sex, & nonaginta laterum proportionem maiorem, quam $4673\frac{1}{2}$. ad 14688. & est tripla, excedit que $667\frac{1}{2}$. qua quidem minora sunt quam septima pars $4673\frac{1}{2}$. quare ambitus polygoni circulo circumscripti ipsius diametri est triplus, & insuper minor, quam sesquiseptimus, circuli igitur ambitus multo minor est, quam triplus sesquiseptimus suæ diametri.

Sit circulus, cuius diametro a c, & angulus b a c, tertia pars recti; habet ergo a b, ad b c, maiorem proportionem, quam 1351. ad 780. sed a c, ad c b, habet eam, quam 1560. ad 780. Secetur bifariam angulus b a c, ducta linea a g. Itaque quoniam æqualis est angulus b a g. angulo g c b; sed & ipsi g a c. est & g c b angulus ipsi g a c. æqualis, & angulus communis a g c. est rectus, ergo, & tertius angulus g f c, tertio g e a. æqualis erit: & triangulum a g c. triangulo c g f. æquiangulum; quare ut a g. ad g c, ita c g. ad g f. & a c, ad c f, sed ut a c, ad c f. ita, & utraque c a, a b, ad b c, ut igitur utraque b a c, ad b c, ita a g. ad g c. & propterea a g. ad g c. minorem proportionem habet, quam 2911. ad 780. ipsa uero a c, ad c g. minorem habet. quam $3013\frac{3}{4}$. ad 780. Rursus secetur bifariam angulus c a g. ducta a h. habet eadem ratione a h, ad h c. minorem proportionem quam $5924\frac{1}{4}$. ad 780. uel quam 1823. ad 240. utraque enim utriusque est $7\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. quare a c, ad c h. minorem proportionem habet, quam $1838\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. ad 240. Secetur item bifariam angulus b a c. ducta k a. ergo & ipsa k a. ad k c, minorem habet proportionem, quam $3661\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. ad 240. uel quã 1007. ad 66. nam utraque utriusque est $4\frac{1}{2}$. quare a c, ad k c. minorem habet, quam $1009\frac{1}{2}$. ad 66. Secetur postremo k a c angulus bifariam ipsa l a. habet l a, ad l c, minorem proportionem, quam 2016. ad 66. ipsa uero a c, ad c l. minorem habet, quam $2017\frac{1}{2}$. ad 66 è contrario igitur polygoni ambitus ad diametrum maiorem proportionem habet quam 6336. ad $2017\frac{1}{2}$. quæ quidem 6336. ipsorum $2017\frac{1}{2}$. maiora sunt, quam tripla superdecies partientia septuagesimas primas; quare, & ambitus polygoni sex, & nonaginta laterũ circulo inscripti, ipsius diametri maior est, quam triplus superdecies partiens septuagesimas primas: circuli igitur ambitus multo maior est, quam triplus superdecies partiens septuagesimas primas. Ex quibus conflat circuli ambitum sua diametri triplum esse, vt adhuc minorem, quam sesquiseptimum, maiorem uero, quam superdecies partientem septuagesimas primas.

Cioè.

Sia il Cerchio il diametro del quale è la linea retta a c. & il centro è il punto e, & la linea retta c l f, sia toccante il Cerchio, cioè sia perpendicolare al diametro c a. nella estremità c. formando con esso diametro l'angolo retto a c f. & *sia l'angolo f e c. la terza parte d'un angolo retto.* il che verrà fatto se cominciando al punto c. si accomodarà nel Cerchio la linea c t. eguale al semidiametro c e, qual linea e t. perciò verrà ad essere il lato dell'Esagono equilatero che si inscriuesse nel cerchio, & però sottotenderà alla sesta parte della circonferenza d'esso, & poi diuisa la circon-

Digitized by Google

conferenza, ò arco e f, che è la festa parte di tutta, in due parti eguali nel punto r, la c r. farà la duodecima parte della circonferenza totale, onde dal centro e. tirata la retta e r f, perche la circonferenza c r. base dell'angolo c e r. formato nel centro è la duodecima parte di tutta, ancora l'angolo c e r. farà la duodecima parte di quattro retti (che sono contenuti da tutto lo spatio, che è intorno al centro e.) & però verrà ad essere la terza parte d'vn retto solo, hora imaginato che la retta f c, s'allunghi verso o. fino in o. di modo che e o. sia eguale alla e f. (& che però la f c. sia la metà della totale f o.) & tirata la o e, considerando li dui triangoli rettangoli f e c. & o e c; perche li dui lati f c, & c e, dell'vno con il suo angolo retto f c e, sono eguali alli dui lati o c, & c e, dell'altro con il suo angolo retto o c e, ne segue che al lato f e, dell'vno sia eguale il lato o e, dell'altro, & che all'angolo e f c. dell'vno sia eguale l'angolo e o c. dell'altro, & che all'angolo f e c. che rimane dell'vno sia eguale l'angolo o e c. suo relatiuo che rimane dell'altro, ma l'f e c. è $\frac{1}{3}$. di retto, però l'o e c. a lui eguale sarà anch'egli $\frac{1}{3}$. di retto, onde l'angolo totale o e f. farà $\frac{2}{3}$. di retto, & però nel triangolo f e o. li dui angoli e f o, & e o f, giontì insieme saranno il restante sino a dui retti, cioe contenuranno retti $1\frac{1}{3}$. ma essi dui angoli e f o. & e o f. sono eguali fra loro, però ciascun d'essi sarà la o.ità di retti $1\frac{1}{3}$. cioe sarà $\frac{2}{3}$. di retto, & consequentemente eguale all'altro angolo f e o. del medesimo triangolo f e o. onde essendo perciò esso triangolo f e o. equiàgolo, verrà ancora ad essere equilatero p la prima parte della quinta propositione del primo libro d'Enclide, però essendo il lato f o. doppio alla sua metà f c. ancora il lato e f. farà doppio all'istesso f c. onde posto la f c. vn numero a beneplacito, la e f. poi farà il doppio di detto numero, & la proportione della e f, alla f c. verrà ad essere, come la proportione del numero attribuito alla e f. al numero al quale egli è doppio attribuito alla f c. *adunque la linea e f. alla f c. ha quella proportione, che 306. a 153.* hora trouando la e c. che fa angolo retto con la e f. nel triangolo rettangolo e c f. (mediante la penultima propositione del primo d'Euclide) perche li dui quadrati di f c. & c e. sono eguali al quadrato solo di e f. cauando il quadrato di f c. qual quadrato è 23409. dal quadrato di e f. qual quadrato è 93636. il rimanente 70227. farà il quadrato di e c. però la linea e c. farà la $\frac{1}{306}$ di 70227. cioe alquanto piu di 265. (che il quadrato di 265. è solo 70225.) onde essendo e c. maggiore di 265. & o f. 153. precise, ne segue che, *& la e c. alla c f. habbi maggior proportione che 265. a 153. Seghisi l'angolo f e c. per mezo tirata la linea e g. come dunque* (per la prima parte della terza propositione del festo libro d'Euclide) *è la f e. alla e c. così è la f g. alla g c. & permutando, & componendo* (cioe componendo come dalla somma di f e c. alla e c. cioè la somma di f g. g c, cioe f c. alla c g. & permutando *come dalla somma di f e. e c. alla f c. così e c. alla c g.* ma f c. è 306. & e c. è più di 265. però la somma loro sara piu di 571. & f e. è 153. onde dalla somma di f c. e. alla f c. è maggior proportione che di 571. a 153. *adunque maggior proportione hà e c. alla g c. che 571. a 153.* onde posta c g 153. la e c. sara piu di 571. & trouando la e g. opposta all'angolo retto g c e. nel triangolo rettangolo g c e. essendo c e. 153. il suo quadrato sara 23409. & essendo e c. piu di 571. il suo quadrato sara piu di 326041. però la somma loro, cioe il quadrato di e g. sara piu di 349450. onde essendo la potenza di c g 23409 all'hora la potenza di e g sara piu di 349450. & perche la rad. quadra di 349450. e p di $591\frac{1}{1\frac{1}{6}\frac{1}{8}\frac{1}{4}}$. & questo rotto $\frac{1}{1}\frac{1}{6}\frac{1}{8}\frac{1}{4}$. e piu d' $\frac{1}{8}$. (che l'ottauo di 1183. e solo $147\frac{1}{2}$.) ne segue che quando c g. sia 153. all'hora e g. sara piu di $591\frac{1}{8}$. *perche e g. alla g c. potentialmente hà maggior proportione, che 349450. a 23409. ma in lunghezza maggiore che* $591\frac{1}{8}$. *a 153. Di nuouo seghisi l'angolo g c e. per mezo con la linea e h. per la medesima ragione*, cioe similmente come s'è detto di sopra, considerato il triangolo g e c. l'angolo g e c. della cima del quale e diuiso per mezo dalla linea e h, conoscaimo per la prima parte della terza propositione del festo d'Euclide, che la proportione del lato e g. al lato e c. farà come dalla parte della base g h. alla parte h c. & componendo, ò vogliamo dire per la 18. propositione del quinto, congiuntamente dalla somma delli dui lati g e. e c. al solo e c. come dalla somma delle due parti della base, cioe da tutta la base g c. alla sola parte h c. & permutando, ò vogliamo dire permutatamente per la 16. propositione del quinto, dalla somma delli lati g e. e c. alla base g c. farà come dal solo lato e c. alla sola parte h c. onde quando la g c. è 153. essendo trouata la c e. piu di 571. & la e g. piu di $591\frac{1}{8}$. all'hora la somma di g e. & e c. farà piu di $1162\frac{1}{8}$. & però essa somma alla c g. & consequentemente *la e c. alla c h. hà maggior proportione, che 1162* $\frac{1}{8}$. *a 153.* perilche posta c h. 153. la e c. sara piu di $1162\frac{1}{8}$. & considerato il triangolo rettangolo h c e, mediante queste due linee h c. e c. che contengono l'angolo retto trouando la h e. opposta gli, per che il quadrato di e h. 153. sara 23409. & il quad. di e c. piu di $1162\frac{1}{8}$. sara piu di $1350534\frac{3}{6}\frac{3}{4}$. la somma di questi dui quadrati, & consequentemente il quadrato della linea h e, sara piu di $1373943\frac{3}{6}\frac{3}{4}$. & perche la rad. quadra di questo numero è piu di $1171\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}$. & questo rotto è

349450	
591	
994	
118 135.0	
$591\frac{1}{1\frac{1}{6}\frac{1}{8}\frac{1}{4}}$	

Digitized by Google

più d' $\frac{1}{8}$. (che l'ottauo di 2344. e solo 293.) ne segue che quando c h. fia 153. all'hora h e. fara più di 1172 $\frac{1}{8}$. *perilche h e.ad hc.hà maggior proportione che 1172 $\frac{1}{8}$. a 153. Ancora seghifft l'angolo b e c.per mezo tirata la e k.* che così similmente come s'e detto di sopra conſiderato il triangolo h e c.la proportione del lato h e. ſuperiore e. al lato c e inferiore ſara come dalla parte h k. ſuperiore della baſe alla parte k c.inferiore,& congiontamente dalla ſomma de' dui lati h e, c e. al ſolo lato inferiore e c. come dalla ſomma delle parti della baſe, cioe come dalla totale baſe h c,alla parte inferiore k c. & permutatamente dalla ſomma de'lati h e.e c.alla baſe h c.come dal lato inferiore e c.alla parte della baſe inferiore k c. & perche ſappiamo che quando h c. e 153. all'hora h e. e piu di 1172 $\frac{1}{8}$ & e c.e piu di 1162 $\frac{1}{10}$. & però all'hora la ſomma di h e. e c.e piu di 2334 $\frac{1}{4}$. ne ſegue che la ſomma di h e. e c. alla h c.& conſequentemente *la e c. alla e K. hà maggior proportione che 2334 $\frac{1}{4}$. a 153.* onde poſta la c K. 153. all'hora la c e. ſara piu di 2334 $\frac{1}{4}$. & conſiderato il triangolo rettangolo K c e.mediante queſte due linee c K, c e, che contengono l'angolo retto, trouando la K e. oppoſtagli, perche il quadrato di c K. 153. fara 23409. & il quadrato di c e. piu di 2334 $\frac{1}{4}$. ſara piu di 5448723 $\frac{1}{10}$. la ſomma di queſti dui quadrati,& conſequentemente il quadrato della linea K e. ſara piu di 5472132 $\frac{1}{10}$. & perche la rad. quadra di queſto numero e piu di 2339.1211 $\frac{1}{10}$. eſimo di 4679. & queſto rotto e piu d' $\frac{1}{4}$. (che il quarto di 4679. e ſolo 1169 $\frac{1}{4}$.) ne ſegue, che quando c K. fia 153. all'hora k e. ſara piu di 2339 $\frac{1}{4}$. *adunque e k. alla e k. hà maggior proportione che 2339 $\frac{1}{4}$. a 153. Seghifi finalmente l'angolo k e c. per mezo con la linea l e.* che ſimilmente conſiderato il triangolo k e c. la proportione del lato ſuperiore k e. (per la prima parte della terza del ſeſto d'Euclide) al lato inferiore e c. ſara come dal la parte della baſe ſuperiore k l. alla parte inferiore l e. & congiuntamẽte dalla ſomma delli dui lati k e, e c.al ſolo lato inferiore e c. come dalla totale baſe k c. alla parte inferiore l c, & permutatamente dalla ſomma de'lati k e.e c.alla baſe k e.come dal lato inferiore e c.alla parte della baſe inferiore l c, & perche ſappiamo che quando k c. e 153. all'hora k e. e piu di 2339 $\frac{1}{4}$. & e c. e piu di 2334 $\frac{1}{4}$. & però all'hora la ſomma di k e, e c. e piu di 4673 $\frac{1}{2}$. ne ſegue che la ſomma di K e. e c. alla K c,& conſequentemente ne ſegue che *adunque e c. ad l e. hà maggior proportione, che 4673 $\frac{1}{2}$. a 153. & coſi eſſendo l'angolo f e c.la terza parte d'vn retto, perche ogni è ſtato diuiſo quattro volte per mezo, eſſo angolo l e c. ſara la quadrageſima ottaua parte d'vn retto* (che nella prima diuiſione l'angolo g e c. mita dell'f e c, terzo d'vn retto, verra ad eſſere $\frac{1}{6}$. di retto, & nella ſeconda diuiſione l'angolo h e c. mita del g e c. ſeſto d'vn retto verra ad eſſere $\frac{1}{12}$. di retto, & nella terza diuiſione l'angolo K e c. mita del h e c. $\frac{1}{24}$. di retto, verra ad eſſere $\frac{1}{48}$. di retto, & nella quarta diuiſione l'angolo l e c. mita del k e c. $\frac{1}{48}$. di retto, verra ad eſſere $\frac{1}{96}$. di retto) *hora al centro e. ſi ponga l'angolo c e m. eguale all'l e c. che l'angolo l e m. ſarà la vigeſimaquarta parte d'vn retto* (perche eſſendo egli compoſto dalli dui angoli l e c, che e $\frac{1}{96}$. di retto, & c e m. a detto l e c. fatto eguale, & che perciò e aneh'egli $\frac{1}{96}$ di retto, la ſomma loro, cioe tutto l'angolo l e m. verra ad eſſere $\frac{1}{96}$. cioe $\frac{1}{24}$. di retto, & perche $\frac{1}{24}$. di retto, viene ad eſſere $\frac{1}{96}$. di quattro retti, ne ſegue che eſſo angolo l e m. fatto nel centro e. fia l' $\frac{1}{96}$. di tutto lo ſpatio, che e attorno a detto centro e.) *però la linea retta l m. ſarà il lato del Poligono,* cioe del rettilineo equilatero,& equiangolo, *circonſcritto al Cerchio che ſia conteſauto da 96. lati. Perche dunque ſi è moſtrato la linea e c. alla e l. hauere maggior proportione che 4673 $\frac{1}{2}$. a 153. ma ad eſſa e c. è doppia la a c. & ad eſſa e l. e doppia la l m,* ne ſeguirà per la del quinto d'Euclide, che ancora dalla a c diametro del Cerchio alla l m. lato del 96. agono equilatero. & equiangolo circonſcrittoli, ſia maggior proportio ne che di 4673 $\frac{1}{2}$. a 153. onde poſto il lato l m. 153. all'hora il diametro a c ſara piu di 4673 $\frac{1}{2}$. ma eſſendo il lato l m. 153. tutti li 96. lati, cioe l'ambito del 96. agono, ſaranno 96. volte 153. che fa 14688. però quando l'ambito del Poligono di 96. lati circonſcritto al Cerchio ſia 14688. all'hora il diametro a c. ſarà piu di 4673 $\frac{1}{2}$. *onde la a c. all'ambito del Poligono di 96. lati, hauerà maggior proportione che di 4673 $\frac{1}{2}$. a 14688.* & conuerſamente l'ambito del Poligono al diametro a c. hauerà minor proportioue che di 14688. a 4673 $\frac{1}{2}$. perche eſſendo la vera lunghezza del diametro piu, ò vogliamo dire maggiore di 4673 $\frac{1}{2}$. ne ſegue per la del quinto, che ciaſcuna quantità paragonata a detto numero maggiore incognito, li habbi minor proportione, che non hà

al

Digitized by Google

al 4673 $\frac{1}{2}$. ma questa quantità 14688. alla quantità di 4672 $\frac{1}{2}$. *& è tripla. & la eccede in* 667 $\frac{1}{2}$ *ilche è minore della settima parte di* 4673 $\frac{1}{2}$. (che la settima parte di 4673 $\frac{1}{2}$. è 667 $\frac{6}{7}$.) *perilche l'ambito del Poligono circonscritto al Cerchio, al diametro d'esso è triplo, & più minore, che sesquisettimo*, cioe lo contiene manco di volte 3 $\frac{1}{7}$. ò vogliamo dire essendo il diametro del Cerchio 1. l'ambito del Poligono non arriuarà a 3 $\frac{1}{7}$. *adunque l'ambito del Cerchio* (che è minore dell'ambito del Poligono circonscrittoli, *è molto minore, che triplo sesquisettimo al suo diametro.*

Sia il Cerchio il diametro del quale è la linea a c, & l'angolo b a c, sia la terza parte d'un'angolo retto. ilche verrà fatto se principiando dall'estremità c si accommodarà nel Cerchio la retta c b. eguale alla metà del diametro. & poi dall'altro estremo a. al b. si tirarà la a b. che così la c b. sarà lato del Esagono da inscriuersi nel Cerchio (per la 15. del quarto d'Euclide, & però sottotenderà alla sesta parte della circonferenza d'esso Cerchio, onde l'angolo fatto nel centro hauente per base l'arco c b saria la sesta parte di quattro retti, cioe li $\frac{4}{6}$ ò vogliamo dire li $\frac{2}{3}$ d'vn retto solo, & però l'angolo b a c. fatto nella circonferenza, che hà per base l'istesso arco c b, & che consequentemente per la 20. del terzo d'Euclide è la metà dell'angolo detto cha si facesse nel cêtro, verrà ad essere $\frac{1}{3}$ di retto; Et perche l'ang. a b c. fatto nel mezo Cerchio è retto, cônsiderato il triang. rettang. a b c. fapêdo che il lato c b. è la metà del c'a. se vorremo che c a. sia poniamo 1560. all'hora c b, farà 780. & questo mediante potremo trouare l'altro lato a b. cauando il quadrato di c b, che è 608400. dal quadrato di c a, che è 2433600. & resta 2825200. per il quadrato di a b. & perche la rad. quadra di 1825200. non arriua a 1311. (che 1351. via 1351. fa 1825201) esso lato, ò linea a b. farà manco di 1350. *adunque a b. à b c. hà minor proportione che 1351. a 780 ma a c. à c b. hà quella che è da 1560. a 780. Seghisi per mezo l'angolo b a c. tirata la linea a g.* quale ancora sega la b c. nel punto f, & si tiri la retta c g, *& così perche l'angolo b a g. è eguale all'angolo g c b.* per la 21. del terzo d'Euclide, essendo ambidui fatti nella circonferenza, & hauendo per base vn'istesso arco g b, *& ancora al g a c. sarà anco l'angolo g c b. eguale ad esso g a c, &* di più considerati li dui triangoli rettangoli c g f, & c g a, *l'angolo cômune a g c. è retto, adunque ancora il terzo angolo g f c. sarà eguale al terzo angolo g c a, & il triangolo a g c. equiangolo al triangolo c g f. perilche* (per la quarta del sesto d'Euclide) *come à g. à g c. così c g. a g f & a c à c f. ma come a c. à c f. così è la somma di c a. ab à b c.* perche considerato il triangolo b a c. essendo l'angolo b a c. della cima diuiso per mezo dalla linea b f. che anco sega la base b c. nel punto f. ne segue per la prima parte della terza propositione del sesto d'Euclide, che dal lato superiore a b all'inferiore a c. sia come dalla parte superiore b f. della base alla parte inferiore f c, & però congiuntamente dalla somma de'lati a b. a c. al lato a c. inferiore, come dalla sôma delle parti b f. c. cioe come da tutta la base b c. alla sua parte inferiore f c, & permutatamente dalla somma de lati a b. a c. alla base b c. come dal lato inferiore a c. alla parte inferiore f c. ma a b. è minore di 1351. & a c. è 1560. però la somma loro è minore di 2911. & la b c. è 780. onde la somma di a b. a c. alla b c. & cônsequentemête la a c. alla c f, *& però la a g. alla g c. hà minor proportione che 2911. à 780.* onde posta la g c. 780. la g a. farà manco di 2911 & considerato il triangolo rettangolo a g c. mediante li dui lari c g. g a. noti, che contengono l'angolo retto a g c, trouaremo il lato a c. opposto all'angolo retto, giongendo il quadrato di g c 780. che è 608400. con il quadrato di g a. manco di 2911. che è manco di 8473921. & fa manco di 9082321. & questo è il quadrato di a c. & perche la rad. quadra di 9082321. è manco di 3013 $\frac{1}{6}$. ilche è ancor manco di 3013 $\frac{1}{2}$. conosciamo che a c. non arriua a 3013 $\frac{1}{2}$ cioe è minore di 3013 $\frac{1}{2}$ *però essa a c. alla e g. hà minor proportione che 3013 $\frac{1}{2}$. a 780. Di nuouo seghisi l'angolo c a g. per mezo tirata la a b,* quale ancora sega la g c. nel punto i. onde considerato il triangolo g a c. che hà l'angolo g a c. dalla cima diuiso per mezo dalla linea a h, che anco sega la base g c. in i. ne segue (per la prima parte della terza del sesto d'Euclide) che dal lato superiore a g. al lato inferiore a c. sia come dalla parte superiore g i. dalla base alla inferiore i c, & congiuntamente dalla somma de i lati a g. a c. al lato inferiore a c. come dalla somma delle parti della base g i. i c. cioe da tutta la base b c. alla parte inferiore i c. & permutatamente dalla somma de'lati a g. a c. alla base g c. come dal lato inferiore a c. alla parte inferiore i c. della base, ma il lato a g. è minore di 2911. & il lato a c. è minore di 3013 $\frac{1}{2}$. però la somma loro è minore di 5912 $\frac{1}{2}$. & la base g c, è 780. però la somma de'lati alla base, & consequentemente la a c. alla i c. hà minor proportione che 5924 $\frac{1}{2}$. a 780. Et considerati li dui triangoli rettangoli a h c, & i h c. che hanno l'angolo commune h. ret-

to

1825200
1 3 5 0
1352
2700

2911
2911
8473921
608400
9082321
3 0 1 3
813
602 2221.1
3013 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{6}$.

to (essendo fatto nel mezo cerchio) perche l'angolo h a c.dell'vno è eguale all'angolo h c i.dell'altro (essendo per la diuisione dell'angolo g a c.in due parti eguali l'angolo h a c.eguale all'angolo g a h,& ancora l'angolo h c g che è vn'istesso con l'h c i. eguale al medesimo g a h. per la 21. del terzo,che ambidui sono angoli della circonferenza,& hanno per base vn'arco istesso g h.) ne segue (per la seconda parte della 32.del primo d'Euclide) che il restante angolo a c h. dell'vno, sia eguale al restante angolo c i h.dell'altro,cioe che essi dui triangoli siano equiangoli,& (per la quarta del sesto) di lati proportionali;onde dal lato a h,dell'vno al suo relatiuo h c,dell'altro,sarà come dal lato a c.dell'vno, al suo relatiuo i c.dell'altro, però *per la medesima ragione a h, ad h c,hà minor proportione che 5924 $\frac{1}{4}$.à 780.ouero che 1823. à 240. percioche ciascun di questi è li $\frac{1}{1}$ $\frac{3}{4}$. di ciascuno di quelli*;onde posto che b c.sia 240.la a h.farà minore di 1823. & considerato il triangolo rettangolo a h c. trouaremo la a c. opposta all'angolo retto,giongendo al quadrato di h c. 240.che è 5760.il quadrato di a h.minore di 1823.che è manco di 3323329. & la somma sara manco di 3380929. per il quadrato di a c.la rad.del qual numero è manco di 1838 $\frac{1}{4}$ $\frac{6}{6}$ $\frac{8}{6}$ $\frac{1}{6}$. & questo è manco di $\frac{9}{11}$. (che $\frac{9}{11}$. sono 3007 $\frac{7}{11}$.3676. elimi) però a c.è tanto maggiormente minore di 1838 $\frac{9}{11}$.*perilche a c. alla c h. hà minor proportione che 1838 $\frac{9}{11}$.a 240. Ancora seghisi l'angolo h a c, per mezo tirata la K a, aaunque* (cioe con il medesimo modo , & con le istesse ragioni di sopra vsate trouaremo che) *& essa K a. alla K c. hà minor proportione che 3661 $\frac{6}{11}$.à 240. ouero che 1007. a 66. perciò che ciascun di questi è li $\frac{1}{10}$. di ciascun di quelli, però a c.alla K c. hà minor proportione che 1009 $\frac{1}{5}$.à 66.* (il che tutto per conoscerlo perfettamente,replicādo li modi,& dimostrationi superiori,diremo, che la a K.segando l'angolo h a c.per mezo seghi la retta h c. nel punto o, & considerato il triangolo h a c.che ha l'angolo h a c.dalla cima diuiso per mezo dalla linea a K. che anco sega la base h c. in o ne segue (per la prima parte della terza del sesto d Euclide)che dal lato superiore a h. al lato inferiore a c. sia come dalla parte superiore h o.della base alla parte inferiore o c,& congiuntamente (per la 18.del quinto) dalla somma de i lati a h. a c.al lato inferiore a c.come dalla somma delle parti della base h o.o c.cioe da tutta la base h c. alla parte inferiore o c.& permutatamente (per la 16.del quinto) dalla somma de i lati a h.a c. alla base h c.come dal lato inferiore a c.alla parte inferiore o c.della base;ma il lato a h.è minore di 1823.& il lato a c.è minore di 1838 $\frac{9}{11}$.però la somma loro è minore di 3661 $\frac{6}{11}$.& la base h c.è 240.però la somma de i lati alla base , & consequentemente la a c.alla o c.ha minor proportione che 3661 $\frac{6}{11}$.a 240.& ridotta questa conuenienza a numeri intieri,moltiplicando ciascun di questi per 11 ,haueremo in lor vece 40280. & 2640. & questi abbassati.ò schiasi per 40. haueremo in lor vece 1007.& 66.che ritengono la istessa proportione che si troua fra 3661 $\frac{6}{11}$. & 240. onde perciò sapremo che la a c. alla o c. ha minor proportione che 1007. a 66. Et considerati li dui triang.rettang.a K c,& o K c, che hanno l'angolo commune K. retto *(* essendo fatto mezo nel cerchio)perche ancora l'angolo K a c. dell'vno,è eguale K c o. dell'altro essendo per la diuisione dell'angolo h a c. in due parti eguali , l'angolo K a c eguale all'angolo h a K. & ancora l'angolo K c h. che è vn'istesso con il K c o. eguale al medesimo h a k per la 21.del terzo , che ambidui sono angoli della circonferenza,& hanno per base vn'arco istesso h K.) ne segue che il restante angolo K c a.dell'vno sia eguale al restante angolo K o c. dell'altro, cioe che essi dui triangoli siano equiangoli,& di lati proportionali,onde dal lato a K.dell'vno, al suo relatiuo K c. dell'altro,sara come dal lato a c.dell'vno,al suo relatiuo o c.dell'altro,ma da a c.all'o c.sappiamo esser minor proportione che di 1007. a 66. però ancora K a. alla k c.hauera minor proportione , che 1007. a 66. onde posto K c. 66. all'hora K a.sara minore di 1007. & considerato il triangolo rettangolo a K c.trouaremo la a c.opposta al suo angolo retto,giongenpo il quadrato di K c 66. che è 4356.al quadrato di K a.minore di 1007.che è manco di 1014049 & la somma sara manco di 1018405 per il quadrato di a c.la rad. del qual 1018405. è manco di 1009 $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{0}$ $\frac{4}{1}$ $\frac{5}{8}$. & questo rotto è manco di $\frac{1}{6}$.però tanto maggiormente minore di 1009 $\frac{1}{6}$. sara la a c.& consequentemente essa a c.alla K c. ha minor proportione che 1009 $\frac{1}{6}$.a 66. *Seghisi vltimamente l'angolo K a c. per mezo con la retta l a* & procedendo pure come di sopra,diciamo che la l a. seghi la retta K c. in punto r,& considerato il triangolo K a c.che ha l'angolo K a c.dalla cima diuiso per mezo dalla linea r l.che anco sega la base K c.in r.ne segue che dal lato superiore a K. al lato inferiore a c. sia come dalla parte superiore K r.della base alla parte inferiore r c & congiuntamente dalla somma de i lati a K. a c. al lato inferiore a c. come dalla somma delle parti della base K r.r c.cioe da

cut-

1823
1823
3323329
57600
3380929
1838
36 1409
6 32929
2636
3676
534 $\frac{5}{11}$.
9
3007 $\frac{7}{11}$.

Digitized by Google

tutta la base K c. alla parte inferiore r c. & permutatamente dalla somma de'lati alla base, come dal lato inferiore a c, alla parte inferiore r c. ma il lato a K. è manco di 1007. & il lato a c. manco di 1009 $\frac{3}{10}$. però la somma loro è minore di 2016 $\frac{3}{10}$. & la base K c. è 66. però la somma de'lati alla base, & conseguentemente la a c. alla r c. hà minor proportione che 2016 $\frac{3}{10}$. a 66. Et cõsiderati li dui triangoli rettangoli a l c. & r l c. che hanno l'angolo l. commune, perche ancora l'angolo l a c. dell'vno è eguale all'angolo l c r. dell'altro (essendo per la diuisione dell'angolo K a c. in due parti eguali, l'angolo l a c. eguale all'angolo l c K. & ancora l'angolo l c K. che è vn'istesso con l'l c r. eguale al medesmo la K; che ambidui sono angoli della circonferenza, & hanno per base vn'arco istesso l K.) ne segue che il restante angolo l c à. dell'vno, sia eguale al restante angolo l r c. dell'altro, cioe che essi dui triangoli siano equiangoli, & di lati proportionali, onde dal lato l a. dell'vno, al suo relatino l c. dell'altro, sarà come dal lato a c. dell'vno, al suo relatino c r. dell'altro, ma a c. ad r c. hà minor proportione che 2016 $\frac{3}{10}$. a 66. però ancora *la ad l c. ha minor proportione che* 2016 $\frac{3}{10}$. *a* 66. onde posto l c 66. all'hora l a. sarà minore di 2016 $\frac{3}{10}$. Et considerato il triangolo a l c. che hà l'angolo a l c. retto, per esser fatto nel mezo cerchio, trouaremo la quantità di a c. opposta al suo angolo retto, giongendo il quadrato di l c. 66. che è 4356. al quadrato di l a. minore di 2016 $\frac{3}{10}$. che è manco di 4064928 $\frac{3}{100}$. & la somma sarà manco di 4069284 $\frac{3}{100}$. per il quadrato di a c. la rad. del qual numero è manco di 2017 $\frac{9}{10}$. & questo rotto è minore di $\frac{1}{4}$. però a c. sarà tanto più minore di 2017 $\frac{1}{4}$. onde, *& la a c. alla c l. ha minor proportione che* 2017 $\frac{1}{4}$. *a* 66. *& conuersamente* c l. al a c. (per la 26. del quinto) hà maggior proportione, che 66. a 2017 $\frac{1}{4}$. Hora considerisi che essendo l'angolo b a c. la terza parte d'vn retto, & però l'arco b c. la sesta parte della circonferenza, poiche l'angolo b o c. del centro che saria $\frac{1}{3}$. di vn retto (cioe doppio all'angolo b a c. della circonferenza, che è $\frac{1}{6}$. di retto) verria ad essere li $\frac{1}{3}$. cioe $\frac{2}{6}$. di quattro retti & però haueria per base la sesta parte della circonferenza totale del Cerchio, ò vogliamo dire; Hora considerisi che essendo la retta c b. (eguale al semidiametro del Cerchio) lato dell'Esagono da inscriuere nel Cerchio, & però l'arco c b. la sesta parte di tutta la circõferenza del Cerchio, & per la diuisione dell'angolo b a c. in due parti eguali con la retta a g. essendo anco diuiso l'arco c b. similmente in due parti eguali in g. la sua mità c g. sarà la duodecima parte della circonferenza totale, & ancora per la diuisione dell'angolo golo g a c. per mezo con la retta a h. diuidendosi simil'mente l'arco c g in due parti eguali in h. la sua mità c h. sarà la vigesima quarta parte della circonferenza totale, & ancora per la diuisione dell'angolo h a c. per mezo, con la retta a k. diuidendosi similmente l'arco c h. in due parti eguali in k. la sua mita c K. sarà la quadrigesima ottaua parte della circonferenza totale; Et vltimamente per la diuisione dell'angolo K a c. per mezo con la retta a l. diuidendosi similmente l'arco c K. in due parti eguali in l. la sua mità c l. sarà la nonagesima sesta parte della circonferenza totale, & consequentemente la retta c l. sottotendente a detto arco c l. (che è delle 96. parti l'vna della circonferenza totale) verrà ad essere il lato del Poligono, ò vogliamo dire del rettilineo equilatero, & equiãgolo di 96. lati da inscriuere in esso Cerchio, però essendo detto lato c l. 66. l'ambito del Poligono (ò 96. agono che si vogli dire sarà 96. volte 66. cioe 6636. Onde hauendo c l. lato del Poligono ad a c. diametro del Cerchio maggior proportione che 66. a 2017 $\frac{1}{4}$. ne segue che similmente, *dunque l'ambito del Poligono al diametro hà maggior proportione che* 6636. *a* 2017 $\frac{1}{4}$. *quale* 6366. *d'essa* 2017 $\frac{1}{4}$. *è maggiore che triplo superdieci partiente settant'vn esimo* (cioe maggiore che di 3 $\frac{9}{10}$. ad 1. che è 2017 $\frac{1}{4}$. preso volte 3 $\frac{9}{10}$. fa solo 6335 $\frac{3}{4}$ $\frac{9}{10}$.) *perilche ancora l'ambito del Poligono di 96. lati inscritto nel Cerchio rispetto al suo diametro è maggiore, che triplo superdieci partiente settant'vn esimo, ad vnque l'ambito del Cerchio* [che è maggiore dell'ambito del Poligono inscrittoli] *è molto maggiore* (rispetto al suo diametro) *che triplo superdieci partiente settant'vn esimo, dal che è manifesto l'ambito del Cerchio al suo diametro esser triplo, & di più minore che si sia settimo, ma maggiore che superdieci partiente settant'vn esimo*, ilchi è quello che si voleua dimostrare.

1077
1007
1014049
4156
1018405
1005
309 18409
1009 $\frac{3}{10}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{4}{8}$.

2016 $\frac{3}{10}$.
2016 $\frac{3}{10}$.
4064256 $\frac{9}{100}$
672
4064928 $\frac{3}{100}$
4356
4069284 $\frac{3}{100}$
2017 $\frac{9}{10}$
692
402 29184
2017 $\frac{9}{10}$ $\frac{4}{4}$.

2017 $\frac{1}{4}$.
3 $\frac{9}{10}$.
20172 $\frac{1}{4}$.
284
597
292
8 $\frac{1}{4}$.
284 $\frac{3}{8}$ $\frac{1}{4}$
6051
6335 $\frac{3}{8}$ $\frac{1}{4}$.

Digitized by Google

Si conosce hora benissimo, che Archimede nel misurare il Cerchio, per trouare per approssimatione la proportione che è dal diametro alla circonferenza, serrò il Cerchio fra vn 96. agono equilatero, & equiangolo inscritto, & fra vn 96. agono simile circonscritto. Et per essere la circonferenza del Cerchio maggiore dell'ambito del inscritto, & minore dell'ambito del circonscritto; perche se il diametro è 1. l'ambito dell'inscritto è più di $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. & l'ambito del circõscritto è manco di $3\frac{1}{7}$. egli determinò che essendo il diametro del Cerchio 1. la circonferenza era manco di $3\frac{1}{7}$. ma più di $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. Et per facilità de l'operare li Pratici sempre hanno supposto che ella sia $3\frac{1}{7}$. perche $3\frac{1}{7}$. è numero più comodo che $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. Ne Archimede si curò di maggiormẽte accostarsi al vero, poiche tutti li numeri che da $3\frac{1}{7}$. verso $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. si fussero approssimati più al vero incognito, tutti sariano stati più laboriosi da adoprare, & però manco grati alli Pratici, li quali desiderano più tosto maggior facilità che maggiore esquisitezza.

Et notisi che Archimede nel cap. 3. re circonscritte al Cerchio per trouare la cõuenienza dell'ambito d'esse al diametro del Cerchio, di modo che essa conuenienza eccedesse d'alquãto la vera cõuenienza, ò proportione incognita, egli nel nominare per numero le due prime linee e f. & c. (delle quali l'vna f c. opponendosi all'angolo retto f c. è doppia all'altra e f che forma angolo retto con la c e.) adoprò questi dui numeri di 306 & 153. accioche con molta comodità la e c. si potesse determinare, ò nominare con numero grande intiero poco minore del vero; poiche la differenza del quadrato di 153. minore al quadrato di 306. maggiore è 70227. numero che nõ potendo esser quadrato è almeno molto poco maggiore d'vn numero quadrato, eccedendo egli solo di 1. vnità 70225. la radice del quale è 265. preso per la linea e c. se bene ella veramente è alquanto più di 265 come hora a punto habbiamo dibisogno. Et nelle figure inscritte al Cerchio per trouare la conuenienza dell'ambito d'esse al diametro del Cerchio di modo però, ch'essa conuenienza fusse alquãto scarsa, cioe non arriuasse alla vera proportione incognita egli nel nominare per numero da principio le due linee a c & b c. (delle quali l'vna a c. opposta all'angolo retto a b c. è doppia all'altra b c. che fà angolo retto cõ la a b. nel triangolo rettãgolo a b c. da dette tre linee terminato) adoprò 1560. & 780. accioche con molta comodità la a b. si potesse esplicare con numero intiero grande poco maggiore del vero, conoscendo li quadrati di questi numeri 1560. & 780. essere fra loro differenti in vn numero, che non potendo esser quadrato è nondimeno quasi quadrato, cioe non arriua ad essere quadrato, mancandoui solo 1. vnità per arriuare a 1825201. quadrato di 1351. che si pigliа per la linea a b. se bene ella è veramente alquãto manco di 1351 come hora a punto fà di bisogno.

Da questo ancora si può far giuditio, che Archimede haueße grande esperienza nelli numeri, poiche nell'operatione di questa sua propositione con si mirabile arte vsò li sopradetti quattro numeri tanto comodi all'intento suo. Et Io conosceràbenissimo chi si vorrà ponere a cercarne quattro altri simili. Et perche quando vn numero è doppio all'altro, la differenza del quadrato dell'vno al quadrato dell'altro è tripla al quadrato dell'altro, qual triplo non può essere numero quadrato (cioe il triplo d'vn numero quadrato non può essere numero quadrato) poiche 3. denominatore di questa proportion tripla non è numero quadrato; il quesito nella inuentione de' dui primi numeri potrà essere.

Trouisi vn numero intiero quadrato ma grande (cioe composto almanco da cinque figure, & quanto maggiore sarà, tanto più sarà comodo) il triplo del quale ecceda di pochissime vnità vn numero intiero quadrato.

Et il quesito nella inuentione de' dui secondi numeri potrà essere.

Trouisi vn numero intiero quadrato ma grande (cioe composto da molte figure, che quanto maggiore tanto è più comodo) il triplo del quale sia talmente vicino ad vn numero intiero quadrato, che ad arriuarlo vi manchi pochissime vnità. Che nell'vno, & nell'altro quesito la rad. del quadrato che si domanda sarà il minore delli dui nostri numeri intieri, & il suo doppio verrà ad essere il maggiore.

Et se a noi piacesse vsando il modo d'Archimede, & pigliando per fondamento i primi suoi numeri, andar trouando esquisitamente l'ambito delle figure dette circonscritte, & inscritte al Cerchio. Potressimo cominciando dalle circonscritte, posta la linea f c. 153. & la f e. a lei doppia 306. con esse trouare la e c. che sarà & 70227. però la somma di f e. & e c. sarà 306. più 70227. onde posta c g. 153. all'hora e e. sarà 306. più & 70227. Et con queste due trouaremo la e g opposta all'angolo retto g e c. ma loro contenuto, quale e g. sarà & L 187272 più & 26303101488 7. onde la somma di g e, & e c. sarà rad. L 187272. più rad. 26303101488. 7. più rad. 306. più & 70227. però posta c h. 153. all'hora e e. sarà rad. L 187272. più rad. 26303101488 7. più 306. più & 70227. & con queste due potremo trouare e h opposta all'angolo retto h e e. da loro contenuto, che sarà

rad.

Digitized by Google

rad.L 3645144.piu rad. 1052124052912. piu rad. L 2279602128896. piu rad. 5188986091602086060800.7 7

Ma perche a volere andare adoprando continuamente queſte quantità irrationali laborioſe, vi andaria molta fatica, & molto tempo (il che però non apportaria frutto notabile nell'inueſtigare la proportione, che hà la circonferenza del Cerchio al ſuo diametro, poiche ne anco dalla precisione dell'ambito di qual ſi voglino figure inſcritte al Cerchio ſi può venire in cognitione della preciſe proportione detta, che hà la Circonferenza del Cerchio al ſuo diametro) noi in vece di queſte faticoſe quantità, potremo continuamente adoprare i numeri rationali che ci ingegnaremo trouare molto propinqui ad eſſe, vſando diligenza nell'andarci approſſimando al vero in ciaſcuna operatione di mano in mano, & per facilità adoprando rotti i denominatori de i quali ſiano ſimplici decine, ò centonari, ò milliari, ò ſimili, che coſi finalmente haueremo la proportione dell'ambito della figura al diametro del Cerchio molto propinqua al vero, & molto proſſima a quello che ſi troua ria mediante la quantità irrationale che finalmente s'haueſſe, riducendo eſſa quantità irrationale a numero rationale propinquo; poiche anco in eſſa eſſendo ella compoſta di molte partiali quantità irrationali, accaderia, che non vna ma più volte non ſi potria tener conto delle occorrenti partiali minutie a baſtanza, onde in fine molto poco ſi faria acquiſtato d'approſſimatione riſpetto all'altro operare) maneggiando ſempre numeri rationali propinqui. Et ce ne accorgeremo benisſimo ſe di ſopra quando dicessimo che poſta c h. 153. all'hora la c e. ſi trouaua rad. L 187372. piu rad 26301011488. piu 306. piu rad. 70227. ſe noi dico in vece d'adoprarla in queſto modo la ridurremo a numero rationale propinquo, che potremo dire ella eſſere 1162 $\frac{6}{60}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. & più, & adoprando queſto 1162 $\frac{6}{60}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. le moltiplicaremo in ſe ſteſſo che farà 1350593 $\frac{3}{10}\frac{1}{00}\frac{1}{00}\frac{7}{00}\frac{0}{00}\frac{1}{00}$. & però il quadrato di c e ſarà 1350593 $\frac{3}{10}\frac{1}{00}\frac{1}{00}\frac{7}{00}\frac{0}{00}\frac{1}{00}$. & più, alche giouto 23409. quadrato di c h poſta 153. farà 1374002. $\frac{1}{10}\frac{1}{00}\frac{1}{00}\frac{7}{00}\frac{0}{00}\frac{1}{00}$. & più, & queſto ſarà il quadrato di e h, & però eſſa e h. verrà ad eſſere la radice quadra di quella quantità, cioe ſarà 1172 $\frac{418}{1000}\frac{2}{00}\frac{5}{00}\frac{7}{00}\frac{0}{00}\frac{1}{00}$. elimo di 1745. & più il che ſi vede eſſere quaſi quanto il 1172. 418 $\frac{1}{10}$. elimo di 2345. a che ſi ridurrà la quantità irrationale di e h. ſopradetta (poiche il rotto 418 $\frac{1}{10}\frac{0}{00}\frac{5}{00}\frac{7}{00}\frac{0}{00}\frac{1}{00}$. elimo di 2345 è poco differente da 418 $\frac{1}{10}$. elimo di 2345. Onde hora ſeruendoci ſolo delle quantità rationali propinque, potremo dire, che poſto c h 153. all'hora e h ſara più di 1172 $\frac{1}{00}\frac{0}{00}\frac{0}{00}\frac{7}{00}$. (per accompagnare all'1172. rotto piu facile del ſopradetto poco differente da lui) & la c e più di 1162 $\frac{6}{60}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. Onde la ſomma di e h, & c e ſara 1334 $\frac{1}{10}\frac{0}{00}\frac{1}{00}$. & più, però poſta c k. 153. all'hora c e ſara 2333 $\frac{1}{10}\frac{0}{00}\frac{0}{00}\frac{1}{00}$. & più, & conſequentemente potremo trouare la c k. oppoſta all'angolo retto k c d. al loro contenuto, che ſara 2339 $\frac{3}{10}\frac{1}{00}\frac{1}{00}\frac{7}{00}$. & più, onde la ſomma di c K. & c d. ſara 4673 $\frac{7}{10}\frac{0}{00}\frac{8}{00}\frac{7}{00}$. & più, però poſta c l. 153. all'hora c e. ſara 4673 $\frac{7}{10}\frac{0}{00}\frac{8}{00}\frac{7}{00}$. & più. Ma c e è la mità del diametro del Cerchio, & c l. è la mita del lato del 96 agono equiangolo da circonſcriuerli, onde poſto il lato totale del 96. agono 153. all'hora il diametro totale del Cerchio ſara 4673 $\frac{7}{10}\frac{0}{00}\frac{8}{00}\frac{7}{00}$. & più, ma quando il lato del 96 agono ſia 153. all'hora l'ambito totale del 96. agono epuilatero ſara 14688. onde quando l'ambito totale del 96. agono è 14688. all'hora il diametro del Cerchio ſara 4673 $\frac{7}{10}\frac{0}{00}\frac{8}{00}\frac{7}{00}$. & più, & mo tipicando ciaſcuno di queſti dui numeri per 12000 (acciò ſi trouino dui numeri intieri, che ritenghino la iſteſſa conuenienza fra loro) che ſaranno 176156000 & 56083987. potremo dire, che quando l'ambito del 96 agono ſia 176156000. all'hora il diametro del Cerchio ſara 56083987. & più. Onde conuerſamente quando il diametro del Cerchio fuſſe ſolo 56083987. all'hora l'ambito del 96. agono non douerria arriuare a 176156000. cioe ſaria minore di 176156090. & però la proportione di detto ambito al diametro del Cerchio ſara minore, che di 176156000. a 56083987.

Ma la Circonferenza del Cerchio è minore dell'ambito del 96. agono circonſcrittoli, però quando l'ambito del 96. agono è manco di 176156000. tanto più la circonferenza del Cerchio conuiene eſſere minore di 176156000. & però tanto più la proportione che è dalla circonferenza al diametro cõuien eſſer minore che di 176156000. a 56083987. cioe che di 3 $\frac{1}{10}\frac{4}{00}\frac{1}{00}\frac{6}{00}\frac{0}{00}\frac{0}{00}\frac{0}{00}$ ad 1. (che è minore di tripla ſeſquiſettima perche il rotto $\frac{1}{7}\frac{4}{0}\frac{2}{0}\frac{8}{0}\frac{5}{0}\frac{7}{0}\frac{1}{0}$ è minore d' $\frac{1}{7}$. che ſi troua eſſere 80 1998 $\frac{1}{7}$. elimo di 56083987.) & il rotto $\frac{1}{7}\frac{4}{0}\frac{2}{0}\frac{8}{0}\frac{5}{0}\frac{7}{0}\frac{1}{0}$. ſe lo ridurremo a 4700000000000. elimi non arriuara a $\frac{7}{10}\frac{0}{00}\frac{0}{00}\frac{0}{00}\frac{0}{00}\frac{0}{00}\frac{0}{00}\frac{0}{00}$. però potiamo dire che la proportione della circonferenza al diametro è minore, che di 3 $\frac{1}{7}\frac{4}{0}\frac{2}{0}\frac{8}{0}\frac{5}{0}\frac{7}{0}\frac{1}{0}$ ad 1. ò vogliamo dire, che di 15619:9468,8819. a 4970000000000. & però quando il diametro ſia 4970000000000. all'hora la circonferenza non può arriuare a 15619:9468,8819.

Digitized by Google

Operatione.

fc. 306. fc. 153 posta c g 153. all'hora sarà c e. 306. p̄ ℞ 70227.

153 306. p̄ ℞ 70227.

23409. quadrato di fc. 93636. ℞ 374544

3 70227. ℞ 70227

70227. quad. di c e. 163863 2621808

e c. ℞ 70227 749088

somma di f e. e c. 306. p̄ ℞ 70227. 749888

2621808

163863. p̄ ℞ 26303101488. è il quad. di c e.

23409 è il quad. di c g.

188272. p̄ ℞ 26303101488. è il quad. di c g.

c g. rad. L 187272. p̄ ℞ 26303101488. ⅂.

somma di g e. e c. rad. L 187272. p̄ ℞ 26303141488. ⅂. p̄ 306. p̄ ℞ 7027.

Posta c h. 153. all'hora sarà c e. rad. L 182232. p̄ rad. 26303101488. ⅂. p̄ 306. p̄ rad. 70227.

rad. L 187272. p̄ rad. 26303101488. ⅂. p̄ 306. 5 rad. 70227.

187272. p̄ rad. 26303101488.

163863. p̄ rad 26303101488.

351135. p̄ rad. 105212405952.

rad. L 187272. piu rad. 26303101488. ⅂.

via rad. L 163863. piu rad. 26303101488. ⅂.

561816 187272

1123532 193863

1498176 351135

561816 351135

2996352 1755675

30686951736 1053405

26303101488 3861485

50990053224 12289725

rad. 123295788225

rad. 26303101488

986366305800

5918197834800

123295788225

123295788225

369887364675

369887364675

739774729350

246591576450

rad. 32430616307251303788 00

351135. piu rad. 105212405952. piu rad. L 227960212896.

piu rad. 51888989491602086060800. ⅂. è il quadrato di c e.

23409 è il quadrato di c h.

374544. piu rad. 105212405952. piu rad. L 227960212896.

piu rad. 51888986091602086060800. ⅂. è il quadrato di c h.

c h. rad. L 374544. piu rad. 105212405952. piu rad. L 227960212896.

3 2 4 3 6 4

152

64 281.2

8 2364.0

6 41915.9

72 2996352

324364

324364 $\frac{4014556}{6487260}$.& più.
37454
675093 $\frac{4780465}{5400748}$.& più.
1374002 $\frac{1}{2}$.& più.
1 1 7 2
22 1640
234 5102

837 600
4690 1
50220
107
3320
107 $\frac{37}{460}$.

sarà e h.1172. 418 $\frac{1}{2}$.esimo di 2345.& più
cioe 1172 $\frac{107}{600}$.& più

più radice 51888986091602068060890.77.
2 7 2 7 9 1 5 4 0 8 6 9
44 3488
454 35998
4554 416960
58 701991
2 24641060
30 186193520
80 39603048606
16 315640214208
172 4229036521200
227791540869 $\frac{1287887856360}{4355830817360}$.& più.
227960212896
455751753765
6 7 5 0 9 3
957
134 6851
13500 1267537
18 5245665
1 5 5115 $\frac{1}{4}$.& più.
1350187
675093 $\frac{4780465}{5400747}$.& più.

c e,rad.L 187272.piu rad.26303101488.L piu 306.piu rad.70227.
1 6 2 1 8 2.
32 703
4 5910
2 266914
36 749088
162182 $\frac{1003364}{3243365}$.& piu.
187272
349454 $\frac{1003364}{3243365}$.& piu.
5 9 1
994
118 1354
591 173 $\frac{1003364}{3243365}$.esimo di 1183
306
265 $\frac{23}{531}$.& più.

2 6 5 $\frac{23}{531}$.& piu
l' $\frac{1}{531}$.e 2 $\frac{121}{531}$. esimo di 1183. pero li $\frac{3}{531}$. sono 4 $\frac{42}{531}$.1183. esimi, che con li 173 $\frac{1003364}{3243365}$ 1183. esimi, fanno in tutto 177 $\frac{1311189614}{3123237815}$.1183.esimi, che e piu di $\frac{601}{4000}$.perche $\frac{620}{4000}$. sono 177 $\frac{2083}{4000}$.1183.esimi.

sarà c e.1162 $\frac{601}{4000}$.& più. Quando c h.sia 153.

1162 $\frac{601}{4000}$.
1162
6972
698362
349 $\frac{181}{1000}$.
1350244 $\frac{3257208}{1600000}$.& più è il quadrato di c e.
23409 è il quadeato di c h.
1374002 $\frac{[illegible]}{1000000000}$.& più è il quadrato di e h.
1172 107 2345
22 1640 600 1
234 510.2 16415
sarà e h.1172 418 $\frac{3257208}{1600000}$.esimo di 2345.& più. 2345
250915
418 $\frac{115}{600}$.

cioe 1172 $\frac{107}{600}$.& più che questo $\frac{107}{600}$.e solo 418 $\frac{115}{600}$.esimo di 2345.
e c.1162 $\frac{601}{4000}$.& piu 601 107
e h.1172 $\frac{107}{600}$.& più 4000 600
somma 2334 $\frac{3943}{12000}$.& più 428000
360600
7886
24800

sarà e c.2334 $\frac{3943}{12000}$.& più. Quando c h.sia 153.
2334 $\frac{3943}{12000}$ 3943
7002 3943
9336 11829
91026 15772
9202962 153777
1533 4962 15547249
9336 6000 144000000
7002 134635249
53682
5449089 $\frac{134635249}{144000000}$.& più è il quadrato di c e.
23409 è il quadrato di c h.
5472498 $\frac{134635249}{144000000}$.& più è il quedrato di e K.
2339 337 4679
46 1824 1000 1
6 4159.8 32753
2339 1577 $\frac{134635249}{144000000}$.esimo di 4679. 14037
& più sarà e K. 14037
1576.823
cioe 2339 $\frac{337}{1000}$.& più,che il $\frac{337}{1000}$.è solo 1576 $\frac{823}{1000}$.4679.esimi.
e c.2334 $\frac{3943}{12000}$.& più.
e K.6336 $\frac{337}{1000}$.& più.
somma 4673 $\frac{7987}{12000}$.& più.

Onde posta e l.153. c e.sarà 4673 $\frac{7987}{12000}$.& più.
96.
918
1377
14688
76256000 56083987.& più.
manco di 3 $\frac{8004039}{56083987}$.

Digitized by Google

242 100364
331 324165
100364 324165
301092 973095
501820 1621815
648730 1721237815
7784760
131189614
1721237815

601 1183
4000 1
7098
1183
710983
177 3/4 8 9 0 0 0.

Riducasi 8 9 0 4 0 1 0 / 1 0 0 8 1 0 8 1.2 497000000000000000.esimi.
56028273
392197911
3978006383000000000000.
saranno 709219468381894.& più.

391587909 60.& manco.
321281930
504755883
165270470
312167974
531024960
504759883
262690770
224335948
383548220
336503922
470442980
448671896
217710840
168251961
494588790
448671896
459168940
448671896
105970440
56083987
498864530
448671896
501926340
448671896
532544440
504755883
177685570

Ma più breuemente dicasi che saranno quasi,cioe manco di 7 / 1 0 0 0

la c. semidiametro del Cerchio sara 9349 $\frac{5}{6}$. & piu, & però dal diametro del Cerchio (doppio del semidiametro) al lato del 192. agono (doppio al semilato) sara come da 9349 $\frac{5}{6}$. & piu a 153. ma essendo il lato del 192. agono 153. l'ambito d'esso sara 192. volte 153. cioe 29376 però il diametro del Cerchio sara detto 9434 $\frac{5}{6}$. & piu, quãdo l'ambito del 192. agono sia 29376. & riducendo questa conuenienza a intieri, moltiplicãdo ciascuno di questi dui numeri p 6. che farãno 56099. & 176256. diremo, che quãdo l'ambito del 192. agono sia 176256. all'hora il diametro del Cerchio sara piu di 56099. & conuersamente quando il diametro del Cerchio fusse solo 56099. all'hora l'ambito del 192. agono, & però tãto maggiormente la circonferẽza del Cerchio non arriuaria a 17625. & però la proportione della circõferenza al diametro sara minore, che 176256. a 56099. cioe, che di 3. $\frac{7050}{66099}$. ad 1. & riducendo questo rotto a denominatore, che habbi 497. & quanti zeri di piu ci venga comodo, egli non arriuara a $\frac{70511470 8}{4970000000}$. (che è manco di $\frac{71}{597}$. cioe di $\frac{1}{7}$. & piu di $\frac{70}{597}$. cioe di $\frac{10}{71}$.) però potremo dire, che la proportione della circonferenza al diametro del suo Cerchio è minore, che di $\frac{70511470 8}{4970000000}$. ad 1. ò vogliamo dire, che di 15615114708. a 4970000000. perilche quãdo il diametro sia 4970000000. all'hora la Circonferenza non può arriuare a 15615114708.

Posta c l. 153. Sara c e. 4673 $\frac{7987}{12000}$. & piu.

4673 $\frac{7988}{12000}$.

32711 55009
457954 782716
32711 55909
37323271 63792169
6220 $\frac{3155}{0000}$. 78024000
141816196

14014
32711
28038
18692

quad. di c e. 21843149 $\frac{141816160}{144999999}$.
quad. di c l. 23409
quad. di l e. 21866558 $\frac{50}{60}$. & piu.

4676
586
92 7065
34 5765.8
4676 1582 $\frac{50}{60}$. esimo di 9353 & piu.

46 $\frac{918}{1200}$.
46 $\frac{152}{800}$. 94979
9353 18995800
2030. & piu.
28980
9210

l e 4676 $\frac{94979}{19180}$. & piu.
e c. 4673 $\frac{7987}{12000}$. & piu.
somma 9349 $\frac{10017}{12000}$. & piu.
cioe 9349 $\frac{5}{6}$. & piu.
Onde posta c n. 153. c e. sara 9349 $\frac{5}{6}$. & piu

192.
29376.

Circonferenza 176265. Diametro 56099. & piu.
Diametro 56099. Circonferenza manco di 176256
manco di 3 $\frac{7050}{26099}$. Rieueasi questo rotto a 497000. &c. esimi.

55713
389991
3955623000
70511470792. & piu
286930 80
64350
82510
264110
397140
444700
520070
151790
39592

Et se ancora vorremo trouare il lato, & ambito del 384. agono equiangolo circonscritto al Cerchio nel medesmo modo: noi imaginaremo l'angolo n e c. diuiso per mezo dalla linea e t, che cosi

Digitized by Google

cosi la c t. sarà semilato del 384 agono, equilatero circòscritto al Cerchio & considerato il triangolo n e c. la proportione della somma delli dui lati n e, e c alla base n c, sarà come dal lato inferiore e c. alla parte inferiore c t. della base, ma noi sappiamo che posto c n. base 153. all'hora c e. lato inferiore sarà 9340 $\frac{5}{6}$. & piu; Onde con queste due linee c n. c e, che formano l'angolo retto

posto c n. 153. Sarà c e. 9349 $\frac{5}{6}$. & piu

9349 $\frac{5}{6}$.

9349

3116 $\frac{1}{2}$.

3116 $\frac{1}{2}$.

8414 1

37396

28042 25

8414 1

quadrato di c e. 87419383 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$. & piu.

quadrato di c n. 23409

87443792 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$. & piu.

9 3 5 1

044

9527

20292

e n. 9351 1501 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$. esimo di 18703. & piu.

e c. 9349 $\frac{5}{6}$. & piu.

somma 18700 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$. & piu.

posta e t. 153. Sarà e c. 18700 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$. & piu.

Ambito del 384. agono	Diametro e c.
58752	18700 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$. & piu
ouero 705024	224411. & piu.

Diametro 224411. Circòferenza manco di 705024

La proportione della circonferenza al diametro è minore di 3 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$. Questo rotto si riduca a 49700. & c. elimi

222537

1557759

224411 15900127

70407096. & piu

913570 1. manco

1592600

2171300

1526010

n e c. trouaremo la n e. opposta a detto angolo retto essere 9351 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$. & piu, però la somma di c e, & n e, sarà 18700 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$. & piu; onde la proportione delli lati n e, e c, alla base n c. & consequentemente della linea e c. alla linea e t. sarà come da 18700 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$. & piu a 153. perilche posto c t. semilato del 384 agono 153. all'hora c e, semidiametro del Cerchio sarà 18700 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$. & piu, & però dal semidiametro totale al lato totale farà maggiore proportione, che di 18700 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$. a 153. ma essendo il lato del 384 agono 153. l'ambito d'esso tara 58752. però quando l'ambito del 384. agono sia 58752 all'hora il diametro del Cerchio eccederà 18700 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$. & riducendo questa con uenienza a intieri, moltiplicando ciascuno di questi dui numeri per 12. che faranno 705024. & 224411. diremo che quando l'ambito del 384. agono sia 705024. all'hora il diametro del Cerchio sarà più di 224411. & conuersamente quando il diametro del Cerchio fusse solamente 224411. & non piu, all'hora l'ambito del 384. agono non arriuaria a 705024 & però tanto manco vi arriuaria la circonferenza del Cerchio (che è minore dell'ambito della figura detta circoscrittali) onde la proportione della circonferenza al diametro sarà minore che di 705024. a 224411. cioe che di 3 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$. ad 1. & riducendo il rotto $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$. a denominatore contenuto da 497. & quanti zeri di piu ci venga comodo, egli non arriuarà a $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$. però potremo dire, che la proportione della circonferenza al diametro del suo Cerchio è minore che di 3 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{1}{0}$. ad 1. ò vogliamo dire che di 15614071. a 4970000 perilche quando il diametro sia 4970000. all'hora la circonferenza non può arriuare a 15614071.

Et cosi conosciamo che dall'hauer trouato con diligenza la proportione propinqua dell'ambito del 96. agono al diametro del Cerchio al quale esso 96. agono si circonscriuesse, potiamo non solo dire con Archimede, che la proportione della circonferenza al diametro del suo Cerchio è minore di tripla sesquisettima, ò vogliamo dire che di 15620000. a 4970000. ma anco minore che di 15619225. a 4970000. Anzi mediate il lato del 192. agono conosciamo ella essere anco minore che di 15615119. al medesimo 4970000. Et piu, ppinquamẽte mediate il lato del 384. agono, potiamo dire ella essere anco minore che di 15614071. all'istesso 4970000. Et però hora sappiamo, che quando il diametro del Cerchio è 4970000. all'hora la sua circonferenza non solo non arriuarà a 15620000. ma ne anco potrà arriuare a 15614071. Et perche questo 15614071. è piu vicino a 15620000. (che contiene il diametro 4970000. volte 3 $\frac{1}{7}$ $\frac{9}{7}$.) che egli non è a 15620000. (che contiene il diametro istesso volte 3 $\frac{1}{7}$.) conosciamo che la proportione di 3 $\frac{1}{7}$.

che egli non è a 15620000. (che contiene il diametro istesso volte $3\frac{1}{7}$.) conosciamo che la proportione di $3\frac{10}{71}$. (minore della vera incognita) è piu propinqua alla detta vera, che non è la proportione di $3\frac{1}{7}$. maggiore della medesma vera incognita.

Ancora si può conoscere che la proportione, quale Tolomeo nel sesto libro dell'Almagosto suppose essere fra la circonferenza, & il diametro del suo Cerchio, cioè come di gradi 3. minuti 8. secondi 30. a gradi 1. è molto propinqua al vero, poiche essendo il suo denominatore $3\frac{17}{120}$. quãdo il diametro si pona 4970000. all'hora la circonferenza saria $15614083\frac{1}{3}$. qual numero, perche è maggiore di 15614071. trouato mediante il 384. agono, si vede essere maggiore del vero; poiche se la circonferenza non può arriuare a 15614071. tanto manco arriuarà a $15614083\frac{1}{3}$. onde siamo sicuri che detta proportione di gradi 3. minuti 8. secondi 30. a grado 1. è maggiore della vera incognita, ma molto propinqua ad essa, & oltre di ciò è molto comoda, & facile da vsare nelle operationi. Et se alcuno dissentisse da Archimede, parendogli che la sua proportione tripla sesquisettima, cioe di $3\frac{1}{7}$. fusse minore del vero, & che douesse arriuare alla potentialmente decupla, ò ad altra; Egli tanto piu verria a dissentire da Tolomeo, che la suppose solo di $3\frac{17}{120}$. cioe minore di $3\frac{1}{7}$. in $\frac{1}{8415}$. (& pure ancora questa di $3\frac{17}{120}$. s'è conosciuta esser maggiore della vera incognita.) Però con salda attentione, & diligenza conuien sempre farsi il studio ne i scritti de' Matematici, & in particolare di Archimede, & Tolomeo, de i quali dui gran lumi sarà sempre cosa laudeuolissima, & honoratissima il ragionarne con somma modestia, & amore, poiche risguardando alle immense dottrine da loro lassateci, ad vtile, & ornamento vniuersale, conosciamo che deuono essere sõmamente ammirati, & amati da tutte le genti in tutte le età.

Hora seguendo a trouare cõ diligenza l'ambito delle figure sopradette inscritte nel Cerchio, vsando il modo d'Archimede. Pigliando per fondamento i suoi numeri 1560. & 780. Posto il diametro a c. del Cerchio essere 1560. & però la linea c b lato dell'Esagono Equilatero inscrittoli 780. noi mediante queste due linee nel triãgolo rettãgolo a b c, trouaremo la restante linea a b, essere ℞ 1825200. & però non arriuare a 1351. Onde la somma di a b, & a c. non arriuara a 2911

c b. 780
782
il suo quadrato 608400
3
a b. ℞ 1925200
cioe quasi 1351
1352
270 2700
a b. manco di 1351
a c. 1560
somma manco di 2911
posta g c 780. sarà
g a. manco di 2911.
2911
il suo quadrato 8473921 & manco
quadrato di g c. 608400.

quadrato di a c. 9082321. & manco.
3013
823
$612\frac{1221}{4151}$.
a c. manco di $3013\frac{1076}{3012}$. ma anco *piu prossimo* al vero potiamo dire essa a c, esser manco di $3013\frac{3327}{4800}$. perche il suo quad. eccede il vero in manco che non fa il quad. di $3013\frac{1076}{3012}$.
$3013\frac{3307}{4800}$.
$3013\frac{3307}{4800}$.
42991
9921
9063991
$4151\frac{1391}{2400}$.
a g. manco di 2911.
a c. manco di $3013\frac{3307}{4800}$.
somma manco di $5924\frac{3307}{4800}$.

Posta h c. 780
sarà h a. manco di $5924\frac{3307}{4800}$.
$5924\frac{3307}{4800}$.
41468
17772
17772
195906.68
$8162\frac{1868}{2400}$.
142176
53316
29620

23149
9921
9921
10936249
11208000
16812
28869049
23040000
5829049

man-

manco di 35101938 $\frac{5824000}{2304000}$. è il quadrato di h a.
608400 è il quadrato di h c.
manco di 35710338 $\frac{5830040}{2304000}$. è il quadrato di a c.
5975
107.1
118 9003
1194 6943.8
$\frac{9713}{11050}$. il quadrato di questo rotto, supera il rotto accõpagnato al 35710338.
però la linea a c, sarà manco di 5973 $\frac{9713}{11050}$. che hora se ne piglia li $\frac{4}{13}$.
4
43 23900 $\frac{3882}{11050}$. $\frac{100552}{8500}$.
1838 $\frac{4252}{5975}$. & manco douenta a c.
$\frac{4}{13}$. h a. manco di 5924 $\frac{3307}{4800}$.
23696 $\frac{13228}{15600}$.
h a. douenta manco di 1822 $\frac{15307}{15600}$.
h c. douenta manco 240.
h a. manco di 1822 $\frac{15307}{15600}$.
a c. manco di 1838 $\frac{4252}{5975}$.
somma manco di 3661 $\frac{2583221}{3728400}$.

61228
4709 $\frac{11}{13}$.
61228
62400
cauisi $\frac{293}{15600}$. da $\frac{4252}{5975}$.
25512
63780
66331200
1750685
6458055
2583221

17925
53775
11950
1750675
239
15600
3728400

Posta K c. 240. sarà K a. manco di 3661 $\frac{2583221}{3728400}$. che hora si piglia li $\frac{11}{40}$. di ciascuna.
11
40271 $\frac{28415431}{14995831}$.
K c. douenta 66. C K a. manco di 1006 $\frac{14399583}{14913600}$.
1006 $\frac{14399583}{14913600}$.
863924986
143995831
74568.000 144859805026
1942
792818
318060
197885
$\frac{48749976}{74568000}$. que 30 rotto non arriua a $\frac{2}{3}$. & il quad del rotto accompagnato al 1006 non arriua ad 1. però esso quad. con questo rotto fanno manco d'1 $\frac{2}{3}$. qual 1 $\frac{2}{3}$. per breuità è il numero che si suppone essere la somma loro.

3728400
111852
28415431
143995831

manco di 1943 $\frac{2}{3}$.
1012036
1013970 $\frac{2}{3}$. & manco è il quadrato di K a.
4356. è il quadrato di K c.
1018335 $\frac{2}{3}$. & manco è il quadrato di a c.
1009 cauisi $\frac{5140160}{14913600}$. da $\frac{382}{3072}$.
18335
254 $\frac{2}{3}$.
127 $\frac{1}{2}$.
1000 $\frac{382}{3072}$. & manco e a c.
a K. manco di 1006 $\frac{14399583}{14913600}$.
a c. manco di 1009 $\frac{382}{3072}$.
somma manco di 2016 $\frac{101}{1101}$.

298272
1193088
447408
56969952000
15559291563
resta $\frac{41410660437}{45145467200}$. che schisato p 41. non arriua a $\frac{101002}{1101560}$. & però tanto meno arriua a $\frac{101}{1101}$.
15420507
138784563
15559291563

447408
4026662
451434672000

On-

Onde posta l c.66. all'hora a l. farà manco di 2016 $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{1}$.

$$\begin{array}{r} 2016 \\ \hline 2016 \\ \hline 203616 \\ 407232 \\ \hline 369 \\ \hline 7693 \\ \hline 10872 \\ \hline 369 \\ \hline 32256 \\ \hline 4032 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10201 \\ \hline 9 \\ \hline 9\ \frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{1} \\ \text{è manco di} \\ 9\frac{1}{1}. \\ \hline 1101 \\ \hline 2889 \\ 28 \\ \hline 2917 \\ \hline 3303 \end{array}$$

il quadrato di a l. è manco di $4064625\frac{1}{2}\frac{0}{3}\frac{1}{0}\frac{7}{3}$.
il quadrato di l c. è 4356
il quadrato di a c. è manco di $4068981\frac{1}{2}\frac{0}{3}\frac{1}{0}\frac{7}{3}$.

$$\begin{array}{r} 2017 \\ \hline 689 \\ \hline 402\ 18881 \end{array}$$

a c. è manco di 2017. $692\frac{1}{2}\frac{0}{3}\frac{1}{0}\frac{7}{3}$. esimo di 4034. Ma è ancora manco di $2017\frac{6}{4}\frac{8}{0}\frac{7}{0}\frac{1}{0}$. perche questo moltiplicato in se medesmo supera il $4068681\frac{1}{4}\frac{0}{0}\frac{1}{3}\frac{7}{4}$.

$$\begin{array}{r} 2017 \\ \hline 6871 \\ \hline 116807 \\ 13742 \\ \hline 1385.8807 \end{array}$$

2000 | $692\frac{1}{2}\frac{8}{3}\frac{8}{0}\frac{0}{0}\frac{7}{0}$. questo da se supera $692\frac{1}{2}\frac{0}{3}\frac{0}{0}\frac{1}{0}\frac{7}{3}$, però tanto più lo superarà giontoli il quadrato di $\frac{6}{4}\frac{8}{0}\frac{7}{0}\frac{1}{0}$.

Lato del 96. agono. 66.

96.

Ambito del 96. agono. 6336. Diametro del Cerchio manco di $2017\frac{6}{4}\frac{8}{0}\frac{7}{0}\frac{1}{0}$.
Ambito 25344000. Diametro manco di 8068871.
Diametro 8068871. Circonferenza piu di 25344000.
La proportione della Circonferenza al Diametro è più $3\frac{1}{8}\frac{1}{0}\frac{1}{0}\frac{7}{0}\frac{0}{0}\frac{8}{0}\frac{7}{1}$.

2911. perilche posto g c. 780. all'hora g a. farà manco di 2911. Bt con queste due linee g c, g a. che formano l'angolo retto c g a, nel triangolo rettangolo c g a, trouaremo la c a, opposta ad esso angolo retto essere manco di $3013\frac{1}{8}\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{7}{0}$. Onde la somma di g a. & a c, non arriuarà a $5914\frac{1}{8}\frac{2}{0}\frac{0}{0}\frac{7}{0}$. perilche posto h c 780. all'hora h a. farà manco di $5914\frac{1}{8}\frac{3}{0}\frac{1}{0}\frac{5}{0}\frac{8}{0}\frac{0}{0}$. Et con queste due linee h c. & h a, che nel triang. rettang. c h a. formano l'ang. retto c h a. trouaremo la c a, opposta a detto ang. retto essere manco di $5975\frac{0}{1}\frac{7}{1}\frac{1}{6}\frac{3}{1}$. Et pigliando li $\frac{1}{4}$. di ciascuna di queste tre quantità, per conformarci con la operatione d'Archimede, elle douentaranno h c. 240. h a, manco di 1812. $4701\frac{1}{8}\frac{1}{0}$. esimo di 4800 & a c. mando di $1838\frac{6}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{0}$. Onde la somma di h a, & a c, farà manco di $3661\frac{1}{1}\frac{8}{7}\frac{1}{8}\frac{1}{0}\frac{3}{0}\frac{1}{0}$. perilche posto K c. 240 all'hora K a. farà manco di $3661\frac{2}{7}\frac{5}{3}\frac{8}{8}\frac{1}{0}\frac{3}{0}\frac{1}{0}$. Et pigliando li $\frac{1}{4}\frac{1}{0}$. di ciascuna d'esse per conformarci con la operatione d'Archimede, douentando la K c. 66. all'hora K a. farà manco di $1006\frac{1}{4}\frac{0}{1}\frac{1}{0}\frac{0}{0}\frac{5}{0}\frac{7}{0}\frac{1}{0}$. Hora con queste due linee k a, K c. che formano l'augolo retto c K a, nel triangolo rettangolo c K a, trouamo la c a, opposta a detto angolo retto, & vedremo che ella non arriua a $1009\frac{3}{1}\frac{8}{0}\frac{2}{0}$. perilche la somma di K a. & a c. farà manco di $2016\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{1}$. onde posto l c, 66. all'hora l a, farà manco di $2016\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{1}{1}$. Hora con queste due linee l a. l c, che formano l'angolo retto c l a, nel triangolo rettangolo c l a, trouaremo la c a, opposta a detto angolo retto, & vedremo che ella non arriua a $2017\frac{6}{4}\frac{8}{0}\frac{7}{0}\frac{1}{0}$. Ma c a, è il diametro del Cerchio, & c l, è il lato del 96. agono equilatero da inscriuere in esso Cerchio, però essendo il lato del 96. agono 66. l'ambito suo verrà ad essere 6336. Onde quando l'ambito del 96. agono è 6336. all'hora il diametro del Cerchio è manco, ò vogliamo dire non arriua a $2017\frac{6}{4}\frac{8}{0}\frac{7}{0}\frac{1}{0}$. Et moltiplicando ciascuno di questi dui num. per 40000. (ac ō ne resultino dui numeri intieri, che ritenghino la istessa conuenienza fra loro) che fanno

nò 253440000.& 80686871.potremo dire che quando l'ambito del 96.agono sia 25344000. all'hora il diametro del Cerchio non arriuarà a 80686871. Perilche conuersamente quãdo il diametro del Cerchio si ponesse essere 80686881.all'hora di necessita l'ambito del 96.agono,& cõsequentemente la circonferenza del Cerchio (che è maggiore dell'ambito del 96. agono equilatero inscrittoli) passaria,ò vogliamo dire saria maggiore di 253440000. però la proportione della circonferenza del Cerchio al suo diametro sarà maggiore che di 253440000.a 80686871. cioe che di $3\frac{11379187}{80686871}$. ad 1.Et riducendo q̃sto rotto a deuominatore contenuto da 497. & quãti zeri di più ci vẽga comodo egli sarà alquãto magg. di $\frac{70092634265121}{497000000000000}$. Onde tanto maggiormente si potrà dire, la proportione della circonferenza del Cerchio al suo diametro esser maggiore che di $3\frac{70092634265121}{497000000000000}$.ad 1.quale è maggiore che di $3.\frac{10}{71}$.ad 1.poiche $\frac{10}{71}$. sono soli $\frac{7000}{49700}$.&c.) Et però quando il diametro del Cerchio sia 497000000000000. all'hora la sua circonferenza conuiene che sia più di 1561092634265121.

Conosciamo dunque mediante i fondamenti d'Archimede, seruendoci solamente dell'ambito del 96.agono equiangolo da circonscriuere al Cerchio,& dell'ambito del 96. agono equilatero da inscriuerli,che non solo quando il diametro del Cerchio sia 497000000000000.all'hora la sua circonferenza è maggiore di 1561000000000000.ma minore di 1561000000000000.Ma che anco alquanto più diligentemente, ò propinquamente si può dire, che essendo il diametro del Cerchio l'istesso 497000000000000. all'hora la sua circonferenza sarà fra 1561092634265121. & 1561929468388490. cioe, che ella sarà maggiore di 1561092634265121. ma non arriuarà a 1561929468388490.

Riducasi $\frac{11379387}{80686871}$.a 497000.&c.esimi.

79655709
557589963
5655555339000
sarà 70092634265121.& più.
747436900
212550610
511768690
276494740
344159270
213917860
525441180
413199540
97651850
169649790
82760480

Et però sin hora mediante il 384. agono equiangolo da circonscriuere al Cerchio, & il 96. agono equilatero da inscriuerli, conosciamo, che quando il diametro del Cerchio è 497000000000000. all'hora la circonferenza del Cerchio non arriua a 1561417100000000. ma passa, ò supera 1561092634265121.

Et se ancora vorremo trouare l'ambito del 192.agono,& del 384.agono equilateri da inscriuersi nel Cerchio(poiche anco trouammo l'ambito delli simili 192.agono,& 384.agono equiangoli da circonscriuere al Cerchio)nel medesmo modo,noi quanto al 192.agono,sapendo che quãdo la retta c l.lato del 96 agono è 66.all'hora la retta a l.sarà mãco di $2016.\frac{101}{1101}$. & a c, diametro del Cerchio sarà manco di $2017\frac{6871}{43000}$. sapremo che la somma di a l,& a c,sarà manco di $4033\frac{1160497}{4404000}$. Hora imaginaremo l'angolo l a c,diuiso per mezo dalla linea a m. (che anco viene a diuidere l'arco l c, similmente per mezo per la vltima del sesto d'Euclide) & che anco sega la retta c l,nel punto t.& tiraremo la retta c m. (che cosi essendo l'arco c m eguale all'arco m l,& però ciascun d'essi la mità d'vna delle 96.parti eguali della circonferenza, & però ciascun d'essi vna delle 192. parti eguali della circonferenza, ne seguirà, che la corda, ò linea retta sottotendente a ciascun d'essi sia il lato del 192. agono equilatero da inscriuere nel Cerchio) questa c m. sarà il lato del 192. agono da inscriuere nel Cerchio, & per essere l'arco m l.eguale all'arco m c,ne segue per la 27,del terzo d'Euclide,che l'angolo m c l,fatto nella circonferenza sia eguale all'angolo m c a, fatto pure nella circonferenza del medesmo Cerchio, onde considerato nelli dui triangoli rettangoli a m c, & t m c,che oltre l'angolo recto t m c,commune,lo m a c,dell'vno è eguale all'm c l,ò vogliamo dire m c t.dell'altro.& però il restante angolo m c a. dell'vno, al restante angolo m c t, dell'altro, ne segue che essi dui triangoli siano equiangoli, & di lati proportionali; perilche la proportione di a m, lato mezano dell'vno, all'm c, lato mezano dell'altro, sarà come da a c, lato maggiore dell'vno, al c t.lato maggiore dell'altro;ma ancora da lla somma di a l,& a c,che è manco di $4033\frac{1160497}{4404000}$.ad l c,che è 66.è medesmamente come da a c,à c t, (perche essendo diuiso l'angolo l c a.per mezo nel triangolo l a c, ne segue per la prima parte della terza propositione del sesto libro de gl'Elementi d'Euclide,che dal lato superiore a l,all'inferiore a c,sia come dalla parte l t,superiore della base, alla parte c t, inferiore, & coagiuntamente come dalla somma de'lati a l,& a c,al lato inferiore

a c,ſia come dalla ſomma di l t,& c t. parti della ba'e, cioe dalla l c, baſe totale. alla parte inferiore t c,& permutatamente dalla ſomma de'lati l a,a c,alla baſe l c, come dal lato inferiore a c, alla parte della baſe inferiore c t.)però da a m,ad m c,farà come dalla ſomma di a l, & a c,ad l c; & però come ſia manco di 4033 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{0}{100}$ $\frac{0}{1000}$ $\frac{7}{10000}$ $\frac{1}{100000}$ a 66. On de poſto m c.lato del 192.agono 66. all'hora a m, ſarà manco di 4033 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{0}{100}$ $\frac{0}{1000}$ $\frac{7}{10000}$ $\frac{1}{100000}$. perilche all'hora la a c, oppoſta all'angolo retto a m c. da loro contenuto verrà ad eſſere mãco di 4033. $\frac{6}{8}$ $\frac{8}{00}$ $\frac{1}{0000}$. Onde quando il lato del 192. agono da inſcriuere al Cerchio ſia 66. & però l'ambito 12672. all'hora il diametro ſarà manco di 4033 $\frac{6}{8}$ $\frac{8}{00}$ $\frac{1}{0000}$. Et mol tiplicando ciaſcuno di queſti dui nnmeri per 8066. (acciochè ne reſultino dui numeri intieri, che ritenghino la iſteſſa conueniẽza fra loro) che fanno 102212352. & 32536659. potremo dire, che quando l'ambito del 192.agono ſia 102212352 all'hora il diametro del Cerchio non arriuarà a 32536659. Perilche conueniamente quando il diametro del Cerchio ſi poneſſe eſſere 32536659. intieramente, all'hora di neceſſità l'ambito del 192. agono, & conſequentemente la circonferenza del Cerchio (che è maggiore dell'ambito del 192. agono equilatero da inſcriuerli) paſſaria, ò vogliamo dire ſaria maggiore di 102212352. però la proportione della circonferenza del Cerohio al ſuo diametro ſarà maggiore, che di 102212352. a 32536659. cioe che di 3 $\frac{1}{10}$ $\frac{3}{100}$ $\frac{4}{1000}$ $\frac{1}{10000}$ $\frac{5}{100000}$ $\frac{3}{1000000}$. ad 1. Et riducendo queſto rotto a denominatore contenuto da 497. & quanti zeri di più ci venga comodo, egli ſarà alquanto maggiore di $\frac{7}{10}$ $\frac{0}{100}$ $\frac{2}{1000}$ $\frac{0}{10000}$ $\frac{1}{100000}$ $\frac{6}{1000000}$ $\frac{4}{10000000}$ $\frac{3}{100000000}$ $\frac{2}{1000000000}$ $\frac{5}{10000000000}$. Onde tanto più ſi potrà dire la proportione della circonferenza del Cerchio al ſuo diametro eſſer maggiore, che di 3. $\frac{7}{10}$ $\frac{0}{100}$ $\frac{2}{1000}$ $\frac{0}{10000}$ $\frac{1}{100000}$ $\frac{6}{1000000}$ $\frac{4}{10000000}$ $\frac{3}{100000000}$ $\frac{2}{1000000000}$ $\frac{5}{10000000000}$. ad 1. Et però quãdo il diametro del cerchio ſia 4970000000000. all'hora la ſua circonferenza conuien che ſia più di 15613016365325.

Poſta c l.66.ſarà
a l.manco di 2016 $\frac{1}{10}$ $\frac{0}{100}$ $\frac{7}{1000}$. + 6 8 7 1. + 0 0 0 0 0. 6871
a c.manco di 2017 $\frac{1}{10}$ $\frac{0}{100}$ $\frac{7}{1000}$. + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0. 75581
la ſomma è manco di 4033 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{0}{100}$ $\frac{0}{1000}$ $\frac{7}{10000}$ $\frac{1}{100000}$. 4040000
11604071

Poſta m c,66.ſarà m a,manco di 4033 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{6}{100}$ $\frac{0}{1000}$ $\frac{7}{10000}$ $\frac{1}{100000}$. + 4033 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{6}{100}$ $\frac{0}{1000}$ $\frac{7}{10000}$ $\frac{1}{100000}$.

34814913
94814913
46419884
3202000 4680284.8043
2135
2760
5608
11044

queſto rotto $\frac{1}{1}$ $\frac{0}{10}$ $\frac{4}{100}$ $\frac{8}{1000}$ $\frac{0}{10000}$ $\frac{5}{100000}$ $\frac{3}{1000000}$. con il quadrato del rotto accompagnato al 4033. (che per eſſere poco più d'$\frac{1}{10}$. produrrà poco più d'$\frac{1}{10}$.) nõ arriuarà 12$\frac{4}{7}$.eſimo di 22, cioe a $\frac{4}{7}$. però haueremo manco di 1225$\frac{4}{7}$.

2325$\frac{4}{7}$.
16265089

Il quadrato di m a,è manco di 16267214$\frac{4}{7}$.
Il quadrato di m c,è 4356
Il quadrato di a c, è manco di 16267214$\frac{4}{7}$.

4033
80 271.5
6 3067.0
6481
8066

Il quad.di queſto rotto $\frac{4}{7}$. è più di $\frac{1}{10}$. però ſupera il $\frac{4}{7}$. rotto accompagnato al 16271570. onde la rad.d eſſo numero totale non arriuarà a 4033 $\frac{6}{8}$ $\frac{8}{00}$ $\frac{1}{0000}$. & però a c, ſarà manco di 4033 $\frac{6}{8}$ $\frac{8}{00}$ $\frac{1}{0000}$. quando m c,ſia 66.

m c.lato del 192.agono è 66.
192.
l'ambito ſuo è 12672.
8066.
76052.
76032.
101376.
ambito 102212352

Il Diametro a c, è manco di 4033 $\frac{6}{8}$ $\frac{8}{00}$ $\frac{1}{0000}$.
32530178
manco di 32536659
ſarà il Diametro.

Eſſendo il Diametro 32536659
La circonferenza ſarà più di 102212352
La proportione della circonferenza
al Diametro è più di 3 $\frac{1}{10}$ $\frac{4}{100}$ $\frac{6}{1000}$ $\frac{0}{10000}$ $\frac{3}{100000}$ $\frac{7}{1000000}$ $\frac{5}{10000000}$. cioe più di 3 $\frac{1}{10}$ $\frac{5}{100}$ $\frac{3}{1000}$ $\frac{4}{10000}$ $\frac{1}{100000}$ $\frac{2}{1000000}$ $\frac{5}{10000000}$. Queſto rotto ridurremo per comodità a 497000.&c,eſimi.

Digitized by Google

Ri-

Et seguendo a trouare il lato del 384. agono da inferiuere nel Cerchio, consideraremo che posta m c, lato del 192. agono 66. all'hora a m. è manco di 4033 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{7}{0}$ $\frac{1}{0}$. & a c, manco di 4033 $\frac{6}{0}$ $\frac{5}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{1}{0}$, però la somma di m a, & a c, sarà manco di 8067 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{0}{6}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{6}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{1}{0}$. Et diuiso l'angolo m a c, per mezo con la linea a n, (che sega la m c, in u,) quale peruenendo alla

Riducasi $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{0}{6}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{6}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{1}{0}$. a 497000. &c. esimi.

10738875
75172125
762460125

saranno 703081365325. & piu.

32714350
17749100
69035470
39621530
70848610
57454410
35251550
27148910
5457804

Posta m c, lato del 192. agono 66. all'hora sarà a m. manco di 4033 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{7}{0}$ $\frac{1}{0}$.
a c. manco di 4033 $\frac{6}{0}$ $\frac{5}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{1}{0}$.
Somma màco di 8067 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{0}{6}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{6}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{1}{0}$.

11604971 6381
44040000 8066
69619826
0692619826
918339768
2592240000
285161
3792088960 86
21801296086
11901148043
177613310000

Posta n c, lato del 384. agono 66. all'hora sarà n a, manco di 8067 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{0}{6}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{6}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{1}{0}$.
8067 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{0}{6}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{6}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{1}{0}$.

833083630 1
714068881580
95209184344
888066660000 9696656126258 1

1081 $\frac{1}{2}$.
56469
48402
64536
il quad. di n a. è màco di 65077570 $\frac{1}{2}$.
il quad. di n c, è 4356
il quad. di a c. è màco di 65081916 $\frac{1}{2}$.

8067
160 1081.9
1612 118316
5437
16134

questo resto con il quadrato del rotto accompagnato all'8067. che (per essere manco d' $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{0}$. non arriua a $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{0}$. non sommaranno, ò non arriuaranno in tutto ad $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{0}$. però haueremo manco di 1081 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{0}$.

Il quadrato di questo rotto supera l' $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{0}$. accompagnato al 65081926. però la radice di tutto esso numero è màco di 8067 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{7}{1}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{0}$. cioe a c, non arriua a 8067 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{7}{1}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{0}$. quando n c. sia 66.

circonferenza in n, sega anco l'arco m c, per mezo, & però tirata la retta c n, ella sarà il lato del 384. agono da inferiuere nel Cerchio onde argumentando come di sopra vedremo, che da a n, ad n c, lato del 384. agono sarà come da detta somma (cioe da manco di 8067 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{0}{6}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{6}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{1}{0}$. ad m c, (cioe a 66.) onde posto n c, (lato del 384. agono 66. all'hora a n sarà manco di 8067 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{0}{6}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{6}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{1}{0}$. & perciò il diametro a c, che nel triangolo rettangolo a n c, s'oppone all'angolo retto a n c, contenuto da dette due linee a n, & n c, verrà ad essere manco di 8067 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{0}{6}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{6}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{1}{0}$. perilche quando il diametro a c, si volesse fare arriuare ad 8067. $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{7}{1}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{0}$. all'hora la n c, lato del 384. agono saria alquanto più di 66. & l'ambito d'esso 384. agono, similmente saria più di 25344. & conseguentemente la circonferenza del Cerchio (che è maggiore dell'ambito del 384. agono equilatero da lui riuerli) saria più di detto 25344. & moltiplicando ciascuno di questi dui aumenti per 16143. (accioche ne risultino dui intieri, che ritenghino la istessa conuenienza fra loro) che fanno 130158415. & 408900096. potremo dire, che quando il diametro del Cerchio sia 130158415. all'hora la sua circonferenza sarà più di 408900096 & però la proportione della circonferenza del Cerchio al suo diametro sarà maggiore, che di 408900096. a 130158415. cioe che di 3 $\frac{1}{1}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{2}{1}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{1}{0}$. ad 1. Et riducendo questo rotto a denominatore contenuto da 497. & quanti zeri di più ci venga comodo egli farà

Digitized by Google

ra $\frac{7035389}{49700000}$ & più. Onde tanto maggiormente si potra dire la proportione della circonferenza del Cerchio al suo diametro esser maggiore che di $3\frac{7035389}{49700000}$. ad 1. Et però quando il diametro del Cerchio sia 49700000. all'hora la sua circonferenza conuien che sia più di 156135389.

n c.lato del 384. agono 66.
384.
Ambito del 384. agono 25344.
16134
101376
3229472
405504
Ambito del 384. agono 403900096

Diametro a c manco di $8067\frac{5437}{16135}$.
112934
96804
129072
Diametro a c, manco di 130158415

Quando il diametro arriua a 130158415
La circonferenza è piu di 408900096
Però la proportione della circonferenza al diametro e maggiore di $3\frac{18424855}{130158415}$.
Quasto rotto accompagnato al 3. si riduca a 497000. &c. esimi.

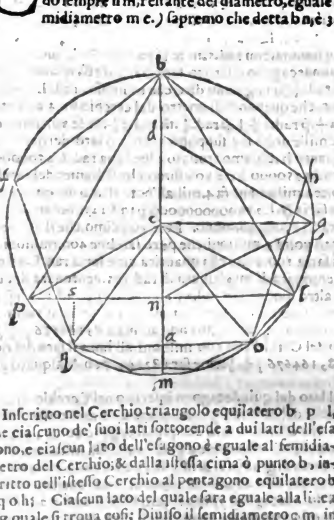
128973957
902817699
015715094700
saranno 7035389 & più.
470618970
701437250
309451750
1159765050
1184977300

Ma di sopra mediante il 384. agono equiangolo da circonscriuere al Cerchio habbiamo veduto, che quando il diametro sia l'istesso 49700000. all'hora la sua circonferenza non può arriuare a 156140710. però la teniamo ad hauer chiusa fra quedi dui numeri 156135389. & 156140710. Concludendo. che quando il diametro d'vn Cerchio sia 49700000. all'hora la sua circonferenza non arriuara a 156140710. ma sara ben maggiore di 156135389.

Digitized by Google

Ancora per far piacere, & giouamento alli Studiosi hò preso fatica di mostrare come proposto vn Cerchio, & dato il numero del diametro d'esso si possa trouare la lunghezza del lato del quindecagono regolare da inscriuerli, & anco del quindecagono simile da circonscriuerli; però prima Geometricamente, nel Cerchio proposto inscriueremo il quindecagono regolare, vn lato del quale sia la linea p q. & poi verremo alla inuentione della lunghezza d'essa per numero nel modo seguente, supponendo che la lunghezza data del diametro b m, sia 4.

COnsiderato il triangolo equilatero b p l. inscritto nel Cerchio, la perpendicolare del quale è la b n, che è li $\frac{1}{4}$ del diametro (per la dottrina della 12. del 13 d'Euclide) (essendo sempre n m, restante del diametro, eguale alla n c, che con essa m n, constituisce il semidiametro m c.) Supremo che detta b n, è 3. hauendo supposto la b m, diametro essere 4. Et perche il quadrato del semilato p n. cauato dal quadrato del lato b p, a lui doppio in lunghezza, & però quadruplo in potenza, resta il quadrato del la perpendicolare b n; conosciamo che quando il quadrato di p n, è 1. all'hora il quadrato di b p. è 4. & però il quad. di b n, resta 3. cioe che quando il quad. di b n. è 3. all'hora il quad. di p n. è 1. ò vogliamo dire, che il quad. del semilato p n; è sempre la terza par. del qu, della perpendicolare b n; onde perche la b n, è 3. & il suo quadrato è 9. & la terza parte di 9. è 3. ne segue che il quadrato di p n, sia 3. & però la lunghezza di detta p n; sia la $\sqrt{}$ di 3. & conseguentemente il lato totale p l. del triangolo equilatero sia 2. volte $\sqrt{}$ 3. cioe sia $\sqrt{}$ 12. Veniamo hora a vedere quanto è per numero il lato del pentagono equilatero inscritto nel medesmo Cerchio, che sappiamo essere eguale alla retta d g. mostrata dependere dalla n g. che depende dalla n c. & c g; però diremo c g. semidiametro è 2. & c n, mira d'esso semidiametro è 1. li loro quadrati 4, & 1. gionti insieme fanno 5. & questo è il quad. di n g, però essa n g, sara rad 5. & il medesmo rad. 5. sara la n d; ad essa n g. presa eguale, onde essendo la parte n e. 1. la restante parte c d. sara rad 5 m. 1. il suo quadr. è 6. m. rad. 20. quale gionto a 4. quadr. di c g. fa 10 m rad. 20. & questo è il quadr. di d g. onde essa d g. sara la rad. di detta quantita 10 m rad 20. cioe sara la rad. L. 10. m. rad. 20. q. perilche sappiamo il lato del pentagono inscritto, e però la linea q o. vno di essi lati, essere $\sqrt{}$ L. 10. m $\sqrt{}$. 20 L, & la sua mita q a. essere rad. L $2\frac{1}{2}$ m $\sqrt{}$. $1\frac{1}{4}$. q. Hora dal punto q. alla p n. tirata la perpendicolare q s, che sara eguale, & equidestante alla n a. come anco la n s, sara non solo equidestante, ma anco



Inscritto nel Cerchio triangolo equilatero b p l; che ciascuno de' suoi lati sottotende a dui lati dell'esagono, e ciascun lato dell'esagono è eguale al semidiametro del Cerchio; & dalla istessa cima ò punto b, inscritto nell'istesso Cerchio al pentagono equilatero b f q o h; Ciascun lato del quale sara eguale alla linea d g. quale si troua così; Diuiso il semidiametro c m. in due parti eguali in n; & dal centro c, tirato il semidiametro c g. perpendicolare al diametro b m; & considerata la linea retta, o distanza n g; & a quella eguale, presa la n d; il punto d, sara sul diametro termine della linea o distanza d g. detta, che è lato del pentagono da inscriuere nel cerchio proposto, la retta b p; sara corda della terza parte della circonferenza; Et la b f, come anco la f q, sara corda della quinta parte della circonferenza; onde l'arco b q, sara li $\frac{1}{3}$. della circonferenza; onde l'arco b p, sara l'$\frac{1}{5}$. della circonferenza, però l'arco p q, differenza di b p, al b q, sara la differenza di $\frac{1}{3}$. a $\frac{1}{5}$. cioè $\frac{2}{15}$. della cir conferenza, onde la retta p q. sottotendente ad esso arco sara il lato del quindecagono inscritto al cerchio.

eguale alla q a;confiderаremo il triangolo rettangolo q s p;del quale il lato p q. oppoſto all'angolo retto è il lato del quindecagono,che cerchiamo hauer noto;ma il quadr.d'eſſi è eguale alla ſomma delli quadrati di p s,& q s.però per ſapere quanto ſia eſſa ſomma , vedremo di trouare la quantita di ciaſcuna d'eſſe linee p s.& q s;Et quanto alla p s.ella è la differẽza del ſemilato del pentagono al ſemilato del triangolo;però cauato rad.L $2\frac{1}{4}$.m̃ rad.$2\frac{1}{4}$ $\tilde{q}$.da rad.3.che reſta rad. 3.m̃ rad.L $2\frac{1}{4}$.m̃ rad.$2\frac{1}{4}$ L queſto reſtante è la lunghezza di p.s.Et per la q.s.& però per la n a;a lei eguale;conſiderato il triangolo rettangolo c a q.mediante la notitia di c q.ſemidiametro, & di q a;ſemilato del pentagono,trouaremo la lunghezza del reſtante lato c a;cauando il quadr.di rad.L $2\frac{1}{4}$.m̃ rad. $1\frac{1}{4}$.L q a.il quadr.della quale è $2\frac{1}{4}$.m̃ rad.$1\frac{1}{4}\tilde{q}$.(cioè l'iſteſſo numero ſciolto dal legame di rad.L L.)dal quadr.di 2.c q il quadr.della quale è 4.& reſta $1\frac{1}{4}$.p̃ rad. $1\frac{1}{4}$.per il quad. di c a;però eſſa c a,ſara la rad.di detto reſtante.cioe ſara rad.L $1\frac{1}{4}$.p̃ rad.$1\frac{1}{4}$.L, o vogliamo dire(perche $1\frac{1}{4}$.p̃ rad.$1\frac{1}{4}$.è quantita quadrata,& la ſua radice è rad.$1\frac{1}{4}\tilde{p}$ $\frac{1}{4}$.) ſara rad.$1\frac{1}{4}$.p̃ $\frac{1}{4}$. dalche leuata la ſua parte c n.mita del ſemidiametro.che e 1 & reſta rad.$2\frac{1}{4}$.m̃ $\frac{1}{4}$.queſta ſara la lunghezza della n a;reſtante parte,& però della q s a lei eguale.& coſi ſapremo la retta s q.eſſere rad.$1\frac{1}{4}$.m̃ $\frac{1}{2}$.. Hora gionto il quadr.di queſta s q.qual quadr.e $1\frac{1}{4}$.m̃ rad.$1\frac{1}{4}$.con il quadr. di s p;trouara eſſere rad.1.m̃ rad.L $2\frac{1}{4}$.m̃ rad.$1\frac{1}{4}$.L.qual ſuo quadr.e $5\frac{1}{4}$.m̃ rad. $1\frac{1}{4}$.m̃ rad.rad. L 30.m̃ rad.180.L,& fanno eſſi dui quad.in ſomma,7.m̃ rad.5.m̃ Ɓ L 30.m̃ Ɓ 180 L.queſto ſara il quadr.di p.q.però eſſa linea p q lato del quindecagono inſcritto ſara la rad.d'eſſa quantita. qual rad.e rad L.$2\frac{1}{4}$.p̃ rad.$1\frac{1}{4}$.L m̃ rad.$3\frac{1}{4}$ m̃ rad.$\frac{3}{4}$.o vogliamo dire,che è l'iſteſſo, rad. L $2\frac{1}{4}$. più Ɓ. $1\frac{1}{4}$.L p̃ Ɓ.$3\frac{1}{4}$ m̃ Ɓ.$\frac{3}{4}$. Et coſi ſappiamo,che quando il diametro del cerchio ſia 4.all'hora il lato del quindecag.inſcrittoli ſara rad.L $2\frac{1}{4}$.p̃ rad.$1\frac{1}{4}$.L p̃ rad.$\frac{3}{4}$.m̃ rad.$3\frac{1}{4}$;Et ſe voleſſimo che il diametro del Cerchio fuſſe 4.milia,cioe mille nolte il 4.ſuppoſto ancora il lato del quindecagono inſcritto,li ſaria mille volte tanto,quanto habbiamo trouato.cioe ſaria rad. L.2500000.p̃ rad.12500000000.L.p̃ rad.750000.m̃ rad.3750000.Et ſe voleſſimo,che il diamet.del cerchio fuſſe ancora mille volte tãto cioe mille volte4.milia,che fa 4.mil.all'hora il lato del quindecag. inſcrittoli ſaria mille volte eſſa quan.cioe ſaria Ɓ.L 2500000000000.p̃ rad.12500000000000 0000000000 L.p̃ rad.7500000000000.m̃ rad.37500000000000. Et ſe voleſſimo,che il diametro del Cerchio fuſſe 100.volte tanto,cioe cento volte 4.millioni,che pero ſarebbe 400.millioni,allhora il lato del qaindecagono inſcrittoli ſaria 100.volte eſſa quantita,cioe ſaria rad.L.25.qua driltara p̃ rad.125.noueliara L p̃ rad.75.centonara di quadriliara m̃ rad.375.centonara di quadriliara.o vogliamo dire(deſciuendola in altro modo)ſara rad.25.con 15.zeri.p̃ rad.125.cõ 30. zeri.L.p̃ rad.75.con 14.zeri.m̃ rad.375.con 14.zeri, qual quantita ridotta a numero rationale proſſima al vero,vedremmo,che ella è 83164676 $\frac{3}{10}$.& più;ma non arriua a 83164676 $\frac{3}{8}$ $\frac{3}{0}$. Et coſi ſapremmo,che quando il diametro del Cerchio ſia 400.millioni,all'hora il lato del quin decagono inſcritoli ſara 83164676 $\frac{3}{10}$.& 83164676 $\frac{3}{10}$.cioe ſara 83164760.& alquãto più; ma non arriuara a 83164676 $\frac{3}{8}$ $\frac{3}{0}$.

Et ſe voleſſimo cercare la lunghezza del lato del quindecagono inſcritto nel Cerchio,mediante le Tauole de' ſini,poniamo mediante quelle del Monteregio calculate a 10.millioni di ſino totale.o ſemidiametro;noi confidera reſſimo,che eſſendo il lato del quindecagono corda , che ſoſtotende al quindicieſimo della circonferenza del Cerchio,cioe a gradi 24.la ſua mita ſara il ſino retto della mita d'eſſo arco,cioe ſaria ſino retto di gradi 12. & in eſſe Tauole nella colonna ſeruiente a gradi 12.d'arco,vi è ſcritto 2079117.per ſino ad eſſo corriſpondente;& queſto e la mita della corda di gradi 24.cioe il ſemilato del quindecagono , però il lato totale uerria ad eſſere 4158234.quando però il ſemidiametro,che e ſino totale ſia 10.millioni; cioe che il diametro ſia 20.millioni;ma ponendolo 400.millioni , cioe 20. volte tanto il lato il quindecagono ſara anca 20 volte eſſo 4158234.trouato,cioe ſaria 83164680;ilche e molto propinquo al numero moſtratoci dalla operatione geometrica ſuperiore;che lo eccede di poco;& coſi siamo ſicuri ancora che in queſta parte le Tauole de' ſini ſono molto diligenti,& che eccedono il vero ſino incognito di quantita ſi puo dire inſenſibile . Che ſe poneſſimo il diametro del Cerchio ſolo 20.millioni,che e l'$\frac{1}{20}$. di 400. millioni, all'hora il lato del quindecagono inſcritto ſaria l'$\frac{1}{20}$ del numero geometricamente trouato,& pero il ſemilato(ch'e il ſino retto dell'arco di gradi 12.quando il ſino totale.o ſemidiametro e 10.millioni,come ſuppongono le Tauole) verria ad eſſere l'$\frac{1}{40}$.del numero detto trouato geometricamente,onde partito 83164676 $\frac{3}{10}$.& più; & anco 83164676 $\frac{3}{8}$ $\frac{3}{0}$.& meno,per $\frac{1}{40}$.che ne viene 2079116. 36 $\frac{3}{10}$.esimo di 40.& più,& 2079116. 36. $\frac{1}{8}$ $\frac{3}{0}$.esimo di 40.& meno;ſapreſſimo,che il ſino retto corriſpondente a gr. 12. detti, quando il ſino totale e 10.millioni,deue eſſere fra queſti dui numeri, 2079116 $\frac{3}{10}$ $\frac{3}{0}$. & 2079116 $\frac{3}{8}$ $\frac{3}{0}$ $\frac{3}{0}$.& pero ponendolo le Tauole 2079117.lo pongono nel numero intiero,al vero propinquiſſimo.

die-

Digitized by Google

e& rad L $1\frac{1}{2}$.piu rad.$1\frac{1}{4}$.L cioe il suo quad.è $1\frac{1}{2}$. piu radice $1\frac{1}{8}$. Trouiſi ſe eſſa quantità
hi R. & quanto è quad.di $1\frac{1}{2}$. Il quad.di rad.$1\frac{1}{4}$.
è $2\frac{1}{4}$. è $1\frac{1}{4}$.

La differenza loro è 1.che è numero quadr. & però la quantità propoſta è quadrata la rad. di queſta differenza è 1 che la ſua mita è $\frac{1}{2}$.da giongere,& da cauare alla mita,& dalla mita d'$\frac{1}{2}$. maggior nome di $1\frac{1}{2}$.piu rad $1\frac{1}{4}$.quantità propoſta,cioe da giongere a $\frac{1}{2}$.che fa $1\frac{1}{2}$ & da cauare da $\frac{1}{2}$.che reſta $\frac{1}{8}$.di ciaſcuno de' quali ſomma,& reſtante,cioe d'$1\frac{1}{2}$.& d'$\frac{1}{8}$.ſi piglia la radice che haueremo rad.$1\frac{1}{2}$.& $\frac{1}{8}$.quali due quantita ſi giongono inſieme (perche la quantita propoſta $1\frac{1}{2}$.piu rad.$1\frac{1}{4}$. di che ſi piglia la rad.è binomio)& fanno ra.$1\frac{1}{2}$.piu $\frac{1}{2}$.che è rad. d'eſſa quantita propoſta. p s.rad.3.meno rad.L $2\frac{1}{2}$.meno rad.$1\frac{1}{2}$.7.moltiplichiſi in ſe ſteſſa.

Vi ſono quattro moltiplicationi partiali,cioe di rad.3.via rad.3.che fa 3.della me.rad.L $2\frac{1}{2}$. meno rad.$1\frac{1}{2}$.7.via la iſteſſa meno rad L $2\frac{1}{2}$.me rad.$1\frac{1}{2}$.7 che fa $2\frac{1}{2}$.m rad.$1\frac{1}{2}$. cioe la iſteſſa quantita,che ſi moltiplica,ſciolta dal legame di rad.LL. & è piu, perche meno via meno fa piu, & queſto prodotto partiale con l'altro 3.partiale fa $5\frac{1}{2}$. meno rad.$1\frac{1}{2}$.

Vi è anco la moltiplicatione di rad.3.via meno rad L $2\frac{1}{2}$.meno rad.$1\frac{1}{2}$.7,due volte, cioe del doppio di rad.3.che rad.12.via meno rad.L $2\frac{1}{2}$.me. rad.$1\frac{1}{2}$.7.che ſi troua il prodotto ſciogliendo ciaſcuna d'eſſe due quantita dal legame di rad.che coſi haueremo 12.&meno ($2\frac{1}{2}$.meno rad.$1\frac{1}{2}$)quali ſi moltiplicano inſieme,& fa meno(30.meno rad.180.)e queſto ſi lega come erano prima le quantita,cioe queſto è rad. 7 7 . però per queſto prodotto partiale haueremo meno rad. L 30.meno rad.180.7,quale con il $5\frac{1}{2}$.meno rad.$1\frac{1}{2}$ fa in tutto $5\frac{1}{2}$.meno rad.$1\frac{1}{2}$. meno rad. L 30.meno rad.180 L.& queſto è il prodotto totale cercato,cioe il quad.di p. s.

diametro b m.4.
c n. mezo ſemidiametro 1.
b n.perpendicolare nel triangolo equilatero 3.
p l.lato del triangolo equilatero.rad.12.
p n.ſemilato del triangolo equilatero.rad.3.
q o.lato del pentagono equilatero rad. L 10.meno rad.20.7.
q a ſemilato del pentagono quilatero rad.L $2\frac{1}{2}$.meno rad.$1\frac{1}{2}$.7.
c a.perpendicolare dal centro al lato del pentagono rad. L $1\frac{1}{2}$.p rad.$1\frac{1}{4}$.7. ch'è rad.$1\frac{1}{4}$.p $\frac{1}{4}$.
n a. rad.$1\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{4}$.
s q.rad.$1\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{4}$.
p s.rad.3 meno rad.L $2\frac{1}{2}$.meno rad.$1\frac{1}{2}$.L
quadr.di s q.$1\frac{1}{4}$.m rad.$1\frac{1}{4}$.
quadr.di p.s.5 $\frac{1}{4}$.meno rad.$1\frac{1}{4}$ meno rad.L 30.meno rad. 180 7.
quadr di p q.7.meno rad.5.meno rad.L 30.meno rad.180 7.

però p q.lato del quindecagono farà rad L 7.meno rad.5.meno rad.L 30.meno rad. 180 LL.
che è rad. L $2\frac{1}{2}$.p rad.$1\frac{1}{4}$.L meno (rad.$3\frac{1}{4}$.m rad.$\frac{1}{4}$.)cioe rad.L.$2\frac{1}{2}$.p rad.$1\frac{1}{4}$.L.p rad. $\frac{1}{4}$.meno rad.$3\frac{1}{4}$.

Veggaſi ſe queſta quantità 7.meno rad.5. m L 30.m rad 180.7 e quadrata, cioe ſe ha rad. & hauendola ſi troui quanto e. Per farlo conſideraremo queſta quantita come reſiduo,cioe quantita di dui nomi,che l'vn nome ſia 7.meno rad 5.& l'altro nome ſia meno rad. L 30. meno radice 180. 7. (Et perche d'vna qnantita di dui nomi(ò binomio o reſiduo che ſia)per trouare ſe ha ra dice,cioe ſe e quadrata;ſi caua il quadrato del minor nome dal quadr.del maggiore, & il reſtante,ò differenza ſi vede ſe e quantita,o numero quad.ouer nò,che quando eſſo reſtante non e quadrato,egli ci moſtra la quantita propoſta non eſſere ne anche ella quadrata (& perciò non poterſene trouare la rad.onde in queſto caſo,cioe quando non e quadrata,& ſi vuole moſtrare la rad.d'eſſa quantita ella ſi lega,ò ſi dice la ſua rad.eſſere la rad.LL,d'eſſa quantita.) Ma quando eſſo reſtante e quad.egli ci moſtra la quantita propoſta anch'ella eſſere quadrata,& però poterſe trouare la rad & all'hora per venire in cognicione d'eſſa rad conuiene del reſtante quad.detto pigliare la rad.& la mita d'eſſa rad.(qual mita per commodita chiamaremo A)ſi giunge alla mita del nome maggiore della quantita propoſta , & della ſomma ſi piglia la rad.quale ſi ſerua ; Et anco la mita detta A , ſi caua dalla mita del nome maggiore della quantita propoſta, & del reſtante ſi piglia la radice, quale ſi gionge alla ſeruata (ſe il minor nome della quantita propoſta e giunto al maggiore , cioe ſe eſſo minor nome e ſegnato co'l piu) ouero quale ſi caua dalla ſeruata(ſe il minor nome della quantita propoſta e cauato dal maggiore , cioe ſe eſſo minor nome e ſegnato co'l meno) che la ſomma nell'un caſo, ouero il reſtante nell'altro caſo ſara la radice della quantita propoſta.) Perilche quadraremo ciaſcuno d'eſſi dui nomi,

Digitized by Google

mi,che per il maggiore haueremo 54.meno rad.980.& per il minore 30.meno rad.180.qual minore cauarremo dal maggiore,cioe cauaremo 30.meno rad.180.da 54. meno rad. 980. che resta 24.meno rad.320.quale se sarà quadrato,ancora la quãtità proposta si dirà essere quadrata (che se non fusse quadrato,ancora la quantità propolta si diria essere non quadrata) però cercaremo se egli è quadr.cioe se esso residuo 24.meno rad 320.ha rad quadra, che per laperlo conuien cauare il quadr.del minor nome rad.30.dal quadr.del maggiore 24.cioè cauare 320 da 576. & resta 256.che è quadr.& la sua rad.è 16 & però 24.meno rad 320,haueri rad.quadra, che per trouarla pigliaremo la mitá del 16.che è 8.& la giongeremo,& cauaremo da 12.mitá di 24. nome maggiore del 24.meno rad.320.& ne resulta 20,& 4.di ciascuno de' quali si piglia la rad. & haue remo rad.20.& 2 che posti insieme in forma di residuo(perche residuo è il 24.meno radice 320.) cioe canato 2.da rad.20.& resta rad.20.meno 2.questo sarà la rad.del 24. meno rad. 320. Si che nel 2 principal quantità proposta 7.meno rad.5.meno rad.L 30.meno rad 180 7.cquanto il quad. del nome minore,dal quad.del maggiore,& del restante presa la rad. ella si troua essere rad. 20. meno 2. Di questa hora si piglia la mitá,che è rad 5.meno 1.quale si giunge,& si caua alla mitá, & dalla mitá di 7.meno rad 5.nome maggiore,qual mitá è $3\frac{1}{2}$.meno rad. $1\frac{1}{2}$. & fà per somma $2\frac{1}{2}$.più rad. $1\frac{1}{4}$.& per restante fa $4\frac{1}{2}$.meno rad. $11\frac{1}{4}$.di ciascuno de' quali somma 1, & restante si piglia la rad.nel modo detto;che quanto al $2\frac{1}{2}$.più rad.$1\frac{1}{4}$.somma, vedremo che non è quadrato,& però la sua rad.si dirà essere rad.L $2\frac{1}{2}$.più rad.$1\frac{1}{4}$.7,& quanto al $4\frac{1}{2}$.meno rad.$11\frac{1}{4}$. vedremo,che è quadr.& che la sua rad.è rad.$3\frac{1}{2}$.me. rad.$\frac{1}{2}$.delle quali due rad.cioe di rad. L $2\frac{1}{2}$. più rad.$1\frac{1}{4}$. L.& rad $3\frac{1}{2}$.meno rad.$\frac{1}{2}$.perche la principale quantità proposta di dui nomi da pigliarne la rad.h (il minor nome segnato co'l meno)cauarèmo la minore dalla maggiore, cioe le accompagnaremo insieme segnando la minore co'l meno;& haueremo per compolto rad L $2\frac{1}{2}$. più rad. $1\frac{1}{4}$ L m(rad. $3\frac{1}{2}$.m 8. $\frac{1}{2}$.)& quella è la rad.di 7 m rad.5.m rad L 30.meno rad.180.7. Et perche il dire meno(rad.$3\frac{1}{2}$.men) rad.$\frac{1}{2}$)è cauare dalla quãtità antecedente,cioe da rad.L $2\frac{1}{2}$. meno rad $1\frac{1}{4}$.7.questa rad $3\frac{1}{2}$.men) rad.$\frac{1}{2}$.cioe cauarne rad $3\frac{1}{2}$.manco rad.$\frac{1}{2}$. che vuole dire cauarne rad.$3\frac{1}{2}$.ma giongerli rad.$\frac{1}{2}$.potremo dire che tanto ha il dire me.(r 4 $3\frac{1}{2}$.me.rad.$\frac{1}{2}$.) inteso per vna sola quantità di meno,cioe da cauarsi totalmente,quanto è il dire meno rad.$3\frac{1}{2}$. più rad.$\frac{1}{2}$.intesa come due quantità separate fra loro;che per ciò dalla interiore rad.L $2\frac{1}{2}$.me no rad.$1\frac{1}{4}$.7 cauando rad.$3\frac{1}{2}$ & giongendoli rad.$\frac{1}{2}$.ò vogliamo dire giongendo rad.$\frac{1}{2}$.& cauando rad $3\frac{1}{2}$ haueremo rad.L $2\frac{1}{2}$.meno rad.$1\frac{1}{4}$.7.più rad.$\frac{1}{2}$.meno radice $3\frac{1}{2}$. che è quello che si cerca.

Veggasi se questa quantità 7.meno rad.5.meno rad.L 30.meno rad.180.7 è quadrata,cioè trouisi la rad.quadra di questo residuo che è compolto d'vn'altro residuo,& d'vna rad.L 7.

	7 meno rad.5.		rad.L 30.meno rad.180 7
via	7.meno rad.5.	via rad.L 30 meno rad 180.7	
Da	54 meno rad.980.	Cauili	30.meno rad.180.
	24.meno rad.320.restante cercato,di che si ha da pigliare la rad.quadra.		
	576.	320.	

da 54.meno rad.980. cauili 30.meno rad.180. resta 24.meno rad.320. †

Per cauare meno rad.180.da meno rad 980. conuien giongere radice 180.a meno 980.& però cauare rad.180. da rad. 980. che il restante sarà me.onde considerato che rad.20.c in rad.980.entra rad.49.cioe 7.volte,& essa rad.20.in rad.180.entra rad.9.cioe 3.volte,& a cauare 3.da 7.resta 4.ne segue che rad.20.nel restante entrarà 4.volte,però moltiplicar. 20.per 4.cioe per rad 16.che fa rad.320.questo è il restante cercato,che è m. † Differenza 256.che è quad.& la sua rad e 16.la mita della quale e 8 che gionto,& cauato a 12.& da 12.mita del 24.nome maggiore del 24.meno rad.320.ne resulta 20.& 4.la rad.di ciascuno de' quali e rad.20.& 2.che sono li dui nomi del residuo,che si troua per rad.del residuo detto,cioe haueremo rad.20.meno 2.che è la rad.di 24.meno rad.320. Et questo è segno,che la quantità proposta è quadrata, cioe il vedere,che cauato il quadr.del nome minore(cioe della rad.L 30.meno radice 180 7 dal quadr. del nome maggiore(cioe dal quad.del residuo 7.meno rad.5.)il restante(24.meno rad.320.)ha rad.quadra,& essa è rad.20.meno 2.la mitá della quale,cioe rad.5.meno 1.si giunge, & caua alla mitá del maggior nome del la quantità proposta,cioe alla mita di 7.meno rad. 5.la qual mitá è $3\frac{1}{2}$.meno rad.$1\frac{1}{4}$.che ne resulta $2\frac{1}{2}$ più rad.$1\frac{1}{4}$.& $4\frac{1}{2}$.meno rad.$11\frac{1}{4}$.la rad. delle quali quantità sono rad.L $2\frac{1}{2}$.più rad.$1\frac{1}{4}$ 7.& rad.$3\frac{1}{2}$.meno radice $\frac{1}{2}$. che cauata questa minore da quella maggiore,& ne risulta rad L $2\frac{1}{2}$.più rad.$1\frac{1}{4}$ 7.meno(rad.$3\frac{1}{2}$.meno rad.$\frac{1}{2}$.) questa sarà la rad. della quantità proposta,qual rad si può anco dire essere rad.L $2\frac{1}{2}$.più rad.$1\frac{1}{4}$ 7, più rad.$\frac{1}{2}$.meno rad.$3\frac{1}{2}$.che è l'istesso.

Digitized by Google

a 3 1/4. meno rad. 1 1/4.
giongasi rad. 5. meno 1.
somma 2 1/4. piu rad. 1 1/4.

da 3 1/4. meno 1. 1 1/4.
cauisi rad. 5. meno 1.
resta 4 1/4. me. 11 1/4.

6 1/4. 1 1/4.

20 1/4. 11 1/4.

differenza 5. che non e quadr. però 2 1/2. p. 1 1/4. non è quantita quadrata, onde la sua rad. sara vna rad. L. cioe sara rad. L. 2 1/4. piu rad. 1 1/4. L.

differenza 9. che e quad. & la rad. e 3. però 4 1/2. m. 11 1/4. e quãtita quadrata.

da 2 1/4. da 1 1/4.
giongi 1 1/4. caua 1 1/4.
somma 3 1/4. resta 1 1/4.
la rad. e rad. 3. 3/4. la rad. e ra. 3/4.
però rad. 3. 3/4. meno rad. 3/4. e la
rad. di 4 1/2. meno rad. 11 1/4.

Di questa somma. & restante le radice sono rad. L. 2 1/4. più rad. 1 1/4. 7. & rad. 3 1/4. m rad. 3/4. che cauata la minore dalla maggiore, & resta rad. L 2 1/4. piu rad. 1 1/4. L. meno (rad. 3 3/4. meno rad. 3/4.) questo sara la rad. quadra. della quantita proposta, però tanto e dire,
rad. L 2 1/4. piu rad. 1 1/4. 7. m (rad. 3 3/4. me. rad. 3/4.) quanto e a dire,
rad. L 7. meno rad 5. meno rad. L 30. meno rad. 180 7.

Quero per farne la proua praticalmente, Moltiplichisi in se medesima la istessa quantita, ma scritta cosi rad. L 2 1/4. piu rad. 1 1/4. 7 piu rad. 3/4. meno rad. 3 3/4.

a e n
rad. L 2 1/4. p rad. 1 1/4. 7 p rad. 3/4. meno rad. 3 3/4.
rad. L 2 1/4. p rad. 1 1/4. 7 p rad. 3/4. meno rad 3 3/4.
a e n

a via. a 2 1/4. piu rad. 1 1/4.
c via c. 3/4.
n via n. 3 3/4.

c via n. m rad. 2 1/4. cioe me. rad. 11 1/4. che
n via c. m rad. 2 1/4. cõ rad. 1 1/4. fa m. p. 5.
somma 7. m. rad. 5.

Et per farne la proua praticalmente, Moltiplichisi in se medesima.

rad. L 2 1/4. piu rad. 1 1/4. L. m (rad. 3 3/4. m rad. 3/4.)
rad. L 2 1/4. piu rad. 1 1/4. L m (rad. 3 3/4. m rad. 3/4.)

2 1/2. piu rad. 1 1/4. L. piu 4 1/4. m rad. 11 1/4.
cioe 7. meno rad. 5. & m. rad. L 30.
meno rad. 180 L.
rad L 2 1/4. piu rad. 1 1/4. 7
via m p. L 18 m rad. 180. 7 doppio di m. (p. 3 1/4.
45. m 15. meno rad 3/4.)
cioe 30 Et meno rad. 180.

Le altre quatro moltiplicationi gionte insieme producono rad. L 30 meno rad. 180. L, & e me. però il prodotto totale fara 7. meno rad. 5. meno rad. L 30. meno rad. 180 L.

rad 1 1/4. in rad. 180. entra rad. 144. cioe 12. volte, però volte 2 1/2. rad 180. e qãto 30. volte rad. 1 1/4. & e me che cauatone le 18. vo te rad. 1/4. resta 12. volte rad 1 1/4. & e me. però haueremo meno rad. 144. via rad. 1 1/4. cioe meno rad. 180. onde il prodotto di queste due rad. LL. fara meno rad L 30. meno rad. 180. 7. Et cosi il prod. totale sara 7. meno rad. 5. meno rad. L 30. meno rad. 180 7.

c via a
a via c
n via a
a via n
gionte insieme cioe rad. 3/4. due volte
rad. L 7 1/2. piu rad. 11 1/4.
gionte insieme cioe meno rad. 3 3/4. due volte. che e meno rad. 15. via rad. 7. 2 1/2. piu rad. 11 1/4. L produce meno rad. L 37 1/2. piu rad. 281 1/4. L.
dice 1 1/4. L produce meno rad. L 37 1/2. piu rad. 281 1/4. L.

che e rad. 3. via rad. L 2 1/2. p rad. 1 1/4. 7 produce

Perche qui si moltiplica rad. L 2 1/4. piu rad. 1 1/4. 7. vna volta per rad 3. & l'altra volta per meno rad. 15. vedi mo, che rad. 3. in rad. 15. entra volte rad. 5. & che perciò ne segue, che rad. L 7 1/2. piu rad. 11 1/4. L in rad. L 37 1/2. piu rad. 281 1/4. L. entri volte rad. 5. però douendosi (per voirle insieme) cauare la minor rad. LL. dalla maggiore (qual maggiore e meno, che il restante sara meno) essa minore nel restante entrara vna volta manco, cioe vi entrara solo volte rad. 5. meno 1. Onde moltiplicando rad. L 7 1/2. piu rad. 11 1/4. 7 via rad. 5. meno 1. cioe via rad. L 6. meno rad. 20. 7, il prodotto, che e rad. L 30. meno rad. 180 L. fara il restante cercato, & sara meno.

rad. L 7 1/2. piu rad. 11 1/4 L.
rad. L 6. meno rad. 20 L.

piu rad. 11 1/4. meno rad. 20.
rad. 36. rad. 56 1/4.
45. meno rad. 225. piu rad. 405. meno rad. 1125.
cioe 30. rad. 5. rad. 81. rad. 5. rad. 225.
pd. rad. L. 30. meno rad. 180. L 9 15.
resta 6. via rad. 5.
& c m. però fa m.
rad. 180.

Quero perche rad. L 2 1/4. piu rad. 1 1/4. L. si ha da moltiplicare per rad. 3. & anco per meno rad. 15. & poi vnire, ò ponere insieme i dui prodotti, che si fa cauando quello di rad. 3 minore da quello di me. rad. 15. maggiori. & il restante, che e m rad. 180.

e il composto loro) noi potiamo hora vnire insieme questi dui moltiplicanti rad. 3. & meno ra-

Digitized by Google

dice 15. che fanno rad. 3. meno rad. 15. cioè meno (rad. 15. meno rad. 3.) & con questo prodotto a forma di rad. LL, che sarà meno rad. L 18. me. rad. 180. L.) moltiplicare la rad. L. $2\frac{1}{2}$. p̄ rad $1\frac{1}{4}$. ⅂ che produrrà pure rad. L 30 meno rad. 180. ⅂.

rad L. $2\frac{1}{2}$. più rad. $1\frac{1}{4}$ L.
via meno radice L. 18 meno rad. 180 L.

produce m̄ radice L 30. meno rad. 180 L.

Quando il diametro del cerchio è 4; all'hora il lato del Quindecagono inscrittoli è rad. L $2\frac{1}{2}$ p̄ ℞. $1\frac{1}{4}$ ⅂ p̄ rad. $\frac{3}{4}$. meno rad. $3\frac{3}{4}$.

Veggasi quanto sarà il lato del quindecagono ponendo il diametro 4000 che è 1000. volte 4. cioè moltipl. per rad. L 1000000 ⅂.

produce rad. L 2500000 p̄ rad. 1250000000000. ⅂ p̄ rad. 750000, m̄ ℞. 3750000, che è il lato del quindecagono, essendo il diametro del cerchio 4000.

Moltipl. via rad. L 1000000 L per vedere quanto sarà il lato del quindecagono, ponendo il diametro 1000 volte tanto, cioè essendo egli 4000000.

produce rad. L 25. con 11. zeri, più rad. 125. con 22. zeri, L p̄ rad. 750000000000. m̄ rad. 375000-0000000.

Moltiplic. via rad. L 10000 ⅂ per vedere quanto sarà il lato del qoindecagono, ponendo il diametro 100. volte tanto, cioe essendo egli 400 millioni.

produce rad. L 25. con 15. zeri p̄ rad. 125. con 30 zeri L. p̄ rad 75. con 14. zeri, meno rad, 375. con 14. zeri. Il che si riduce a numero rationale propinquo, come si vede.

rad. 125000000000000000000000000000000.

. . . . . .

è 1 1 1 8 0 3 3 9 8 8 7 4 9 8 9 4 8 $\frac{5}{11}$ & più, ma manco d' $\frac{1}{2}$. è il rotto.

400
17900
76000
8919100
221091100
1984507900
19565359600
167081585600
1115682723100
22125553212400
200094141499900
2120870329999600
10840915024987900
189664311498876400
10778873298893296
223606

rad. 750000000000000

. . . . . .

è 8 6 6 0 2 5 4 0 $\frac{27}{100}$. & più ma non arriua a $\frac{28}{100}$

1100
10400
440000
9359600
69937500
65548400
173205080

1732 | $\frac{65548}{37}$. & più
13588.

m̄ ℞. 375000000000000000.

. . . . . .

è m̄. 1 9 3 6 4 9 1 6 7. $\frac{31}{100}$. & più ma nō arri. a $\frac{32}{100}$

1400
25100
190400
3550400
6479900
260691900
2831294400
120206111
387298334

3873 | 120206
31
4016

11180339887498948 $\frac{5}{11}$. & più ma manco d' $\frac{1}{2}$.
25

rad L. 36180339887498948 $\frac{5}{11}$. & più ma manco d' $\frac{1}{2}$ ⅂.

. . . . . .

1 9 0 2 1 1 3 0 $3\frac{1}{4}$. & più ma non arriua a $\frac{26}{100}$

8033.

8033
42998
495787
11536649
1239808948
9854119
380422606

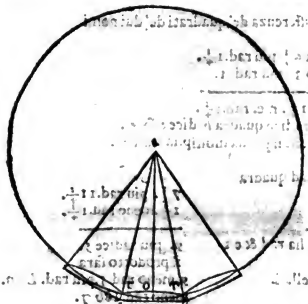
26
38.& più è l'$\frac{1}{100}$
988 & più sariano li $\frac{26}{100}$

190211303 $\frac{1}{4}$. & più, ma non arriua a $\frac{26}{100}$.
87602540 $\frac{37}{100}$.& più, ma non arriua a $\frac{38}{100}$.

somma 276813843 $\frac{61}{100}$.& piu, ma nõ arriua a $\frac{64}{100}$
cauisene 193649167 $\frac{33}{100}$. & meno, ma piu di $\frac{31}{100}$

resta 83164676 $\frac{3}{10}$.& piu, ma non arriua a $\frac{33}{100}$.
Et questo è il lato del quindecagono equilatero inscritto nel cerchio, che hebbi per diametro 400000000.

Et volendo trouare la lunghezza del lato del quindecagono circonscritto al Cerchio; noi considerati i lati del circonscritto equidestanti alli lati dell'inscritto, & dal centro c, del cerchio alli dui termini d'vno de' lati dell'inscritto, & del circonscritto tirate le due rette c t i, & c r u, & anco dall'istesso centro la perpendicolare a ciascuno de' dui lati detti, & sia la c o m, che diuiderà ciascuno d'essi dui lati per mezo; Et considerato il triãgolo c m i, (ouero i l c m u,) & il partiale a lui simile, & però di lati proportionali c o t (ouero il c o r) vedremmo, che la proportione, quale ha la perpendicolare c o, in l'uno alla perpendicolare c m, in l'altro, la istessa hauerà la base o t, dell'vno, alla base m i dell'altro, cioe il semilato del quindecagono inscritto al semilato del quindecagono circonscritto; O vogliamo dire considerati li dui triangoli c t r, & c i u; equiangoli, & però simili, & di lati proportionali, vedremo, che la proportione, quale ha la perpendicolare c o, dell'vno, alla perpendicolare c m. dell'altro, la istessa ha la base t r, dell'vno, alla base i u, dell'altro, cioe il lato del quindecagono inscritto al lato del circonscritto; però mediante i lati eguali c t, & c r, & base t r. del c t r, trouaremo la sua perpendicolare c o; O vogliamo dire, mediante c t, semidiametro, & o t, semilato del quindecagono inscritto, trouaremo la perpendicolare c o; E poi mediante c o, e m, & o t (ouero t r. trouaremo m i, (ouero i u, cioe il semilato (ouero il lato del quindecagono circonscritto.



Quando il lato del quindecagono inscritto è rad. L. $2\frac{1}{2}$. p̃ rad. $2\frac{1}{4}$ L, più rad. $\frac{3}{4}$. meno rad. $3\frac{3}{4}$. all'hora il diametro del cerchio è 4. Però
Quãdo il semilato del quindecag. inscritto sia rad. L $2\frac{1}{2}$. p̃ rad. $1\frac{1}{4}$. L piu rad $\frac{3}{4}$. meno rad. $3\frac{3}{4}$. all'hora il semidiametro del cerchio sarà 4.

t o, rad. L $2\frac{1}{2}$. più rad. $1\frac{1}{4}$. L piu rad. $\frac{3}{4}$. rad. $3\frac{3}{4}$.
rad L $2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$. L. p̃ ℞. $\frac{3}{4}$. me. rad. $3\frac{3}{4}$.

$2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$.
$4\frac{1}{2}$. me. ℞. $11\frac{1}{4}$.

7. meno rad. 5

si moltiplichisi in se stessa meno (rad. $1\frac{3}{4}$. me. rad. $\frac{3}{4}$) a ridurla a forma di ℞. LL sarà meno rad. L. $4\frac{1}{2}$. meno rad. $11\frac{1}{4}$.

rad.

via meno rad.L.4 $\frac{1}{2}$.meno rad.11 $\frac{1}{4}$ L.

produce m̃ ℞ L.7 $\frac{1}{2}$.meno rad.11 $\frac{1}{4}$ L.
& questa doppiata fa meno rad.L.30.
meno radice 180 L.

2 $\frac{1}{2}$. p̃ rad.1 $\frac{1}{4}$.
via 4 $\frac{1}{2}$.m̃ rad.1 $\frac{1}{4}$.

11 $\frac{1}{4}$.
m̃. 3 $\frac{3}{4}$.
2 $\frac{1}{2}$.
Il prodotto 7 $\frac{1}{2}$.
m̃ rad.11 $\frac{1}{4}$.

2 $\frac{1}{2}$.via rad.11 $\frac{1}{4}$.è quãto 3 $\frac{1}{2}$(cioe 3.volte tãto via rad 1 $\frac{1}{4}$. perche radice 1 $\frac{1}{4}$.è 3.volte 1 $\frac{1}{4}$.
meno 7 $\frac{1}{2}$.
con p̃ 4 $\frac{1}{2}$.

somma m̃.rad.3.che via rad.1 $\frac{1}{4}$. produce meno rad.11 $\frac{1}{4}$.

Il quad.to,è 7.meno rad.5.meno rad.L 30.
meno rad.180 ⅂,che cauato dal quadr. di c
t,cioè da 16.resta 9.più rad.5.piu rad.L 30.
meno rad.180.⅂,& questo è il quad.di c o.
Hora vedremo se essa quantità ha rad quadra,considerandola come binomio,i dui nomi del quale siano

9.piu rad.5. rad.L 30.meno rad.180 L.

il suo quadr. è 86.piu rad.1620. il suo quad è 30 meno rad.180. da cauare dall'antecedente maggior quadr.& resta 56 piu rad.880.del quale si piglia la rad.quadra.
Veggasi se 56 piu rad.2880 ha rad quadra,& quanto è
da 3136.cauisi 2880.resta 256.che la sua rad.è 16.cioe è quadr.però 56.più rad. 2880, e quantità quadrata.Il che ci mostra,che anco la quantità principale proposta e quadrata.

di 56. di 16. a 28. da 28.
gionto 8. cauato 8.
la mita è 28. la mita è 8.
somma 36.che resta 20.che
la sua rad.è 6. la sua rad e rad.20.

Queste gionte insieme fanno 6 piu rad 20.il che e la rad.di 56.piu rad.2880.
Di 9. piu rad.5. maggior nome della quantità proposta.
la mita e 4 $\frac{1}{2}$.piu rad.1 $\frac{1}{4}$.
Di 6.pi rad.20.rad.quadra del restante,ò differenza de' quadrati de' dui nomi
la mità e 3.piu rad.5.

a 4 $\frac{1}{2}$.più rad 1 $\frac{1}{4}$. da 4 $\frac{1}{2}$.più rad.1 $\frac{1}{4}$.
gionto 3.piu rad. 5. cauato 3. piu rad. 5.
somma 7 $\frac{1}{2}$.più rad.11 $\frac{1}{4}$. resta 1 $\frac{1}{2}$. me. rad.1 $\frac{1}{4}$.

Di 9.piu rad.5.piu rad.L.30.meno rad.180 ⅂ la radice quadra si dice essere,
rad.L 7 $\frac{1}{2}$.piu rad 11 $\frac{1}{4}$.L piu rad.1 $\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{2}$.Il che si proua moltip.in se stessa.

Di ciascuna di queste due quantita si piglia la rad quadra

56 $\frac{1}{4}$. 2 $\frac{1}{4}$. 7 $\frac{1}{2}$. piu rad.11 $\frac{1}{4}$.
11 $\frac{1}{4}$. 1 $\frac{1}{4}$. 1 $\frac{1}{2}$.meno rad.1 $\frac{1}{4}$.

resta 45.che non è quadr. resta 1.che ha rad.& e 1. 9. piu radice 5.
il prodotto sara
9.meno rad.5.piu rad. L.30.
meno rad.180 ⅂.

però 7 $\frac{1}{2}$.piu rad.11 $\frac{1}{4}$.nen ha rad.quadr.
per il che per nominare la sua rad. diremo,che ella è.
rad.L.7 $\frac{1}{2}$.piu rad.11 $\frac{1}{4}$ L.
alla quale accompagnato co'l segno del piu rad. 1 $\frac{1}{4}$.
meno $\frac{1}{2}$.sara rad.L 7 $\frac{1}{2}$.piu rad.11 $\frac{1}{4}$.L.meno rad.1 $\frac{1}{4}$
meno $\frac{1}{2}$.Et questo e la lunghezza di c o.
Il doppio di rad.1 $\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{2}$.e rad.5.meno 1.che ridotto a forma di rad.LL, sarà
rad L.6.meno rad.20. L.da moltiplicare.
via rad.L 7 $\frac{1}{2}$.piu rad.11 $\frac{1}{4}$ L.

45. meno 15.
piu rad.405.meno rad. 1125.
rad. 5.rad.81. rad. 225.
9.meno 15.
resta meno 6.cioe meno rad.36.via rad.5.
che fa meno rad.180 L.
però haueremo rad.L 30.meno rad.180.L.

di 1 $\frac{1}{4}$. di 1.
la mita e $\frac{3}{4}$. la mita e $\frac{1}{2}$.
$\frac{3}{4}$. da $\frac{3}{4}$.
con $\frac{1}{2}$. cauato $\frac{1}{2}$.
fa 1 $\frac{1}{4}$. resta $\frac{1}{4}$.
la rad.e ℞.1 $\frac{1}{4}$. la ℞.e $\frac{1}{2}$.
però rad.1 $\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{2}$.e la rad.
di 1 $\frac{1}{2}$.meno rad.1 $\frac{1}{4}$.

Hauen-

Digitized by Google

Hauendosi a partire c o per e o, perche il partire c o, non è quantità ſimplice, noi per ridurlo a partitor ſimplice, lo conſideraremo come binomio, i dui nomi del quale ſiano rad. L 7 $\frac{1}{4}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$. L; Et rad. 1 $\frac{1}{4}$. me. $\frac{1}{4}$. & perciò lo moltiplicaremo per il ſuo reſiduo, che ſarà rad. L 7 $\frac{1}{4}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$. 7 meno rad. 1 $\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{4}$. con il quale reſiduo moltiplicaremo ancora la quantità c o; per ſeruare la proportione delle quantità c o, & c o, & dalla banda di c o haueremo 8. più $\frac{8}{10}$. 20. per nuouo partitore, & dalla banda di c o haueremo rad 48. meno rad. L 40 meno rad. $\frac{320}{10}$ L. per nuoua quantità da part. Ma perche ancora 6. più rad 20. nuouo part. non è quantità ſimplice (cioè ò numero rationale, ò ſolo rad.) anzi è binomio ordinario; io moltiplicaremo per il ſuo reſiduo, che è 6 meno rad 20 Et con l'iſteſſo reſiduo moltiplicaremo ancora la quãtità hora da partire, cioè rad. 48. meno rad. L 40, meno rad. $\frac{320}{10}$ 7. che dalla banda di c o; haueremo 16. per nuouo partitore, & è ſimplice, onde più non occorre alterarlo, & dalla banda di c o, haueremo radice 1728. meno rad. 960 meno rad. L 3200 meno rad. $\frac{99123}{10}$ L. che è nuoua quantità da partire, per il 16. Et poi l'auenimento, che ſarà quello, che deriua a partire c o, per c o, doueremo moltiplicare per c m, che 4. & ne riſultarà i m: Ma perche a partire vna quantità per 16 & poi moltiplicare l'auenimento per 4. è quanto in tutto partire eſſa quantità ſolo per 4 (eſſendo il partitore 16 quattro tanti del moltiplicante 4) noi con vna ſola operatione partendo per 4. la quantità detta, cioè rad. 1728. meno rad. 960 meno rad. L 3200. meno rad. $\frac{99123}{10}$ 7. che ne viene rad. 108. meno rad. 60. meno rad. L 200. meno rad. $\frac{38720}{10}$ 7. ſapremo queſt auenimento eſſere la lunghezza di i m; cioè del ſemilato del quindecagono, circonſcritto al cerchio, il ſemidiametro del quale ha 4, Ma ſe vorremo, che non il ſemidiametro, ma il diametro totale ſia 4. ancora non il ſemilato, ma il lato totale del quindecagono circonſcritto ſarà rad. 108. meno rad. 60 meno rad. L 200. meno rad. $\frac{38720}{10}$ 7. Et volendo, che il ſemidiametro ſia 400 millioni, cioè 100. millioni di volte il 4. ancora il lato del quindecagono ſara 100 millioni di volte la quantità detta; però moltiplicandola per 100. millioni, cioè per 100000000. che è numero co[illegible]tto da 1. con 8. zeri, & ridotto a forma di rad. quad. come è la quantità detta da moltiplicare, egli ſarà rad. 1. con 16. zeri; che facendo la moltiplicatione ſe ne produce rad. 108 con 16 zeri, meno rad. 60. con 16. zeri, meno rad. L. 200. con 16. zeri, meno rad 38720 con 32. zeri 7. o vogliamo dire rad. 1080. milliara di millioni di millioni, meno rad. 600. milliara di millioni di millioni, meno rad. L. 2 mil ſioni di millioni di millioni meno radice 3872. milliara di millioni di millioni di millioni, di millioni di millioni 7. ò più breuemente potremo dire. rad. 1080 cinque liara meno radicè 600. cinqueliara meno radice L 2. ſechiara, meno rad. 3872. vndiciliara, L. Et queſto ſara il lato del quindecagono circonſcritto al cerchio, quando il ſuo diametro è 400. millioni; qual lato riducendolo a numero rationale propinquo al vero, vedremo, che egli ſara $850226\frac{24}{10}\frac{6}{10}\frac{6}{0}$ & più ma che non arriuara a $850226\frac{24}{10}\frac{6}{0}$. cioè che ſara fra $850226\frac{24}{10}\frac{6}{0}$. & $850226\frac{24}{2}\frac{1}{2}$.

Hora delle quattro quantita proportionali c o, t o. c m. & i m, cõ la notitia delli tre prime, troueremo la quarta, ò reſtante quantita i m, che ſi potra fare, partendo la ſeconda per la prima, & l'auenimento, moltiplicarlo con la terza, che ne reſultara la quarta.

c o. rad. L 7 $\frac{1}{4}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$. 7 più rad. 1 $\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{4}$.
moltip. primo rad. L 7 $\frac{1}{4}$ più rad. 11 $\frac{1}{4}$. 7 meno rad. 1 $\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{4}$.)

prodotto 6. più rad. 20
moltiplicante ſecondo 6. m rad. 20

pro lotto 16. che è partire ſemplice.

t o. rad. L 2 $\frac{1}{4}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$. 7 più rad. $\frac{3}{4}$. meno rad. 3 $\frac{3}{4}$. c m. 4. i m.
moltipl. primo. rad. L 7 $\frac{1}{4}$ più rad 11 $\frac{1}{4}$. 7 meno ($1\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{4}$.)

rad. L 22 $\frac{1}{4}$. più rad. 281 $\frac{1}{4}$. 7 meno (rad. 3 $\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{9}{4}$.) rad. $\frac{7}{16}$. rad. $\frac{3}{16}$.
506 $\frac{1}{4}$. 281 $\frac{1}{4}$. meno (rad. 1 $\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{4}$) meno rad. $\frac{1}{16}$. m rad. $\frac{1}{16}$

Differenza. 225. la radice è 15. più (rad. 6 $\frac{1}{4}$. meno rad. 3 $\frac{3}{4}$.)

Digitized by Google

$22\frac{1}{2}$. 15

$11\frac{1}{4}$. $7\frac{1}{2}$

$18\frac{3}{4}$. $3\frac{3}{4}$

cioe rad. $18\frac{3}{4}$. piu rad. $3\frac{3}{4}$ rad. $\frac{75}{4}$. rad. $\frac{27}{4}$,

con rad. $6\frac{3}{4}$. meno rad. $3\frac{3}{4}$ 25. 9.

5, 3.

8

Somma rad. 48. rad. 64. via rad. $\frac{3}{4}$

fa rad. 48.

Ouero perche meno (rad. $1\frac{1}{4}$. meno rad. $\frac{1}{4}$) in meno (rad. $3\frac{3}{4}$. meno radice $\frac{3}{4}$,) entra rad. 3 volte, moltiplicaremo meno (rad $1\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{2}$.) in se stessa, che fa $1\frac{1}{2}$. meno rad. $1\frac{1}{4}$. & questo hora moltiplicaremo per radice 3, che fa più rad. $6\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{3}{4}$. che e il prodotto di meno (radice $3\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{3}{4}$. via meno (℞. $1\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{2}$.)

Ancora perche rad, L $2\frac{1}{2}$. p̄ ℞. $1\frac{1}{4}$ L. in ℞ L 7. $\frac{1}{2}$. p̄ ℞. $11\frac{1}{4}$. ⁊ entra ℞. 3. volte, per moltipl esse due rad. L L. insieme, potremo moltiplicare il quadr. della minore, cio $2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$. per detta rad. 3. che fa similmente rad. $18\frac{3}{4}$. piu rad. $3\frac{3}{4}$.

rad. L $7\frac{1}{2}$. piu rad. $11\frac{1}{4}$ ⁊. rad. L, $2\frac{1}{2}$, piu rad. $1\frac{1}{4}$. ⁊.

via meno rad. L $4\frac{1}{2}$ me. rad. $11\frac{1}{4}$. ⁊ via meno rad. L. $1\frac{1}{2}$. meno rad $1\frac{1}{4}$. ⁊.

fa meno rad. L $22\frac{1}{2}$. m̄. rad. $101\frac{1}{4}$ ⁊. fa meno rad L. $2\frac{1}{2}$. meno rad $1\frac{1}{4}$ ⁊.

Queste due rad. L L, si hanno da giongere insieme, & la minore nella maggiore entra rad. L 9 L. cioe rad. 9. volte, che e 3. però essa minore entrarà nella somma d'ambedue 4. volte, onde perciò moltiplicaremo la minore per 4. cioe per rad. L. 16. L. & fa rad. L, 40. me. rad. 320 L, che e la somma loro, & e meno.

Però t o, moltipl. per il moltiplic primo fa rad. 48. m̄ rad. L. 40. m̄ rad. 320 L, rad. 20. 4

moltiplic. secondo 6. m̄ rad 20. cioe rad. L. 56 m̄. rad. 2880 L. rad. 20. 12

2240 20. 48

960 m̄. 960

vltimo prodotto. rad. 1728. meno rad. 960. meno radice L. 3200. m̄ ℞. 9912320 L 40. via 3. fa 120

da partire per 16. partitor simplice, & poi moltiplicare l'auenimento per 4. c m; però queste due operationi si riducono ad vna sola partitore p 4. che l'auenimento mostrarà la linea 1 m; però ella sara rad. 108 meno rad. 60 meno rad. L. 200. meno rad. 38720. L. che è semilato del quindecagono circonscritto al cerchio, quando il semidiametro è 4. ma sara il lato intiero del quindecagono quando il diametro totale sia 4. E volendo, che il diametro sia 400. millioni, cioe 100. millioni di volte tanto, il lato del quindecagono circonscrittoli sarà similmente 100. millioni di volte tanto, però sapremo il numero d'esso lato all'hora moltiplicando questo rad. 108. meno 60. meno rad. L 200. meno radice 38720 L per 100000000. che farà rad. 108. con 16. zeri, m̄ ℞. 60. cō 16. zeri. meno rad. L 200. cō 16. zeri meno rad. 38720. con 32. zeri L, qual quantità ridotta a numero rationale ꝓpinquo sara 85022624. $\frac{65}{100}$. & piu, ma nō arriuarà a 85022624 $\frac{68}{100}$ Et questo sarà il lato del quindecagono regolare circonscritto al cerchio, che habbi per diametro 400. millioni.

56

176

176

rad. 30976

me. rad. 320

247808

m̄ ℞ 9912320

619520

rad. 38720

rad. 108. con 16. zeri, meno rad. 60. con 16. zeri, meno rad. L 200. con 16. zeri, meno rad. 38720. con 32. zeri L,

meno rad. 38720000000000000000000000000000000000.

. . . . . .

e meno, 1 9 6 7 7 3 9 8 2 0 1 9 9 8 1 4 9 3 2 $\frac{33}{40}$. & più.

ma meno di $\frac{33}{40}$

2620

2620
30400
291100
1567100
38647100
322787900
794939609
7863678000
39281961599900
386264685163900
3107151600399900
18767888079960⁰
19413091675963900
367117311436540400
1291414380057179900
11175248793749095100
33042895129498355376
393547964039962986⁴

Da 100
Cauli 19677198101998149321 3/0 .& più ma meno di 1/9.

meno 3.L.3256017980018506732 0/0 .& più, ma meno di 7/0.1

meno 1 7 9 6 1 1 1 1 9 0 0 0

meno 129611190 $\frac{67}{100}$.& più,ma non arriua a $\frac{69}{100}$.
meno 774596669 $\frac{24}{110}$.& più,ma non arriua a $\frac{25}{100}$.

in tutto è m̃. 954207859 $\frac{87}{100}$.& più,ma non arriua a $\frac{89}{100}$.

rad.1080000000000000000.
. . . . . .

è 1 0 3 9 2 3 0 4 8 4 $\frac{54}{100}$.& più,ma manco di $\frac{55}{100}$.

800
19100
47900
631600
100710000
1757158400
9438969600
1125125744
2078460968 | 112512574400
54 & più

858952600

Da 1039230484 $\frac{54}{100}$.& più,ma non arriua a $\frac{55}{100}$.
Cauisi 954207859 $\frac{89}{100}$ & manco,ma supera $\frac{87}{100}$.

Resta 85022624 $\frac{61}{100}$.& più,ma non arriua a $\frac{68}{100}$. E questo è il lato del quindecagono regolare circonscritti al cerchio,il diametro del quale sia 400.millioni.

E ben fatto che li studiosi di viuace intelletto,& pronta memoria veggano con diligẽza queste operationi tutte,& le acconcino quando vi fusse qualche errore,ne i calculi de' num. (che nõ saria gran cosa,che in così lunghe fatiche,i miei occhi,& memoria stanchi dalli molti essercitij, & incommodi hauessero alle volte errato) E sopra tutto attendano bene alle regole, e nascimento d'esse nelle operationi,per conoscere intieramente le qualità,& conuenienze delle quantità irrationali,& altre fra loro,perche così vi acquistaranno mirabile attitudine nel discorrere in esse,& potranno peruenire a la perfettione de' suoi discorsi,alla quale chi non arriua,può alle volte tenere opinione diuersa dal vero,che per darne essempio dico,che l'anno Santo 1575. in Roma,vedendo io l'opera in ottauo stampata in Anuersa per il Birchman l'anno 1567. intitolata Libro de Algebra,en Arithmetica y Geometria.Compuesto por el Doctor Pedro Nunez, Cosmographo Mayor del Rey de Portugal y Cathedratico Iubilado en la Cathedra de Mathematicas en la Vniuersidad deCoymbra,nella quale con molta diligenza,& ordine dottissimamente te si tratte questa scienza d'Algebra da esso Autore ch'è quell'istesso Petrus Nonius Salaciensis Eccellentissimo,& famosissimo Mathematico,peritissimo ne'numeri,nelle linee,& vniuersalmente in ciascuna delle scienze Mathematiche,& dependenti;quale in esse ha composte molte opete dottissime;egli in detto libro d'Algebra,doppo l'hauere con grandissimo giudicio deriuate amplissime,& bellissime regole,& imparticolar trattato diffusamente l'origine,& modo del trouare le radici cube nelli binomij cubi,à carte 115.egli vltimamente nel fine dell'opera a carte 341.trattando la eguagliatione d'vn cubo più 3.cose eguale a 36.& trouando mediante la regola,il valore della cosa essere rad.vniuersale cuba rad.325 più 18.meno il suo reciso, cioè m̃ rad. vniuersale cuba rad.325 meno 18.dice,che il binomio rad.325 più 18.non è cubo, & soggiunge a dire;& la ragione è,perche il numero 18.che è il nome minore non si può partire in due parti tali,che l'vna sia numero cubo,& l'altra sia diuisibile in tre numeri eguali senza rotto,come habbiamo detto,che si troua in tutti li binomij cubi. Et dipoi supponendo,che 1. cubo p̃ 9. cose, sia eguale a 54.dice che secondo la regola,il valore della cosa sarà rad. vniuersale cuba rad. 756. p̃ 27.m̃ il suo reciso,che è rad.vniuersale cuba rad.756.m̃ 27. Et perche il numero 27. non si può partire in due tali parti,che l'vna sia numero cubo,& l'altra sia diuisibile in tre numeri eguali senza rotto,dice che per ciò rad.756.p̃ 27 non sarà binomio cubo,& che egli non ha rad cuba, ne per ciò manco l'ha il suo reciso;& che per questa causa la regola dà oscuro il valore della cosa, quale per altra regoletta sappiamo,che è 3.perche la rad.quadra di 9.(numero delle cose) è la

rad.

Digitized by Google

rad. cuba della mitá di 54. Et poi subito nel fine soggiunge queste formali parole. Ny aura Arithmetico de tan sotil ingenio, que proponiendole estas dos quantitades rad. vniuersal cuba rad. 325. piu 18; meno rad. vniuersal cuba rad. 325. meno 18; Y rad. vniuersal cuba rad. 756. piu 27; m̃ radice vniuersal cuba rad. 756. meno 27; pueda conoscer que son yguales, y vale pero cada vna dellas 3. y el impedimento es, venir el valor de la cosa explicado por quantitades irracionales, y los binomios las mas de las vezes no seren cubos, cioè; Nè farà Aritmetico di tãto sottile ingegno che proponendoli queste due quantitá rad. vniuersal cuba rad. 325. p̃ 18, m̃ rad. vniuersal cuba rad. 325. m̃ 18; & rad. vniuersal cuba rad. 756. p̃ 27, m̃ rad. vniuersal cuba rad. 756. m̃ 27. (ouero scriuendole al modo nostro che staranno cosi rad. cuba 1 rad. 325. p̃ 18. l m̃ rad. cuba l rad. 325. m̃ 18 l, Et rad. cuba l rad. 756. p̃ 27. l m̃ rad. cuba l rad. 756. m̃ 27 l,) possa conoscere che sono eguali, & pure nondimeno ciascuna d'esse vale 3; & l'impedimento è, venire il valore della cosa esplicato per quantitadi irrationali, & li binomij il piú delle volte non saran cubi; Onde all'hora considerando io sopra ciò, mi auiddi che è grandissimo vãtaggio l'hauere molta esperienza de' numeri, & nõ lassar passare, o supponere cosa alcuna per vera (benche ella fusse tenuta vniuersalmente per vera) anzi cercare cõ diligẽza la dimostratione della veritá, che cosi, o la trouaremo, & pereiò saremo sicuri d'essa veritá, o penetrando al vero fonte della dottrina ei accorgeremo che ella non è realmente, o sempre vera come si tiene, & conosceremo la causa di ciò, & come, & quando può essere, & non essere vera: ilche essendo io solito di fare in queste considerationi, facilmente conobbi che se bene egli dirigẽtissimamente haueà trattato del nascimẽto de binomij cubi, & fattone si può dire Anotomia, & da essa cõ gran giuditio cauatane la regola di trouare la rad. de' binomij cubi, nondimeno nel concludere poi, che non fussero cubi quelli che nõ haueuano la qualitá da lui detta (cioe tali che essendo copoti di rad. & di numero senza rotti, come sono rad. 325. p̃ 18. & rad. 756. p̃ 27. non si potesse poi dei minor nome del binomio, cioo del 18. nell'vno, o del 27. nell'altro, fare due parti tali, che l'vna fusse numero cubo, & l'altra diuisibile in tre numeri eguali senza rotto) egli non haueua fatto bastieuole consideratione, anzi hauea suppposto per vero quello che parea douere essere sẽpre verissimo, cioe che d'vna quantita composta di rad. & numero intieri; potendo ella hauere rad. cuba, essa rad. cuba douesse anch'ella essere similmente composta di rad. & numero intieri.) & similmente conobbi all'hora, che esse due quantita erano eguali, & che ciascuno di quei due binomij rad. u. cuba rad. 325. p̃ 18 & rad. u. cuba rad. 756. piu 27; era cubo; & che la rad. cuba del primo era radic. $3\frac{1}{2}$ piu $1\frac{1}{2}$, del qual binomio cauato il suo refiduo, o reciso, che è

di rad. 325. p̃ 18. la rad. cuba è rad. $3\frac{1}{2}$ p̃ $1\frac{1}{2}$.

Proua che si fa cubando rad. $3\frac{1}{2}$. p̃ $1\frac{1}{2}$.

rad. $3\frac{1}{2}$. piu $1\frac{1}{2}$.
rad. $3\frac{1}{2}$. piu $1\frac{1}{2}$.

$5\frac{1}{2}$. piu rad. $3\frac{1}{2}$. 3. volte
$1\frac{1}{2}$. piu rad. $3\frac{1}{2}$.

$8\frac{1}{2}$ p̃ $3\frac{1}{2}$. 3. volte, cioe p̃ $9\frac{1}{2}$. che fa 18. &
rad. $3\frac{1}{2}$. volte $5\frac{1}{2}$. & volte $1\frac{1}{2}$. 3. volte,
che è volte $4\frac{1}{2}$. & però in tutto volte 10,
che è radice $3\frac{1}{2}$. volte 10. cioe rad. $3\frac{1}{2}$.
via radic. 100. fa rad. 325, però il cubo di
rad. $3\frac{1}{2}$. p̃ $1\frac{1}{2}$. fara rad. 325. piu 18.

Di rad. 756. p̃ 27. la rad. cuba è rad. $5\frac{1}{2}$ p̃ $1\frac{1}{2}$.

Proua che si fa cubando rad. $5\frac{1}{2}$. piu $1\frac{1}{2}$.

rad. $5\frac{1}{2}$. piu $1\frac{1}{2}$.
rad. $5\frac{1}{2}$. piu $1\frac{1}{2}$.

$7\frac{1}{2}$. piu 3. volte rad. $5\frac{1}{2}$
$1\frac{1}{2}$. piu rad. $5\frac{1}{2}$.

$11\frac{1}{2}$. p̃ 3. volte $5\frac{1}{2}$. cioe p̃ $15\frac{1}{2}$. che fa 27.
& volte $7\frac{1}{2}$. rad. $5\frac{1}{2}$. & volte $1\frac{1}{2}$. volte 3.
radice $5\frac{1}{2}$. che è volte $4\frac{1}{2}$. & però in tutto
volte 12; che radice $5\frac{1}{2}$. 12 volte; cioe radic. 144. via rad. $5\frac{1}{2}$. fa rad. 756. però il cubo di rad. $5\frac{1}{2}$. p̃ $1\frac{1}{2}$. è rad. 756. piu 27.

rad. $3\frac{1}{2}$. m̃ $1\frac{1}{2}$. resta a punto 3; & però il valore della cosa essere 3: Et quanto al secondo, radice vniuersal cuba radice 756. piu 27; la sua radice cuba essere radice $3\frac{1}{2}$. piu $1\frac{1}{2}$. dal quale cauato il suo refiduo, cioe radice $5\frac{1}{2}$. meno $1\frac{1}{2}$. resta a punto 3, che e il valore della cosa, & cosi benissimo conoseiamo quelle due quãtita composte di binomio cubo, & suo refiduo nominate di sopra dall'Auttore essere rationali, eguali, & perche; Et quẽto basti per hora riserbandomi a luogo cõueniente (quando a Dio piacerá (a laude, & gloria del quale per beneficio del prossimo, & ornamento della Dottrina; tendono intentamente le mie fatiche) liberandomi da queste nebbiose carceri di incommodi, & litigij, ridurmi a stato tranquillo) il mostrare come esse radici cube con molta facilitá, & sicuramente si trouino; & il trattare a pieno della vera causa, & origine delle quantita irrationali, & come sempre ottimamente ei possiamo certificare della qualita, & valore d'esse, & assicurarci d'essere penetrati alle piú intime parti della Dottrina, con saperlo esattamente prouare.

T Et se

mi,che per il maggiore haueremo 54.meno rad.980.& per il minore 30.meno rad.180.qual minore cauaremo dal maggiore,cioe cauaremo 30.meno rad.180.da 54. meno rad. 980. che resta 24.meno rad.320.quale se sarà quadrato,ancora la quãtità proposta si dirà essere quadrata (che se non fusse quadrato,ancora la quantità proposta si dirìa essere non quadrata) però cercaremo se egli è quadr.cioe se esso residuo 24.meno rad.320.ha rad quadra, che per saperlo conuien cauare il quadr.del minor nome rad.320.dal quadr.del maggiore 24.cioè cauare 320 da 576. & resta 256.che è quadr.& la sua rad.è 16 & però 24.meno rad 320.haurà rad.quadra, che per trouarla pigliaremo la mitá del 16.che è 8.& la giongeremo,& cauaremo da 12.mitá di 24. nome maggiore del 24.meno rad.320.& ne resulta 20.& 4.di ciascuno de' quali si piglia la rad. & haueremo rad.20 & 2.che posti insieme in forma di residuo(perche residuo è il 24.meno radice 320.) cioè cauato 2.da rad.20.& resta rad.20.meno 2.questo sarà la rad.del 24. meno rad. 320. Si che nel 2 principal quantità proposta 7.meno rad.5.meno rad.L 30.meno rad 180 7.cauto il quad. del nome minore,dal quad.del maggiore,& del restante presa la rad. ella si troua essere rad. 20. meno 2. Di questa hora si piglia la mitá,che è rad 5.meno 1.quale si giunge,& si caua alla mitá, & dalla mitá di 7.meno rad 5.nome maggiore,qual mitá è 3 ½ meno rad. 1 ½. & fà per somma 2 ½.più rad.1 ¼.& per restante fa 4 ½.meno rad.1 1 ¼.di ciascuno de' quali somma, & restante si piglia la rad.nel modo detto;che quanto al 2 ½.più rad.1 ¼.somma, vedremo che non è quadrato,& però la sua rad.si dirà essere rad.L 2 ½.più rad. 1 ¼ 7.& quanto al 4 ½.meno rad. 1 1 ¼. vedremo,che è quadr.& che la sua rad.è rad. 3 ½.me. rad ¼.delle quali due rad.cioe di rad. L 2. ½. più rad.1 ¼ L.& rad 3 ½.meno rad. ¾.perche la principale quantità proposta di dui nomi da pigliarne la rad.hà il minor nome segnato co'l meno)cauarémo la minore dalla maggiore, cioe le accompagnaremo insieme segnando la minore co'l meno;& haueremo per composto rad L 2 ½. più rad. 1 ¼ L m(rad. 3 ½.m 8. ¾.)& quella è la rad.di 7 m rad.5.m rad L 30.meno rad. 180.7. Et perche il dire meno(rad.3 ½.meno rad. ¼)è cauare dalla quãtità antecedente,cioe da rad. L 2 ½. meno rad 1 ¼.7.questa rad 3 ½.meno rad. ¼.cioe cauarne rad 3 ¾.maneo rad. ¼. che vuole dire cauarne rad.3 ½.ma giongerli rad. ¼.potremo dire che tanto ha il dire me.(re 3 ½.me.rad. ¼.) inteso per vna sola quantità di meno,cioe da cauarsi totalmente,quanto è il dire meno rad. 3 ½. più rad.1 ¼.intesa come due quantità separate fra loro;che per ciò dalla interiore rad. L 2 ½.meno rad. 1 ¼ 7 cauando rad.3 ½ & giongendoli rad. ¼.ò vogliamo dire giongendo rad. ¼.& cauando rad 3 ¾ haueremo rad. L 2 ½.meno rad. 1 ¼ 7.più rad. ¼.meno radice 3 ½. che è quello che si cerca.

Veggasi se questa quantità 7.meno rad.5.meno rad.L 30.meno rad.180.7 è quadrata,cioè troui si la rad.quadra di questo residuo che è composto d'vn'altro residuo,& d'vna rad.L 7.

7 meno rad.5.	rad.L 30.meno rad.180 7
via 7.meno rad.5.	via rad.L 30 meno rad 180.7
Da 54.meno rad.980.	Cauisi 30.meno rad. 180.
24.meno rad.320.restante cercato,di che si ha da pigliare la rad.quadra.	

576. 320.

da 54.meno rad.980. cauisi 30.meno rad. 180. resta 24.meno rad.320. †

Per cauare meno rad.180.da meno rad.980. conuien giongere radice 180.a meno 980.& però cauare rad.180. da rad. 980. che il restante sarà me.onde considerato che rad.20.e in rad.980.entra rad.49.cioe 7.volte,& essa rad.20.in rad.180.entra rad.9.cioe 3.volte,& a cauare 3.da 7.resta 4.ne segue.che rad.20.nel restante entrarà 4.volte,però moltiplicar. 20.per 4.cioe per rad 16.che fa rad.320.questo è il restante cercato,che è m. † Differenza 256.che è quad.& la sua rad e 16.la mita della quale e 8 che gionto,& cauato a 12.& da 12.mita del 24.nome maggiore del 24.meno rad.320.ne resulta 20.& 4.la rad.di ciascuno de' quali e rad.20.& 2.che sono li dui nomi del residuo,che si troua per rad.del residuo detto,cioe haueremo rad.20.meno 2.che è la rad.di 24.meno rad.320. Et questo è segno,che la quantità proposta è quadrata, cioe il vedere,che cauato il quadr.del nome minore(cioe della rad.L.30.meno radice 180 7 dal quadr. del nome maggiore(cioe dal quad.del residuo 7.meno rad.5.)il restante(24.meno rad 320.)ha rad.quadra,& essa è rad.20.meno 2.la mitá della quale,cioe rad.5.meno 1.si giunge,& caua alla mitá del maggior nome della quantità proposta,cioe alla mita di 7.meno rad. 5. la qual mitá è 3 ½.meno rad.1 ¼.che ne resulta 2 ½.più rad 1 ¼.& 4 ½.meno rad. 11 ¼. la rad. delle quali quantità sono rad.L 2 ½.più rad.1 ¼ 7.& rad.3 ¾.meno radice ¾.che cauata questa minore da quella maggiore,& ne risulta rad L 2 ½.più rad.1 ¼ 7.meno(rad.3 ½.meno rad.¼.) questa sarà la rad. della quantità proposta,qual rad si può anco dire essere rad.L 2 ½.più rad.1 ¼ 7. più rad. ¼.meno rad.3 ½.che è l'istesso.

Digitized by Google

da 3 $\frac{1}{2}$. meno $\mathcal{R}$. 1 $\frac{1}{4}$.
cauſi rad. 3. meno 1.
resta 4 $\frac{1}{2}$. me. $\mathcal{R}$. 11 $\frac{1}{4}$.

20 $\frac{1}{4}$. 11 $\frac{1}{4}$.

differenza 9. che e quad. & la rad. e 3. però 4 $\frac{1}{2}$. m. $\mathcal{R}$. 11 $\frac{1}{4}$. e quãtica quadrata.

à 2 $\frac{1}{4}$. da 1 $\frac{1}{4}$.
giongi 1 $\frac{1}{4}$. caua 1 $\frac{1}{4}$.
somma 3 $\frac{1}{2}$. reſtãte 1 $\frac{1}{4}$.

la rad. e rad. 3 $\frac{3}{4}$. la rad. e ra. $\frac{3}{4}$. però rad. 3 $\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{3}{4}$. e la rad. di 4 $\frac{1}{2}$. meno rad. 11 $\frac{1}{4}$.

Di queſta ſomma, & reſtante le radice ſono rad. L 2 $\frac{1}{2}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$. 7. & rad. 3 $\frac{3}{4}$ m rad. $\frac{3}{4}$. che cauata la minore dalla maggiore, & reſta rad. L 2 $\frac{1}{2}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$ L meno (rad. 3 $\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{3}{4}$.) queſto ſara la rad. quadra della quantita propoſta, però tanto e dire,

rad. L 2 $\frac{1}{2}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$. 7. m (rad. 3 $\frac{3}{4}$. me. rad. $\frac{3}{4}$.) quanto e a dire,

rad. L 7. meno rad 5. meno rad. L 30. meno rad. 180

differenza 5. che non e quadr. però 2 $\frac{1}{2}$. $\mathcal{R}$. 1 $\frac{1}{4}$. non è quantita quadrata, onde la ſua rad. ſara vna rad. LL. cioe ſara rad. L 2 $\frac{1}{2}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$. L

Quero per farne la proua praticalmente, Moltiplichiſi in ſe medeſima la iſteſſa quantita, ma ſcritta coſi rad. L 2 $\frac{1}{2}$ più rad. 1 $\frac{1}{4}$. 7 più rad. $\frac{3}{4}$ meno rad. 3 $\frac{3}{4}$.

a c n
rad. L 2 $\frac{1}{2}$. p rad. 1 $\frac{1}{4}$. 7 p rad. $\frac{3}{4}$. meno rad. 3 $\frac{3}{4}$.
rad. L 2 $\frac{1}{2}$. p rad. 1 $\frac{1}{4}$. 7 p rad. $\frac{3}{4}$. meno rad 3 $\frac{3}{4}$.
a e n

a via a 2 $\frac{1}{2}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$.
c via c. $\frac{3}{4}$.
n via n. 3 $\frac{3}{4}$.
c via n. $\mathcal{M}$ rad. 2 $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ } cioe me. rad. 11 $\frac{1}{4}$. che
n via c. $\mathcal{M}$ rad. 2 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ } cõ rad. 1 $\frac{1}{4}$. fa $\mathcal{M}$. $\mathcal{R}$. 5.
somma 7. $\mathcal{M}$. rad. 5.

Et per farne la proua praticalmente, Moltiplichiſi in ſe medeſima.

rad. L 2 $\frac{1}{2}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$ L m (rad 3 $\frac{3}{4}$. m rad. $\frac{3}{4}$.)
rad. L 2 $\frac{1}{2}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$ L m (rad. 3 $\frac{3}{4}$. m rad. $\frac{3}{4}$.)
2 $\frac{1}{2}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$. più 4 $\frac{1}{2}$. m rad. 11 $\frac{1}{4}$.
cioe 7. meno rad. 5. & m. rad. L 30. meno rad. 180 L.
rad L 2 $\frac{1}{2}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$. 7
via $\mathcal{M}$ $\mathcal{R}$. L 18 $\mathcal{M}$ rad. 180. 7 doppio di $\mathcal{M}$. $\mathcal{R}$. 3 $\frac{3}{4}$. 45. $\mathcal{M}$ 15. meno rad
cioe 30 Et meno rad. 180.

Le altre quatro moltiplicationi gionte inſieme producono rad. L 30 meno rad. 180. L, & e me. però il prodotto totale ſara 7. meno rad. 5. meno rad. L 30. meno rad. 180 L.

rad 1 $\frac{1}{4}$. in rad. 180. entra rad. 144. cioe 12. volte, però volte 2 $\frac{1}{2}$. rad 180. e quãto 30. volte rad. 1 $\frac{1}{4}$. & e me che cauatone le 18. volte rad. $\frac{3}{4}$. reſta 12. volte rad. 1 $\frac{1}{4}$. & e me. però hauremo meno rad. 144. via rad. 1 $\frac{1}{4}$. cioe meno rad. 180. onde il prodotto di queſte due rad. LL. ſara meno rad L 30. meno rad. 180. 7. Et coſi il prod. totale ſara 7. meno rad. 5. meno rad. L 30. meno rad. 180 7.

e via a } gionte inſieme cioe rad. $\frac{3}{4}$. due volte, che e rad. 3. via rad. L 2 $\frac{1}{2}$ p rad. 1 $\frac{1}{4}$. 7 produce
a via c } rad. L 7 $\frac{1}{2}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$.
n via a } gionte inſieme cioe meno rad. 3 $\frac{3}{4}$. due volte, che e meno rad. 15. via rad. 7. 2 $\frac{1}{2}$. più ra-
a via n } dice 1 $\frac{1}{4}$. L produce meno rad. L 37 $\frac{1}{2}$. più rad. 281 $\frac{1}{4}$ L.

Perche qui ſi moltiplica rad. L 2 $\frac{1}{2}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$. 7 vna volta per rad 3. & l'altra volta per meno rad. 15. vedi mo, che rad. 3. in rad. 15. entra volte rad. 5. & che perciò ne ſegue, che rad. L 7 $\frac{1}{2}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$. L in rad. L 37 $\frac{1}{2}$. più rad. 281 $\frac{1}{4}$ L. entri volte rad. 5. però douendoſi (per variie inſieme) cauare la minor rad. LL. dalla maggiore (qual maggiore e meno, che il reſtante ſara meno) eſſa minore nel reſtante entrara vna volta manco, cioe vi entrara ſolo volte rad. 5. meno 1. Onde moltiplicando rad. L 7 $\frac{1}{2}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$. 7 via rad. 5. meno 1. cioe via rad. L 6. meno rad. 20. 7, il prodotto, che e rad. L 30. meno rad. 180 L. ſara il reſtante cercato, & ſara meno.

rad. L 7 $\frac{1}{2}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$ L.
rad. L 6. meno rad. 20 L.
45. meno rad. 2025.
cioe 30.
più rad. 11 $\frac{1}{4}$. meno rad. 20.
rad. 36. rad. 56. $\frac{1}{4}$.
più rad. 405. meno rad. 1125.
rad. 5. rad. 81. rad. 5. rad. 225.
15.
resta 6. via rad. 5. & c $\mathcal{M}$. però ſa $\mathcal{M}$. rad. 180.

Quero perche rad. L 2 $\frac{1}{2}$. più rad 1 $\frac{1}{4}$ L. ſi ha da moltiplicare per rad. 3. & anco per meno rad. 15. & poi vnire. ò ponere inſieme i dui prodotti, che ſi fa cauando quello di rad. 3 minore da quello di me. rad. 15. maggiori & il reſtante, che e $\mathcal{M}$ e il compoſto loro) noi potiamo hora vnire inſieme queſti dui moltiplicanti rad. 3. & meno ra-

Digitized by Google

dice 15. che fanno rad. 3. meno rad. 15. cioè meno (rad. 15. meno rad. 3.) & con questo prodotto a forma di rad. LL, che sarà meno rad. L. 18. me. rad. 180. L.) moltiplicare la rad. L. $2\frac{1}{2}$. p̄ rad $1\frac{1}{4}$. ⅂ che produrrà pure rad. L 30 meno rad. 180. ⅂.

rad L. $2\frac{1}{2}$. più rad. $1\frac{1}{4}$ L.
via meno radice L. 18 meno rad. 180 L.

produce m̄ radice L 30. meno rad. 180 L.

Quando il diametro del cerchio è 4; all'hora il lato del Quindecagono inscrittoli è rad. L $2\frac{1}{2}$ p̄ ℞. $1\frac{1}{4}$ ⅂ p̄ rad. $\frac{3}{4}$. meno rad. $3\frac{3}{4}$.

Veggasi quanto sarà il lato del quindecagono ponendo il diametro 4000 che è 1000. volte 4. cioè moltipl. per rad. L 1000000 ⅂.

produce rad. L 2500000. p̄ rad. 1250000000000. ⅂ p̄ rad. 750000, m̄ ℞. 3750000, che è il lato del quindecagono, essendo il diametro del cerchio 4000.

Moltipl. via rad. L 1000000 L. per vedere quanto sarà il lato del quindecagono, ponendo il diametro 1000 volte tanto, cioè essendo egli 4000000.

produce rad. L 25. con 11. zeri, più rad. 125. con 22. zeri, L p̄ rad. 750000000000. m̄ rad. 375000-0000000.

Moltiplic. via rad. L 10000 ⅂ per vedere quanto sarà il lato del qoindecagono, ponendo il diametro 100. volte tanto, cioe essendo egli 400 millioni.

produce rad. L 25. con 15. zeri p̄ rad. 125. con 30 zeri L. p̄ rad 75. con 14. zeri, meno rad, 375. con 14. zeri. Il che si riduce a numero rationale propinquo, come si vede.

rad. 1250000000000000000000000000000000.

. . . . . .

è 1 1 1 8 0 3 3 9 8 8 7 4 9 8 9 4 8 $\frac{5}{11}$ & più, ma manco d'$\frac{1}{2}$. è il rotto.

400
17900
76000
8919100
221091100
1984507900
19565359600
167681585600
1115682723100
22125553212400
200094141499900
2120870329999600
10840915024987900
189664311498876400
10778873298893296
223606

rad. 7500000000000000

. . . . . .

è 8 6 6 0 2 5 4 0 $\frac{27}{100}$. & più ma non arriua a $\frac{28}{100}$

1100
10400
440000
9359600
69937500
65548400
173205080

1732 | $\frac{6554}{37}$ $\frac{8}{}$. & più
13588.

m̄ ℞. 3750000000000000.

. . . . . .

è m̄. 1 9 3 6 4 9 1 6 7 $\frac{31}{100}$. & più ma nō arri. a $\frac{32}{100}$

1400
25100
190400
3550400
6479900
260691900
2831294400
120206111
387298334

3873 | 120206
31
4016

11180339887498948 $\frac{5}{11}$. & più ma manco d'$\frac{1}{2}$.
25

rad L. 36180339887498948 $\frac{5}{11}$. & più ma manco d'$\frac{1}{2}$ ⅂.

. . . . . .

1 9 0 2 1 1 3 0 3 $\frac{3}{4}$. & più ma non arriua a $\frac{26}{100}$

8033.

8033
42998
495787
11536649
1239808948
9854119
380432606

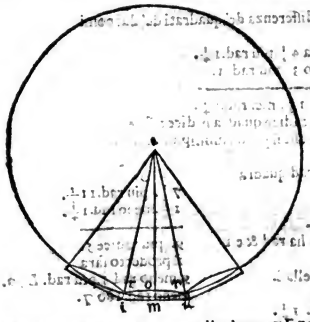
26
38. & più è l'$\frac{1}{100}$
988 & più sariano li $\frac{26}{100}$

190211303 $\frac{1}{4}$. & più, ma non arriua a $\frac{26}{100}$.
87602540 $\frac{37}{100}$. & più, ma non arriua a $\frac{28}{100}$.

somma 276813843 $\frac{63}{100}$. & piu, ma nõ arriua a $\frac{64}{100}$
cauisene 193649167 $\frac{34}{100}$. & meno, ma piu di $\frac{31}{100}$

resta 83164676 $\frac{3}{10}$. & piu, ma non arriua a $\frac{33}{100}$.
Et questo è il lato del quindecagono equilatero inscritto nel cerchio, che hebbi per diametro 400000000.

Et volendo trouare la lunghezza del lato del quindecagono circonscritto al Cerchio; noi considerati i lati del circonscritto equidestanti alli lati dell'inscritto, & dal centro c, del cerchio alli dui termini d'vno de' lati dell'inscritto, & del circonscritto tirate le due rette c t i, & c r u, & anco dall'istesso centro la perpendicolare a ciascuno de' dui lati detti, & sia la c o m, che diuiderà ciascuno d'essi dui lati per mezo; Et considerato il triãgolo c m i, (ouero i l c m u,) & il partiale a lui simile, & però di lati proportionali c o t (ouero il c o r) vedremmo, che la proportione, quale ha la perpendicolare c, o, in l'uno alla perpendicolare c m, in l'altro, la istessa hauerà la base o t, dell'vno, alla base m i dell'altro, cioe il semilato del quindecagono inscritto al semilato del quindecagono circonscritto; O vogliamo dire considerati li dui triangoli c t r, & c i u; equiangoli, & però simili, & di lati proportionali, vedremo, che la proportione, quale ha la perpendicolare c o, dell'vno, alla perpendicolare c m. dell'altro, la istessa ha la base t r, dell'vno, alla base i u, dell'altro, cioe il lato del quindecagono inscritto al lato del circonscritto; però mediante i lati eguali c t, & c r, & base t r del c t r, trouaremo la sua perpendicolare c o; O vogliamo dire, mediante c t, semidiametro, & o t, semilato del quindecagono inscritto, trouaremo la perpendicolare c o; E poi mediante c o, e m, & o t (ouero t r. trouaremo m i, (ouero i u, cioe il semilato (ouero il lato del quindecagono circonscritto.



Quando il lato del quindecagono inscritto è rad. L $2\frac{1}{2}$. p̃ rad. $2\frac{1}{4}$ L, più rad. $\frac{3}{4}$. meno rad. $3\frac{3}{4}$. all'hora il diametro del cerchio è 4. Però
Quãdo il semilato del quindecag. inscritto sia rad. L $2\frac{1}{2}$. p̃ rad. $1\frac{1}{4}$. L piu rad $\frac{3}{4}$. meno rad. $3\frac{3}{4}$. all'hora il semidiametro del cerchio sarà 4.

t o, rad. L $2\frac{1}{2}$. più rad. $1\frac{1}{4}$. L piu rad. $\frac{3}{4}$. rad. $3\frac{3}{4}$.
rad L $2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$. L. p̃ ℞. $\frac{3}{4}$. me. rad. $3\frac{3}{4}$.

$2\frac{1}{2}$. piu rad. $1\frac{1}{4}$.
$4\frac{1}{2}$. me. ℞. $11\frac{1}{4}$.

7. meno rad. 5

si moltiplichisi in se stessa meno (rad. $1\frac{3}{4}$. me. rad. $\frac{3}{4}$) a ridurla a forma di ℞. LL sarà meno rad. L. $4\frac{1}{2}$. meno rad. $11\frac{1}{4}$.

rad.

via meno rad.L.4 $\frac{1}{2}$.meno rad. 11 $\frac{1}{4}$ L.

produce m̃ p̃ L.7 $\frac{1}{2}$.meno rad.11 $\frac{1}{4}$ L.
& questa doi piata fa meno rad.L.30.
meno radice 180 L.

Il quad.to ,è 7.meno rad.5 .meno rad.L 30.
meno rad.180 7.che cauato dal quadr. di c
r,cioè da 16.resta 9.più rad.5.piu rad.L 30.
meno rad.180.7.& questo è il quad.di c o.
Hora vedremo se essa quantità ha rad qua-
dra,considerandola come binomio,i dui nomi del quale siano

9.piu rad.5. rad.L 30.meno rad.180 L.

il suo quadr. è 86 piu rad.1620. Il suo quad e 30 meno rad.180. da cauare dall'antecedea
temaggior quadr.& resta 56 piu rad.880.del quale si piglia la rad.quadra.
Veggasi se 56 piu rad.2880 ha rad quadra.& quanto è
da 3136.cauisi 2880.resta 256.che la sua rad.è 16.cioe è quad.però 56.più rad. 2880.e quanti-
ta quadrata.Il che si mostra,che anco la quantità principale proposta e quadrata.

di 56. di 28. giunto 8. cauato 8.

la mita è 28. la mita è 8.

somma 36.che resta 20.che
la sua rad.è 6. la sua rad.e rad 20.

Queste giunte insieme fanno 6 piu rad 20.il che e la rad.di 56.piu rad.2880.

Di 9. piu rad.5. maggior nome della quantità proposta.
la mita e 4 $\frac{1}{2}$.piu rad.1 $\frac{1}{4}$.

Di 6.pi rad.20.rad.quadra del restante,ò differenza de' quadrati de' dui nomi
la mita è 3.piu rad.5.

a 4 $\frac{1}{2}$.più rad 1 $\frac{1}{4}$. da 4 $\frac{1}{2}$.più rad.1 $\frac{1}{4}$.
giunto 3.piu rad. 5. cauato 3 piu rad 5.

somma 7 $\frac{1}{2}$.più rad.11 $\frac{1}{4}$. resta 1 $\frac{1}{2}$.me. rad.1 $\frac{1}{4}$.
Di 9.piu rad.5.piu rad.L.20.meno rad 180 la radice quadra si dice essere,
rad.L 7 $\frac{1}{2}$.piu rad 11 $\frac{1}{4}$.L piu rad.1 $\frac{1}{4}$.meno .Il che si proua moltip.in se stessa.

Di ciascuna di queste due quantita si Pigli la rad quadra

56 $\frac{1}{2}$.	2 $\frac{1}{2}$.	7 $\frac{1}{2}$. piu rad.11 $\frac{1}{4}$.
11 $\frac{1}{4}$.	1 $\frac{1}{4}$.	1 $\frac{1}{4}$.meno rad.1 $\frac{1}{4}$.
resta 45.che non è quadr.	resta 1.che ha rad.& e 1.	9. piu radice 5.
però 7 $\frac{1}{2}$.piu rad.11 $\frac{1}{4}$.non ha rad.quadr.		il prodotto sara
per il che per nominare la sua rad. diremo,che ella è.		9.meno rad.5.piu rad. L.30.
rad.L.7 $\frac{1}{2}$.piu rad.11 $\frac{1}{4}$ L.		meno rad.180 7.

alla quale accompagnato co'l segno del piu rad. 1 $\frac{1}{4}$.
meno $\frac{1}{4}$.fara rad.L 7 $\frac{1}{2}$.piu rad.11 $\frac{1}{4}$.L.meno rad.1 $\frac{1}{4}$
meno $\frac{1}{4}$.Et questo è la lunghezza di c o.
Il doppio di rad.1 $\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{4}$.e rad.5.meno 1.che ridotto a forma di rad.LL, sarà
rad L.6.meno rad.20. L.da moltiplicare.

via rad.L 7 $\frac{1}{2}$.piu rad.11 $\frac{1}{4}$ L.

45. meno 15.
piu rad.405.meno rad.1125.
rad. 5.rad.81. rad.325.
9.meno 15.
resta meno 6.cioe meno rad.36.via rad.5.
che fa meno rad.180 L.
però haueremo rad.L 30.meno rad.180.L.

2 $\frac{1}{2}$. p̃ rad.1 $\frac{1}{4}$.
via 4 $\frac{1}{2}$.m̃ rad.1 $\frac{1}{4}$.

11 $\frac{1}{2}$.
m̃. 3 $\frac{1}{2}$.
2 $\frac{1}{2}$.

Il prodotto 7 $\frac{1}{2}$.
m̃ rad.11 $\frac{1}{4}$.

2 $\frac{1}{2}$.via rad.11 $\frac{1}{4}$.è quã-
to 3 $\frac{1}{2}$.(cioe 3.volte tã-
to via rad 1 $\frac{1}{4}$. perche
radice 1 $\frac{1}{4}$.è 3.volte 1 $\frac{1}{4}$.
meno 7 $\frac{1}{2}$.
con p̃ 4 $\frac{1}{2}$.

somma m̃.rad.3.che via
rad.1 $\frac{1}{4}$. produce meno
rad.11 $\frac{1}{4}$.

di 1 $\frac{1}{2}$. di 1.
la mita è $\frac{3}{4}$. la mita è $\frac{1}{2}$.
$\frac{3}{4}$. da $\frac{3}{4}$.
con $\frac{1}{2}$. cauato $\frac{1}{2}$.

fa 1 $\frac{1}{2}$. resta $\frac{1}{2}$.
la rad.è p̃ 1 $\frac{1}{4}$. la p̃.è $\frac{1}{2}$.
però rad.1 $\frac{1}{4}$.meno $\frac{1}{2}$.è la rad.
di 1 $\frac{1}{2}$.meno rad.1 $\frac{1}{4}$.

Hauendosi a partire c o per c o;perche il partire c o,non è quantità ſimplice, noi per ridurla a partitor ſimplice,lo conſideraremo come binomio,i dui nomi del quale ſiano rad. L 7 $\frac{1}{4}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$. L; Et rad. 1 $\frac{1}{4}$. me. $\frac{1}{4}$.& perciò lo moltipliceremo per il ſuo reſiduo, che ſarà rad. L 7 $\frac{1}{4}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$. 7 meno, rad. 1 $\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{4}$. con il quale reſiduo moltipliceremo ancora la quantità c o;per ſeruare la proportione delle quantità c o,& c o,& dalla banda di c o haueremo 8. più 8. 20. per nuouo partitore,& dalla banda di c o haueremo rad 48. meno rad. L 40 meno rad. 320 L. per nuoua quantità da part. Ma perche ancora 6. più rad 20. nuouo part. non è quantità ſimplice (cioè è numero rationale,ò ſolo rad.)anzi è binomio ordinario;lo moltipliceremo per il ſuo reſiduo,che è 6 meno rad 20 Et con l'iſteſſo reſiduo moltiplicaremo ancora la quantità hora da partire,cioè rad. 48. meno rad. L 40,meno rad. 320 7. che dalla banda di c.o; haueremo 16. per nuouo partitore,& è ſimplice,onde più non occorre alterarlo.& dalla banda di c o;haueremo radice 1728. meno rad. 960 meno rad. L 3200 meno rad. 99123 10 L. che è nuoua quantità da partire, per il 16. Et poi l'auenimento,che ſarà quello,che deriua a partire c o,per c o, douerемo moltiplicare per c m,che 4 & ne riſultarà i m. Ma perche a partire ona quantità per 16 & poi moltiplicare l'auenimento per 4.c quanto in tutto partire eſſa quantità ſolo per 4 (eſſendo il partitore 16 quattro tanti del moltiplicante 4)noi con vna ſola operatione partendo per 4.la quantità detta,cioè rad. 1728. meno rad. 960 meno rad. L 3200. meno rad. 99123 20. 7. che ne viene rad. 108. meno rad 60. meno rad. L 200. meno rad. 38720. 7. ſapremo queſt auenimento eſſere la lunghezza di i m;cioè del ſemilato del quindecagono, circonſcritto al cerchio, il ſemidiametro del quale ha 4,Ma ſe vorremo,che non il ſemidiametro,ma il diametro totale ſia 4. ancora non il ſemilato,ma il lato totale del quindecagono circonſcritto ſarà rad. 108. meno rad. 60 meno rad L 200. meno rad. 38620 7. Et volendo che il ſemidiametro ſia 400 millioni,cioè 100. millioni di volte il 4.ancora il lato del quindecagono ſara 100. millioni di volte la quantità detta; però moltiplicandola per 100. millioni,cioè per 100000000.che è numero co t.nuto da 1. con 8. zeri,& ridotto a forma di rad. quad. come è la quantità detta di i m moltiplicare,egli ſarà rad. 1. con 16. zeri;che facendo la moltiplicatione ſe ne produce rad. 108 con 16. zeri,meno rad. 60. con 16. zeri,meno rad. L 200. con 16. zeri,meno rad 38720 con 32. zeri 7 ò vogliamo dire rad. 1080. milliara di millioni di millioni,meno rad. 600. milliara di millioni di millioni,meno rad. L 2. mil lioni di millioni di millioni meno radice 3872. milliara di millioni di millioni di millioni, di millioni di millioni 7. ò più breuemente potremo dire. rad. 1080 cinquecento ſara meno radice 600. cinqueliara meno radice L 2. ſeichara, meno rad. 3872. vndicilliaro, L. Et queſto ſara il lato del quindecagono circonſcritto al cerchio, quando il ſuo diametro è 400. millioni, qual lato riducendolo a numero rationale propinquo al vero, vedremo, che egli ſara 85022624 $\frac{6}{10}$ $\frac{8}{0}$. & più ma che non arriuara a 85022624 $\frac{6}{10}$ $\frac{8}{0}$. cioè che ſara tra 85022624 $\frac{1}{0}$. & 85022624 $\frac{7}{3}$.

Hora delle quattro quantita proportionali c o,c o.c m.& i m.cõ la notitia delli tre primi,troueremo la quarta,ò reſtante quantita i m,che ſi potra fare,partendo la ſeconda per la prima,& l'auenimento,moltiplicarlo con la terza,che ne reſultara la quarta.

c o.rad. L 7 $\frac{1}{4}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$. 7 più rad. 1 $\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{4}$.
moltip. primo rad. L 7 $\frac{1}{4}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$. 7 meno rad. 1 $\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{4}$.)

7 $\frac{1}{4}$. più rad. 11 $\frac{1}{4}$. meno (1 $\frac{1}{4}$. meno rad. 1 $\frac{1}{4}$.)

prodotto 6. più rad. 20
moltiplicante secondo 6. m rad. 20

pro lotto 16. che è partire ſemplice.

c o.rad. L 2 $\frac{1}{2}$. più rad. 1 $\frac{1}{4}$. 7 più rad. $\frac{3}{4}$. meno rad. 3 $\frac{3}{4}$. c m.4. i m.
moltipl. primo. rad. L 7 $\frac{1}{4}$. più rad 11 $\frac{1}{4}$. 7 meno (1 $\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{4}$.)

rad. L 22 $\frac{1}{4}$. più rad. 281 $\frac{1}{4}$. 7 meno (rad. 3 $\frac{3}{4}$. meno rad. $\frac{3}{4}$.) rad. $\frac{7}{10}$ $\frac{5}{0}$ rad. $\frac{3}{10}$ $\frac{9}{0}$
506 $\frac{1}{4}$. 281 $\frac{1}{4}$. meno (rad. 1 $\frac{1}{4}$. meno $\frac{1}{4}$.) meno rad. $\frac{1}{10}$ $\frac{5}{0}$. m rad. $\frac{1}{10}$ $\frac{6}{0}$

Differenza. 225. la radice è 15. più (rad. 6 $\frac{3}{4}$. meno rad. 3 $\frac{3}{4}$.)

Digitized by Google

$$\begin{array}{ll} 33\tfrac{1}{4}. & 15 \\ \hline 11\tfrac{1}{4}. & 7\tfrac{1}{2} \\ 18\tfrac{3}{4}. & 3\tfrac{3}{4} \end{array}$$

cioe rad. $18\tfrac{3}{4}$. piu rad. $3\tfrac{3}{4}$
con rad. $6\tfrac{3}{4}$. meno rad. $3\tfrac{3}{4}$

somma rad. 48.

rad. $7\tfrac{1}{2}$. rad. $2\tfrac{1}{2}$,
25. 9.
5, 3.
8

rad. 64. via rad. $\tfrac{1}{8}$
fa rad. 48.

Ouero perche meno (rad. $1\tfrac{1}{4}$. meno rad. $\tfrac{1}{4}$) in meno rad. $3\tfrac{1}{4}$. meno radice $\tfrac{3}{4}$, entra rad. 3 volte, moltiplicaremo meno (rad $1\tfrac{1}{4}$. meno $\tfrac{1}{4}$.) in se stessa, che fa $1\tfrac{1}{4}$. meno rad. $1\tfrac{1}{4}$. & questo hora moltiplicaremo per radice 3. che fa più rad. $6\tfrac{3}{4}$. meno rad. $\tfrac{3}{4}$. che e il prodotto di meno (radice $3\tfrac{1}{4}$. meno rad. $\tfrac{3}{4}$. via meno ($\mathfrak{R}$. $1\tfrac{1}{4}$. meno $\tfrac{1}{4}$.)

Ancora perche rad. $L\ 1\tfrac{1}{4}$. p $\mathfrak{R}$. $1\tfrac{1}{4}$ L in $\mathfrak{R}$ $L\ 7$. $\tfrac{1}{4}$. p $\mathfrak{R}$. $11\tfrac{1}{4}$. 7 entra $\mathfrak{R}$. 3. volte, per moltipl esse due rad. $L\,L$. insieme, potremo moltiplicare il quadr. della minore, cio $2\tfrac{1}{4}$. piu rad. $1\tfrac{1}{4}$. per detta rad. 3. che fa similmente rad. $18\tfrac{1}{4}$. piu rad. $3\tfrac{1}{4}$.

rad. $L\ 7\tfrac{1}{4}$. piu rad. $11\tfrac{1}{4}$ 7.
via meno rad. $L\ 4\tfrac{1}{4}$ me. rad. $11\tfrac{1}{4}$. 7

fa meno rad. $L\ 32\tfrac{1}{4}$. m. rad. $101\tfrac{1}{4}$ 7.

rad. $L\ 2\tfrac{1}{4}$, piu rad. $1\tfrac{1}{4}$. 7.
via meno rad. $L\ 1\tfrac{1}{4}$. meno rad $1\tfrac{1}{4}$. 7.

fa meno rad $L\ 2\tfrac{1}{4}$. meno rad $1\tfrac{1}{4}$ 7.

Queste due rad. $L\,L$. si hanno da giongere insieme, & la minore nella maggiore entra rad. L 9 L. cioe rad. 9. volte, che e 3. però essa minore entrarà nella somma d'ambedue 4. volte, onde perciò moltiplicaremo la minore per 4. cioe per rad. L. 16. L. & fa rad. L, 40. me. rad. 3 10 L, che e la somma loro, & e meno.

Però to, moltipl. per il moltiplic primo fa rad. 48. m rad. L. 40. m rad. 320 L, rad. 20. 4
moltiplic. secondo. 6. m rad 20. cioe rad. L 56 m. rad. 2880 L. rad. 20. 12

2240 20.48
960 m. 960

vltimo prodotto. rad. 1728. meno rad. 960 meno radice L. 3200. m $\mathfrak{R}$. 9912320 L 40. via 3. fa 120
da partire per 16. partitor simplice, & poi moltiplicare l'auenimento per 4. c 56
m. però queste due operationi si riducono ad vna sola partitore p 4. che l'auenimento mostrarà la linea i m; però ella sara rad. 108 meno rad. 60 meno rad. 176
L. 200. meno rad. 38720. L. che è semilato del quindecagono circonscritto al 176
cerchio, quando il semidiametro è 4. ma sara il lato intiero del quindecagono
quando il diametro totale sia 4. E volendo, che il diametro sia 400. millioni, rad. 30976
cioe 100. millioni di volte tanto, il lato del quindecagono circonçirtoli sarà me. rad. 320
similmente 100 millioni di volte tanto, però sapremo il numero d esso lato al-
l'hora moltiplicando questo rad 108. meno 60. meno rad. L 200. meno radice 247808
38710 L per 100000000. che farà rad. 108. con 16. zeri, m $\mathfrak{R}$. 60. cõ 16. zeri. m $\mathfrak{R}$ 9912320
meno rad. L 200. cõ 16. zeri meno rad. 38720. con 32. zeri L, qual quantità ri-
dotta a numero rationale, pperò sara $850126\frac{24}{25}$. $\tfrac{6}{10}$ $\tfrac{6}{10}$. & piu, ma nõ arri- 619520
uarà a $850226\frac{14}{25}$ $\tfrac{6}{10}$ $\tfrac{6}{10}$ Et questo sarà il lato del quindecagono regolare çir- rad. 38720
conscritto al cerchio, che habbi per diametro 400. millioni.

rad. 108. con 16. zeri, meno rad. 60. con 16. zeri, meno rad. L 200. con 16. zeri, meno rad. 38720. con 32. zeri L,

meno rad. 38720000000000000000000000000000000,

. . . . . .

e meno 1 9 6 7 7 3 9 8 2 0 1 2 9 8 1 4 9 3 $2\tfrac{1}{2}$ $\tfrac{1}{10}$. & piu.

ma meno di $\frac{1}{4}\frac{1}{9}$

2620

Digitized by Google

2620
30400
291100
1567100
38647100
322787900
794959609
78636760000
392819635 9900
38626468363900
3107151600399 00
587678880799600
19413091675963900
367117311436540400
1291414380057379900
11175248793749095100
330428951294983 5376
39354796403996298 64

Da 200
Cauisi 19677398201998149 32 $\frac{33}{40}$. & più. ma meno di $\frac{33}{39}$

meno ℞. L. 32360179800185067 $\frac{6}{40}$. & più, ma meno di $\frac{7}{40}$. I

. . . . . .

fa a meno 1 7 9 6 1 1 1 9 [illegible] $\frac{68}{100}$. & più, ma non arriua a $\frac{64}{100}$

3360
21917
40198
427700
6847918
325569750
226968967
359 22380

35922238 | 2269689670
63. & più
114355390

meno rad. 600000000000000000.

. . . . . .

e meno 7 7 4 5 9 6 6 6 9 $\frac{24}{100}$. & più, ma non arriua a $\frac{25}{100}$.

1100
7100
92400
1497500
10331900
103678400
1072684400
14316844400
374104439
1549193338 | 37410443900.
24 & più
6426577140

rad. cuba della metà di 54. Et poi subito nel fine soggiunge queste formali parole. Ny aura Arithmetico de tan sotil ingenio,que proponiendole estas dos quantitades rad.vniuersal cuba rad.325. piu 18;meno rad.vniuersal cuba rad.325.meno 18;Y rad.vniuersal cuba rad.756.piu 27;ñ radice vniuersal cuba rad.756.meno 27; pueda conoscer que son yguales, y vale pero cada vna dellas 3. y el impedimento es, venir el valor de la cosa explicado por quantitades irracionales, y los binomios las mas de las vezes no seren cubos,cioè;Nè sarà Aritmetico di tãto sottile ingegno che proponendoli queste due quantità rad.vniuersal cuba rad.325.p̃ 18, ñ rad.vniuersal cuba rad.325. ñ 18;& rad.vniuersal cuba rad.756.p̃ 27, ñ rad.vniuersal cuba rad.756.ñ 27. (ouero scriuendole al modo nostro che staranno cosi rad.cuba l rad.325.p̃ 18.l ñ rad.cuba l rad.325.ñ 18 l,Et rad.cuba l rad.756.p̃ 27.l ñ rad.cuba l rad.756.ñ 27 l,)possa conoscere che sono eguali,& pure nondime no ciascuna d'esse vale 3;& l'impedimento è,venire il valore della cosa esplicato per quantitadi irrationali,& li binomij il più delle volte non saran cubi;Onde all'hora considerando io sopra ciò,mi auiddi che è grandissimo vãraggio l'hauere molta esperienza de' numeri,& nõ lassar passare, o supponere cosa alcuna per vera(benche ella fusse tenuta vniuersalmente per vera(anzi cercare cõ diligẽza la dimostratione della verità, che cosi,o la trouaremo,& perciò saremo sicuri d'essa verità, o penetrando al vero fonte della dottrina ci accorgeremo che ella non è realmente, o sempre vera come si tiene,& conosceremo la causa di ciò,& come,& quando può essere,& non essere vera:ilche essendo io solito di fare in queste considerationi,facilmente conobbi che se bene egli diligẽtissimamente hauẽa trattato del nascimẽto de binomij cubi,& fattone si può dire Anotomia, & da essa cõ gran giuditio cauatane la regola di trouare la rad.de' binomij cubi,nondimeno nel cõcludere poi, che non fussero cubi quelli che nõ haueuano la qualità da lui detta (cioe tali che essendo cõposti di rad.& di numero senza rotti, come sono rad.325.p̃ 18.& rad.756.p̃ 27. non si potesse poi del minor nome del binomio,cioè del 18.nell'vno,o del 27.nell'altro,fare due parti tali,che l'vna fusse numero cubo,& l'altra diuisibile in tre numeri eguali senza rotto) egli non haueua fatto batteuole consideratione, anzi haueua supposto per vero quello che parea douere essere sẽpre verissimo, cioe che d'vna quantita composta di rad.& numero intieri,potendo ella hauere rad.cuba,essa rad.cuba douesse anch'ella essere similmente composta di rad.& numero intieri.)& similmente conobbi all'hora,che esse due quantita erano eguali,& che ciascuno di quei due binomij rad.u.cuba rad.325.p̃ 18 & rad.u.cuba rad.756 piu 27;era cubo;& che la rad.cuba del primo era radice $3\frac{1}{2}$.piu $1\frac{1}{2}$.del qual binomio cauato il suo residuo,o recisso,che è

di rad.325 p̃ 18.la rad.cuba è rad.$3\frac{1}{2}$ p̃ $1\frac{1}{2}$.

Proua che si fa cubando rad.$3\frac{1}{2}$.p̃ $1\frac{1}{2}$.

rad.$3\frac{1}{2}$.piu $1\frac{1}{2}$.
rad.$3\frac{1}{2}$.piu $1\frac{1}{2}$.

$5\frac{1}{2}$.piu rad.$3\frac{1}{2}$. 3.volte
$1\frac{1}{2}$.piu rad.$3\frac{1}{2}$.

$8\frac{1}{2}$ p̃ $3\frac{1}{2}$.3.volte,cioe p̃ $9\frac{1}{2}$.che fa 18.& rad.$3\frac{1}{2}$.volte $5\frac{1}{2}$, & volte $1\frac{1}{2}$. 3.volte, che e volte $4\frac{1}{2}$.& però in tutto volte 10, che e radice $3\frac{1}{2}$.volte 10. cioe rad.$3\frac{1}{2}$. via radic.100.fa rad.325,però il cubo di rad.$3\frac{1}{2}$.p̃ $1\frac{1}{2}$.fara rad.325.piu 18.

Di rad.756.p̃ 27.la rad.cuba è rad.$5\frac{1}{2}$ p̃ $1\frac{1}{2}$.

Proua che si fa cubando rad.$5\frac{1}{2}$.piu $1\frac{1}{2}$.

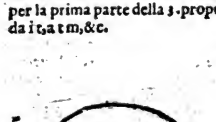
rad.$5\frac{1}{2}$.piu $1\frac{1}{2}$.
rad.$5\frac{1}{2}$.piu $1\frac{1}{2}$.

$7\frac{1}{2}$.piu 3.volte rad.$5\frac{1}{2}$.
$1\frac{1}{2}$.piu rad.$5\frac{1}{2}$.

$11\frac{1}{2}$.p̃ 3.volte $5\frac{1}{2}$.cioe p̃ $15\frac{1}{2}$.che fa 27. & volte $7\frac{1}{2}$.rad.$5\frac{1}{2}$.& volte $1\frac{1}{2}$. volte 3. radice $5\frac{1}{2}$.che è volte $4\frac{1}{2}$.& però in tutto volte 12;che radice $5\frac{1}{2}$. 12 volte;cioe radice.144.via rad.$5\frac{1}{2}$.fa rad.756.però il cubo di rad.$5\frac{1}{2}$.p̃ $1\frac{1}{2}$.è rad.756.piu 27.

rad.$3\frac{1}{2}$.ñ $1\frac{1}{2}$.resta a punto 3;& però il valore della cosa essere 3:Et quanto al secondo,radice vniuersal cuba radice 756.piu 27;la sua radice cuba essere radice $5\frac{1}{2}$.piu $1\frac{1}{2}$.dal quale cauato il suo residuo,cioe radice $5\frac{1}{2}$.meno $1\frac{1}{2}$.resta a punto 3,che è il valore della cosa,& cosi benissimo conoscemo quelle due quãtita composte di binomio cubo,& suo residuo nominate di sopra dall'Auttore essere rationali,eguali,& perche;Et questo basti per hora riserbandomi a luogo cõueniente(quando a Dio piacerà (a laude,& gloria del quale per beneficio del prossimo,& ornamento della Dottrina; tendono intentamente le mie fatiche) liberandomi da queste nebbiose carceri di incommodi,& litigij,ridurmi a stato tranquillo)il mostrarè come esse radici cube con molta facilità,& sicuramente si trouino; & il trattare a pieno della vera causa, & origine delle quantita irrationali,& come sempre ottimamente ci possiamo certificare della qualita,& valore d'esse,& assicurarci d'essere penetrati alle più intime parti della Dottrina,con saperlo esattamente prouare.

Et se seguēdo vorremo trouare quāto sia la lunghezza del lato del 30 agono, & aneo del 60. agono regolari, circōscritti al Cerchio, potremo cōsiderare, che, quādo il diametro del Cerchio è 40000. millioni, all'hora il lato del quindecagono inconscrittoli è piu di 8502162465 $\frac{6}{10}$, ma non arriua a 8502162465 $\frac{7}{10}$, o vogliamo dire (leuando i rotti, & perciò moltiplicando per 100) quando il diametro del Cerchio è 4000000. millioni, all'hora il lato del quindecagono circonscrittoli è piu di 850216246500, ma non arriua a 850216246800; però se poneremo nō il diametro, ma il semidiametro 40000. millioni, all'hora non il lato, ma il semilato del quindecagono sara piu di 8502162465; ma non arriuara a 8502162468. Onde nella figura del margine, sia m i, il semilato del quindecagono circonscritto, & però piu di 8502162465, ma meno di 8502162468; essendo e m, semidiametro del Cerchio 40000. millioni, & diuidasi l'angolo m e i, del centro in due parti eguali cō la linea e t, accioche la m t, sia il semilato del 30. agono regolare da circonscriuere all'istesso Cerchio, che perciò per la prima parte della 3. propositione del 6. lib. de gli Elementi d'Euclide sara da e i, a e m, come da i t, a t m, &c.



da e i, a e m, come
da i t, a t m, però congiuntamente
da { t i / t m } a e m, come
da { t t / t m } cioe da i m, a t m;
Però permutatamente
da { i t 8089362379 4 $\frac{3}{10}\frac{3}{00}\frac{6}{00}$, & più / e m 40000000000 } cioè

da 8089362379 4 $\frac{3}{10}\frac{3}{00}\frac{6}{00}$, & più
ad m i; 8502162468. & meno
sarà come da e m ad m t; Cioe da e m, ad m t.
sara come da 8089362379 4 $\frac{3}{10}\frac{3}{00}\frac{6}{00}$, & più
a 8502162468. & meno,

Onde posto m t, semilato del 30. agono 8502162468. interamente, all'hora sara e m, semidiametro del cerchio tanto maggiormente piu di 8089362379 4 $\frac{3}{10}\frac{3}{00}\frac{6}{00}$. Ma seruendoci per commodità della medesima figura sempre, poniamo che il semilato del 30. agono si chiami m i; chiamandosi e m, il semidiametro del Cerchio, al quale egli conuenientemente si circonscriuette.

8502162465
8502162465
2161[illegible]

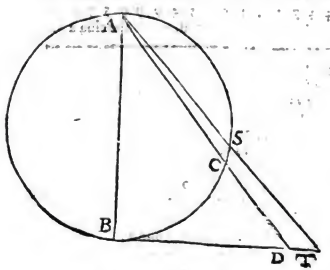
42511311325
51013574790
2040542996460
18364386921440
8502162465
72169230925
72188467023747876225. & più è il □. di m i, semilato del quindecagono
16. con 20. zen. è il quadrato di e m, semidiametro.
167228346702374787622 5. & più è il quadrato di e i.

. . . . . .

4 0 8 9 3 6 2 3 7 9 4 $\frac{3}{10}\frac{3}{00}\frac{6}{00}$, & più sara e i.
7228
76484 8179 1854492, } & più
296367 226,
5101802 31869
19460637 55112
379119347
6495761887
77065461862
345693912125
1854492178 9, } & più
8178714758 9,

Hora

Hora posto m i, semilato del 30. agono 8502262468. sarà c m, semidiametro del Cerchio, al quale egli si circonscriuesse,



mi. 8502262468. da moltiplicare
8502262465. in se stesso, del quale è già noto il □.

somma 17004524933
differenza 3

è quello in che son differenti.

51013574799.
722884670237 7876225. quadr. noto.

722884670747614510 24. quadr. di m i.
c i. 81339.08489 $\frac{1}{1000}$, & più
c m. 80793623794 $\frac{226}{1000}$, & più

somma 162232832283 $\frac{345}{1000}$, & più

Et questo sara il semidiametro del Cerchio, quando il semilato del 60. agono si pona 8502262468. Ouero volendo supponerli essere, l'vno il lato intiero, & l'altro il diametro intiero, potremo dire, che il diametro del Cerchio sara 162232832283 $\frac{345}{1000}$, & più, quãdo il lato del 60. agono sia 8502262468. Et però l'ambito d'esso 60. agono circonscritto ad esso Cerchio, verria ad essere 510135748080. Onde volendo che il diametro del Cerchio sia non più, ma solo 162232832283 $\frac{345}{1000}$. all'hora l'ambito del 60. agono circonscrittoli non arriuara a 510135748080 & la sua quarta parte non arriuara a 137533937020. Ma hauendo noi visto nella figura già adoprata nell'esamine della Quadratura del Cerchio scritta dal Raymaro, & posta di nuouo in margine per commodità, che quando il diametro A B. del Cerchio è 1. la A C, segante douendo essere eguale alla da lei segata B D, toccante sarà $\frac{7861\frac{1}{2}}{10000}$, & più sapremo, che ponendosi il diametro A B, essere 162232832283 $\frac{345}{1000}$, all'hora la A C, saria 127539341099. $\frac{5516716\frac{1}{2}}{10000000}$, & più. Ma a questa quãtità non arriua la quarta parte dell'ambito del 60. agono regolare circonscritto al detto Cerchio, poiche essa quarta parte è manco di 127533937020, però conosciamo che anco nel 60 agono circonscritto al Cerchio. auuiene che alla quarta parte del suo ambito fatto eguale la linea A S. ella restarà di sopra dalla A C; cioè il punto S. restarà nell'arco A C B, fra il C, & l'A; onde allungata essa A S; fino che seghi la contingẽte, & sia in T; la B T, (che è più lunga della sua parte B D, & però della A C, a lei eguale) sarà più lunga della A S.

più di 80893623794 $\frac{226}{1000}$
80893623794 $\frac{226}{1000}$ 452

323574495176
4206468437288 questo
323574495176 rotto cõ
728042614146 il □. del
566255366558 $\frac{226}{1000}$.
242680871382 fa $\frac{9}{10}$,
161787247588 & più.
2912170456584
728041614146
647148990352
647148990352

6543778370561766871490 $\frac{9}{10}$ & più è il
72188467074761471024 □. di c m
□. di m i
66160668376365283235149 $\frac{9}{10}$ & più è il
. . . . . □. di c i.

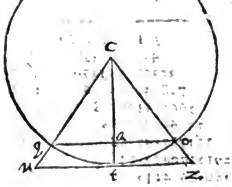
8 1 3 3 9 2 0 8 4 8 9 $\frac{1}{1000}$ & più
sarà c i.

216 162679 | 19518660
5506 119
63768 325076
1497917 1623970
3391663
1380996528
7946926431
144978977635
1483624413114
19518660393
162678416978
168232832283. 345
7861 $\frac{1}{2}$, & più

81116416161 672 $\frac{1}{2}$
1135629825983415
136275579118009 80
3406889477950 245

127539341099. $\frac{5516717\frac{1}{2}}{10000000}$ & più saria A C.

Et



Et perche mediante le operationi superiori nella figura doue fi cercò il lato del Quindecagono inscritto al Cerchio, habbiamo noto il numero della lunghezza del lato q o; del pentagono regolare inscritto al Cerchio, se anco vorremo hauer nota similmente per numero la lunghezza del lato u z, del pẽtagono circõscritoli, che è (nella figura qui posta) equidestante al lato q o; dell'inscritto (essendo essi lati, inscritto, & circonscritto terminati dalle due rette medesime c q u, & c o z, che vẽgono dal centro) noi operaremo come in margine fi vede.

c q. semidiametro, ouero c t, ouero c o, è 2.

q o. lato del pentagono inscritto radice 1 10. meno rad. 20 l

e 2. perpendicolare nel triangolo isoscele, o equicrure, o c q. sopra alla base q o; lato del pentagono inscritto è rad. $\frac{1}{4}$. più $\frac{1}{2}$.

Se e u, perpendicolare	Ha per numero della base q o	la linea e t. perpẽdicolare
rad. $1\frac{1}{4}$. p $1\frac{1}{2}$.	rad. l 10. mẽ ra. 20 l	nell'altro triangolo,
suo reciso rad. $1\frac{1}{4}$. mẽ $1\frac{1}{2}$.	moltiplicante cõmune, cioe ra. l $1\frac{1}{2}$. mẽ ra. $1\frac{1}{2}$. l	qual linea è il semidiametro. 2. Ch'hauerà p

1. partitor semplice

numero della base u z;

Questo moltiplicante commune, moltiplicato via e t. 2; cioe via rad. l 4 l. fa rad. l 6. meno rad. 80 l, Et questo via q o; rad. l 10. meno rad. 20 l, fa rad. l 80. meno rad. 5120 l, & questa è la u z; lato del pentagono circonscritto al Cerchio, che habbi 4. per diametro.

Però quando il diametro del Cerchio fia 1. all'hora il lato del pentagono circonscritto fara rad. 5. meno rad. 20 l. Et il lato del pentagono inscritto, fara rad. l $\frac{5}{8}$. meno rad. $\frac{5}{8}$ l. Et quando il diametro del Cerchio fia 100. millioni, cioè 100000000, all'hora il lato del pentagono circonscritto fara rad. l 5. con 16. zeri, meno rad. 20. con 32. zeri; Cioè $7165425\frac{2}{10}\frac{8}{00}$, & più, ma non arriuara a $7165425\frac{2}{10}\frac{8}{00}$. Et il lato del pentagono inscritto fara radice l 625000000000000000 meno radice 78125000000000000000000000000 l, cioè & più, ma non arriuara a

Et se bene Archimede per commodità cominciò dal lato dell'Esagono, seguendo il Duodecagono, & seguenti, noi potressimo anco fare il medesimo, con il lato del Quadrato, o del Pentagono, o del Quindecagono, & da loro dependenti. Ma qui terminaremo la presente Opera.

LAVS DEO SEMPER.

Digitized by Google

CONosciuta la proportione, o conuenienza propinqua al vero che hanno fra loro la Circonf. & il diametro del Cerchio, noi hauendo nota la Circonf. potremo trouare propinquamente la lunghezza del diamet & conuersamete qñ si hauerà noto la lũghezza del diametro, potremo trouare propinquamente la lũghezza della Circonf. & poi mediante la notitia del Diametro, & della Circonferenza potremo trouare la grandezza del Cerchio; perche ella è eguale precisemente ad vn Quadrangolo rettangolo che sia contenuto dalla mitá del diametro, & dalla mitá della circonferenza, o vogliamo dire che habbi per lunghezza la mitá della circonferenza, & per larghezza la mitá del diametro, come si caua dalla prima propositione del Trat. d'Archimede, De dimensione Circuli; Onde quando si haueſſe la precise notitia, & del Diametro, & della Circonferenza del Cerchio, all'hora si haueria ancora la precise notitia della grandezza del Cerchio, & essa grandezza sarla il prodotto che naſceſſe a moltiplicare la mitá del diametro, via la mitá della circonferenza; ilche accioche appara chiaramente, qui sotto si porerà la detta prima propositione, o dimostratione d'Archimede.

ARCHIMEDIS CIRCVLI DIMENSIO. PROPOSITIO I.

Quilibet circulus æqualis est triangulo rectangulo: cuius quidem semiadiameter vni laterum, quæ circa rectum angulum sunt, ambitus vero basi eius est æqualis.

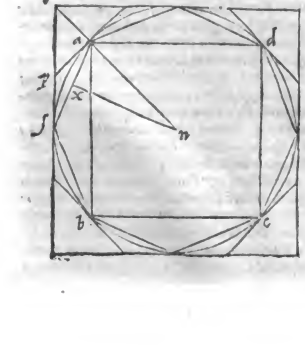
SIt a b c d, circulus vt ponitur. Dico eum æquale m esse trian. e. si enim fieri potest, sit primũ maior circulus: & ipsi inscribatur quadratum a c: secentur q; circunferentiæ bifariam: & sint portiones iam minores excessu, quo circulus ipsum triangulum excedit. Erit figura rectilinea adhuc triangulo maior. Sumatur centrum n; & perpendicularis n x, minor est igitur n x trianguli latere: est autem & ambitus rectilineæ figuræ reliquo latere minor; quoniam & minor est circuli ambitu, quare figura rectilinea minor est triangulo e: quod est absurdum.

Sit deinde, si fieri potest, circulus minor triangulo e: & circumscribatur quadratum: circumferentiisq; bifariam sectis per ea puncta contingentes linee ducantur: erit angulus o a r rectus, & idcirco linea o r maior, quam r m; quod r m ipsi r a sit æqualis. triangulum igitur r o p, maius est quam dimidium figuræ o f a m. itaq, sumantur portiones ipsi p f a similes; quæ quidem minores sint eo, quo triangulum e excedit circulum a b c d, erit figura circumscripta adhuc triangulo e minor: quod item est absurdum, cum sit maior: nam ipsa quidem n a æqualis est trianguli cathetо: ambitus vero maior est basi eiusdem. Ex quibus sequitur circulum triangulo e æqualẽ esse.

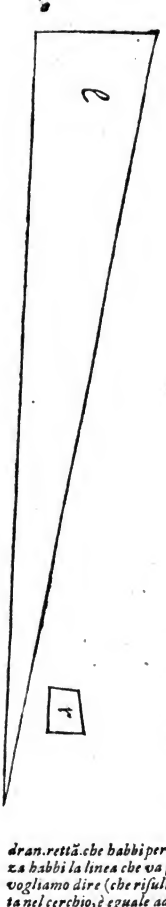
Cioè

Qual si vogli cerchio è eguale al triangolo rettangolo, il semidiametro del quale è eguale ad vno delli lati che sono intorno all'angolo retto, ma l'ambito (*o circonferenza*) è eguale alla base, *ò vogliamo dire all'altro lato che circonda il detto angolo retto*.

Sia il circolo a b c d, come si pone (*cioe che al mezo diametro d'esso sia eguale il lato minore del triangolo rettangolo e, & all'ambito, o circonferenza d'esso sia eguale il lato mezzano del medesmo triangolo, che insieme con il lato minore detto constituisceno l'angolo retto d'esso triangolo*) Dico egli (*cioè esso cerchio*) essere eguale al triangolo e. perche se possibile è sia primamente il circolo maggiore (*cioe se l'auersario negarà il circolo essere eguale a detto triangolo e. all'hora egli verrà a dire, esso circolo essere o maggiore, o minore di detto triangolo: hor sia primamente se possibile è che si dica il circolo essere maggiore del triangolo e*) & in esso si inscrina il quadrato a c: & si seghino le circonferenze per mezo: & gia siano le portioni minori dell'eccesso, in che il cerchio eccede esso triangolo (*cioe dicendosi per l'auersario il circolo essere maggiore del triangolo e, egli saria maggiore di lui in qualche cosa, hor sia l'eccesso, o maggioranza eguale alla superficie data r. E perche (come si manifesta dalla seconda propositione del xij. d'Euclide, proposto vn Cerchio è possibile inscriuere in esso vn rettilineo equilatero tale che la superficie del somposto delle portioni*



A ri



rimanenti del Cerchio fia minore di qual fi vogli ſuperficie data, ne ſegue che fia poſſibile andar tante volte diuidendo per mezo di mano in mano, li archi, o parti di circonferenza del cerchio nell'inſcriuere di mano in mano rettilinei equilateri, ciaſcuno de' quali di mano in mano fia di lati in numero doppio al ſuo proſſimo anteceden te, che finalmente ſi peruenga a rettilineo tale, la differenza del quale al cerchio ſia minore della ſuperficie data r, o vogliamo dire che finalmente ſi peruenga a rettilineo tale che le portioni del cerchio, che oltre ad eſſo rettileo rimangono nel Cerchio, cioe quello in che il Cerchio ſupera eſſo rettilineo ſia minore della ſuperficie data r. hor sia che con la continua diuiſione delli archi per mezo, & inſcrittione de rettilinei nel cerchio siamo peruenuti a rettilineo tale che le reſtãti portioni del Cerchio in che egli è differente dal cerchio siano minori della ſuperficie r. eccesſo dato in che l'aduerſario ſuppone il cerchio eſſere maggiore del triangolo e. che ancora la figura rettilinea ſarà maggiore del triangolo, cioe ſe il cerchio per l'aduerſario ſupera il triangolo e, nella ſuperficie data r, ne ſegue che fra il triangolo e & la ſuperficie r ſi compona il cerchio, ma ancora egli ſi compone del rettilineo vltimamente inſcrittoli, & delle portioni che rimangono, onde ſe le portioni da ſe ſono minori della ſuperficie r, conuiene che in quello in che eſſe ſono minori di detta ſuperficie r, ſupplisca poi il rettilineo, cioe ch'egli sia maggiore del triangolo e, & in quella medeſma quantità a punto in che le portioni detti dette ſaranno minori della ſupereier. Onde sin hora ſappiamo che quando l'aduerſario dica il Cerchio eſſere maggiore del triangolo e, ne ſeguirà che si poſſa inſcriuere in eſſo cerchio vn rettilineo, quale ancor egli sia maggiore del medeſmo triangolo e, & ſupponiamo eſſo rettilineo eſſere quello che si è vltimamente inſcritto nel cerchio detto. Pigliſi il centro n, & la perpendiculare n x, cioe trouato il centro n, del cerchio da eſſo centro al lato rettilineo detto vltimamente inſcritto si tiri ad angoli retti la n x, quale per la ſeconda parte della terza propoſitione del terzo libro d'Euclide, ſegarà eſſo lato per mezo, & perche eſſa n x nõ arriuarà alla circonferenza del cerchio, ella verrà ad eſſere minore del ſemidiametro del Cerchio, adunque n x, è minore del lato del triangolo, che è poſto eguale al ſemidiametro del Cerchio, ma ancora l'ambito della figura rettilinea è minore del reſtante lato, perche è anco minore dell'ambito del Cerchio, che eſſendosi poſto il reſtante lato che circonda l'angolo retto nel triangolo e, eguale alla circonferenza del Cerchio, perche l'ambito del rettilineo inſcritto nel Cerchio è ſempre minore dell'ambito, o circonferenza del cerchio (poiche ciaſcun lato del rettilineo da ſe, è minore di ciaſcuno delli archi, o parti di circonferenza di che egli è corda) ne ſegue che eſſo ambito sia ſimilmente minore del reſtante lato detto del triangolo e; perilche la figura rettilinea è minore del triangolo e, che la ſuperficie, o grandezza della figura rettilinea equilatera inſcritta nel cerchio si contiene dal prodotto che naſce a moltiplicare la linea n x (tirata dal centro del cerchio o figura detta, perpendicularmente ad vno delli ſuoi lati) via la mità dell'ambito d'eſſa figura, cioè è eguale ad vn quadran. rettã. che habbi per lunghezza la mità dell'ambito d'eſſa figura rettilinea, & per larghezza habbi la linea che va perpendicolarmente dal centro del cerchio, o figura ad vn de ſuoi lati, o vogliamo dire (che risulta l'iſteſſo) la ſuperficie della figura rettilinea equilatera detta inſcritta nel cerchio, è eguale ad vn triangolo rettangolo, nel quale delli dui lati che circondano l'angolo retto, l'vno sia eguale all'ambito totale della figura rettilinea, & l'altro sia eguale alla linea, che va dal centro del cerchio perpendicolarmente ad vno de lati del rettilineo; ma nel triangolo rettangolo e, delli dui lati che circondano l'angolo retto, ciaſcun d'eſſi è maggiore del ſuo corriſpondente delli dui lati che circondano l'angolo retto del triangolo rettangolo che sia eguale alla figura rettilinea detta inſcritta nel Cerchio, perche il primo lato nel triangolo e, è lungo quanto il ſemidiametro del cerchio, & però è maggiore del primo lato nell'altro triangolo, che è lungo ſolo

Digitized by Google

solo quanto è la perpendicolare che va dal centro del cerchio a mezo il lato del rettilineo, & il secondo lato nel triangolo o,è lungo quanto la circonferenza,o ambito del cerchio,& però è maggiore del secondo lato nell'altro triangolo, che è lungo solo quanto è l'ambito de'la figura rettilinea inscritta nel cerchio,però il triangolo e sarà maggiore dell'altro triangolo,o vogliamo dire l'altro triangolo che è eguale al rettilineo inscritto, & però il rettilineo istesso sarà minore del trangolo e,che il prodotto che nasce a moltiplicare insieme i dui lati che circondano l'angolo retto in quel triangolo(qual prodotto è sempre doppio alla superficie del triangolo)è minore del prodotto che nasce a moltiplicare insieme i dui lati,che circondano l'angolo retto nel triangolo e, poiche come s'è detto, ciaſcuno delli lati di quel triangolo è minore delli lati corrispondenti del triangolo e, il che è abſordo, o inconueniente, essendoſi già di sopra concluso esso rettilineo essere maggiore del detto triangolo e (che è impoſsibile l'istesso rettilineo potere essere, & maggiore, & minore d'vn medesmo triangolo e) però è anco inconueniente,o impoſsibile, che il circolo sia maggiore del triangolo e.

Sia dipoi,se poſsibile è,il circolo minore del triangolo e; & se gli circonſcriui vn quadrato, & segate le circonferenze, *che sono fra li dui punti di mano in mano, doue i lati del quadrato toccano la circonferenza del cerchio* per mezo, per esſi punti *delli segamenti, o diuiſioni* si tirino le linee contingenti, *o vogliamo dire toccanti il cerchio,cioe che stiano ad angoli retti ciaſcuna d'esſe a quelle linee, o semidiametri che veniſſero dal centro del cerchio alli punti delle diuiſioni, o contingentie,allungandole da ciaſcuna parte ſino che concorrano con i lati del quadrato o figura antecedente già circonſcritta, che cosi si verrà a circonſcriuere al cerchio vn'altra figura equiangola,& equilatera di lati in numero doppij alla antecedente circonſcritta,& però bora si verrà a circonſcriuerli vn'ottagono,*l'angolo o a r,sarà retto, *essendo la linea a r contingente al cerchio in punto a, & però perpendicolare alla n a o,che viene dal centro del cerchio,* perilche la linea o r,sara maggiore,che la r m;per essere la rm,eguale alla r a, *che delle due linee r m, & r a, toccanti il cerchio l'vna è eguale all'altra per la 36. del terzo d'Euclide, ma la linea o r, che nel triangolo rettangolo o a r,s'oppone all'angolo retto o a r,è maggiore dell'a r (vno delli lati,che circondano detto angolo retto)* però *essa o r sarà ancor maggiore della r m, & conſiderati li dui trianpoli o r a, & m r a, che hauendo le loro baſi o r, & m r, indiretto ſopra ad vna medesma linea retta arriuano con le cime loro ad vn'istesso punto o, & però hanno vn'istessa altezza, perche la baſe o r,dell'vno è maggiore della baſe m r dell'altro, ancora l'vn triangolo o r a (per la prima del ſesto libro d'Euclide) sarà maggiore dell'altro triangolo m r a; & però l'vn triangolo o r a,tanto maggiormente sarà maggiore della figura miſta contenuta dalle due rette m r, & r a,& dall'arco,o parte di circonferenza m a,perche essa figura miſta è minore dell'altro triangolo m r a,detto, essendo ella contenuta in detto triangolo;& per la medesma causa ancora il triangolo p o a,sarà maggiore che la figura miſta f p a,contenuta dalle due rette fp,& p a, & dall'arco,o parte di circonferenza f a; onde ciaſcuno delli dui triangoli o r a, & p o a, sarà più della mità di ciaſcuna delle due figure miſte o m a, & o f a,* adunque il triangolo r o p,*(che contiene li dui o r a,& p o a,detti)* è maggiore che la mità della figura o f a m,*miſta, che contiene le due figure miſte o m a,& o f a,* dette, & cosi si piglino le portioni ſimili alla p fa, le quali siano minori di quello in che il triangolo e eccede il cerchio a b c d, *cioe dicendoſi per l'aduersario il circolo essere minore del triangolo e,egli saria minore di lui in qualche cosa,hor sia il mancamento,o minoranza,o vogliamo dire conuersamente, hor sia quello in che l'aduersario ſuppone il triangolo e,eccedere il cerchio,eguale alla ſuperficie data d. Et auertaſi che al cerchio, circonſcritto il quadrato, l'aduersario non potrà dire che ancoil quadrato ſia minore del triangolo e, per che ſi prouara esſo quadrato di neceſsità essere maggiore del triangolo,dicendo, Di ciaſcuna figura rettilinea equilatera, & equiangola inscritta, o circonſcritta al cerchio la sua ſuperficie, o grandezza è eguale alla mità del prodotto che naſce a moltiplicare l'ambito d'essa figura via la linea che va dal centro perpendicolarmente ad vno de lati d'essa figura (come ſi manifeſta riſoluendo esſe figure in tanti triangoli,quanti sono i suoi lati, & che esſi lati siano le baſi loro,essendo le perpendicolari de triangoli le linee che dal centro vadano perpendicolarmente alle loro baſi,o al mezo de lati delle figure,nel qual centro siano le cime de triangoli detti)ma nel quadrato circonſcritto al cerchio, l'ambito d'esſo è maggiore della circonferenza del cerchio, & però è maggiore della baſe del triangolo e (posta eguale alla circonferenza del cerchio) & nel medesmo quadrato la linea che va dal centro perpendicolarmente a qual ſi vogli lato del quadrato è il ſemidiametro del cerchio(essendo i lati del quadrato contingenti al cerchio) & però è eguale all'altro lato minore del triangolo e, che insieme con la baſe circonda l'angolo retto d'esſo triangolo e; perilche maggiore sarà il prodotto del ſemidiametro del cerchio, via l'ambito del quadrato, che via la baſe del triangolo e; cioe maggiore sarà il doppio della ſuperficie del quadrato, che il dop-*

pio

pio della superficie del triangolo e, onde ancora la mita di quel prodotto, cioe la superficie del quadrato sara maggiore della mita di quest'altro prodotto, cioe della superficie del triangolo e, essendo dunque il quadrato circonscritto maggiore del triangolo e; & per l'aduersario essendo il triangolo e, maggiore del cerchio a b c d, nella superficie d, ne segue che l'eccesso del quadrato sopra al cerchio, cioe le quattro figure miste contenute ciascuna da dui semilati del quadrato, & dalla quarta parte della circonferenza del cerchio, o vogliamo dire le superficie contenute dalli lati del quadrato, & dalla circonferenza del cerchio siano maggiori che l'eccesso del triangolo e, sopra al cerchio, cioe siano maggiori della superficie d; hora alle quattro figure miste dette, o eccesso del quadrato sopra al cerchio, poniamo essere eguale la superficie .c. che perciò ella sara maggiore della d, eccesso del triangolo e, sopra al cerchio a b c d (essendosi prouato il quadrato essere maggiore del triangolo e) E perche (come dimostra la prima propositione del decimo libro d'Euclide,) proposte due grandezze ineguali (c, & d) se dalla maggiore (cioe hora dalla c) si leui piu della sua mita, & da quello che resta di nuouo si caui piu della sua mita, & da quello che resta si caui pure piu della mita, & cosi si seguita di mano in mano cauando da ciascun restante piu della mita, è necessario che per questa continua detrattione, finalmente si peruenga a restante che sia minore della grandezza minore delle due ineguali proposte (che hora è d) ne segue che se dalla superficie .c. cioe dall'eccesso del quadrato sopra al cerchio ne cauaremo piu della mita, & dal restante ne cauaremo piu della mita, & cosi si vada continuando a cauare piu della mita da ciascun restante di mano in mano, ne segue dico che finalmente ne restarà quantita minore della superficie d, ma si è prouato di sopra che il triangolo r o p. è maggiore della mita della figura mista o f a m. che è una delle quattro figure miste eguali, in che il quadrato eccede il cerchio, & però da essa figura mista leuando il triangolo r o p. si viene a leuare piu della mità, & per la medesima causa di ciascuna dell'altre tre figure miste simili, & eguali alla o f a m, leuando il suo triangolo simile, & eguale al triangolo r o p. se ne viene a leuare piu della mità, perilche da tutte quattro le figure miste, cioè dall'eccesso del quadrato sopra al Cerchio, leuando li sui quattro triangoli detti, si viene a leuarne piu della mità, ma il leuare essi quattro triangoli da dette figure, o eccesso del quadrato sopra al cerchio, è appunto il circonscriuere al cerchio, un'ottagono equilatero & equiangolo, cioe la figura di lati in numero doppio al quadrato già circonscritto, però conchiudiamo che al cerchio circonscriuendo l'ottagono, si viene a leuare piu della mità dell'eccesso del quadrato sopra al cerchio; & per le medesime cause, & nel medesimo modo, al cerchio circonscriuendosi il 16. agono si verrà a leuare piu della mità dall'eccesso dell'ottagono sopra al cerchio, ma l'eccesso dell'ottagono sopra al cerchio è quello che resta a cauare piu della mità dall'eccesso del quad. sopra al cerchio, o vogliamo dire è quello che resta a cauare piu della mità dalla superficie e, però doppo il quadrato, circonscriuendosi l'ottagono, & poi il 16. agono, si viene dalla superficie, e, a cauarne piu della mità, & dal restante (che chiamaremo primo) a cauarne piu della mità, & seguendo a circonscriuere al cerchio il 32. agono, poi il 64. agono, poi il 128. agono, & cosi verria a cauare dal secondo reslante piu della mità, & poi dal terzo reslante piu della mità, & poi dal quarto reslante piu della mità, &c. & perche con il cauare dalla quantità e, piu della mità, & dal reslante piu della mità, & dal reslante piu della mità, & cosi seguendo per ordine con questa sorte di dettrattione (ch'hora è quanto seguire per ordine a circonscriuere al cerchio di mano in mano figure di lati in numero doppio ciascuna alla antecedente circonscritta) sappiamo che è necessario peruenire a restante tale che sia minore della superficie d, (eccesso dato dall'aduersario del triangolo e, sopra al cerchio) cioe a rettilineo circonscritto tale, che l'eccesso d'esso sopra al cerchio sia minore della superficie d; Potendosi dunque circonscriuere al cerchio rettilineo tale che lo ecceda in quantità minore della superficie d, cioe, che lo ecceda in manco di quello, in che il triangolo e, eccede il medesimo cerchio; & perche di due quantità paragonate ad vna istessa data minore; quella d'esse che eccede la data in manco, è anco minore dell'altra, ne segue che all'hora la figura circonscritta al cerchio, cioè il rettilineo equiangolo, & equilatero circonscrittoli con l'ordine, & modo detto, sarà minore del triangolo e; il che ancora è absordo, o inconueniente essendo ella maggiore; perche essa n a, cioe la linea che dal centro del cerchio, o figura andarà perpendicolarmente a mezo qual si voglì lato d'essa (essendo perpendicolare di ciascuno de triangoli (che haueriano la cima nel centro) in che la figura, o rettilineo si risoluesse, o diuidesse) è eguale al catetto del triangolo, cioe al lato minore perpendicolare alla base del teiangolo e, posto eguale al semidiametro del cerchio, come è anco la n a, o linea detta la quale va dal centro del cerchio alla sua circonferenza nel punto doue il lato del rettilineo circonscritto tocca il cerchio: ma l'ambito d'esso rettilineo circonscritto è maggiore della base del medesimo triangolo e, perche l'ambito del rettilineo circonscritto è maggiore della circonferenza del cerchio, alla quale si è posto eguale la base del triangolo e, onde maggiore è il prodotto del semi-

dia-

diametro via l'ambito del rettilineo circonscritto, che via la base del triangolo e, & però maggiore è il doppio della superficie del rettilineo circonscritto, che il doppio della superficie del triangolo e, & per o finalmente maggiore è il rettilineo circonscritto, che non è il triangolo e; onde come stimo, che discendosi dall'aduersario il circolo essere minore del triangolo e, nè si giuria potersi circonscriuere al cerchio rettilineo equiangolo che fusse minore del triangolo e, l'che è impossibile (poiche ciascuno rettilineo circonscritto conuiene che sia maggiore d'esso triangolo e, essendo maggiore l'ambito di ciascun rettilineo circonscritto, che la circonferenza del cerchio, o base del triangolo e;) però impossibile è ancora che il circolo sia minore del triangolo e; dalle quali cose, cioe dall'hauer prouato che il circolo a b e d; non può essere ne maggiore, ne minore del triangolo e, ne segue il circolo essere il triangolo e: & però la grandezza del cerchio essere il prodotto, che nasce a moltiplicare il semidiametro via la mità della circonferenza.

Hora se seruendoci di quanto habbiamo sin qui imparato vedremo per esempio mediante la circonferenza del cerchio che si diuida per mezo il globo, o palla, o vogliamo dire sfera, quale si compone dalli dui elementi Terra, & Aqua insieme vniti, trouare quanto è la grandezza d'esso globo, o sfera, supponendo che di d. cerchio (quale potremo chiamare, o nominare (se così si piacerà) orizonte terrestre, che ha il suo centro nel centro d'esso globo) la circonferenza) che si può dire il giro d'esso globo, o palla nel suo colmo, o maggior grossezza) sia miglia 21600. quali nascono dal moltiplicare gradi 360. in che per comodità si diuide la circonferenza di ciascun cerchio via miglia 60. che si pone essere di lunghezza ciascun grado nella circonferenza dell'Orizonte, o cerchio a lui eguale in esso globo, o vogliamo dire via miglia 60. in che si diuide ciascù grado, & che perciò si considerano le miglia essere tali che 60. d'esse faccino apunto vn grado.

Noi per trouare detta grossezza mediante il giro, diremo, quando il diametro del cerchio è 10000. habbiamo concluso la circonferenza essere quasi 31416. cioe non arriuare intieramente al numero 31416. onde conuersantête hauendo vn cerchio la circonferenza del quale fusse precise 31416. all'hora il suo diametro verria ad essere alquanto piu di 10000, però nel nostro caso, mediante la regola del tre, potremo dire, Se 31416. di circonferenza importa 10000. di diametro, & alquanto più che importarà 21600. miglia di circonferenza? o vogliamo dire, Quando la circonferenza del cerchio sia 31416. il diametro è alquanto piu di 10000. hora che la circonferenza è 21600. miglia, quanto sarà il diametro? Onde moltiplicādo miglia 21600. per 10000. che fa miglia 216000000. & queste partite per 31416. ne viene miglia 6875 $\frac{6}{11}\frac{2}{30}\frac{1}{96}$. però miglia 6875. $\frac{6}{11}\frac{2}{30}\frac{5}{6}$. & alquanto più, & perciò con più comodità miglia 6876. in circa, potremo dire essere il diametro cercato del cerchio proposto, & consequentemente la grossezza del globo terrestre essere circa a miglia 6876.

Circonferenza	Diametro scarso	Circonferenza
31416	10000	miglia 21600
	216000000	
	6875	
	275040	
	237120	
	172080	
	15000	

Diam. scarso miglia 6875 $\frac{6}{11}\frac{2}{30}\frac{5}{6}$

Circonferenza	Diametro scarso	Circonferenza
22	7	miglia 21600
	151200	
	75600	

miglia 6872 $\frac{8}{11}$. è il diametro scarso

Et se volessimo adoprare la regola ordinaria supponēdo che quando il diam. del cerchio è 7. la circonfer. sia alquanto meno di 22. diressimo. Se alquanto manco di 22. di circonferenza dà di diametro 7. cioe Se 22. precise di circonferenza dà 7. & alquanto più di diametro, che daranno miglia 21600. di circonferenza? & vedremo che daranno miglia 6872 $\frac{8}{11}$. & alquanto più di diametro, però diressimo, che la grossezza del globo terrestre fusse miglia 6872 $\frac{8}{11}$. & alquanto più.

Notisi che hauendo noi concluse che quando il diametro del cerchio è 10000. la circonferenza non arriua intieramente a 31416. & però habbiamo posta la proportione della circonferenza al diametro, quasi come di 31416. a 10000. Se bene questi dui numeri 31416. & 10000. sono comunicanti, & si possono ridurre a 15708. & 5000. anco a 7854. & 2500. & anco a 3927. & 1250

Digitized by Google

che sono più piccoli, & però si potria dire che quando il diametro è 1150. all'hora la circonferenza è quasi, cioè non arriua intieramente a 3927. noi nodimeno ci seruiamo delli primi 31416 & 10000. perche essi sono più comodi, poiche le moltiplicationi, o partitioni, che nel trouare li diametri, o circonferenze de cerchi ci conueniſſero fare per il 10000. sono breuiſſime, & facilisſime.

E volendo trouare la grandezza, o superficie di questo cerchio che habbiamo chiamato Orizonte terrestre, noi moltipliceremo la metà del suo diametro via la metà della sua circonferenza che il prodotto sarà la grãdezza del Cerchio (ouero (che risulta l'istesso) Moltipliceremo il diametro totale via la circonferenza totale, & del prodotto pigliaremo la quarta par. cioè lo partiremo per 4. che l'auenimento sarà la grandezza del Cerchio) on de essendo il diametro miglia 6875 $\frac{6}{1}\frac{2}{3}\frac{5}{0}\frac{}{0}$. & più, o vogliamo dire miglia 6876. in circa, & essendo la sua circonferenza miglia 21600. molitiplicaremo mig. 3437 $\frac{9}{1}\frac{6}{4}\frac{7}{0}\frac{}{0}$. & piu metà del diametro, via miglia 10800, metà della circonferenza, che fa miglia quadre 37127578 $\frac{3}{1}\frac{0}{4}\frac{8}{0}\frac{}{0}$. & piu; però diremo che la grandezza del cerchio detto (cioe che passando per il centro del globo terrestre lo segasse per mezo è 37127578 $\frac{3}{1}\frac{0}{4}\frac{8}{0}\frac{}{0}$. & piu, miglia quadre cioe che esse continiria 37127578 $\frac{3}{1}\frac{0}{4}\frac{8}{0}\frac{}{0}$. volte & più, vn quadrato di superficie, che fusse lungo vn miglio, & largo vn miglio, o vogliamo dire che esso cerchio è eguale ad vn quadrangolo rettangolo che sia lungo miglia 37127578 $\frac{3}{1}\frac{0}{4}\frac{8}{0}\frac{}{0}$. & alquanto piu, & sia largo vn miglio solo. Però chi volesse trouare quanto sia lungo, & largo vn quadrato che fusse eguale a questo quadrangolo, & consequentemente al cerchio proposto, potria pigliare la radice quadra di que sto numero 37127578 $\frac{3}{1}\frac{0}{4}\frac{8}{0}\frac{}{0}$. che saria 6093 $\frac{1}{1}\frac{1}{4}\frac{3}{8}\frac{1}{6}$. & alquanto più, & cosi concluderia, che il quadrato cercato douesse essere miglia 6093 $\frac{1}{1}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{2}{6}\frac{0}{0}$. & alquanto più per ciascun lato.

E se per schiuare i rotti nel trouare la grandezza del cerchio, o Orizonte terrestre sopradetto hauessimo posto il diametro essere miglia 6876. in circa, essendo la circonferenza miglia 21600, all'hora haueressimo moltiplicato 3438. semidiametro via 10800. semicirconferenza, che fa 37130400. & però haueressimo detto la grandezza d'esso cerchio essere miglia 37130400. in circa, qual numero è anco notabilmente maggiore del 37127578. $\frac{3}{1}\frac{0}{4}\frac{8}{0}\frac{}{0}$. & piu trouato di sopra, eccedendolo in miglia 2821 $\frac{9}{1}\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{}{0}$. (se bene questo 2821 $\frac{9}{1}\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{}{0}$. rispetto alla totale grandezza del cerchio è poco non arriuando all' $\frac{1}{1}\frac{}{4}\frac{}{0}\frac{}{0}\frac{1}{6}$. d'essa grandezza) perilche è anco ben fatto nelli calcoli delle figure di molta grandezza accostarsi più al vero con diligenza. Et perche dicendo la grandezza di detto cerchio essere miglia 37130400. in circa non sappiamo se questo numero è minore del douere (come è l'altro 37127578 $\frac{3}{1}\frac{0}{4}\frac{8}{0}\frac{}{0}$.) o se eccede il douere, deriuando egli dal ponere il diametro 6876. in circa, qual numero non sappiamo se è minore del douere (come è l'altro 6875 $\frac{6}{1}\frac{2}{3}\frac{5}{0}\frac{}{0}$) o se eccede il douere, sarà bene a chiarirsene, & lo potremo fare cosi. Di sopra trattando della proportione della circonferenza del Cerchio al suo dia-

mità della Circonferenza 10800.
mità del diametro 3437 $\frac{9}{1}\frac{6}{4}\frac{7}{0}\frac{}{0}$. & più

756
648
972
10441600
7978
12806
10250
10879
7978 $\frac{3}{1}\frac{0}{4}\frac{8}{0}\frac{}{0}$
27496
3437
miglia 37127578 $\frac{3}{1}\frac{0}{4}\frac{8}{0}\frac{}{0}$.
quadre, & più è la grandezza, ò superficie del cerchio.

37127578 $\frac{3}{1}\frac{0}{4}\frac{8}{0}\frac{}{0}$ 3098 1309

r

37127578 $\frac{3}{1}\frac{0}{4}\frac{8}{0}\frac{}{0}$
6093
11275
39478
miglia 6093 $\frac{1}{1}\frac{3}{2}\frac{1}{8}\frac{2}{6}\frac{0}{0}$. & più sarà ciascun lato del quadro, eguale al Cerchio.

Ouero

mità della Circonferenza 10800
mità del diametro 3438. in circa

27504
3438
miglia 37130400. in circa è la grandezza del Cerchio.

Digitized by Google

diametro, vltimamente concludessimo che quando il diametro si pona 49700000. all'hora la sua circonferenza non arriuarà a 156137277 $\frac{2}{5}$. ma sarà ben maggiore di 156137093 $\frac{3}{5}$. dal che veniamo a conoscere che volendo che la circonferenza arriuasse, cioe fusse precise 156137277 $\frac{2}{5}$. all'hora il diametro saria più di 49700000. Et moltiplicando cosi il numero di questa circonferenza come il numero di questo diametro per 156137893 $\frac{3}{5}$. (numero dell'altra circonferenza,

essendo la circonferenza precisemente 156137277 $\frac{2}{5}$. sarà il diametro più di 49700000.

si moltiplicano ambidue per 156137093 $\frac{3}{5}$

468411831
312274186
780686017
156137203 $\frac{2}{5}$
468411831
1405235493
1092960939
2029784601
24357415212

fa precisemente 24378820695852964 $\frac{16}{25}$.

4 | 6094705173963141 16

Essendo 152367629349081029. precise la circonferenza

156137093 $\frac{3}{5}$
1491
29820000
1092959651
76507175557

fa più di 7760013551920000
25
4| 19400033879800000
485000846995000 00. &
più sarà il diametro.

che è scarsa) sapremo che quando la circonferenza si pona essere 24378820695852964 $\frac{16}{25}$. precise all'hora il diametro verrà ad essere piu di 7760013551920000. E per leuare il rotto moltiplicando cosi il diametro come la circonferenza per 25. vedremo che quando la circonferenza sia precise 6094705173963241 16. all'hora il diam. verrà ad essere piu di 194000338798000000 Et abbreuiando questi dui numeri, che sono fra loro comunicanti, partendoli per 4. vedremo, che quando la circonferenza sia precise 152367629349081029. all'hora il diametro verrà ad essere 485000846995000 00, & piu.

Diametro manco di 49700000
moltiplicato via 156137277 $\frac{2}{5}$
994
19880000
1092960939
76507[illegible]

fa manco di 7760022[illegible]950000
25
4 | 194000567169500000
485001417923750 00. &
manco sarà il diametro.

Ancora conosciamo similmente, che quando la circonferenza del cerchio fusse solamente 156137093 $\frac{3}{5}$. precise, all'hora il diametro non potria arriuare, cioe saria minore di 49700000. E moltiplicando cosi il numero di questa circonferenza, come il numero di questo diametro per 156137277 $\frac{2}{5}$. (numero dell'altra circonferenza, che è soprabondante) sapremo che quando la circonferenza si pona essere 24378820695852964 $\frac{16}{25}$. precise, all'hora il diametro verrà ad essere manco di 7760012686780000. Et per leuare il rotto, moltiplicando cosi il diametro, come la circõferenza per 25. vedremo che quando la circonferenza sia 6094705173963241 16. precise, all'hora il diametro verrà ad essere manco di 194000567169500000. Et abbreuiando questi dui numeri che sono fra loro comunicanti, partendoli per 4. vedremo che quando la circonferenza sia precise 152367629349081029. all'hora il diametro, sarà manco, cioè non arriuarà a 485001417923750 00. Onde finalmente habbiamo trouato che quando la circonferenza del Cerchio sia 152367629349081029. precise all'hora il suo diamet. è piu di 485000846995000 00, ma non arriua a 485001417923750 00. cioe ch esso diametro è contenuto fra detti dui numeri. Hora mediante questo potremo conoscere se essendo la circonferenaa d'vn cerchio 21600. precise il suo diametro possa arriuare, o eccedere 6876. però diremo, Se 152367629349081029. di circonferenza da di diametro 485000846995000 00. & pin, che darà 21600. di circonferenza? & vedremo che darà 6875 $\frac{7}{15}$ $\frac{4}{2}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{3}{0}$. & piu, il che non arriua al 6076. dal che non potiamo conoscere se questo 6876. sia maggiore, o minore del douere, Onde seguiremo a dire, se 152367629349081029. di circonferenza da di diametro meno di 485000141792375000. che darà 21600. di circonferenza? & vedremo che sarà meno di 6875 $\frac{7}{15}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{6}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{0}$. cioe che il diametro non potrà arri-

Digitized by Google

152367619349081019. di circonferenza da di diam. 48500845699500000. & piu che darà? 21600 di circonferenza

97000169919900
776001355192000
1746001845050100000000

dara di diametro piu di 6875 $\frac{7}{11}$ $\frac{4}{22}$ $\frac{3}{44}$ $\frac{7}{88}$ $\frac{3}{176}$

133396053414714738160
11501949915449003280
836215881011330770
74377734 2679 5625

152367619349081019 & piu

7417 $\frac{1}{10}$ & piu 15236

Questo rotto A. è minore del superior rotto B. perche il $\frac{4}{11}$ $\frac{7}{22}$ $\frac{2}{44}$ $\frac{4}{88}$ $\frac{1}{176}$ $\frac{6}{352}$. &c. C. che rimane nel superiore B. è maggiore che il rotto A. che a volere che l'A. fusse eguale precisamente al B, conuerria, che il numeratore di C. fusse tal parte del suo denominatore, come è il numeratore A. del suo denominatore; ma maggior parte è il numeratore di C. del suo denominatore rispetto a quello che è il numeratore d'A. del suo denominatore; però maggiore è il totale B, che nó è l'A.

152367619349081019. di circ. da di dia. 485001417937500. emeno che darà? 21600. di circ.

970001283584750
7760012686780000
1047601062715100000000

dara di dia. maco di 6875 $\frac{7}{11}$ $\frac{4}{22}$ $\frac{3}{44}$ $\frac{7}{88}$ $\frac{3}{176}$

133397286210811 8260
11503183141549003280
837449087113330770
75010940166951625

152367519349081019 & meno

7561 $\frac{1}{10}$ & meno. 15236

Questo rotto A. è maggiore del superior rotto B. perche considerato al denominatore d'A. accompagnati da man destra 13. zeri in cambio delle 13. figure significatiue, egli faria minore del denominatore del rotto B. & però con il numeratore di B formaria rotto maggiore del rotto B. onde con numeratore maggiore del numeratore del rotto B, tanto maggiormente formaria rotto maggiore del rotto B, però essendo 7561 $\frac{1}{10}$ maggiore (intesoli accompagnati da man destra 13. zeri, ouero 75611. intesoli accompagnati da man destra 12. zeri) maggiore che il numeratore di B, è chiaro che il rotto A, essere maggiore del rotto B.

arriuare a 6875 $\frac{7}{11}$ $\frac{4}{22}$ $\frac{3}{44}$ $\frac{7}{88}$ $\frac{3}{176}$ dal che hora benissimo si conosce il 6876. essere maggiore del douere, & in piu di $\frac{3}{11}$ $\frac{7}{22}$ $\frac{4}{44}$ $\frac{3}{88}$ $\frac{6}{176}$ $\frac{0}{352}$. ch'è piu d' $\frac{1}{2}$. perloche ancora conosciamo, che la grandezza del cerchio detto non può arriuare a miglia 37130400. che è in molte miglia minore. Et hora si può trà

diametro 6875 $\frac{7}{11}$ $\frac{4}{22}$ $\frac{3}{44}$ $\frac{7}{88}$ $\frac{3}{176}$ & piu
la mità è 3437 $\frac{7}{22}$ $\frac{4}{44}$ $\frac{3}{88}$ $\frac{6}{176}$ $\frac{0}{352}$ & piu
mità della circon. 10800

1813864
226733
2448716400
8035
109564
1314 80
29120
30472
8035 $\frac{3}{4}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{4}{16}$ $\frac{0}{32}$
27496
3437

miglia 37127635 $\frac{3}{4}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{4}{16}$ $\frac{0}{32}$ & piu è la grandezza del cerchio.

diametro manco di 6875 $\frac{7}{11}$ $\frac{4}{22}$ $\frac{3}{44}$ $\frac{7}{88}$ $\frac{3}{176}$
la mità è manco di 3437 $\frac{7}{22}$ $\frac{4}{44}$ $\frac{3}{88}$ $\frac{7}{176}$ $\frac{0}{352}$
mità della circonf. 10800

1823768
217971
2461086800
8079
243268
299540
25392
30472
8079 $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{3}{32}$
27496
3417

manco di mig. 37127679 $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{4}{32}$ è la grandezza del cerchio.

trà con piu diligente operatione trouare essa grãdezza molto propinquamente, perche sapendo che il diametro d'esso cerchio eccede 6875 $\frac{7}{11}$ $\frac{4}{22}$ $\frac{3}{44}$ $\frac{7}{88}$ $\frac{3}{176}$ ma non arriua a 6875 $\frac{7}{11}$ $\frac{4}{22}$ $\frac{3}{44}$ $\frac{7}{88}$ $\frac{4}{176}$. essendo la circonferenza 21600 precise; Moltiplicando noi 10800. (mità della circonferenza) via 3437 $\frac{7}{11}$ $\frac{4}{22}$ $\frac{3}{44}$ $\frac{7}{88}$ $\frac{3}{176}$ $\frac{0}{352}$ & piu (mità del diametro scarso) & anco via 3437 $\frac{7}{22}$ $\frac{4}{44}$ $\frac{3}{88}$ $\frac{7}{176}$ $\frac{0}{352}$. & manco (mità del dia. eccedente) che se ne produrranno 37127635 $\frac{3}{4}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{4}{16}$ $\frac{0}{32}$. & piu. & 37127679 $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{4}{32}$ &

Digitized by Google

& meno; potremo concludere la grandezza, o superficie del cerchio, o orizonte terrestre detto, essere alquanto piu di miglia 3712763 5 1/7 6/10 4/6 0/6. ma che non arriua a miglia 3712767 6/7 1/4 7/10 4/6. Et cosi l'haueremo chiusa fra dui numeri fra loro molto propinqui, poiche sono differenti in manco di miglia 44.

Circonferenza
3 3/7 | 21600
2 | 151200
11 | 75600
diametro 6872 1/11. & piu
mezzo diametro 3436 5/11. & piu
d'vn della circonferen. 10800
412
3927 3/11
27488
3436
37112727 3/11. & piu
saria la grand. del cer.

Circonferenza
3 1/7 0/4 | 21600
216
1512
3123 | 1533600
6877
1956
1720
1590
diametro 6877 2/3 2/3 0/3. & manco
la mitá è 3438 1/3 1/6. & manco
10800. mitá della circonferenza
1008
126
1360800
6102
228
500
6102 2/3 2/4
27504
3438
37136502 1/3 1/4. & meno saria la grandezza del cerchio.

Et se nel determinare la grandezza di questo Cerchio, o Orizonte terrestre vorremo adoprare la regola ordinaria d'Archimede, che chiude la circonferenza del Cerchio fra 3 1/7. & 3 10/71. quando il diametro sia. 1. vedremo come appare in margine, il diametro d'esso Cerchio essere piu di 6872 8/11. ma manco di 6877 2/3 2/3. & la grandezza del Cerchio essere piu di 37112727 3/11. ma non arriuare a 37136502 1/3 1/4. Et cosi haueremo chiusa essa grandezza fra i dui numeri detti, che sono differenti fra loro in 23774. & alquanto piu.

Veduto come si troui la grandezza del cerchio, mostrarò il modo di conoscere la grandezza delle sue parti. Onde sappiti che quando dal centro del Cerchio si tirino due linee rette, che arriuino alla circonferenza; quella parte di Cerchio in forma di triangolo, che ha per lati essi dui semidiametri, & per base, l'arco, o parte di circonferenza fra loro compresa, opposta all'angolo fatto nel centro da essi dui semidiametri, si chiama Settore. & questo Settore è tal parte del total cerchio, qual parte è la sua base, o arco, di tutta la circonferenza.

Et per trouare la grandezza di detto Settore si moltiplica il semidiametro, via il semiarco, o semibase d'esso (cosi come per trouare la grandezza del Cerchio totale si moltiplicaria il semidiametro via la semicirconfer.) che il prodotto è la grandezza, o superficie del Settore; onde se nel cerchio r t d, considereremo il Settore r a t, la base, o arco r t, del quale sia 9416. essendo ciascuno delli dui semidiametri a t, a r, 10000; per trouare la grandezza, moltiplicaremo 4708. semibase circonferentiale, per 10000. semidiametro, che fa 47080000. però 47080000. sarà la grandezza d'esso settore, & sarà grandezza precise, quando l'arco, o base r t, sia il 9416. precise. Et se volessimo sapere la grandezza dell'altra parte del Cerchio, compresa dalli medesimi dui semidiametri a r, a t, & dalla base circonferentiale r d t, bisognaria vedere quanto è la lunghezza dell'arco r d t, che del Cerchio, il diametro del quale sia 10000. sappiamo la circonferenza essere quasi, cioe non arriuare a 31416. però di questo cerchio che ha per semidiametro 10000, cioe 20000. di diametro la circonferenza sarà quasi 62832. onde essendo la parte r t, 9416. precise, la restante parte r d t, saria quasi 53416; & hora nel modo istesso che si è adoprato nel trouare la grandezza del Settore, si trouarà la grandezza di questa restante parte del Cerchio, cioe moltiplicaremo 26708. semibase circonferentiale via 10000. semidiametro, che fa 267080000; però quasi 267080000. diremo essere la grãdezza di questa parte di cerchio. Et cosi sempre che vna figura sia compresa da dui semidiametri del cerchio, & da vna parte della sua circonferenza; per trouarne la grandezza si moltiplicarà la mitá d'essa parte di circonferenza via il semidiametro, che il prodotto sarà la grandezza della figura.

Digitized by Google

Et se poneremo insieme la quantità della superficie di queste due dne parti, o settori di Cerchio che sono l'vna 47080000, & l'altra quasi c67080000, che fanno quasi 314160000; questa verrà ad essere la grandezza del Cerchio, come conuiene, & come si trouaria con la regola data, cioè moltiplicando il semidiametro 10000. via la mità della circonferenza che è quasi 31416.& produce pure quasi 314160000. per la grandezza del Cerchio.

diametro 20000

circonferenza quasi $62857\frac{1}{7}$ — $3\frac{1}{7}$

mità $3.428\frac{4}{7}$

semidiametro 10000

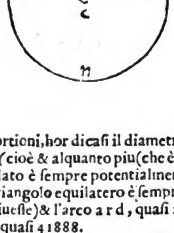
4

manco di $3142857\frac{1}{7}\frac{4}{7}$.

saria la grandezza del Cerchio.

Et se la grandezza del medesmo Cerchio, che ha per diametro 20000. si vorrà trouare con la regola ordinaria fin'hora vsata, che suppone che quãdo il diametro è 1. la circonferenza sia quasi $3\frac{1}{7}$; trouaremo la circonferenza di detto cerchio moltiplicando il diametro 20000. per $3\frac{1}{7}$. però si diria la circonferenza essere quasi, cioè non arriuare a $62857\frac{1}{7}$. la mità della quale, che è quasi $31428\frac{4}{7}$, moltiplicata via il semidiametro 10000, produrria quasi $3142857\frac{1}{7}\frac{4}{7}$. il che si diria essere la grandezza del Cerchio proposto, Ma noi con la nostra regola piu propinqua sappiamo che egli non arriua a 314160000, però adoprando essa nostra regola haueremo auanzato $12571\frac{4}{7}$. di propinquità.

Et proposta vna portione di cerchio, cioe vna figura compresa, o terminata da vna linea retta tirata nel Cerchio, che arriui alla circonferenza da ciascuna banda, & dal pezzo d'arco, o circonferenza segata da essa linea retta, Se questa linea retta passarà per il centro, all'hora ella saria il diametro d'esso Cerchio, & lo diuiderà per mezo precise, & delle due Parti del Cerchio, ciascuna si chiamaria semicircolo, o mezzo cerchio, & per trouare la grandezza di qual si vogli di loro si moltiplica il semidiametro via il semiarco di qual si vogli di loro (che viene ad essere la quarta parte della circonferenza totale del Cerchio) & il prodotto è la grandezza di ciascuno delli dui semicircoli. Ma se questa linea retta segante il Cerchio non passarà per il centro, all'hora ella segarà il cerchio in due parti ineguali, che la parte, o portione maggiore sarà quella che abbraccia la maggior parte della circonferenza (& è quella, doue si inchiude il centro del Cerchio) & la parte, o portione minore sarà quella, che abbraccia la minor parte della circonferenza, che per esempio nel cerchio a r d n, tirata la retta a d, che non passa per il centro ella diuiderà il cerchio in due parti ineguali, che si chiamano l'vna (cioè la piu piccola) portione *minore* & è la a d r, & l'altra (cioè la piu grande) si chiama portione maggiore, & è la a d n; Per trouare la grandezza di ciascuna di queste portioni, conuien sapere la lunghezza della linea retta a d, che si suol chiamare corda della portione, & anco la lunghezza della linea curua a r d che si suol chiamare arco della portione, cioe per la portione maggiore bisogna sapere quanto è lungo l'arco, o parte di circonferenza a r d, & per la portione maggiore quanto è lungo l'arco, o parte di circonferenza a n d, & anco conuien sapere la lunghezza del diametro del cerchio, del quale esse sono portioni, hor dicasi il diametro del cerchio essere 20000, la linea retta a d essere 17320 $\frac{1}{2}$. in circa (cioè & alquanto piu (che è il lato del triang. equilatero che si inscriuesse nel detto cerchio qual lato è sempre potentialmente triplo al semidiametro del cerchio, cioe il quadrato del lato del triangolo equilatero è sempre triplo al quadrato del semidiametro del cerchio, doue egli si inscriuesse) & l'arco a r d, quasi 20944 (terza parte della circonferenza) essendo il restante arco a n d, quasi 41888.



Per trouare la grandezza di queste portioni, poniamo della minore a d r, bisogna imaginarsi dal centro c, alli termini a, & d, d'essa portione essere tirati li dui semidiametri c a, & c d, formando il settore a c d r, quale comprende in se la portione a d r, detta. & il triangolo rettilineo a c d, & cruare la grandezza del triangolo a c d, (che ci sarà nota, perche è nota la lunghezza di ciascuno delli suoi tre lati dalla grandezza del settore a c d r, (che ci sarà nota, perche ci è nota la lunghezza del semidiametro & anco dell'arco a r d) che il restante verrà ad essere la grandezza cercata della portione a d r.

Ma per trouare la grandezza della portione maggiore a d n, imaginati pure li dui semidiametri c a, & c d, tirati dal centro del cerchio alli estremi a, & d, della portione, & considerata la figura.

Digitized by Google

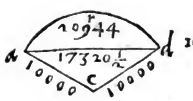
semidiametro 10000.
il suo quadrato 100000000
il triplo d'esso quadrato, che è il quadrato del lato del triangolo equilat. inscritto nel cerchio è 300000000.

1732 0 1/2. & piu è il lato del triango. equilatero.
1100
7100
17600
34640

a m. 8660 1/2
8660 1/2
74995600
4330 1/16.
74999930 1/16.

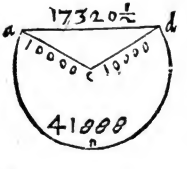
00000000.
74999930 1/16.
25000069 1/16.
5000. in circa anzi 5000. a punto (ponendo a d. lar. di 300000000) sarà la perpendicolare c m.

a m. 8660 1/2.
c m. 5000.
1250
43100
43301250. sarà la gr. del triangolo c. a. d.



1476. semiarco
10000. semidi.
104710000. è la grandezza del settore.

104710000. grand. del settore a r d c.
43301250. grand. del triangolo a d c.
61418750. grand. della portione a d r.

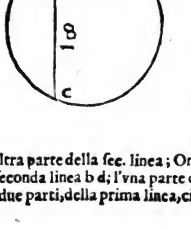


semiarco 20944
semidiamet. 10000
209440000. è la grā. del set a c d n
43301250. è la gr. del trian. a. d. c.
però 2527441250. è la grandezza della portione a. d. n.

la por. mag. a. d. n. è 2527441250
la port. min. a. d. r. è 61418750
la somma loro è 3141600000
che viene ad essere la grandezza del Cerchio totale.

gura, o settore c a n d, terminata dalli dui semidiametri, & dal l'arco a n d, essa figura insieme con il triangolo rettilineo a d c vediamo contenere, o compire la portione a d n, però gionta la grandezza del triangolo a d c, con la grandezza del settore a c d n, (che ci sarà nota, per esserci noto la lunghezza del semidiametro, & anco dell'arco a'n d) la somma verrà ad essere la grandezza cercata della portione maggiore a d n, Et con questo modo si potrà trouare la grandezza di qual si vogli altra portione del Cerchio, cioè mediante la notitia della sua corda, dell'arco, & del diametro del circolo di che ella è portione.

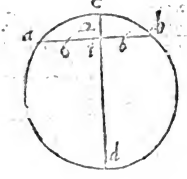
Et perche delle portioni di cerchio proposte, che sono da se separate dal resto del Cer. di che elle sono portioni, non si può misurare manualmente, o sapere la lunghezza del diametro del suo cerchio, non si vedendo esso cerchio, si mostrarà hora come con arte si possa trouare di che cerchio sia portione la portione proposta, però sappiasi che in vn cer. qñ 2. li. rette si segano fra loro, il prodotto delle due parti dell'vna è eguale al prodotto delle due parti dell'altra (come dimostra la 35. propositione del terzo libro d'Euclide) onde per esempio nel cerchio a b e d, essendo accomodate le due linee a c, & b d, che si segano fra loro, delle quali la a c, è 20, & le sue dui parti a r, & r c, sono 2, & 18, & la b d, è 15. & le sue due parti b r, & r d, sono 3, & 12. tanto sarà il prodotto di 2. via 18. parti della a c, quanto il prodotto di 3. via 12. parti della b d, che ciascuno d'essi prodotti è 36. dal che si comprende, che quando ci fusse nota la lunghezza delle parti della prima linea, & la lunghezza d'vna parte sola della seconda, noi da questo potiamo venire in cognitione dell'altra parte della sec. linea; Onde se dicendo la prima linea essere a c, & le sue parti 2, & 18. & la seconda linea b d; l'vna parte della quale sia 3. per trouare l'altra parte; perche il prodotto delle due parti, della prima linea, cioe di 2. via 18. è 36. sappiamo che anco il prodotto di 3. parte



Digitized by Google

te nota della linea b d, nell'altra parte d'essa, deue essere medesimamente 36. ma il numero, che moltiplicato per 3. produce 36, è quello 9. che nasce a partire 36. per il 3. & però sarà 12. perilche concluderemo, che l'altra parte della linea b d, sia 12.

Di piu sappiasi che nel Cerchio quando vna linea retta in esso accomodata (cioe che arriui alla circonferenza da ciascuna parte, o vogliamo dire i dui termini della quale siano nella circonferenza) è diuisa per mezo ad angoli retti da vn'altra linea, che sia pure nel Cerchio (cioe accomodata in esso Cerchio, come si è detto) la diuidente passa necessariamente per il centro, & è diametro del Cerchio (come dimostra la 1. 1. del terzo d'Euclide) Onde quando in vn Cerchio si tira vna linea a beneplacito, noi essa mediante potremo trouare il centro, & diametro del Cerchio, diuidendo la tirata per mezo ad angoli retti, che la diuidente sarà il diametro del Cerchio & il suo centro sarà nel mezo d esso diametro, Et di piu quando sapessimo la lunghezza della linea tirata nel Cerchio, & anco sapessimo, o misuraßimo vna delle due parti del diametro segata dal a tirata, noi nel modo detto di sopra potressimo trouare la lunghezza dell'altra parte del diametro, & saria quel numero che nasce a partire il prodotto delle due parti eguali della linea tirata nel Cerchio, o vogliamo dire il quadrato della mitá d' essa linea per la parte nota del diametro, però se nel Cerchio a b c d, sia tirata la retta a b (che lo diuide nelle due portioni a b c, & a b d) & sia 12. & diuidendosi per mezo nel punto r, ad angoli retti, la diuidente sia c r d; questa sarà il diametro del Cerchio, del quale trouandosi la parte r c, essere 2. noi potremo, questo mediante, trouare quanto è l altra parte r d, partendo il prodotto di a r, via r b; cioe, di 6 via 6, che è 36. per a parte c r. nota, & ne viene 18. & questo sarà la lunghezza della restante parte r d, del diametro, onde sapremo ancora che il diametro totale c d deue essere 20.



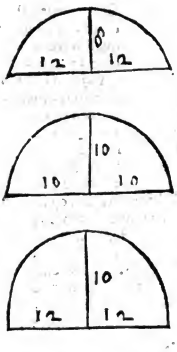
Questo inteso quando haueremo vna portione di Cerchio da se, noi potremo venire in cognitione del diametro del Cerchio, di che ella è portione, & si farà cosi; Diuidasi la corda d'essa portione per mezo ad angoli retti con vna linea; che arriui all'arco della portione, il che è tanto quanto dalla sommità, o mezo dell'arco tirare vna linea retta a mezo la corda (perche quella linea che in vna portione diuide la corda per mezo ad angoli retti, diuide anco l'arco per mezo) & questa linea, quale nelle portioni di Cerchio si suole chiamare saetta) si misuri manualmente ane' ella per hauer nota la sua lunghezza, cosi come bisogna hauer nota la lunghezza della corda della portione.

Hora se fingeremo che si compisca il Cerchio, di che la portione proposta è portione, & si allunghi la saetta della portione di dentro al Cerchio fino alla sua circonferenza, conosceremo che questa linea totale cosi allungata (perche ella diuide vna linea posta nel cerchio (cioe la corda della portione proposta (per mezo ad angoli retti) sarà il diametro del Cerchio, & che la saetta detta della portione proposta viene ad essere vna delle due sue parti segate dalla corda della portione ad angoli retti; & perche sappiamo la lunghezza della linea, o corda detta diuisa per mezo, & anco sappiamo la lunghezza della saetta detta, o parte del diametro, verremo ancora a poter sapere la lunghezza dell'altra parte del diametro, che sarà il numero, qual nasce a partire il quadrato della mitá della corda per la saetta della portione proposta, onde sapremo ancora la lunghezza del diametro totale, & però la lunghezza del semidiametro; & di qui poi, con il modo sopradetto potremo venire in cognitione della superficie, o grandezza della portione proposta hauendo misurata, cioe sapendo per numero la lunghezza del suo arco; che fingeremo dal centro del Cerchio venire i dui semidiametri alli estremi della corda della portione, & con essa portione componere il settore, che ha per base l'arco della portione; onde moltiplicando la mitá d'esso arco con il semidiametro ne nascerá la grandezza del settore, dalla quale cauata la superficie del triangolo rettilineo (parte del settore quando la portione proposta è portione minore, cioè ch'ella è manco di mezo cerchio) contenuto dalli dui semidiametri, & dalla corda della portione, ouero alla quale grandezza del settore, giunta la superficie del triangolo rettilineo (ch'è nella portione oltre al settore, quando la portione proposta è portione maggiore cioe ch'ella è piu di mezo Cerchio) il restante, essendo la proportione proposta minore, ouero la somma, essendo la portione proposta maggiore sarà la grandezza della portione proposta.

Et notisi che d'vna portione proposta si conoscerà subito la qualità, cioè se sia port. minore, o maggiore, o se ella sia mezo cerchio a punto, mediante la misura della sua corda, & saetta, che quan-

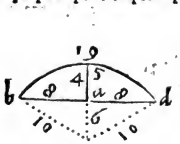
Digitized by Google

quando la saetta è minore della mità della corda, all'hora la portione proposta è portione minore, che la saetta verrà ad essere minore del semidiametro del Cerchio, di che la proposta è portione (che a partire il quadrato della mità della corda per la saetra (minore d'essa mità della corda) ne verrà numero maggiore della mità della corda; & però maggiore della saetta, qual numero, poiche viene ad essere il restante del diametro del Cerchio, ci manifesta la saetta essere minore del semidiametro, & però la portione non arriuare a mezo cerchio) Et quando la saetta sarà eguale alla mità della corda, all'hora la portione proposta è a puto mezo cerchio, che la saetta verrà ad essere a punto semidiametro del Cerchio, & la corda sarà il diametro tale del Cerchio (che a partire il quadrato della mità della corda per la saetta) ne verrà numero a punto eguale alla medesima mità della corda, & però eguale alla saetta, qual numero perche viene ad essere il restante del diametro del Cerchio ci manifesta la saetta essere eguale al semidiametro, & però la portione essere a punto mezo Cerchio, & quando la saetta sarà maggiore della mità della corda, all'hora la portione proposta è portione maggiore che la saetta verrà ad essere maggiore del semidiametro del Cerchio, di che la portione proposta è portione (che a partire il quadrato della mità della corda per la saetta (maggiore d'essa mità della corda (ne verrà numero minore della mità della corda, & però minore della saetta, qual numero perche viene ad essere il restante del diametro del Cerchio ci manifesta la saetta essere maggiore del semidiametro,, & però la portione essere maggiore della mità del cerchio.)



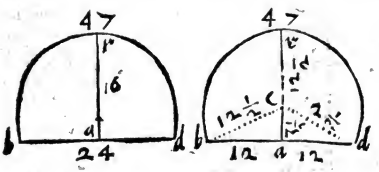
Questi nomi corda, arco, & saetta nelle portioni di Cerchio gli sono stati posti a similitudine di quelli che s'vsano nelle Balestre, di che esse portioni hanno forma, poiche nelle balestre il metallo, o parte curua si chiama arco, & la corda che li sotto tende, & lo serra, si chiama corda, & quell'asta che da essa balestra è spinta, o tirata per aria, & si accomoda fra il mezo della corda, & sommità dell'arco si chiama saetta.

Hora proposta per esempio la portione b d s, & dicendosi la corda b d d'essa essere 16. & l'arco b s d, 19. in circa per trouare la grandezza, noi dalla sommità, o mezo dell'arco al mezo della corda tirata la s a, che sarà perpendicolare alla corda, & però si chiamerà la saetta della portione la misuraremo, & sia che ella si troui essere 4. & questa è vna parte del diametro del Cerchio, con la quale partendo il quadrato della mità della corda, cioe il quadrato d'8. ch'è 64. ne viene 16. & questo 16. è l'altra parte del diametro, che resta fuori della portione, però il diametro intiero sarà 20. & il semidiametro sara 10. onde il centro del Cerchio sara lontano dal punto a. per il diritto della saetta s a 6. si che fingendo allungata la s a 6, misure, & sia che si arriui al e essendo la s c. 10. il punto c, sara centro del Cerchio, & imaginati li dui semidiametri e d, & c b, ciascuno delli quali è 10. sara formato il settore c b s d, la grandezza del quale si troua a moltiplicare 10. semidiametro via $9\frac{1}{2}$. semiarco della portione (dicendosi l'arco totale essere 19. in circa) però ella sara 95. in circa, dalla quale cauato 48. parte del settore contenuta dal triangolo rettilineo b d c, trouato a moltiplicare 8. mita della base b d, via 6. perpendicolare a c resta 47. però concluderemo che la grandezza della proposta portione b d s, sia 47. in circa.



Et proposta la portione b d r, dicendosi la corda b d, essere 24. & l'arco b r d 47. in circa; per trouarne la grandezza, noi dalla sommita dell'arco al mezo della corda tirata la perpendicolare r a, che è la saetta della portione la misuraremo, & sia che ella si troui essere 16. (qual 16. perche è maggiore di 12. mita della corda, ci mostra la portione essere maggiore di mezo cerchio) & questa e vna parte del diametro del Cerchio totale, con la quale partendo il quadrato della mita della corda, cioe il quadraco di 12. che e 144. ne viene 9. & questo 9. e l'altra parte

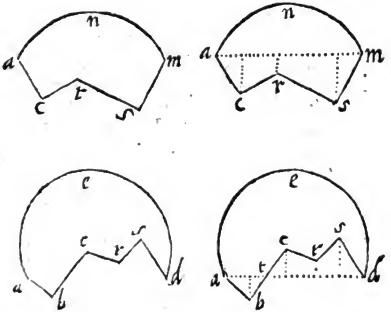
del diametro, che resta fuori della portione, però il diametro intiero sara 25. & il semidiametro sara $12\frac{1}{2}$. onde il centro del Cerchio sara lontano dal puuto a, verso la sommita r. dell'arco minore $3\frac{1}{2}$. & sia che terminino in c, restando la c r, semidiametro $12\frac{1}{2}$. & imaginati li dui semidiametri c b, & c d, ciascuno delli quali è $12\frac{1}{2}$. sarà formato il settore b c d r, la grandezza del quale si troua à moltiplicare $12\frac{1}{2}$. semidiametro via $23\frac{1}{2}$. semiarco della portione (dicendosi l'arco totale essere 47. in circa) però ella sarà $293\frac{3}{4}$. in circa, alla quale giontо 42 grandezza del triangolo b c d, quale insieme con il settore b c d r, compongono la portione proposta fa $335\frac{3}{4}$. però concluderemo la grandezza della portione b d r, proposta essere $335\frac{3}{4}$. in circa.



$23\frac{1}{2}$. semiarco.
$12\frac{1}{2}$. semidiametro.
$17\frac{1}{2}$.
$276\frac{1}{4}$.
$293\frac{3}{4}$. grandezza del settore b c d r.
42. grandezza del triangolo b c d.
$335\frac{3}{4}$. grandezza della portione b d r.

Ma auerta lo studente, che nelle portioni di cerchio hauendo nota la corda, & la saetta, & con esse trouando precise la lunghezza del diametro, & perciò facendosi noto il nu.del semid.si puopoi mediante la mità della Corda, qual mità gli Astronomi chiamano fino retto, & mediante il semidia.che chiamano fino totale trouare nelle Tauole de fini, molto vicino al vero che parte di circonfe. totale del Cerchio sia l'arco della Portione; & perciò qual numero propinquo le conuenga rispetto al numero del diametro del Cerchio, perilche chi non volesse manualmente misurare esso Arco, lo potria trouare mediante dette Tauole. se bene misurandolo con diligenza, è molto espediente per schiuare la fatica di trouarlo in altro modo, che perciò qui non se ne dice altro.

Et hauendo qualche altro pezzo di Cerchio, poniamo l'a c r s m n, da trouarne la grandezza, potremo tirando la retta a m, trouare la grandezza della portione a m n, nel modo sopradetto, mediante la misura del suo arco, corda, & saetta, & ancora trouare la grandezza del rettilineo a m s r c, diuidendolo in triangoli, & capitagliati al modo solito, & la grandezza d'esso rettilineo vnita alla grandezza della portione ci darà per somma la grandezza del pezzo dicerchio proposto.



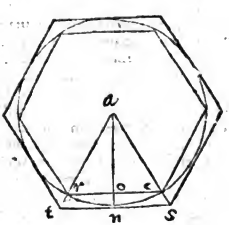
Ancora proposto il pezzo di Cerchio a b c r s d e, da trouarne la grandezza, noi tirando la retta a d, & considerando la portione a d e, potremo trouarne la grandezza, mediante la misura del suo arco, corda, & saetta, & dalla grandezza della portione cauarne la grandezza del rettilineo t d

s r c,

s r c, & poi al reſtante giongere la grandezza del Triangolo a b t, che la ſomma verrà ad eſſere la grandezza del pezzo di Cerchio propoſto.

Et con ſimile modo potrà il giuditioſo Lettore trouare la grandezza di altri pezzi di Cerchio, che ſi propone ſſero.

Accioche li principianti conoſchino chiaramente non ſolo che l'ambito di qual ſi vogli rettilineo regolare, cioe equilatero, & equiangolo inſcritto al cerchio è minore della circonferenza d'eſſo Cerchio, ma ancora come ſi poſſa dimoſtrare che anco l'ambito di qual ſi vogli rettilineo regolare circonſcritto al Cerchio è maggiore della circonferenza del medeſmo Cerchio, noi nel Cerchio del margine hauendo inſcritto poniamo Vn eſagono regolare, & poi circonſcrittoli vna figura ſimile, cioe vn'eſagono regolare, di modo che li lati di queſto circonſcritto ſiano equidiſtanti alli lati dell'inſcritto (*ilche occorre quando dal centro del Cerchio alli angoli dell'inſcritto tirate le linee rette, & allongate fuori del Cerchio finche concorrino con le linee contingenti il Cerchio nel punto, oue nella circonferenza arriua la perpendicolare tirata dal centro al lato dell'inſcritto, o vogliamo dire, & allungate fuori del Cerchio, finche concorrino con le linee, che alle linee, quali partendoſi dal centro del Cerchio, & diuidendo per mezo i lati oppoſti del rettilineo inſcritto arriuano alla circonferenza, ſono perpendicolari nelli punti detti, oue elle arriuano alla circonferenza*) & tirato dal centro a, all'angolo r. dell'inſcritto la retta a r, & allungata ſino che arriui all'angolo t. del circonſcritto, & anco tirata dall'iſteſſo centro a, all'angolo proſſimo vicino c. dell'inſcritto la retta a c, & allungata ſino che arriui all'angolo, s, del circonſcritto, conſideraremo la retta r c, che è corda dell'arco r e & però minore d'eſſo arco r e, & coſi ciaſcun'altro de lati del poligono inſcritto ſarà minore di ciaſcuno de gli archi, o parte di circonferenza a quali ſottotende, & però la ſomma di tutti i lati del rettilineo, cioe l'ambito del rettilineo inſcritto ſarà minore della ſomma di tutti gl'archi o parti di circonferenza, a quali ſottotendono, cioè ſarà minore della circonferenza del Cerchio.



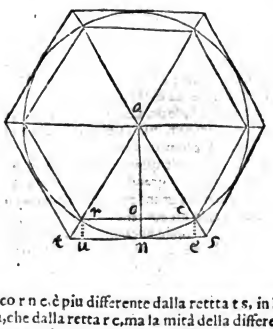
Ancora conſiderato il triangolo a t s, fatto dalli dui ſemidiametri del Cerchio tirati dal centro alli dui angoli t, & s, contigui fra loro del rettilineo circonſcritto, & dal lato t s, d'eſſo rettilineo, del quale la baſe ſia la t s, lato del rettilineo circonſcritto al cerchio, & la a n, che dall'angolo oppoſito (che è centro del Cerchio) è perpendicolare ad eſſa t s, baſe, ſappiamo che il dutto di a n, perpendicolare, o altezza d'eſſo triangolo, nella baſe t s, produce il doppio della grandezza d'eſſo triangolo. Et conſiderato il ſettore a r c, cioe il pezzo di cerchio contenuto dalli dui ſemidiametri a r, a c, & dall'arco r c, perche la proportione che è da eſſo ſettore a tutto il circolo, è come dall'arco r c, baſe d'eſſo ſettore a tutta la circonferenza del Cerchio (poiche tal parte è il ſettore del Cerchio, qual parte è la baſe del ſettore della baſe del Cerchio, cioe della circonferenza totale) & a moltiplicare il ſemidiametro del Cerchio, via la circonferenza produce il doppio della grandezza del Cerchio, come dimoſtra Archimede nella prima propoſitione del ſuo Trattato de Dimenſione Circuli, moſtrata: ancora a moltiplicare il ſemidiametro del Cerchio, via l'arco che è baſe del ſettore produrrà il doppio della grand. del ſettore cioè a moltiplicare la a n, via la linea, o arco r n e; produrrà il doppio della grandezza del ſettore a r n e; ma il triangolo rettilineo a t s: è maggiore del ſettore a r n e, da lui contenuto, però maggior produrrà il doppio di a n, in t s, che della iſteſſa a n, nell'arco r n e, onde anco maggiore ſarà il moltiplicante, o linea t s, che non è l'altro moltiplicante, o arco r n e; Et coſi ſappiamo il lato t s, del rettilineo circonſcritto, eſſere piu lungo che l'arco r n e, parte di circonferenza a lui corriſpondente nel Cerchio terminata dalli dui ſemidiametri, che dal centro arriuino alli termini d'eſſi lati del rettilineo circonſcritto, Et nel medeſmo modo, o per la iſteſſa cauſa conoſceremo che ciaſcun altro lato del rettilineo circonſcritto ſarà piu lungo di ciaſcun'altro arco o parte di circonferenza a lui corriſpondente nel modo detto; perilche la ſomma di tutti i lati ſarà piu lunga della ſomma di tutti gl'archi, cioe l'ambito del rettilineo circonſcritto ſarà piu lungo, o maggiore della circonferenza del Cerchio, al quale egli è circonſcritto.

Notiſi anco che ſe bene ſerriamo la circonferenza del Cerchio fra dui rettilinei regolari ſimili,

Digitized by Google

li, cioe d'vn medesimo numero di lati, l'vno inscritto, & l'altro circonscritto al Cerchio, volendo dire ch'ella è minore del circonscritto, ma maggior dell'inscritto, non è però che ella sia quasi come lunghezza media fra li dui abiti d'essi dui rettilinei, anzi se faremo l'esperimento pònia mo nelli esagoni vedremo che ella piu si auuina all'ambito dell'inscritto, che all'ambito del circonscritto; perche essendo il diametro del Cerchio 200. il lato dell'esagono inscritto sarà 100: & però l'ambito sarà 600. Ancora la a n, semidiametro che dal centro a; è perpendicolare al lato t s; del circonscritto è 100. & questa è potentialmente subsesquiterza al lato t s; del circonscritto (poiche cauando il quadrato di t n, mità del lato, o base t s, dal quadrato del lato a t, nel triangolo equilatero a t s; resta il quadrato della perpendicolare a n: onde quando il quadrato di t n, e 1. il quadrato di a t, è 4. però il quadrato di a n, resta 3. che è subsesquiterzo è 4.) onde al quadrato di 100. cioe 10000. giunto la sua terza parte che è $3333\frac{1}{3}$. & fa $13333\frac{1}{3}$. questo sarà il quadrato del lato dell'esagono circonscritto, onde il suo ambito che è contenuto da sei lati eguali, sarà rad. 480000. che quasi $692\frac{1}{7}\frac{3}{7}\frac{4}{7}$. ma la circonferenza del Cerchio non arriua a volte $3\frac{1}{7}$. il diametro 200. cioe non arriua a $628\frac{4}{7}$. & l'ambito dell'esagono inscritto è 600. però vediamo che molto piu s'auuicina il 600. ambito dell'esagono inscritto al $628\frac{4}{7}$. (a che non arriua la circonferenza del Cerchio) essendo minore di lei in solo $28\frac{4}{7}$. & manco di quello che se le auuicini il $692\frac{1}{7}\frac{3}{7}\frac{4}{7}$. in circa ambito dell'esagono circonscritto, che la supera in 64. & piu.

Ma quanto alla grandezza d'essi dui rettilinei regolari simili, inscritto, & circonscritto al cerchio; paragonati alla grandezza del Cerchio, non auuiene l'istesso, perche la grandezza dell'esagono circonscritto (che si troua a moltiplicare il semidiametro del Cerchio, qual è dal centro del Cerchio, o vertice di ciascuno de triangoli, in che si diuide il rettilineo regolare, o perpendicolare a qual si vogli lato d'esso rettilineo, via la mità del suo ambito, cioe via la mità della somma delle basi de triangoli, ne quali esso rettilineo si diuide) sarà quasi $34641\frac{1}{7}\frac{0}{7}\frac{3}{7}$. Et la grandezza dell'Esagono inscritto (che si troua a moltiplicare quella parte del semidiametro, che dal centro del Cerchio, o vertice di ciascuno de triangoli in che si diuide il rettilineo, via la mità del suo ambito, cioe via la mità della somma delle basi de triangoli, nelli quali esso rettilineo si diuide) sarà quasi $25980\frac{3}{7}\frac{2}{7}\frac{6}{7}$. Ma la grandezza del cerchio che si troua a moltiplicare il semidiametro via la mità della circonferenza, è quasi $31428\frac{4}{7}$. però si vede che ella è piu vicina alla grandezza dell'Esagono circonscritto, cioe al 34641. in circa, che alla grandezza dell'Esagono inscritto, cioe al 25980. in circa. Onde altro auuiene a gl'ambiti d'essi rettilinei regolari rispetto alla circonferenza del Cerchio, di quello che auenga alla grandezza d'essi rispetto alla grandezza del cerchio; perche quanto alla circonferenza ella piu si auuicina allo inscritto, ma quanto alla grandezza ella piu si auuicina al circonscritto.



L'arco r n c, è piu differente dalla retta t s, in lunghezza, che dalla retta r c, ma la mità della differenza di r c, a t s, è la s e; però t e, è quanto r c, & e s, insieme, onde l'arco r n c, non arriuarà alla lunghezza della retta t e, cioè quello, in che la linea curua arcuale r n c; supera la retta t e, è man-

a n 100
10000
$3333\frac{1}{3}$
$13333\frac{1}{3}$. quad. di t s
rad. $13333\frac{1}{3}$. è t s. lato
via rad. 36
rad. 80000. è l'ambito
693
1200
3700
1136
1384
quasi $692\frac{1}{7}\frac{3}{7}\frac{4}{7}$. è l'ambito dell'Esagono circonscritto.
La mità è quasi $346\frac{1}{7}\frac{3}{7}$.
a n. perpendicola 100.
7200
280
quasi $34641\frac{1}{7}\frac{0}{7}\frac{3}{7}$
è la mità dell'Esagono circonscritto
La mità dell'ambito dell'esagono inscritto è 300. la perpendicolare a o, sarà rad. 7500. che moltiplicata via

la

co della s e, e vogliamo dire della t u a lei eguale.

Quanto alla grandezza, perche il Cerchio più si auuicina all'Esagono circonscritto, che all'inscritto, conosciamo che il triangolo misto t r n (che è il duodecimo della differenza della grandezza del Cerchio alla grandezza dell'Esagono circonscritto) è minore del triangolo misto r o n, che è il duodecimo anc'egli della differenza della grandezza del Cerchio alla grandezza dell'Esagono inscritto.

Et se poneremo che il diametro del Cerchio sia 49700000. che cosi la circonferenza sappiamo essere maggiore di $156137093\frac{3}{5}$ ma non arriuare a $156137277\frac{2}{5}$. All'hora l'ambito dell'Esagono inscritto sarà 149100000. Et l'ambito dell'Esagono circonscritto sarà $173165850\frac{1}{4}$. & piu come si vede qui calculato.

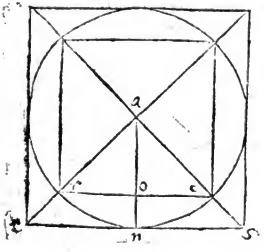
an. 24850000
24850000
617522500000000
$205840833333333\frac{1}{3}$.
$823363333333333\frac{1}{3}$. è il quandrato del lato dell'Esagono.
2 8 6 9 4 3 0 8
423
3936
54033
247133
1769733
480843333
$28694308 \frac{2\,1\,7\,3\,4\,4\,6\,0}{6\,5\,7\,3\,8\,8\,6\,1\,6}$. & piu è il lato dell'Esagono circonscritto.
13040614
$\frac{1\,3\,6\,1\,0\,5\,8\,2}{3\,7\,3\,8\,8\,6\,1\,6}$. & piu
$\frac{1\,1\,2}{1\,0\,1}$. & piu, cioe $\frac{1}{4}$. piu

Sarà l'ambito dell'Esagono circonscritto $172165850\frac{1}{4}$. & piu

la mità dell'ambito sarà. 675000000
che è la grandezza dell'Esagono. 2 5 9 8 0
5000
41900
39600
990
1299
quasi $25980\frac{333}{420}$

Et facendo l'istesso esamine nel quadrato inscritto, & circonscritto al Cerchio, ponendo il diametro essere pure 200. vedremo l'ambito del quadrato circõscritto essere 800. che piu si allontana dalla circonferenza del Cerchio, quale non arriua a $628\frac{4}{7}$. di quello che facci l'ambito del quadrato inscritto, che sarà quasi $565\frac{155}{226}$.

Ma quãto alla grandezza, quella del circonscritto quadrato, che è 40000. piu si auicina alla grandezza del Cerchio, che è quasi $31428\frac{4}{7}$. di q̃llo, che se li auicini la grandezza del quadrato inscritto, che è 20000.

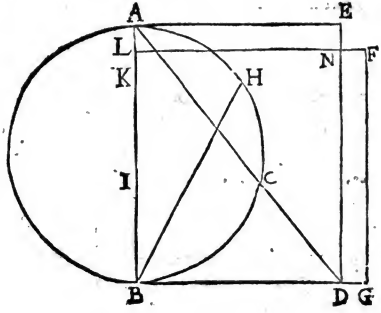


a r. 100.
100.
10000. quad. di a r.
5000 quad. di a o, ouero r o.
rad. 5000. r o
rad. 20000 r c. lato del quadrato inscritto però il suo ambito sarà rad. 320000.
320000. cioe quasi $565\frac{155}{226}$
5 6 5
700
6400
$565\frac{775}{1130}$.

SAPPIA anco lo studioso Lettore, che in vn libro in quarto, il titolo del quale è, *Nicolai Raymari Vrsi Dithmarsi Fundamentum Astronomicum, &c. Argentorati excudebat Bernardus Iobin 1588.* Trattandosi della quadratura del Cerchio, & è chiamata, o nominata, *Diuinum inuentum Simonis a Quercu Burgundi ciuis Delfensis*; Et nella Tauola posta a car. 9. circa al fine dice; *Iam verò per Simonem a Quercu reperta, edita primo anno 1584. secundo 1586. per me redacta in Compendium, & in Methodum; translata in Latinum, & in Germanicum Idioma ex Belgico*; poi dando principio ad essa inuentione scriue la seguente propositione.

Si Recta linea Circulo ab altero Diametri termino inscripta, per peripheriam extra in tangentem è reliquo Diametri termino versus idem latus perpendiculariter erectam continuetur, donec a dicta tangente sibi ipsi æquale segmentum abscindet, tunc æquabitur ipsa inscripta, vel ei æquale abscissum segmentum, quadranti peripheriæ circuli.

Et per prouarlo posta vna figura simile alla seguente, propone di dimostrare.



Quadrãtem circuli Recta inscripta AC, vel æquali abscisso segmento B D. neque esse maiorem neque esse minorem, quo facto necessario ei erit æqualis.

Et per prouarlo pone prima molti principij, quali nõ riferisco per venire breuemente al punto della Conclusione.

Dipoi segue a dire in sostanza, che per essere la quarta parte del perimetro, o giro, o ambito del quadrato circõscritto al Cerchio (che è quanto a dire il lato del quadrato circonscritto al Cerchio) eguale al diametro d'esso Cerchio, ne segue che si potrà nel Cerchio accomodare vna linea retta che sia eguale alla quarta parte dell'ambito del quadrato circonscrittoli; ma ella sarà il diametro del Cerchio. Et perche poi l'ambito del Pentagono, & anco l'ambito dell'Esagono, & di ciascun'altra figura regolare per ordine circonscritta al Cerchio è minore dell'ambito del quadrato, che gl'ambiti d'esse figure per ordine si vanno sempre sminuendo, accostandosi sempre piu alla circonferenza del Cerchio, quale anc'ella è minore dell'ambito di qual si vogli d'esse figure regolari circonscritteli, & conseguentemente è minore dell'ambito del quadrato, & perciò anco la quarta parte dell'ambito di ciascuna delle figure regolari dette, & anco la quarta parte della circonferenza del Cerchio è minore del lato del quadrato, & però del diametro del Cerchio. Et nel Cerchio oltre il diametro si può accomodare ogni linea retta che sia minore del diametro, però ne segue che nel Cerchio si potrà accomodare ogni linea retta che sia eguale alla quarta parte dell'ambito di qual si vogli figura regolare di molti angoli, cominciando dal quadrato circonscritta al cerchio, & perciò anco la retta che sia egua le alla quarta parte della circonferenza del Cerchio.

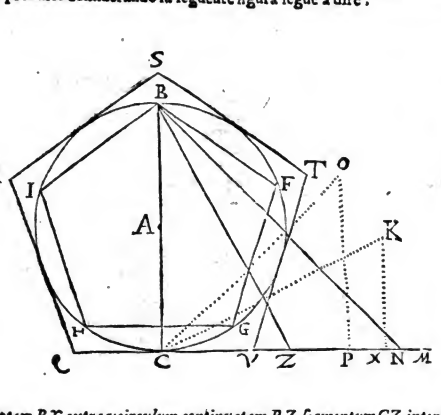
Ancora nel medesmo Cerchio si potrà accomodare ogni retta che sia eguale alla quarta parte dell'ambito di qual si vogli figura regolare inscritta nel Cerchio, poiche l'ambito di qual si vogli d'esse è minore della circonferenza del Cerchio.

Et seguendo dice al numero V. *Si recta linea æqualis quadranti perimetri cuiuscunque multanguli ordinati circulo inscripti, ipsi circulo ab alterutro Diametri termino inscribatur, eademque donec tangentem è reliquo Diametri termino perpendiculariter (seu ad angulos Rectos) versusque idem latus infinite eductam in puncto aliquo secuerit, extra peripheriam circuli continuetur; erit abscissum segmentum tangentis inter Diametrum, & continuatam inscriptam comprehensum, ipsa inscripta maius. E contrario vero, Si Recta linea æqualis quadranti perimetri multanguli ordinati circulo circumscripti, dictoque inscripto multangulo ordinato homologi (seu æquianguli) ab eodem prædicto Diametri termino ipsi circulo inscripta, per ipsius*

Digitized by Google

ſius circuli peripheriam uſque continuetur, donec prædictam tangentem in aliquo puncto ſecuerit, erit modo dictum abſciſſum ſegmentum tangentis, inter Diametrum, & modo dictam continuatam inſcriptam comprehenſum, ipſam modo dictam inſcriptam minus.

Et per prouarlo conſiderando la ſeguente figura ſegue a dire.



Declaratio.

Dico primũ, tangentis è Diametri B C termino C. perpẽdiculariter eductã C M, abſciſſum per inſcriptam B L, extraque circulum continuatã B N, ſegmentũ C N, interque Diametrum B C, & abſciſſionis puncto C N, cõprehenſum, maius eſſe dicta inſcripta B L. Dico ſecundo atq; è contrario, dicta tangentis C M, abſciſſum per inſcriptam B Y extraq; circulum continuatam B Z, ſegmentum C Z, interq; diametrum B C, & abſciſſionis punctum Z, comprehenſum, minus eſſe dicta inſcripta B Y. Sequitur itaque utriuſque partis huius Elementi Demonſtratio.

Demonſtratio partis prioris, in ordinatis circulo adſcriptis quinquangulis: Circulo inſcriptæ quadrantique perimetri ordinati quinquanguli circulo inſcripti æqualis B L, arcus B F L complementa L T C, aduſq; ſemicirculum ſubtenſa Recta C L, continuetur extra circulum, donec æquabitur Diametro circuli, uſq; in O, atq; è termino continuata ſeu puncto O dimittatur perpendicularis O P, in ſubiectam tangentem C M: eaq; in eandem incidet ex hypotheſi perpendiculariter ſeu ad angulos utrinque Rectos in puncto P. Quo facto, conſtituta ſunt in adiuncto Diagrammate duo Triangula homologa, ſeu æqualium angulorum nempe B L C, & C P O. Siquidem trianguli B L C, angulus ad L Rectus eſt per 31 tertij. Trianguli vero C P O, angulus ad P, Rectus eſt è ſtructura, ideoque æquantur per 10. communem notionem. Cæterum trianguli B L C, angulus ad C, æquatur trianguli C P O, angulo ad O, per 29. primi. Ideoque & amborum triangulorum anguli reliqui ad B. & C æquantur per 32. primi. Conſtat itaque primum, dicta duo triangula eſſe homologa ſeu æqualium angulorum, ideoque eorum dem latera, erunt proportionalia, per 4. ſexti. Sed dicta extra circulum continuata C O è ſtructura æquatur circuli Diametro B C, quæ eſt baſis trianguli B L C; ergo & reliqua bina latera amborum triangulorum, utrunque utrique æquabitur. Sunt enim omnia latera ad ſe inuicem utrumque ad utrumque in ratione æqualitatis. Itaq; & inter reliqua trianguli B L C, latus ſeu inſcripta B L, æquabitur triangulo C P O, latere C P, ſed ipſo latere C P, maius eſt abſciſſum per extra circulum continuatum B N, ſegmentum C N, parte nimirum totum per I. commune principium. Quod erat demonſtrandum. Eodemque etiam modo per contrarium poſterior pars Elementi, in triangulis videlicet B Y C, & C X K demonſtrabitur. Conſtat itaque utraque pars propoſiti.

Concluſio Demonſtrationis.

IAm verò æquè ac hoc in adſcriptis circulo ordinatis quinquangulis Demonſtratum eſt, ſic & in omnibus reliquis ſ buentibus, & binis quibuslibet homologis ſeu æquiangulis, circuloq; adſcriptis ordinatis multangulis, vel dicto iam modo Geometricè in triangulis æqualium angulorum, vel etiam Arithmeticè in numeris Algebraicis ſeu figuratis, in infinitum uſque, & ad vel maximũ inſcriptum, & minimum circumſcriptum demonſtrari poterit. Ergo cum Recta æqualis quadranti perimetri, vel etiam minimi ordinati circumſcripti ſemper ſit maior, &

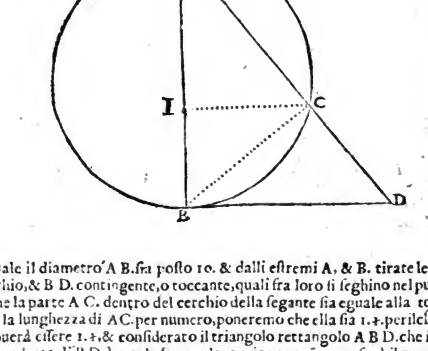
contra

Digitized by Google

contra vel maximi inscripti semper minor dicto modo abscissis per inscriptas continuatas segmentis exhibitaq; semper, etiam inter vel omnium maximum ordinatum inscriptum, & minimum circumscriptum ipsius peripheriæ circuli quantitas inter quantitates perimetrorum maximi inscripti, & minimi circumscripti, per 4. consectarium elementi 1. Ideoque & ipsius peripheriæ quadrantis quantitas versatur inter quantitates quadrantum perimetrorum maximi inscripti, & minimi circumscripti ordinati per. 1. consectarium elementi 1. perq; 2. commune principium. Itaque erit ipsa Recta æqualis quadranti peripheriæ circuli nunquam (etiam si in infinitum vel inscriptum ponatur maius, vel circumscriptum assumatur minus) aut dicto per ipsam extra circulum in tangentem continuatam abscisso ex ipsa tangentem maior, aut eodem minor. Si enim fuerit maior, non erit Recta æqualis quadrati peripheria circuli, sed erit æqualis quadranti perimetri alicuius ordinati multanguli, circulo circumscripti. Sin vero minor fuerit, non erit etiam Recta æqualis quadranti peripheriæ circuli, sed erit æqualis quadranti perimetri alicuius ordinati multanguli circulo inscripti, per proxime præceaens 5. elementum. Ergo necessario, si ipsa Recta circulo inscripta, neque maior, neque minor, sed omnino æqualis fuerit abscisso per ipsam extra circulum eisque in tangentem continuatam ex ipsa tangente segmento, erit ipsa inscripta æqualis quadranti peripheriæ circuli, vel etiam ei æquale ipsum abscissum à tangente segmentum. per 5. commune principium. Quod erat demonstrandum.

Constat itaq; iam demum Quadratio circuli.

Perche dunque la quadratura, o quadrante del Cerchio depende dalla notitia del diametro, & della circonferenza, quando oltre il diametro si sapesse trouare vna linea retta eguale alla circonferenza del Cerchio, haueressimo nota ancora la grandezza del Cerchio; ma l'Autore dice che d'essa circonferenza la quarta parte è eguale alla retta A C, che partendosi dall'estremità A. del diametro vada a segare la circonferenza del Cerchio in punto C. cioe in tal luogo, che allungata essa A C. fuori del Cerchio finche ella seghi la B D. perpendicolare al diametro A B, dall'altra estremità B, o vogliamo dire contingente, o toccante il Cerchio nel punto B, la parte I D. di questa contingente così segata, terminata dall'estremità B. del diametro, & dal punto D. del segamento, sia precise eguale alla parte A C. della retta segante il Cerchio, con la conditione de tta, terminata dall'estremità A. del diametro, & dal punto C. doue la A D. sega la circonferen'za. Di questa A C. segante, ouero della B D. contingente il Cerchio, che a lei deue essere egua e, non ci mostra l'Autore modo alcuno da conoscerne la quantità per numero, ne meno come si operi Geometricamente per trouare il punto C. ouero il D. che terminano la lunghezza d'esse A C, ouero B D. Onde quando anco fusse vero che qual si vogli d'esse si agguagliasse a punto alla quarta parte della circonferenza del Cerchio noi non potiamo seruircene nel trouare la grandezza del Cerchio, o lunghezza della circonferenza. Nondimeno per fatil fare alli studiosi andaremo considerando, & mostrando il modo d'esequire l'vno, & l'altro; Et per cominciare dall'inuentiõ d'essa per numero, formata la seguẽte figura nella quale il diametro A B. sia posto 10. & dalli estremi A, & B. tirate le due rette A D. segante il Cerchio, & B D. contingente, o toccante, quali fra loro si seghino nel punto D. con tal conditione che la parte A C. dentro del cerchio della segante sia eguale alla toccante B D; noi per trouare la lunghezza di A C. per numero, poneremo che ella sia 1. 4. perilche ancora B D. a lei eguale douerà essere 1. 4. & considerato il triangolo rettangolo A B D. che il quadrato di A B. è 100. & il quadrato di B D. è 1. 2. la somma loro, cioe 100. p. 1. 2. sarà il quadrato di A D. (per la penultima



Digitized by Google

nultima propositione del primo libro de gl'Elementi d'Euclide) però la linea A D douerà essere la radice quadra di detta quantità, cioè sarà rad. L. 100. p. 1. ꝛ. 7. ma la parte A C. d'essa si è posta 1. ꝛ. però il restante C D. sarà rad. L. 100. p. 1. ꝛ. 7. m. 1. ꝛ.

Hora considerata la retta B C. quale con la A C. forma angolo retto (per la 31. del terzo, perche la portione, in che è fatto esso angolo B C A. è mezo cerchio) & però essa B C. nel triangolo rettangolo A B D, si parte dall'angolo retto B, & va perpendicolarmente alla A D, che hora si considera come base di detto triangolo rettangolo, ne segue (per il Corellario dell'ottauo del sesto) che essa perpendicolare B C, sia media proportionale fra le due parti D C, & C A. della base, onde il prodotto di dette parti fra loro, cioe di C A C. sia 2. ꝛ. però B D. sarà 1. ꝛ.

quad. di A B. 100.
quad. di B D. 1. ꝛ.
somma che è quad. di A D. 100. p. 1. ꝛ.

però A D. sarà rad. L. 100. p. 1. ꝛ. 7
A C. è 1. ꝛ. però C D. rad. L. 100. p. 1. ꝛ. 7. m. 1. ꝛ.
però il prodotto di A C. in C D. sarà.
rad. L. 100. ꝛ. p. 1. 4. L. men 1. ꝛ. & è il quad. di B C.
onde sarà B C. rad. L. rad. L. 100. ꝛ. piu 1. 4. 7. men 1. ꝛ. 7.

Ancora.

quad. di A B. 100.
quad. di A C. 1. ꝛ.
restante che è quad. di B C. 100. m. 1. ꝛ.
però B C. sarà rad. L. 100. m. 1. ꝛ. 7.

Habbiamo dunque.

rad. L. 100. m. 1. ꝛ. 7. eguale a rad. L. rad. L. 100. ꝛ. p. 1. 4. 7 m. 1. ꝛ. 7.

Et però.

100. m. 1. ꝛ. Eguale a rad. L. 100. ꝛ. p. 1. 4. 7. m. 1. ꝛ.

Cioe

100. Eguale a rad. L. 100. ꝛ. p. 1. 4. 7.

Et perciò

10000. Eguale a 100. ꝛ. p. 1. 4.

50
50
2500
10000
12500

Vale 1. ꝛ. rad. 12500. m. 50. però 1. ꝛ. che è la rad. d' 1. ꝛ.
Vale rad. L. rad. 12500 m. 50. 7. che è la lunghezza di A C. quale si piglia per la quarta parte della circonferenza, però la circonferenza totale saria quattro volte tanto, cioe.
Rad. L. rad. 3 200000. m. 800. 7.

Hora per poter venire alla eguagliatione, cercaremo la longhezza della medesima B C. in altro modo; & potrà essere considerando il triangolo rettangolo A C B. nel quale il quadrato di A C. è 1. ꝛ. & cauato dal quadrato di A B, cioe da 100. resta 100. m. 1. ꝛ. & questo è il quadrato di B C. (per la penultima del primo) però essa linea B C. sarà la radice quadra di questa quantità, cioè sarà rad. L. 100. m. 1. ꝛ. 7; ma questa B C. habbiamo ancora trouato essere rad. L. rad. L. 100. ꝛ. p. 1. 4. L. m. 1. ꝛ. 7; perilche queste due quantità sono eguali fra loro; & perciò ancora i quadrati d'esse due quantità sono eguali fra loro; onde haueremo 100. m. 1. ꝛ. eguale a rad L. 100. ꝛ. p. 1. 4. 7. m. 1. ꝛ. & aggiungendo 1. ꝛ. a ciascuna d'esse, per liberarle dal m. 1. cen. che vi si troua; haueremo 100. eguale a rad. L. 100. cen p. 1. 4. 7. Et hora quadrando, cioè moltiplicando in se stessa ciascuna d'esse due quantità per sciogliere, o liberarsi dalla rad. L. 7; haueremo 10000. eguale a 100. cen. & p. 1. 4. Et hora per trouare il valore della ꝛ. in questo Capitolo d' 1. censo di censo, & censi, eguale a numero; giongeremo il numero 10000. al 2500. quadrato di 50. mità del numero delli cen. che la somma sarà 12500. & dalla radice quadra di essa somma cauato 50 mità del numero delli cen. resta rad. 12500. m. 50. & questo è il valore d' 1. cen. però 1. ꝛ. che è rad. d' 1. cen. valerà la rad. di detta quantità, cioè valerà rad. L. rad. 12500. m. 50. 7. & perciò così la linea A C. come la D B. ciascuna delle quali si pose essere 1. ꝛ. sarà rad. L. rad. 12500. m. 50. 7.

Ancora si poteua trouare il valore della ꝛ. & venire alla istessa eguagliatione, considerando che nel triangolo rettangolo A B D. venendo dall'angolo retto la B C. perpendicolare alla base A D. ne segue (per il corellario della ottaua del sesto d'Euclide) che il lato A B. sia medio proportionale fra la base A D. totale, & la parte A C, che si congiunge angularmente con esso lato, onde il quadrato d'esso lato 10. qual quadrato è 100. sarà eguale al prodotto di A D. rad. L. 100.

Digitized by Google

piu 1.cen.ϗ.in A C.1.ϩ.qual prodotto è rad.L.100.cen.p.1.ϩ.ϗ. onde hauendo 100.eguale a ra. L.100.cen.p.1 ϩ.ϗ.quadrando ciaſcuna quantità haueremo pure 10000. eguale a 100. cen. piu 1.ϩ.come di ſopra,& coſi trouaremo il valore della ϩ.cioe la A C & però la B D,come di ſopra.

Quero nel triangolo rettangolo ſopradetto A B D.ſeruendoci del lato B D, perche pure(per l'iſteſſo Corellario della ottaua del ſeſto) egli è medio proportionale fra la baſe A D. totale, & la parte D C,che ſi congiunge angularmente con eſſo lato, ne ſegue, che il quadrato d'eſſo lato, qual quadrato è 1.cen.ſarà eguale al prodotto di A D. rad.L.100.p.1.cen.ϗ.in D C. rad.L. 100. p.1.cen.ϗm.1.ϩ.qual prodotto è 100.p.1.cen.m.rad.L.100.cen p.1.ϩ.ϗ. perilche leuādo 1.cen. di ciaſcuna delle due quantità,& liberandole dal m.haneremo 100. eguale a rad.L.100.cen.piu 1.ϩ.ϗ.& per leuare la rad.L.ϗ.moltiplicando ciaſcuna delle due quantità in ſe medeſima, haueremo finalmente 10000.eguale a 100.cen.p.1.ϩ. come prima, mediante la quale aguagliatione ſapremo pure come di ſopra il valore della ϩ. o vogliamo dire la lunghezza della linea A C.

Ancora potreſſimo dire il prodotto di D A. & D C. eſſere eguale al quadrato di B D. ſeruendoci della 37.del terzo d'Euclide,conſiderando ſegnato il punto D. fuori del Cerchio, & da eſſo tirate le due rette D B. contingente, & D A. ſegante; dimoſtrandoſi in eſſa che il prodotto di tutta la D A.ſegante nella ſua parte eſteriore D C. è eguale al prodotto della D B. toccante.

A C. ſia 1. ϩ. & B D. ſarà 1. ϩ.
quad.di A B. 100
quad.di B D. 1. cen.
ſomma che è quad.di A D.100.p.1.cen.
però A D. ſarà rad.L.100.p.1.cen.ϗ.
quad.di A B. 100.
quad.di A C. 1.cen.
Reſtante che è quad. di B C.100.m.1.cen.
Però B C. ſarà rad.L.100.m.1.cen.ϗ.

A D. rad.L. 100. piu 1.cen. ϗ.
B C. rad. L. 100. men 1.cen. ϗ.
Prodotto rad.L.1000. men 1.ϩ.ϗ.
Eguale al prodotto di A B. in B D. qual prodotto è 10.ϩ.
Et però
10000. men 1.ϩ. Eguale a 100.cen.
Cio
10000. Eguale a 1.ϩ.piu 100.cen.

Et in altro modo ancora ſeguirà l'iſteſſo, che poſto pure A C. 1. ϩ. & però B D.medeſimamente 1.ϩ.gionti li dui quadrati di A B. & di D B inſieme,che fanno 100.piu 1.cen.queſto ſarà il quadrato di A D.(per la penultima del primo) & la lunghezza d'eſſa A D. Sarà rad. L.100 p. 1. cen. ϗ. E conſiderato il triangolo rettangolo A C B cauando il quadrato di A C.cioe 1.cen.dal quadrato di A B cioe da 100.che reſta 100.m. 1. cen. queſto ſarà il quadrato di B C, però la linea B C.ſarà rad.L.100.m. 1.cen.ϗ. Et conſiderato pure il triangolo rettangolo A B D. nel quale ſopra la A D.hora preſa per baſe è tirata la perperdicolare B C, & però il dutto d'eſſa perpendicolare B C.nella baſe A D produce il doppio della grandezza del triangolo, come anco il doppio della iſteſſa grandezza ſi fa dal dutto di A B. in B D, che ſono i dui lati che contengono l'angolo retto in eſſo triangolo A B D. ſapremo che rad L. 10000. men. 1. ϩ. ϗ. dutto di A D, in B C. è eguale a 10. ϩ. dutto di A B. in B D. & però per leuarela rad. L. ϗ. quadrando,o moltiplicando in ſe ſteſſa ciaſcuna d'eſſe due quantità haueremo 10000. men. 1.ϩ.eguale a 100.cen.& leuando il m. 1.ϩ.cioe giongendo 1.ϩ a ciaſcuna d'eſſe due quantità,haueremo finalmente 10000.eguale a 100.cen.p.1.ϩ.come per li altri modi trouaſſimo da deriuarne come prima il valore della ϩ.

Et volendo vedere,come Geometricamente ſi poſſa trouare il punto C,al quale tirata la retta A C,& allungatala fino che ſeghi la contingente in D.la D B.ſia eguale alla A C;potremo conſiderare che per la 37.del terzo d'Euclide,douendo il dutto di D A. ſegante nella parte eſteriore D C.eſſere eguale al quadrato della D B. contingente.& ad eſſa D B,douendo eſſere eguale la A C,ne ſegue che medeſimamente il dutto di D A.totale nella ſua parte D C, ſia eguale al quadrato di A C, che è la reſtante parte della totale A D. onde conſiderata A D.come prima, A C, come ſeconda, & C D. come terza, di tre quantità paragonate fra loro; perche il dutto della prima A D,nella terza D C è eguale al quadreto della ſeconda A C, ne ſegue per la ſeconda parte della 17.del ſecondo d'Euclide, che eſſe tre linee ſiano continue proportionali, cioe che dalla total linea A D alla ſua maggior parte A C, ſia come da eſſa maggior parte A C, alla reſtante minor parte C D.& che percio detta linea A C, ſia diuiſa ſecondo la proportione,che ſi diffinisce hauere il mezo, & dui eſtremi; queſto inteſo per ſtabilire detto punto C. cioe ſaper tirare dall'eſtremo A,la retta A C.ſegante ſinehe concorrra con la contingente E D,in D totalmente, che tutta la linea A D.in eſſo punto G,doue ſega il cerchio, venga ad eſſere diuiſa ſecondo la proportione

detta

Digitized by Google

detta hauente il mezo,& dui estremi (che all'hora ancora la parte interiore, o maggiore A C. verrà ad essere eguale alla contingente B D,come si vuole) noi dall'imaginato punto C fingeremo tirata la C I. perpendicolare al diametro A B, cioe equedestante alla base B D, del triangolo A B D.che così essa C I.diuiderà i dui lati A B,& A D.proportionalmente (per la prima parte della seconda del sesto d'Euclide)cioe la proportione della parte A I.alla I B,dell'vno sarà come dalla parte A C. alla C D. dell'altro; & però congiuntamente da tutta la A B.alla parte A I. in l'vna sarà come da tutta la A D.alla parte A C.in l'altra, ma tutta A D. alla parte A C. in l'vna è come dalla parte istessa A C.alla restante parte C D;però anco nell'altra da tutta A B.alla parte A I.sarà come dalla parte istessa A I, alla restante parte I B, cioe ancora la A B. nel punto I. mediante la perpendicolare I C, è diuisa in due tali parti, che da tutta la linea, o diametro del cerchio A B.alla sua maggior parte A I , è come dalla istessa maggior parte A I alla minore I B: & però potiamo dire(che è l'istesso)il diametro A B.nel punto I. essere diuiso secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi, onde conuersamente conosciamo che quando il diametro A B. sarà diuiso secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi (ilche non può accadere se non nell'istesso punto I detto)& dal punto della diuisione che sia I, erigendo la perpendicolare I C,al diametro sin che seghi la circonferenza, & sia in C. all'hora la retta A C, sarà la linea che si cerca(cioe eguale alla B D, contingente che fusse segata da essa A C, allungata sino ad essa contingente in D) & dice l'Autore essere eguale alla quarta parte della circonferenza del Cerchio.

Potressimo ancora concludere l'istesso (cioe che se dal punto C,tale come già s'è detto)si tiri vna perpendicolare al diametro A B , ella lo segarà secondo la proportione hauente il mezo , & dui estremi,& che perciò conuersamente segandosi il diametro A B. secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi in I, & da esso tirata la perpendicolare I C. sino alla circonferenza, che il punto C.determinarà la linea cercata C A.)considerando che tirata la C B. & inteso il triangolo B C D.l'angolo B C D. del quale è retto(per la 13.del primo d'Euclide,essendo il restante angolo B C A.fatto nel mezo cerchio,& però retto per la 31.del terzo) esso angolo B C D. sarà eguale alla A I C. del triangolo rettangolo A I C.(essendo tirata la I C.perpendicolare al diametro A B)& anco l'angolo C D B.dell'vn triangolo sarà eguale all'angolo A C I. dell'altro (per la 29.del primo,essendo la C I.equidestanti alla D B)& perciò l'vltimo restante angolo D B C.dell'vno sarà eguale al C A I. suo corrispondente dell'altro ; perilche essi dui triangoli sono equiangoli, & conseguentemente di lati proportionali (per la 4. del sesto d'Euclide) onde dal supposito essendo, o volendo che sia il lato B D. dell'vno eguale all'A C. suo relatiuo dell altro , ancora il B C.sarà eguale all'A I,& il C D. all'I C. Et considerato la linea A B. diuisa in I, ne segue (per la terza del secondo d'Euclide)che il dutto di B A. totale in B I. sua parte,sia eguale al quadrato di essa parte B I , & al dutto di B I. nell'altra parte I A , ma questo dutto di B I, in I A . è eguale al quadrato d'I C(per la ottaua,& decimasettima del sesto d'Euclide)però li dui quadrati di B I,& d'I C(cioe il quadrato solo di B C. (per la penultima del primo) sarà eguale al dutto della linea A B.totale nella sua parte B I;ma la A I, si è mostrata essere eguale alla B C. detta; onde ancora il quadrato d'A I(restante parte dell'A B totale) sarà eguale al nominato rettangolo della A B, totale nella sua parte B I,& però (per la 17. del sesto) la proportione della totale A B, alla sua maggior parte A I,sarà come da essa parte A I, alla restante parte I B;& consequentemente la A B.diametro del cerchio si chiamarà essere diuiso nel punto I,secondo la proportione hauente il mezo,& dui estremi . Dal che veniamo a conoscere, che per trouare il punto C. nella circonferenza del cerchio,si deue diuidere il diametro A B. in due parti tali , che il quadrato dell'vna (che è la maggiore)sia eguale al dutto dell'altra nel total diametro A B(& sipuo fare come insegna la vndecima del secondo, che noi hora breuemente dal punto A , tiraremo alla A B. la perpendicolare A n,eguale alla mità di A B,poi allungaremo la n A.verso A, sin che seghi la circonferenza d'vn cerchio che habbi per centro il punto n,& per semidiametro la retta,o distanza n B & sia in m,acciò la n m,sia eguale alla n B , poi fatto centro il punto A , secondo la lunghezza di A m,descriueremo vn cerchio,che segarà la A B. in I, & sarà segata secondo la ppor. hauente il mezo & dui estremi come si vuole) & dal punto I. della diuisione erigere al diametro A B , vna perpendicolare I C,sinche ella seghi la circonferenza,& sia in C,che esso C, sarà il punto C, cercato,dal quale tirata la retta all'estremo A del diametro essa retta A C, sara eguale alla contingente B D. segata dalla A C,allungata quanto bisogna .

Hora mediante questa operatione Geometrica potremo anco trouare la lunghezza della linea A C(senza seruirci della regola dell'Algebra)perche posto il diametro A B 10.la A n, eguale alla sua mita sara 5 & imaginato il triangolo rettangolo n A B. il quadrato di n B. composto dalli dui quadrati di A B,& n A.sara 125. & però la n B, & consequentemente la n m, a lei fatta

eguale

eguale sara rad. 125. ma la parte n A, è 5. però la restante parte A m, & consequentemente la A I sarà rad. 125. m̃. 5. & la restante parte I *B*. del diametro sarà 15 m̃. rad. 125; & la perpendicolare I C, media proportionale fra dette parti A I, & I *B*, sarà la rad. del dutto d'esse parti fra loro, cioè sarà rad. L. rad. 50000. m̃. 200. ꝙ. & il quadrato di questa IC, con il quadrato di A I. cioe ra. 50000 m̃. 100. con 150. m̃. rad. 12500. che in somma fanno rad. 12500. m̃. 50; compongono il quadrato di A C, perilche essa A C, sarà rad. L. 12500. m̃. 50. ꝙ. Ma essa A C. si potria ancora piu breuemente trouare, considerato il triangolo rettangolo *B* C A. nel quale dall'angolo retto C. alla base A *B*. è tirata la perpendicolare C I, però il lato C A (per il corellario della ottaua del sesto) è medio proportionale fra tutta la base A *B*, & la parte A I. congionta angolarmente ad esso lato, on de conosciamo che questa C A, & anco la *B* D, contingente a lei eguale, è sempre media proportionale fra il diametro del cerchio, & la parte maggiore d'esso, quando esso diametro sia diuiso secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi; però il dutto del diametro nella sua parte maggiore detta, produce sempre il quadrato della A C, si che hora moltiplicato A *B*. 10. in A I. rad. 125. m̃. 5. che fa rad. 12500. m̃. 50. questo è il quad. di A C; & però la lunghezza d'essa AC sarà rad. L rad. 12500. men 50. ꝙ.

Conosciuto la lunghezza della retta A C. & supposto che ella sia la quarta parte della circonferenza del cerchio come dice l'Autore; moltiplandola per 4. cioe per rad L. 16. ꝙ. che farà rad. L. 3200000 men 800. ꝙ questa saria la lunghezza della circonferenza quando il diametro fia 10, Et per determinare propinquamente per numero rationale essa circonferenza, cioe trouare il valore di questa rad. legata, o vniuersale, che chiamare la vogliamo (che per rad. legata, o vniuersale intendo sempre la rad. di tutto quel composto che è fra li dui L, cioe fra L ꝙ. in qual si vogli descrittione di alcuna quantità) vedremo che rad. 3200000. è più di $1788\frac{3}{4}\frac{0}{1}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$. & cauatone 800. per rispetto del men 800. resta più di $988\frac{3}{4}\frac{0}{1}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$. & questo è quanto rad. 3200000. men 800; però la rad. L. rad. 3200000. men 800 ꝙ, è alquanto più di rad. $988\frac{2}{4}\frac{0}{1}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$. ma presa la rad. di questo numero $988\frac{3}{4}\frac{0}{1}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$. ella è $31\frac{27\frac{3}{4}\frac{0}{1}\frac{5}{7}\frac{6}{7}}{63}$. & alquanto più; però &. $988\frac{3}{4}\frac{0}{1}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$. & consequentemente rad. L. rad 3200000. men 800. L. importa $31\frac{27\frac{3}{4}\frac{0}{1}\frac{5}{7}\frac{6}{7}}{63}$. & alquanto più; & però tanto maggiormente sarà più di $31\frac{3}{6}\frac{7}{4}$. cioè di $31\frac{3}{7}$. si che conosciamo che quando la linea A C si pona essere la quarta parte della circonferenza, all'hora la circonferenza totale conuerrà che fia $31\frac{3}{7}$. & più: Ma essendo il diametro 10. come si pone, sappiamo per quello che ha dimostrato Archimede, che la circonferenza è manco di volte $3\frac{1}{7}$. esso 10. cioe è manco di $31\frac{3}{7}$. onde conosciamo che dicendosi ella essere $31\frac{3}{7}$. o più, si dice più del douere; & così siamo chiari che non è da tener per vero, che la linea A C (quale dice l'Autore) sia precise eguale alla quarta parte della circonferenza del cerchio, ma che anzi ella è maggiore d'essa quarta parte di circonferenza; si che non occorre a tener conto di tale inuentione, poiche oltre alla difficulta di trouare per numeri la circonferenza, quando ci è noto il diametro rationale, ella è manco propinqua di quella, che mediante la dottrina d'Archimede facilissimamente con la semplice moltiplicatione di $3\frac{1}{7}$. si troua. Et così chiaro appare quanta differenza fia dal mirabile ingegno d'Archimede a quello dello scrittore di questa inuentione che egli chiama diuina, & gloriandosene molto scriue

rad L. rad. 3200000. men 800. ꝙ.
rad. 3200000.
1 7 8 8
3100
31600
è più di cauisi 800 $1788\frac{3}{4}\frac{0}{1}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$.
resta più di $988\frac{3}{4}\frac{0}{1}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$.
però più di rad. $988\frac{3}{4}\frac{0}{1}\frac{5}{7}\frac{6}{7}$. faria la circonferenza. cioe più di $31\frac{27\frac{3}{4}\frac{0}{1}\frac{5}{7}\frac{6}{7}}{63}$. che è più di $31\frac{3}{6}\frac{7}{4}$. cioe più di $31\frac{3}{7}$.

Et sic itur ad Astra, ſerpat humi quicunq; velit.

Se anco vorremo per maggior sodisfattione applicare la inuentione sopradetta nel trouare la circonferenza d'vn cerchio, il diametro del quale sia vn numero grande, & poniamo che sia 49700000: diuideremo esso 4970000. secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi, cioe in tali due parti che moltiplicata la maggiore in se stessa produca quanto a moltiplicare la minore in tutto il 49700000. & si fara, moltiplicando il 49700000. in se medesmo, & al prodotto

Digitized by Google

dotto giongere il quadrato della mita d'esso 49700000. o vogliamo dire (che risulta l'istesso) si fara moltiplicando il 4970000. in se medesimo, & al prodotto giõgere la quarta parte d'esso prodotto. O vogliamo dire (che pure resultarà l'istesso) si farà pigliando la mita del 49700000, & moltiplicatala in se stessa, il prodotto moltiplicarlo poi per 5.

49700000. diametro A B.
497
247009
6175225
rad. 3087612500000000. men 24850000. è la parte maggiore A I.
49700000. è il diametro totale A B.
12.7626680760125. con 18. zeri. m. 1235045000000000. è il prodotto.

rad. 3087612500000000
via rad. 2470090000000000
277985125
217132876
741027000
℞. L. ℞. 7626680760125000000000000000000. m. 1235045000000000. ⅂. AC.
Via rad. L. 16. ⅂.
122026892162000
Fa ℞. L. R. 1952430274592000000000000000000000: m. 19760720000000000 ⅂.
4 4 1 8 6 3 1 3 2 0 4 3 3 9 6 4 4
352
1643
76102
557874
2767859
11669020
287175900
1805803100
383505760000
3001525438400
35034664615100
852187669251100
5693403157307900
39104557278718400
375550671524670400
44186313204339644 [illegible] & piu
19760720000000000
12.24425593204339644 & piu
1 5 6 2 8 6 8 9 3 $\frac{8}{9}$ & piu
1925
8959
271532
2154804
27940833
293500996
1218467544
280746195
311573786

Et di quello che in qual si vogli de modi detti nasce pigliarne la rad. quadra, & da essa cauarne la mita del 49700000. che restara rad. 3087612500000000. men 24850000 & questa è la maggior parte. Et perche la linea AC (cioe quella che si dice essere la quarta parte della circonferenza è media proportionale fra tutto il diametro, & la sua parte maggiore: moltiplicando essa parte maggiore rad. 3087612500000000. men 24850000. per il diametro 49700000. il prodotto rad. 7626680760125000000000000000000. men 1235045000000000. saria il quadrato della quarta parte della circonferenza, cioe della retta A G. però essa AC. sara la rad. di detta quantita, onde la circonferenza totale saria 4. volte tanto, cioe rad. L. rad. 1952430274592000000000000000000000. m. 19760720000000000. 7. quale ridutta a numero rationale propinquo al vero, verria ad essere 156286893 $\frac{8}{9}$ & alquanto piu, ma noi habbiamo mostrato, che la circonferenza di questo cerchio non arriua non solo a 156100000. ma ne anco a 156150710. anzi ne anco a 156137277 $\frac{2}{3}$. perilche conosciamo che il 166286893 $\frac{8}{9}$. sopradetto eccede il vero, molto piu di quello che con le co

se da noi mostrate si troua. Et per abbreuiare notando quanto occorre nel modo d'operare sopradetto, potressimo dire, la A C, trouarsi, Moltiplicando per 20. il quadrato del quadrato della mita del diametro, & dalla radice quadra del prodotto cauarne il doppio del quadrato della mita del diametro, che la rad. del restante sara la A C. presa come quarta parte della circonferenza del cerchio; & però il quadruplo di questo essere la quantita che si piglia per circonferenza totale.

Et per trouare essa circonferenza senza cercare la A C, si potria dire. Che ella nasce a moltiplicare per 320. il quadrato del quadrato del diametro; & dalla rad. del prodotto cauarne l'ottuplo del quadrato del diametro, & del restante pigliarne la rad. quadra, che essa sara la sopradetta quantita che si dice essere circonferenza del cerchio.

Ma ancora per stabilire la proportione, che con tale inuentione si troua essere dal diametro del cerchio alla circonferenza, accioche con la moltiplicatione del diametro d'alcun cerchio proposto nel denominatore d'essa proportione ne deriui la circonferenza del cerchio proposto; hauendo veduto che quando il diametro è 10. la circonferenza viene ad essere rad. *L.* rad. 3200000. m. 800. 7. cioe la proportione della circonferenza al diametro essere come da rad. *L.* rad. 3200000. men. 800. 7. a 10; noi partiremo ciascuna di queste due quantita per 10; per ridurre il diametro alla vnita, o vogliamo dire partiremo la circonferenza detta che hora è antecedente della proportione per 10. suo diametro, che hora è consequente in essa proportione, & ne viene rad. *L.* rad. 320 men 8. 7. & questa è la circonferenza quando il diametro sia 1; cioe la proportione della circonferenza al diametro è determinata da questa quantita rad. *L.* rad. 320. men. 8. 7. che è alquanto piu di $3\frac{1}{10}\frac{4}{00}\frac{7}{00}$. ma non arriua a $3\frac{1}{10}\frac{4}{00}\frac{6}{00}$. però vediamo che mediante questa inuentione si concluderia, la proportione della circonferenza al diametro essere minore che di $3\frac{1}{10}\frac{4}{00}\frac{7}{00}$. ad 1. ma maggiore che di $3\frac{1}{10}\frac{4}{00}\frac{6}{00}$. ad. 1.

diametro. 1. Circonferenza rad, *L.* rad. 320. m. 8. 7.

$17\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{5}{00}\frac{1}{00}$

88851

444255

710808

7818888

78945001 01

$319\frac{}{10}\frac{}{00}\frac{}{00}\frac{}{00}\frac{}{00}\frac{}{00}\frac{}{00}\frac{}{00}\frac{1}{00}$

30 20954

78945001 01

rad. 320. e piu di $17\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{5}{00}\frac{1}{00}$. dal quale cauato 8. resta p. di $9\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{5}{00}\frac{1}{00}$. però rad. 320. m. 8. e piu di $9\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{5}{00}\frac{1}{00}$. però la rad. d'essa quantita cioe di rad. 320. men 8. sara piu di rad. $9\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{5}{00}\frac{1}{00}$.

$3\frac{1}{10}\frac{4}{00}\frac{7}{00}$

2090916

8676

$9\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{5}{00}\frac{1}{00}\frac{0}{00}\frac{0}{00}\frac{1}{00}\frac{6}{00}$

rad. $9\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{5}{00}\frac{1}{00}$. e piu di $3\frac{1}{10}\frac{4}{00}\frac{6}{00}$. però tanto maggiormente rad. *L.* 320. men. 8. 7. e piu di $3\frac{1}{10}\frac{4}{00}\frac{7}{00}$.

$17\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{6}{00}$

30 2124

1 78950996

$310\frac{}{100000000}$

200996

33316

71088

781968

78960996

Rad. 320. non arriua a $17\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{6}{00}$. dal quale cauato 8. resta $9\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{6}{00}$. però rad. 320. men 8. non arriua a $9\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{6}{00}$. perilche la rad. d'essa quantita cioe di rad. 320. men 8. non arriua alla rad. di $9\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{6}{00}$. cioe rad. $9\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{6}{00}$. e piu di rad. *L.* 320. men 8. 7.

$3\frac{1}{10}\frac{4}{00}\frac{7}{00}$

2093809

8682

$9\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{6}{00}\frac{0}{00}\frac{0}{00}\frac{0}{00}\frac{0}{00}$

$3\frac{1}{10}\frac{4}{00}\frac{7}{00}$. e maggiore di rad. $9\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{6}{00}$. & rad. $9\frac{8}{10}\frac{8}{00}\frac{8}{00}\frac{6}{00}$. e maggiore di rad. *L.* rad. 320. men 8. 7. però tanto maggiormente la rad. legata detta cioe rad. *L.* rad. 320. men 8. 7. non puo arriuare a $3\frac{1}{10}\frac{4}{00}\frac{7}{00}$.

Diametro 49700000.

Circonfer. 156286893 $\frac{8}{10}$. & piu ma non arriua a 156286893 $\frac{9}{10}$.

7186893 $\frac{8}{10}$

3 49700000 & piu

7186893 88888 $\frac{8}{10}$.

1444

2216

2288

3009

La medesima proportione haueressimo ritrouata con minor fatica, & piu esquisitamente, se ci fussimo seruiti della operatione gia fatta, doue trouassimo, che essendo il diametro 49700000. all'hora la circonferenza saria 156286893 $\frac{8}{10}$. & piu, ma si vede non arriuare a 156286893 $\frac{9}{10}$. che partendo questa circonferenza per il suo diametro conosceremo che quando poi il diametro sia. 1. la circonferenza saria piu di

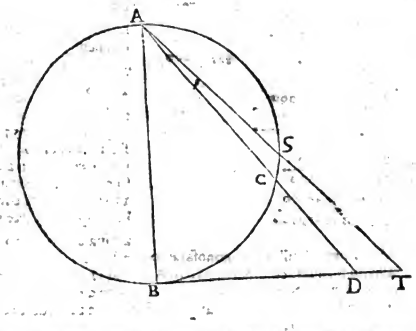
3

Digitized by Google

$3\frac{1446\frac{27388888}{49700000}}{100000}$ però essendo il diametro 1. la circonferenza sarà più di $3\frac{1446\frac{4}{10}}{10000}$ ma non arriuaria a $3\frac{1446\frac{1}{18}}{100000}$

$3\frac{1446\frac{5}{10}}{10000}$ ma non arriuaria a $3\frac{1446\frac{1}{18}}{100000}$

Et perche l'hauere la circonferenza al diametro del suo Cerchio, la proportione di sopra mostrata causata dal fare eguale la A C. segante alla B D. toccante nella superior figura sopra ciò adoprata è fondata dall'Autore sopra la sua V. propositione di sopra registrata, si verrà hora all'esamine d'essa. In essa V. propositione quella prima parte che dice. *Si recta linea æqualis, &c.* è necessariamente vera, & si può prouare facilmente. L'altra parte poi che in essa V. propositione segue dicendo: *E contrario vero si recta linea æqualis, &c.* non è vniuersalmente vera, poiche alcune poche figure regulari circonscritte al Cerchio, haueranno bene la qualità che egli dice; ma in altre innumerabili auuerrà il contrario; cioe che nel Cerchio accomodata vna linea retta eguale alla quarta parte dell'ambito della figura regulare circonscritta cominciando da vn termine del diametro, & essa linea allungata verso vna retta toccante il Cerchio nell'altro termine del diametro finche seghi detta toccante, non auuerrà che la parte segata di detta toccante compresa fra il diametro, o punto del toccamento fino al punto del segamento detto, sia sempre minore della retta detta accomodata nel Cerchio; anzi remosse, o eccettuate alcune poche figure (doue pure potrà accadere quello che dice l'Autore) in tutte l'altre la quarta parte del suo ambito accomodata nel cerchio al modo detto sarà sempre superata da detta parte della toccante, compresa fra il termine del diametro del Cerchio, & il punto del segamento, doue con la contingente concorre la accomodata detta allungata verso essa contingente. Et per conoscerlo facilmente, ricordandosi che habbiamo mostrato nella figura posta in margine, che all'hora auuiene la A C. accomodata essere eguale alla B D. contingente segata, qñ essendo il diametro A B 1. la A C. sia la quarta parte di rad. L. 320. m. 8 7. che da essa AC. derjua, & che hauendo veduto che rad. L. 320. men. 8 7. è più di $3\frac{1}{10}\frac{1}{100}\frac{1}{1000}$ la sua quarta parte è p. di $\frac{7861\frac{1}{2}}{10000}$ Sapremo, che detta A C. sarà $\frac{7861\frac{1}{2}}{10000}$. & più quando il diametro A B. sia 1.



Et ricordandoci, che nel trattare del 2048. agono regolare circonscritto al cerchio si vide che quando il diametro del cerchio si poneße 1.5424072874961802 9. all'hora l'ambito del 2048. agono non arriuaria a 79872. & zeri seguenti: & che perciò la quarta parte d'esso ambito non arriuaria a 19968. & zeri seguenti, noi supposto vn cerchio, che haueße l'istesso diametro, cercaremo quanto verria ad essere la AC. (& si troua moltiplicando $\frac{7861\frac{1}{2}}{10000}$. esso diametro per il & vedremo che saria più di 1998709 90, &c. ma la quarta parte dell'ambito del 2048. agono, è solo 19968. &c. anzi non vi arriua, cioe è manco del numero della A C. però la linea eguale alla quarta parte dell'ambito del 2048. agono, saria minore della retta AC. & consequentemente saria corda di minor arco che non è l'AC. onde accomodata nel cerchio, comin.

cominciando al punto A. verso C ella non arriuaria al punto C. ma restaria fra l'A. & il C. poniamo in S, & però allungata verso la toccante B D. ella la verria a segare oltre al punto D. cioè più lontano dall'estremo B; & sia in T. & però vediamo che la B T. parte segata d'essa toccante saria maggiore, & della A C, & tanto più della A S. quarta parte del rettilineo regolare di 2048. lati circõscritto al cerchio, & però non minore d'essa quarta parte dell'ambito, come dice l'Autore.

Et se ci seruiremo di diametro più comodo, & sia di 49700000. intorno al cerchio del quale essendoli circonscritte molte figure rettilinee regolari, ne sappiamo l'ambito proprio quo al vero; vedremo stante esso 49700000. p diametro, quanto verria ad essere la A C. quale è più di $7861\frac{1}{2}$ quando il diametro è 1. & però bastarà moltiplicare il 49700000. per $7861\frac{1}{2}$ che produce 39071655; onde la A C. all'hora verria ad essere più di 39071655. ma l'ambito del 2048. agono circonscritto ad esso cerchio non arriua a $156137277\frac{1}{2}$. & perciò la sua quarta parte non arriua a $39034319\frac{7}{8}$ il che è minore del numero della A C; però similmente conoscemo che la retta eguale alla quarta parte dell'ambito del 2048 agono, quale cominciando dall'A. termini nella circonferenza verso il C. restarà fra l'A, & il C; però allungata fino alla toccante, la parte d'essa toccante da lei segata sarà maggiore della A C. & perciò maggiormẽte sarà maggiore della retta detta eguale alla quarta parte dell'ambito del 2048 agono.

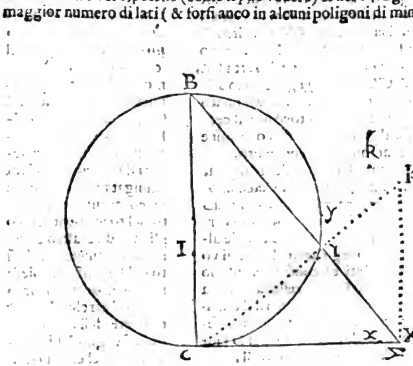
Ancora per fare quello istesso essimine in alcun altre delle figure regolari di minor numero di lati circonscritte al medesimo Cerchio; preso il 384. agono, l'ambito del quale è manco di 156140710. vedremo, che la sua quarta parte non arriua a $39035177\frac{1}{2}$. & questo è manco del numero della A C. sopradetta, però nel 384. agono circonscritto auuiene che la retta eguale alla quarta parte del suo ambito, accomodata dall'A. nel Cerchio, non arriua al C. ma resta fra l'A, & il C. L'istesso si vede auuenire nel 96. agono, l'ambito del quale è manco di $156192947\frac{1}{2}$ & però la sua quarta parte non arriua a $39048236\frac{1}{2}$. il che è pure minore del numero della A C.

Et l'istesso pure auuiene ancora nel 64. agono, che qũ il diametro del cerchio sia 49700000. il suo

il suo ambito non arriua a 156163, &c. però la quarta parte d'esso non arriua a 39066. &c. & però è pure minore di 39971655. numero della A C; si che perciò siamo sicuri che anco in qual si vogli altro rettilineo regolare di più di 64. lati, circonscritto al cerchio, la quarta parte del suo ambito non potrà arriuare alla lunghezza della A C; & però allungata verso la toccante, segarà maggior parte della toccante allungata che non è la B D; & però che non è essa quarta parte d'ambito.

Et quanto alla dimostratione, che egli dice di fare nella figura da lui a ciò adoprata, non si vede che ella concluda cosa alcuna necessariamente, perche quanto alla posterior parte doue si adoprano le due linee B Y, & C Z, & si considerano li dui triangoli rettangoli B Y C, & C X K; che siriano equiangoli, & eguali fra loro; volendo dire che la B Y è eguale alla C X; & questa C X è maggiore della sua parte C Z, & che perciò anco la B Y. sarà maggiore della istessa C Z, o vogliamo dire la C Z, minore della B Y, questo è vero solo quando il punto X, termine della K X perpendicolare alla contingente è più lontano dall'estremo C, che non è il punto Z, doue la B Y, (o altra linea simile a lei, cioè intesa per quarta parte dell'ambito d'alcun poligonio circonscritto al'cerchio) allungata sega la toccante.

Et a volere che la dimostratione da lui addutta potesse hauer nome di dimostratione, o concludesse quello che egli vuole, conuerria prouare, che in ogni caso, cioè che sapere che la B Y, si consideri eguale alla quarta parte dell'ambito di qual si vogli poligono circonscritto al cerchio all'hora sempre sarà necessario che il punto X, sia più lontano dall'estremo punto C, che non è il punto Z; ma di ciò non dice nulla; anzi si suppone senz'altro che il Z, sia fra il C, & l'X, però non si viene a dimostrare cosa alcuna, ma si suppone quello che si douerria torre a prouare: ilche non dimeno non è vero, poiche (come si può vedere) & nel 64. agono, & in tutti gl'altri poligoni di maggior numero di lati (& forsi anco in alcuni poligoni di minor numero di 64. lati, che questo può da se esperimentare ciascheuno intendente) e ne cessario che il punto Z. sia più lontano dal C, che non è l'X.



Circa alla prima parte della da lui chiamata dimostratione, cioè che il punto P (termine della perpendicolare O P. su la contingente C M) sia più vicino all'estremo C, che non è il punto N, doue arriua la allungata B L, presa per quarta parte d'al cun rettilineo regolare inscritto nel cerchio, questo è bē sempre vero, ma perciò non è dimostrato altramente in esso luogo, poiche ancora iui non ne dimostra necessità alcuna: onde ciò si potria negare dall'aduersario, & così anco questa parte vera, verria ad esser priua della sua demostratione geometrica.

Per mostrare che nel cerchio cominciando al termine B. del suo diametro, accomodata vna linea retta eguale alla 4. parte dell'ambito del 64. agono regolare, o di qual si vogli altro rettilineo di maggior numero di lati circonscrittoli, & sia la retta B Y, & essa allungata poi verso la C Z, retta toccante il cerchio nell'altro termine C. del diametro sino che la seghi, & sia in z. Per mostrar dico che questo punto z. farà nella C. z. toccante più lontano dal termine C. d'essa toccante, che non è il punto x, quale in essa toccante e segnato dalla a lei perpendicolare k x, che e tirata dal termine k. della retta CK. fatta eguale al diametro, & partendosi dal C. estremo del diametro, che il punto del toccamento, passa per il punto y, doue la B y, accomodata detta, arriua alla circonferenza del cerchio, noi segnato il punto I, in tal luogo del diametro B C; che

Quanto a quella parte che si chiama, *Conclusio Demonstrationis*. Essa ancora resta indemostrata non prouandosi quello, che iui si dice, cioè che quello, che auuiene alli

Digitized by Google

che il dutto d'esso diametro nella sua parte C I, sia eguale al quadrato dell'altra restante parte I B; & trouato il punto, doue dall'I, vna perpendicolare al diametro segasse la circonferenza B y C: & sia il punto Y, & tirata la B Y, & anco allungata dalla banda di Y, finche seghi la C Z, toccante il cerchio nell'altro estremo C. del diametro, & sia il punto del segamento Z, accioche cosi (per le cose già mostrate) si sappia la BY. accomodata, o segante il cerchio, essere eguale alla CZ. toccante; noi tiraremo la CY, & allungaremo fino in K, cioe talmente che tutta la CK. sia eguale al diametro CB. & dal punto K. tiraremo vna perpendicolare alla C Z. toccante, & sia la K X; & concluderemo il punto X, essere l'istesso che il punto Z. & però cosi l'vno X, come l'altro Z, essere su la linea toccante egualmente lontani dal C. punto del toccamento, o termine del diametro: Perche considerati li dui triangoli C X K, & B Y C; rettangoli dal supposito, ne quali di piu l'angolo C K X, dell'vno è eguale all'angolo BCK. dell'altro (che sono angoli coalterni fatti dalla retta CK, segante le due KX. & CB, equidestanti, essendo ciascuna di loro perpendicolare alla C Z) ne segue che il restante angolo KCX. dell'vno, sarà eguale al restante angolo CBY. dell'altro; & però questi dui triangoli CXK, & BYC, che sono equiangoli haueranno anco i lati fra loro proportionali; onde essendo il lato C K. piu lungo (che è opposto all'angolo retto) dell'vno, egu. al lato BC. piu lungo dell'altro (dalla constructione) ancora il lato minore K X. dell'vno, sarà egu. al lato minore CY. de l'altro, & il restãte lato mezano C X. dell'vno, sarà egu. al restãte lato mezano suo relatiuo BY. dell'altro; ma alla linea BY, è anco eg. la retta CZ, dalla construt. perilche le due CX, & CZ (perche si eguagliono alla istessa B Y) saranno eguali fra loro, & conseguentemente il punto X, & il punto Z, segnati ambidui su la istessa retta toccante il cerchio, saranno egualmente lontani dal principio d'essa, o termine C, cioe essi X, & Z. douentaranno, o saranno vn'istesso punto.

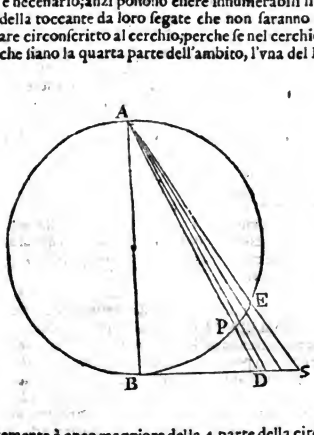
Questo inteso, hauendo noi prouato nella antecedente figura, che quando la B D. segata dalla A D. sia eguale alla A C. accomodata nel cerchio principiando dal superior termine A, all'hora è necessario che accomodandosi nel cerchio per il medesimo verso, & principiando dall'istesso punto A. vna linea che sia eguale alla quarta parte dell'ambito del 64. agono regolare, o di qual si voglì altra figura di maggior numero di lati circonscritta ad esso Cerchio, ella non potrà arriuare al punto C, ma restarà di sopra nella circonferenza fra l'A, & G; & però restando fuori del triangolo A B D. allungandola verso la toccante allungata finche si seghino ella la segarà in punto piu lontano dal B che non è il D cioe oltre il D, verso man destra, & sia in T; Et applicando lo alla presente figura, hora che B Y, è eguale alla CZ, & queste sono in vece delle AC, & BD; ne segue che se dall'estremo B, o termine del diametro superiore in questa figura andando verso la toccante, accomodaremo vna retta eguale alla quarta parte dell'ambito del 64. agono regolare, o d'altro poligono di maggior numero di lati ella arriuarà alla circonferenza in vn punto che sarà fra il B, & il Y, & sia il y (come habbiamo figurato) onde questa B y. allungata verso la toccante allungata; la segarà in pũto piu lontano dal toccamento C (che è l'altro estremo del diametro) che non è il punto Z, & sia in z (come habbiamo figurato) Et perche il punto y, termine della By, posta eguale alla quarta parte dell'ambito del 64. agono regolare, o altro poligono di maggior numero di lati circonscritti al cerchio, è nella circonferenza fra il B, & Y, tirandosi dall'altro estremo del diametro, o punto C. del toccamento, la linea C y, ella sarà fra il diametro CB, & la CYK, però segarà la B Y; & sopra

pentagoni, auẽga anco a tutti gl'altri seguenti poligoni, ne vi è esempio, o cosa alcuna che mostri ciò, ne Geometricamente, ne Aritmeticamente in numeri Algebraici, o figurati, come egli dice poterssi dimostrare. Anzi noi sappiamo dalle cose dette, che quello che auuiene in ciò al pentagono circonscritto, non auuerrà al 64. agono, ne ad li altri poligoni di maggior numero di lati.

Finalmẽte quando anco fusse intieramente vero quello, che nella sua V. propositione, o elemẽto si dice, cioe che Delli rettilinei ordinati iscritti al cerchio, la 4 parte dell'ambito di qual si voglì d'essi accomodata nel cerchio dall'vno estremo del diamet. fusse minore (come veramente è sempre) della parte della toccante nell'altro estremo del diametro accomodata segata da essa accomodata allungata fino alla toccãte, contenuta fra il punto del toccamento, o vogliamo dire altro estremo del diametro, & il pũto del segamẽto; Et delli rettilinei ordinati circõscritti al cerchio, la quarta parte dell'ambito di qual si vogli d'essi accomodata nel cerchio pure al modo detto. & allũgata fino alla toccante al modo detto fusse sempre maggiore (il che veramente non è, essendosi visto che & nel 64. agono & nelli poligoni di maggior numero di lati occorre ella essere sempre minore) della parte della toccãte compresa fra il punto del toccamento & il punto del segamento detto, non perciò si dimostra essere necessario, che

sopra il centro C. fatto n'arco, con apertura di compasso eguale al diametro C B, nella C K: dal C. fino in K; & prolungata la C y; finche arriui vna circonferenza d'esso arco, & sia in k; accioche tutta la C k, si faccia eguale al diametro C B, o alla C K; il punto k termine del suo allungamento in esso arco, verrà ad essere fra li detti punti B, & K; onde da esso punto k. tirata vna perpendicolare alla toccante C Z; (qual perpendicolare perciò verrà ad essere equidistante alle due altre perpendicolari BC, & KX) questa perpendicolare hora tirata, & sia la k x, haurà il suo termine x; nella toccante fra li termini C, & X; delle due perpendicolari dette (come habbiamo figurato) cioe il punto x. sarà piu vicino al C, che non è l'altro punto X; o vogliamo dire che non è il punto Z (essendo douentati l'X, & il Z, vn istesso) & consequentemente piu vicino che non è l'altro punto z. che piu si allontana dal C (come habbiamo figurato) il che è quello che si voleua prouare.

che quando la linea così accomodata fusse precisemente eguale alla parte della toccante così da lei segata (come auuiene della A C. accomodata eguale alla B D. segata) all'hora la accomodata deua essere eguale alla quarta parte precise della circonferenza del cerchio, perche il dire, che se la accomodata sarà maggiore della parte da lei segata della toccante; all'hora essa accomodata



farà eguale alla quarta parte dell'ambito d'alcun poligono circonscritto al cerchio, non si proua, ne è necessario; anzi possono essere innumerabili linee accomodate, tali; cioe maggiori delle parti della toccante da loro segate che non saranno quarta parte d'ambito d'alcun poligono regolare circonscritto al cerchio; perche se nel cerchio al modo detto accomodaremo due linee rette che siano la quarta parte dell'ambito, l'vna del Pentagono regolare circonscritto. & sia la A P, & l'altra del Poligono regolare, che subito li segue, cioe che il numero de lati d'esso sia solo vna vnità piu del numero de lati del Pentagono, & sarà perciò dall'esagono regolare circonscritto, & sia la A E; quali due linee A P, & A E; allungate fino che seghino in D, & S, la toccate nel punto B, saranno maggiori ciascuna d'esse della parte della toccante da loro segata, com presa fra il punto del segamento, & il punto B. del toccameto: vedremo che fra esse A P, & A E; si possono ancora accomodare nel cerchio infinite linee rette tutte di diuerse lunghezze, principianti dall'istesso termine A; che saranno ciascuno di loro minore della A P; ma maggiore della A E; & allungate verso la toccante la segaranno fra li punti D, & S, onde ciascuna di loro (che è maggiore della A E, & consequentemente è anco maggiore della 4. parte della circonfer. del cerchio) farà maggiore della parte della toccante da lei segata (che è minore della B S.) nondimeno nessuna di dette linee, che dall'A. si tiraranno fra le due A P, & A E. (& ve ne potranno capire innumerabili, poiche l'arco P E; essendo linea, cioe quantità continua; si può diuidere in innumerabili parti, o vogliamo dire in infinito, & da ciascuno de' punti delle diuisioni al punto A. si puo tirare vna linea retta) farà quarta parte d'ambito di poligono regolare alcuno circonscritto al cerchio; perche ne del quadrato ne del triangolo equilatero puo essere, poiche saria maggiore della A P, ne del Pentagono, poiche saria eguale alla A P, & non minore come è (essendo corda d'Arco minore dell'A P) ne può essere quarta parte dell'ambito dell'esagono, o d'altro poligono ordinato seguente, perche facia eguale alla A E, quando fusse dell'esagono) o minore della A E (quando fusse d'altro poligono seguente) & non maggiore come è (essendo corda d'arco maggiore dell'A E) Et se bene habbiamo supposto l'esempio nelle quarte parti delli ambiti del Pentagono, & dell'Esagono (ne quali si fa certo elle eccedere la quarta parte della circonferenza del cerchio) pure si conosce in astratto auuenir sempre; che accomodandosi al modo detto nel cerchio dall'A. due linee rette. che siano l'vna la quarta parte dell'ambito d'vn poligono ordinato circonscritto al cerchio, & tra pure di che gran numero di lati si vogli, & l'altra sia la quarta parte dell'ambito del poligono a questo seguen-

Digitized by Google

seguente per ordine, circonscritto al cerchio; conuerrà sempre (perche nelle due linee accomodate saranno ineguali deriuando da poligoni d'ambiti ineguali) che l'vna corda di maggior arco, che l'altra; & però l'arco fra loro intercetto, che è la differenza de dui archi detti, si potrà sempre (con l'intelletto) diuidere in infinito, & però dalli punti delle diuisioni al punto A tirare medesimamente infinite linee ineguali fra loro, & alle due accomodate dette (cioe minori dell'vna, & maggiori dell'altra) che perciò non saranno quarte parti d'ambiti d'alcun poligono ordinato circonscritto al cerchio, ne si può dire che finalmente arriuarestimo a poligono circonscritto minimo di grandezza, o d'ambito fra tutti li possibili da circonscriuersi, cioe che partendosi da quello abassandosi, subito si arriuasse alla grandezza, o ambito del cerchio necessariamente, così come anco non si può dare il massimo inscritto, cioe il grandissimo quanto alla grandezza, o all'ambito fra tutti li possibili da inscriuersi, cioe che partendosi da quello, alzandosi, o accrescendolo, subito si arriuasse alla grandezza, o ambito del cerchio necessariamente, perche l'ordine delli numeri è infinito, & non può essere vn poligono di tanto gran numero di lati, che anco non se ne trouino innumerabili altri di maggior numero di lati in infinito, potendosi, come s'è detto andare accrescendo qual si vogli numero in infinito.

Et conosciamo che se principiando dal termine A. & andando verso la istessa parte, accomodaremo nel cerchio due linee rette, l'vna eguale alla quarta parte dell'ambito d'alcun poligono regolare inscritto (sia pure di che gran numero di lati si vogli, che fra i numeri non si da il massimo) & l'altra linea eguale alla quarta parte dell'ambito del poligono regolare a quello simile circonscritto al cerchio; perche esse due linee rette saranno necessariamente ineguali (poiche l'vna non arriua alla quarta parte della circonferenza del cerchio, & l'altra supera essa quarta parte della circonferenza) conuerrà che nella circonferenza elle terminino, o finischino poi, in dui diuersi punti, & però fra loro vi sarà interuallo di qualche arco, quale per essere quantità continua, & però con l'intelletto diuisibile in infinito, si potrà dalli termini delle diuisioni al punto A tirare immerabili linee, ne però sapremo se alcuna d'esse, o quale possa essere eguale precise alla quarta parte della circonferenza del cerchio; Onde si vede che ben potiamo serrare la quarta parte della circonferenza del cerchio fra due linee rette eguali alla quarta parte dell'ambito di poligoni regolari simili, inscritti, & circòscritti al cerchio, cioe dire che ella supera l'vna non arriuando all'altra; ma non gia perciò potiamo darli nome di determinata, & stabile quantità; Perilche si conosce essere vano l'argomento adoprato nel fine di detto ragionamento chiamato Conclusio Demonstrationis: Et perciò non si può dire: Et cosi finalmente consta la quadratione del cerchio; anzi con verità diremo; Et cosi consta, che con tal modo non si quadra il cerchio; Onde pregaremo N. S. Dio di continuo, che gli conceda humiltà, & viuacità d'ingegno talmente che a gloria di S.D. Maestà con accrescimenti di dottrine, & inuentioni, si possa veramente apportare comodo, & ornamento al Mondo.

Di gratia scusinmi i Lettori se il mio scriuere le paresse lungo, & non intieramente ordinato; perche essendo io immerso in molte incommodità, litigij, & trauagli, non può l'intelletto esercitare le sue forze, ancor perciò molto obtenebrate, se non difficultuosamente, & discontinuamente, & i frutti parti o frutti vengono ad essere come di pouera Vite, che priua d'Arbore, oue s'appoggi, & fruttifichi, giace in terra, & è esposta alla auidità de gl'animali che la imbrattano, & lacerano. Piaccia a Dio, accioche & molto fruttuosa, & ornata douenti, a gloria di sua Maestà prenderle d'appoggio conueneuole, & nobile; & porre in animo a i potenti di non adobbar solo i Palagi loro di quelle che abondano bene di molte, & spatiose foglie, & pampani, ma produceno & pochi, & immaturi frutti, che non venendo a perfettione conueniente, poco ancora possono giouare.

Die X. 10. Iunij 1599. paulò ante hor. 15. horologij Bononiæ.

IN

Digitized by Google

COME SI TROVI LA SVPER[illegible] & grandezza corporea della Sfera, ò Corpo tondo.

LA superficie (o coperchio) della Sfera è eguale (come dimostra Archimede) al cerchio il semidiametro del quale fia l'axis, o grossezza, o altezza d'essa Sfera: O vogliamo dire è quadrupla alla superficie del maggior cerchio d'essa sfera: (che è qual si voglì cerchio, che passando per il centro della sfera, si imagini segarla per mezo, & che habbi per diametro habile la grossezza della sfera, per circonferenza habbi il giro della sfera, & per centro habbi il centro istesso della sfera) & però è eguale al prodotto, che nasce a moltiplicare il diametro d'esso cerchio (o grossezza del a sfera) via la sua circonferenza (o giro della sfera) Che a moltiplicare solo il semidiametro, via la sola semicirconferenza del cerchio, il prodotto è la grandezza d'esso cerchio.

La grandezza corporea della sfera è quadrupla al cono, o piramide tonda, che per base habbi il maggior cerchio della sfera, & per altezza il semidiametro d'esso circolo, o semialtezza della sfera.

Et perche la grandezza di tal piramide tonda è eguale alla colonna tonda, ò cilindro, che habbi la medesima base circolare, & per altezza la terza parte dell'altezza della piramide tonda, cioè la terza parte della semialtezza della sfera (o vogliam dire la sesta parte dell'altezza d'essa sfera) potiamo dire.

La grandezza corporea della sfera è quadrupla al cilindro, o colonna tonda, che habbi per base il maggior cerchio della sfera, & per altezza il sesto della sua altezza. Et perche il quadruplo del sesto è 2. terzi, Et le colonne di eguali basi hanno fra loro le proportioni delle loro altezze, si può dire,

La grandezza corporea della sfera è eguale alla colonna tonda, che per base circolare habbi il maggior cerchio della sfera, & per altezza habbi li 2. terzi dell'altezza d'essa sfera.

Et perche la grandezza della colonna è il prodotto, che nasce a moltiplicare la superficie della sua base circolare, via l'altezza d'essa colonna, & però via li 2. terzi dell'axis, o altezza della sfera, il può dire.

La grandezza corporea della sfera è il prodotto, che nasce a moltiplicare la superficie del suo maggior cerchio via li 2. terzi della sua altezza, o axis.

Et perche la superficie d'esso maggior cerchio della sfera è il prodotto della metà della circonferenza nella metà del diametro, potiamo dire.

La grandezza corporea della sfera nasce a moltiplicare la metà della circonferenza del suo maggior cerchio, via la metà dell'axis, & il prodotto via li 2. terzi dell'istesso axis.

Ma a moltiplicare la totale circonferenza del cerchio, via il totale axis, ò diametro d'esso cerchio maggiore, se ne produce 4. tanti del dutto della metà della circonferenza nella metà del diametro, & con questo 4 partito 2. terzi dell'axis, ne viene 1 10. però si può dire.

La grandezza corporea della sfera è quello, che resulta a moltiplicare la circonferenza del maggior cerchio, o giro della sfera, via la sua altezza, o axis, & il prodotto v a l'1. sesto dell'istesso axis,

Ma a moltiplicare la circonferenza del maggior cerch o, o giro della sfera, via il diametro d'esso cerchio, o axis della sfera, se ne produce la superficie (o coperchio) della sfera, però brevemente si può dire.

La grandezza corporea de la sfera è il prodotto, che nasce a moltiplicare la superficie della sfera, via l'1. sesto del suo axis.

Ancora, perche a moltiplicare l'axis, via 3, & 1. settimo, se ne produce la circonferenza (ma propinqua eccedente) del maggior cerchio, & essa circonferenza, via il diametro, produce la superficie d'essa sfera; il che è quanto moltiplicare 4 volte 3. 1. settimo l'axis, o diametro, via esso medesimo axis o diametro, cioè Moltiplicare l'axis, via l'axis, via 3 1 settimo, che il prodotto sarà la superficie della sfera. Ma perche li 7.88. esimi del quadrato della circonferenza, sono la superficie del cerchio, & il quadruplo di questo è la superficie della sfera, vedendosi che il quadruplo di 7 88. esimi è 7.22 esimi (così come sel diametro il quadruplo di 1 1.14. esimi è 22.7. esimi, cioè 3.1. settimo) si può ancor dire, [illegible] simi si ha solo notitia del giro della sfera, o circonferenza del magg or cerchio. Moltiplichisi il quadrato del giro per 7.22. esimi, o vogliamo di re (che resulta l'istesso) Partasi per 22.7. esimi, cioè per 3.1. settimo, che l resultante sarà la superficie della sfera. Onde sapendo l diametro, o axis, il suo quadrato si moltiplichi per 3.1. settimo. Ma sapendosi la circonferenza, o giro, il suo quadrato si parta per 3.1. settimo, che il resultante sarà la superficie della sfera.

Et perche dato il giro della sfera, o circonferenza del maggior cerchio, l'axis, o diametro d'esso cerchio è quello, che nasce a partire detto giro per 3.1. settimo, & conuerriamente dato il diametro del cerchio, la circonferenza e quello, che deriua a moltiplicare de tto diametro per 3.1. settimo) non bre uissimamente potiamo dire.

Dato il giro della sfera, egli si parta per 3.1 settimo, che ne verra l'axis (ouero Dato l'axis, egli si moltiplichi per 3 1. settimo, che ne nascera il giro) poi si moltiplichi il giro via l'axis, che il prodotto sara la superficie (o copertura) d'essa sfera, & questa superficie si moltiplichi via l'1. sesto dell'axis, che il prodotto sara la grandezza corporea dell'istessa sfera.

Ancora, perche a Moltiplicare l'axis del a sfera, via l'axis, via 3. 1. settimo, se ne produce la superficie, & questa moltiplicata via l'axis, via 1 sesto (cioè via l'1 sesto dell'axis) se ne produce la grandezza corporea, si vede, che a Molt plicare l'axis, via l'axis, via l'axis, via 3 1 settimo, via 1. sesto, Ouero, & perciò l'axis, via l'axis, via l'axis, via 22.42 esimi, cioè via 11, 21. esim (che è il dutto di 3.1. settimo, via 1. sesto) produce la grandezza. Ma l'axis, via l'axis, via l'axis, è quanto dire il cubo dell'axis (che per esempio 5. via 5. via 5, & la 125. è sempre il cubo di 5. Onde finalmente adoprando solo l'axis, si può breuissimamente dire.

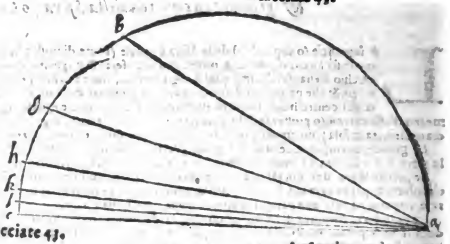
Il cubo dell'axis si moltiplichi per 11. 21. esimi, che il prodotto sarà la grandezza corporea della sfera. Dal che si cono sce, che del corpo cubo cioè lungo, largo, & alto quanto è l'axis, o altezza della sfera & che perciò serrasse precise in se, e contenesse, o fusse circonscritto alla sfera, ella è li 11 21. esimi, cioè poco più della mità d'esso corpo cubo.

Il che tutto s'intenda essere propinque eccedente il vero, così come il 3. 1. settimo preso per denominatore della proportione della circonferenza a suo diametro, è propinquo eccedente il vero denominatore incognito. Ma se più propinquamente pigliaremo per denominatore della proportione, che è dalla circonferenza al diametro 3. & 1416, 4000. esimi, quale è pure eccedente, potremo anco più vicino al vero dire. Dato l'axis della sfera, il suo quadrato si moltiplichi per 31416 10. milia esimi, che il prodotto sarà la superficie d'essa sfera: Et moltiplicando il cubo di detto axis per 31416. 10. milia esimi, il prodotto sara la grandezza corporea della medesima sfera.

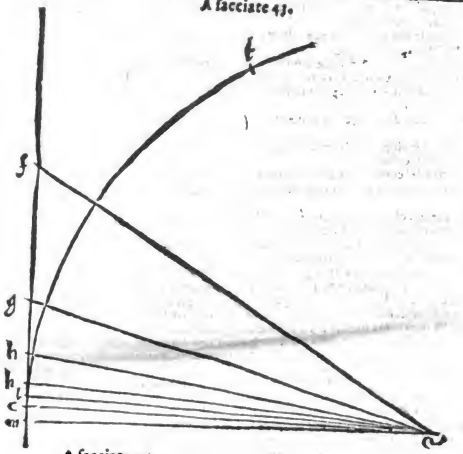
Digitized by Google

Questa figura và A facciate 2.

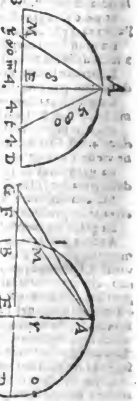
A facciate 43.



A facciate 43.

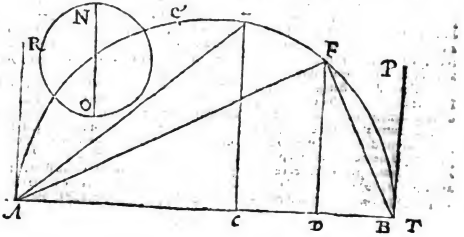


A facciate 22.



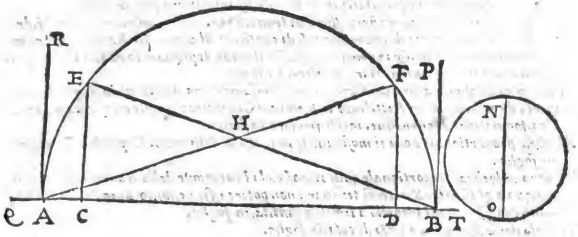
A facciate 14.

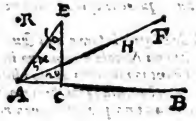
A facciate 19.

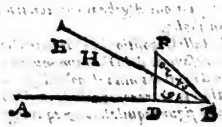


Digitized by Google

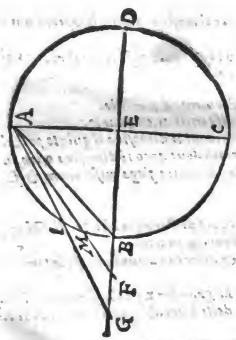
A facciate 18.

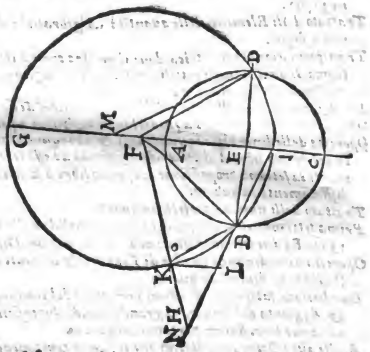






A facciate 21.





A facciate 4.

OPERE STAMPATE DI PIETR'ANTONIO CATALDI.

Aritmetica vniuersale doue si mostrano le Operationi delli numeri rationali (o vogliamo dire esplicabili) & le Regole, & inuentioni loro, in foglio.

Trattato del modo breuissimo di trouare la radice quadra delli numeri, & Regole facilissime di approssimarsi di continuo al vero nelle Radici delli numeri non quadrati, con le cause, & inuentioni loro. Et il modo di pigliare la radice Cuba, applicando il tutto alle Operationi militari, & altre, in foglio.

Trattato della Quadratura del Cerchio doue si esamina vn nuouo modo di quadrarlo per numeri, & come dato vn Rettilineo si formi vn Curuilineo eguale ad esso dato, & alcune Trasformationi de curuilinei misti fra loro, in foglio.

Algebra proportionale doue si mostrano le inuentioni delli primi Capitoli, o Equationi d'esse, in foglio.

Nuoua Algebra proportionale doue si mostra la inuentione della Radice cuba di molti binomij, quali gl'illustri Scrittori tenevano non potere essere cubi, & anco delli Trinomij con molte considerationi intorno a simili quantità, in foglio.

Regola della Quantità o Cosa di cosa, in foglio.

Algebra Discursiua numerale, & lineale, doue discorrendo con il giudicio naturale, si inuentiano le regole alle Equationi Algebratiche, con il modo da esequire le operationi loro in numeri, & in linee, in foglio.

Difesa d'Archimede dalle Oppositioni del Signor Gioseffe Scaligero, intorno alla Quadratura del Cerchio, con l'esamine del Diuinum inuentum, scritto da Nicolò Raymarro, in foglio.

Trattato Geometrico doue si essamina il modo di formare il Pentagono sopra ad vna linea retta, descritto da Alberto Durero, conchiudendosi, che egli non è Equiangolo, & si mostra come si formino molte figure equilatere, & equiangole sopra ad vna proposta linea retta, in foglio.

Elementi delle quantità irrationali, o inesplicabili, doue si mostrano tutte le Operationi loro, in foglio.

Trattato delli Elementi delle quantità Algebratiche doue si mostrano tutte le Operationi loro, in foglio.

Transformatione Geometrica, doue si mostra come dato vn rettilineo egli stesso si riduca alla forma di qual si vogli rettilineo proposto, in foglio reale.

Transformatio Geometrica.

La Reduttione alla Pratica delli sei primi libri delli Elementi d'Euclide.

Opusculum de lineis rectis aquidistantibus, & non aquidistantibus, in quarto.

Operetta delle linee rette equidistanti, & non equidistanti, doue si dimostra il quinto postulato del primo libro d'Euclide, & Aggionta ad essa Operetta doue anco si dimostra ostensiuamente la settima propositione del primo libro d'Euclide, chiamata Fuga miserorum, & facilissimamente, in quarto.

Trattato delli numeri perfetti, in quarto.

Prima lettione nel principio del leggere Euclide nello Studio di Perugia alli 12. di Maggio 1572. Et due lettioni fatteni nella Academia del Disegno, in quarto.

Operetta di Ordinanze quadre di Terreno, & di gente, & altre con alcuni quesiti intorno alle Ordinanze diuerse, in quarto.

Due lettioni fatte nella Academia erigenda del trouare la grandezza delle figure rettilinee, & Aggionta del trouare la grandezza, & superficie delle Sfere, & parte loro. Et delle cinque zone terrestri, & parti loro, in quarto.

Molte altre Opere compositi, & che si vanno componendo si Stamperiano quando vi fussi la commodità.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google